ОПТИКО-ЦИФРОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РАДИУСА КРИВИЗНЫ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В.Г. Баранов, Н.Ю. Ильясова, В.В. Котляр, Р.В. Скиданов, А.В. Устинов
Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

В статье исследуются и сравниваются методы бесконтактного определения радиуса кривизны сферической поверхности по изображению щели, сформированной на поверхности и зарегистрированной телекамерой. Разработана оптическая схема для ввода изображения в компьютер. По участку дуги эллипса длиной около 400 пикселов с прогибом около 50 пикселов определен радиус металлического шарика (6,55 мм) с точностью 2%.

Введение

В офтальмологии на сегодняшний день существует методика определения патологии органов зрения, которая основана на наблюдении с помощью щелевой камеры различных областей глаза (роговицы, хрусталика) [1,2]. Щелевой лампой освещается определённая зона глаза (рис.1а), и по отражённому серповидному изображению щели на роговице (рис.1б) или при большем увеличении на хрусталике (рис.2) врач проводит визуальное оценивание небольшого набора характеристик роговицы и хрусталика: средняя толщина сечения роговицы, средние радиусы кривизны хрусталика и роговицы.

а) *б)* *в)*

Рис. 1. Освещение глаза щелевой лампой (а); сформированное изображение щели на роговице (б); изображение после предобработки (в).

При таком подходе врач качественно и субъективно оценивает параметры хрусталика и роговицы, которые необходимы для определения патологии органов зрения. Существуют также дорогостоящие офтальмологические приборы (например, ОФТАЛЬМОМЕТР ОФ-3), позволяющие количественно оценить параметры сечений роговицы и хрусталика за счёт наличия дополнительных шкал и монограмм. Цель данной работы – автоматизация вычисления параметров роговицы и хрусталика, таких как средней толщины роговицы и хрусталика, диаграммы локальной ширины вдоль визуализированного сечения, средней кривизны внутренней и внешней поверхности роговицы и хрусталика и распределение локальной кривизны вдоль сечения, ширины камер, расстояний между определёнными сечениями поверхностей глаза, за счёт компьютерной обработки наблюдаемых врачом изображений.

Предлагается следующая оптическая система для ввода данного класса офтальмологических изображений (рис.3). Используется стандартная щелевая лампа ЩЛ-3Г. К щелевой лампе вместо стандартного окуляра присоединяется система для формирования и оцифровки изображения.

Рис. 2 Изображение хрусталика (увеличено).

Система ввода состоит из 10 кратного двухлинзового окуляра, однолинзового объектива (1/1.6 с фокусным расстоянием 8мм) и телекамеры.

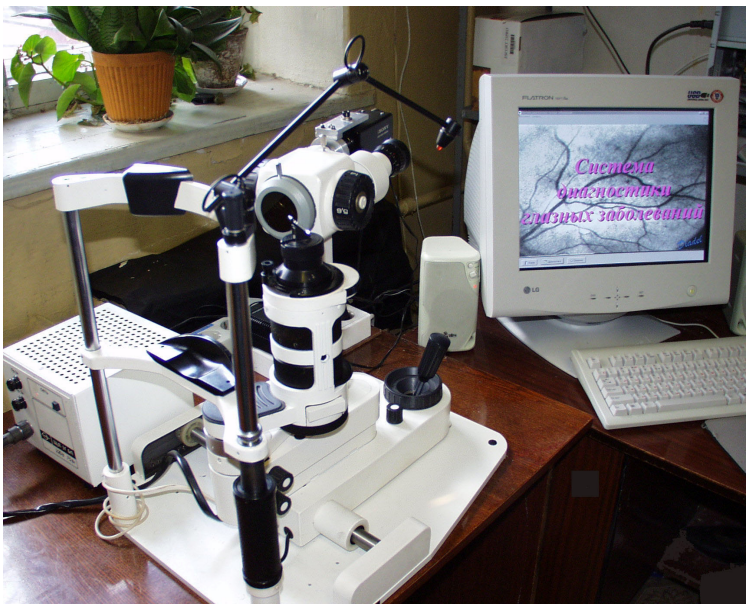

Рис. 3. Внешний вид оптико-цифровой системы диагностики глазных заболеваний, сопряженной со стандартной щелевой лампой ЩЛ-3Г.

Щелевая лампа формирует действительное изображение щели на исследуемой поверхности, которое затем окуляр преобразует в мнимое, и это мнимое изображение далее фокусируется объективом на чувствительную область телекамеры. Стандартный телесигнал, который формирует телекамера, оцифровывается видеокартой желательно с разрешением 1024×1024 пикселов (256 градаций серого).

Конкретная цель данной работы – разработка методов и алгоритмов, а также создание соответствующего программного обеспечения, которые позволяют провести:

1) измерение кривизны, необходимое, для подбора контактных линз;
2) оценивание среднего радиуса кривизны передней и задней поверхности роговицы неастигматического глаза;
3) оценивание роговичной рефракции передней поверхности роговицы;
4) построение диаграммы локальных радиусов кривизны передней и задней поверхности вдоль обрабатываемых сечений;
5) оценивание средней ширины сечений обрабатываемых участков глаза и локальных диаметров вдоль отражённого серповидного изображения щели;
6) оценивание расстояния между выделенными сечениями участков глаза (ширина камер);
7) определение астигматизма, рефракции и радиусов кривизны в каждом главном сечении и положения главных меридианов передней поверхности роговицы астигматического глаза;
8) измерение осей и степени астигматизма роговицы.

Точность оценивания определяется качеством и классом используемого оборудования, разрешением вводимого изображения. В данной статье приводятся результаты экспериментальных исследований различных методов измерения радиуса кривизны по изображению световой полосы, сформированной на сферической поверхности. В качестве сферической поверхности рассматривалась поверхность металлического шарика с известным радиусом (рис.4).

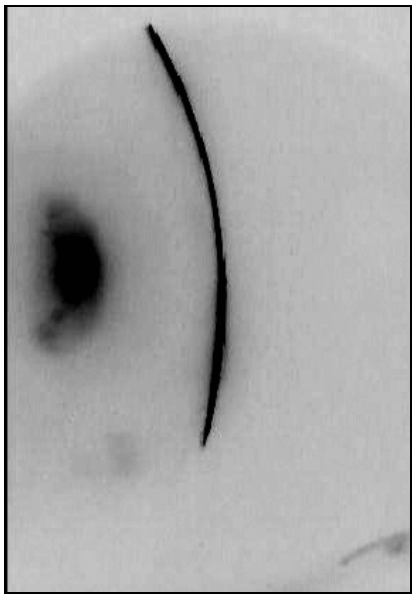

Рис. 4. Изображение световой полосы, сформированной на сферической поверхности.

1. Оптическая схема

Оптическая схема состоит из двух частей: освещающей системы и системы ввода изображения. Оптические оси этих двух систем повернуты на угол α относительно друг друга. Причем система сделана так, что угол может меняться в пределах от 0 до 90˚ (рис. 5).

Осветитель (лампа накаливания) дает световой пучок, который попадает на коллиматор. На выходе коллиматора формируется пучок параллельных лучей, которые попадают на щель, затем первая линза с фокусным расстоянием 50мм строит изображение щели на шарообразном предмете. Причем первая линза может перемещаться в схеме для получения изображений щели разных размеров (для разных предметов).

В системе ввода изображения вторая линза строит изображение шарообразного предмета на чувствительной области телекамеры, затем полученное изображение вводится в компьютер. Вторая линза также может перемещаться для изменения размера изображения.

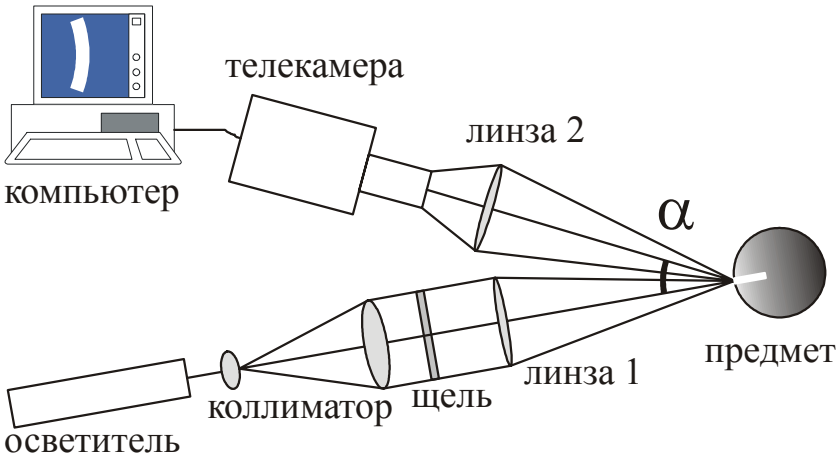

Рис. 5. Оптическая схема прибора для определения радиуса кривизны шарообразных предметов.

2. Определение центральных точек дуги

Оптическая схема, показанная на рис. 5, позволяет сформировать изображение освещающей щели в виде дуги. Это изображение фиксируется видеокамерой и оцифровывается. Далее по этому изображению необходимо определить координаты центральных точек дуги. Это можно сделать двумя методами, но в любом случае требуется, чтобы были заданы крайние точки дуги. Как правило, при приближении к краям дуги контраст и резкость изображения уменьшаются. Эти точки ограничивают обрабатываемый диапазон дуги, в котором качество изображения еще остается на приемлемом уровне.

2.1. Метод выделения центральных точек дуги по максимуму профиля

Обработка дуги начинается от одной из заданных крайних точек в направлении второй точки (рис. 6). Проводится перпендикуляр к отрезку, соединяющему заданные точки. Вдоль этого перпендикуляра выделяется одномерная окрестность с центром в заданной точке. В выделенной окрестности формируется профиль яркости изображения. В этом профиле ищется точка максимальной яркости. Эта точка принимается принадлежащей дуге (рис. 7). Перпендикуляр смещается на один пиксел в сторону второй заданной точки, предыдущая точка дуги также смещается в ту же сторону и принимается за центр новой окрестности. Таким образом сканируется вся дуга (рис. 6).

Данный метод наиболее простой, но наименее устойчивый к шуму на изображении.

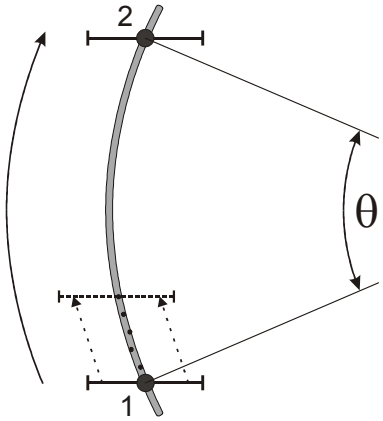

Рис. 6. Схема сканирования вдоль дуги.

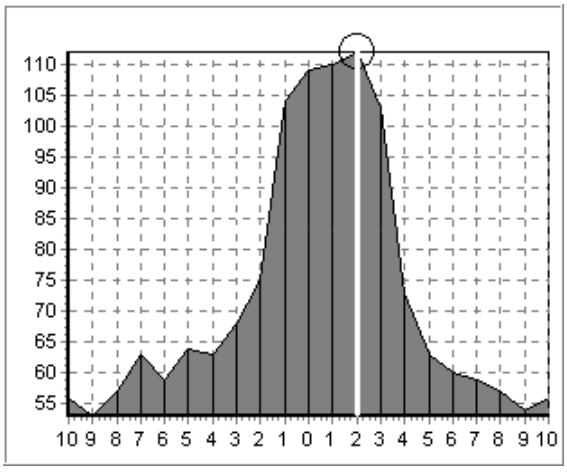

Рис. 7. Профиль яркости дуги. Поиск максимума.

2.2. Метод выделения центральных точек дуги по аппроксимации профиля параболой

Общая схема метода совпадает с предыдущей, но есть отличие. Задается количество точек, по которым следует аппроксимировать профиль параболой. В полученном профиле яркости ищется точка максимальной яркости. Выбирается уровень яркости, соответствующий этой точке. Уровень понижается постепенно с шагом в одну градацию яркости до тех пор, пока количество точек, находящихся выше него не превысит заданного значения. Если после одного шага понижения уровня количество точек, находящихся выше него, резко возрастает, то это расценивается как низкий контраст изображения. В этом случае итерации прекращаются, и происходит возврат к предыдущему уровню яркости. Точки, лежащие выше полученного уровня яркости аппроксимируются по МНК параболой (рис. 8).

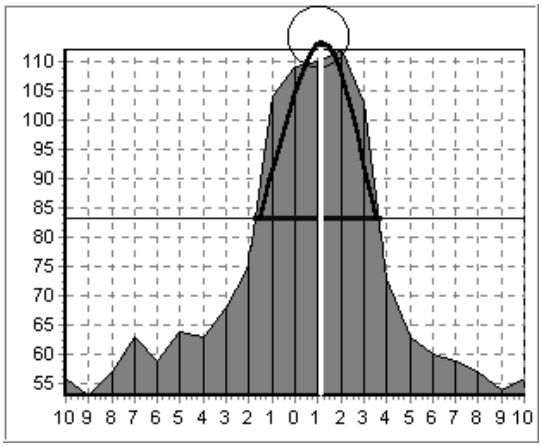

Рис. 8. Профиль яркости дуги. Аппроксимация параболой.

В нашем случае критериальная функция равна [3]:

$$J = \sum_{i=1}^{N} \left[Ax_i^2 + Bx_i + C - y_i \right]^2 \to \min \qquad (1)$$

После приравнивания нулю частных производных по неизвестным параметрам *A, B, C* получается система *линейных* уравнений:

$$\begin{cases} A\sum_{i=1}^{N} x_i^4 + B\sum_{i=1}^{N} x_i^3 + C\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = \sum_{i=1}^{N} y_i x_i^2 \\ A\sum_{i=1}^{N} x_i^3 + B\sum_{i=1}^{N} x_i^2 + C\sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{N} y_i x_i \\ A\sum_{i=1}^{N} x_i^2 + B\sum_{i=1}^{N} x_i + CN = \sum_{i=1}^{N} y_i \end{cases}, \qquad (2)$$

откуда вычисляются коэффициенты A, B, C в уравнении параболы: $y=Ax^2+Bx+C$. Зная уравнение параболы, вычисляется координата ее вершины: $x = -\frac{B}{2A}$. Эта точка принимается принадлежащей центру ширины дуги.

3. Нахождение радиуса кривизны дуги

Предположим, что точки центра ширины дуги найдены. Как следует из оптической схемы (рис. 5) изображение щели лежит на сфере. Он формируется освещающим щелевидным пучком и фиксируется видеокамерой. Наилучшим способом было бы располагать камеру перпендикулярно пучку. При таком размещении нет искажения формы дуги, и камера бы фиксировала часть дуги окружности. Но в таком случае в камеру попадает слишком мало света, отраженного от освещаемой сферической поверхности, для формирования качественного контрастного изображения. Для улучшения качества получаемого изображения необходимо размещать камеру под минимально возможным углом к освещающему пучку. С другой стороны, при уменьшении угла между камерой и пучком дуга преобразуется из дуги окружности в часть эллипса, и ее прогиб уменьшается. Часть дуги, фиксируемая камерой при перпендикулярном размещении, и так, как правило, имеет небольшой центральный угол (угол θ на рис. 6). В наших экспериментах центральный угол составлял 45-55°. При таком центральном угле прогиб дуги на изображении получается от 30 до 50 пикселов, для углов между камерой и пучком α от 40° до 80°, соответственно. При уменьшении угла между камерой и пучком этот прогиб уменьшается, что негативно сказывается на точности вычислений. Отсюда следует вывод, что для получения оптимального изображения серпа необходимо устанавливать максимально возможный угол между камерой и освещающим пучком, при котором контраст изображения еще остается приемлемым, что зависит уже от светочувствительности камеры и отражающей способности поверхности.

Итак, на изображении видна часть дуги окружности под некоторым углом α, поэтому полученные в разделе 2 точки дуги лежат не на окружности, а на эллипсе. Для компенсации этого искажения координаты дуги, лежащие на эллипсе (x, y), переводятся в координаты, лежащие на окружности (x', y') по формулам:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{\sin\alpha}, \\ y' = y \end{cases} \qquad (3)$$

где предполагается, что камера и освещающий пучок лежат в одной горизонтальной плоскости.

После этого преобразования мы имеем координаты точек дуги окружности, остается только найти ее радиус. Найти её радиус можно несколькими способами.

3.1. Комбинированный подход к нахождению радиуса аппроксимирующей окружности

Мы используем факт, что всегда существует окружность, проходящая через три *различных* точки, *не лежащих на одной прямой*. Пусть точки заданы

своими координатами $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$. Тогда можно вычислить координаты центра и радиус по формулам:

$$2x_0=\frac{(x_1^2+y_1^2)(y_2-y_3)+(x_2^2+y_2^2)(y_3-y_1)+(x_3^2+y_3^2)(y_1-y_2)}{x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)},$$
$$2y_0=\frac{(x_1^2+y_1^2)(x_2-x_3)+(x_2^2+y_2^2)(x_3-x_1)+(x_3^2+y_3^2)(x_1-x_2)}{y_1(x_2-x_3)+y_2(x_3-x_1)+y_3(x_1-x_2)}, \quad (4)$$
$$R^2=(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2.$$

На дуге имеются не три точки, а больше, что означает необходимость усреднить результаты, полученные по разным тройкам. Так как значения координат округлены, желательно брать точки, достаточно далеко лежащие друг от друга. Поэтому используем *не все* возможные тройки точек и не фиксированное число троек, взятых случайным образом, а выбираем тройки точек дуги по правилу $(x_k,y_k),\left(x_{k+\frac{N}{3}},y_{k+\frac{N}{3}}\right),\left(x_{k+\frac{2}{3}N},y_{k+\frac{2}{3}N}\right), \quad k=\overline{1,\frac{N}{3}}$,

N – число точек вдоль дуги.

По каждой тройке вычисляем координаты центра окружности, усредняем их и полученные координаты принимаем за центр аппроксимирующей окружности. Находить и усреднять радиусы нецелесообразно из-за большой погрешности. Теперь, когда центр окружности найден, радиус аппроксимирующей окружности легко находится при помощи МНК.

При критериальной функции

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left[R-\sqrt{x_i^2+y_i^2}\right]^2\to\min \quad (5)$$

имеем средний арифметический радиус

$$R=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sqrt{x_i^2+y_i^2}. \quad (6)$$

А при критериальной функции

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left[R^2-(x_i^2+y_i^2)\right]^2\to\min \quad (7)$$

имеем средний квадратичный радиус

$$R^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i^2+y_i^2). \quad (8)$$

В формулах (5-8) предполагается, что начало координат перенесено в центр окружности.

Этот подход был применен самым первым из-за своей наглядности и простоты вывода формул и программирования. Его недостатком является субъективный выбор принципа формирования троек точек, т.е. не все точки дуги равноценны при получении окончательного результата.

3.2. Аппроксимация окружностью по МНК

Мы имеем набор точек, лежащих на дуге окружности. Если записать уравнение дуги окружности в явном виде $y=\sqrt{R^2-(x-x_0)^2}+y_0$, то критериальной функцией будет:

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left[y_0+\sqrt{R^2-(x_i-x_0)^2}-y_i\right]^2\to\min. \quad (9)$$

После приравнивания нулю частных производных по неизвестным параметрам x_0,y_0,R и после преобразований получается система *нелинейных* уравнений:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{N}\frac{(y_0-y_i)x_i}{\sqrt{R^2-(x_i-x_0)^2}}+\sum_{i=1}^{N}x_i=0\\ \sum_{i=1}^{N}\left[y_0-\sqrt{R^2-(x_i-x_0)^2}-y_i\right]=0,\\ \sum_{i=1}^{N}\frac{(y_0-y_i)}{\sqrt{R^2-(x_i-x_0)^2}}+N=0\end{cases} \quad (10)$$

из которой можно найти неизвестные x_0,y_0,R, решая систему одним из численных методов.

Решение нелинейной системы – задача не простая, поэтому был предложен другой подход: записывается уравнение не дуги окружности, а всей окружности в общем виде, что позволило упростить систему уравнений и свести ее уже к линейной системе.

Запишем уравнение кривой второго порядка в общем виде:

$$x^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0. \quad (11)$$

Уравнение окружности в общем виде записывается следующим образом:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2. \quad (12)$$

Приведем уравнение (12) к виду (11), получим:

$$x^2+y^2-2x_0x-2y_0y+\left(x_0^2+y_0^2-R^2\right)=0. \quad (13)$$

Из (13) получим следующую критериальную функцию:

$$J=\sum_{i=1}^{N}\left[x^2+y^2-2(x_0x+y_0y)+x_0^2+y_0^2-R^2\right]^2\to\min. \quad (14)$$

После приравнивания нулю частных производных по неизвестным параметрам x_0,y_0,R и преобразования выражений можем записать уже *линейную* систему уравнений для неизвестных x_0,y_0:

$$\begin{cases} 2x_0\left[\sum_{i=1}^{N}x_i^2-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2\right] & +2y_0\left[\left(\sum_{i=1}^{N}x_iy_i\right)-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N}y_i\right)\right]-\sum_{i=1}^{N}x_i^3+\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)\sum_{i=1}^{N}\left(x_i^2+y_i^2\right)-\sum_{i=1}^{N}x_iy_i^2=0 \\ 2x_0\left[\sum_{i=1}^{N}x_iy_i-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N}y_i\right)\right]+2y_0\left[\left(\sum_{i=1}^{N}y_i^2\right)-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}y_i\right)^2\right] & -\sum_{i=1}^{N}y_i^3+\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}y_i\right)\sum_{i=1}^{N}\left(x_i^2+y_i^2\right)-\sum_{i=1}^{N}x_i^2y_i=0 \end{cases}. \quad (15)$$

Найдя отсюда x_0, y_0, можно найти радиус *R* из соотношения:

$$R^2=x_0^2+y_0^2-x_0\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i-y_0\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}y_i+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i^2+y_i^2\right). \quad (16)$$

В этом подходе все имеющиеся точки дуги равноценны в вычислениях.

4. Исследование методов выделения центральных точек по ширине дуги и нахождения радиуса кривизны

Для сравнения описанных методов с помощью экспериментальной установки была получена серия изображений щели. Был взят стальной шар с радиусом 6,55 мм (радиус кривизны роговицы глаза 6,8 – 8 мм). Изображения пучка фиксировались камерой под разными углами (42°, 49°, 54°, 62°, 74°, 85°). При каждом положении камеры снималось по десять изображений. Получившаяся серия из 60 изображений обрабатывалась всеми четырьмя способами. Результаты обработки приведены в таблице 1.

Таблица 1. Погрешность определения радиуса шарика разными методами.

Выделение точек дуги	Нахождение радиуса	Среднеквадратичная ошибка σ, мм	Относительная погрешность ε, %
По максимуму профиля	По трем точкам	1,15	17,5
По максимуму профиля	МНК	0,35	5,4
Аппроксимация профиля	По трем точкам	0,78	11,9
Аппроксимация профиля	МНК	0,34	5,2

Как было показано в разделе 3, на погрешность определения радиуса кривизны влияет угол α между освещающим пучком и камерой. На экспериментальной серии изображений можно проследить характер этой зависимости на графиках, которые приведены на рис. 9, 10.

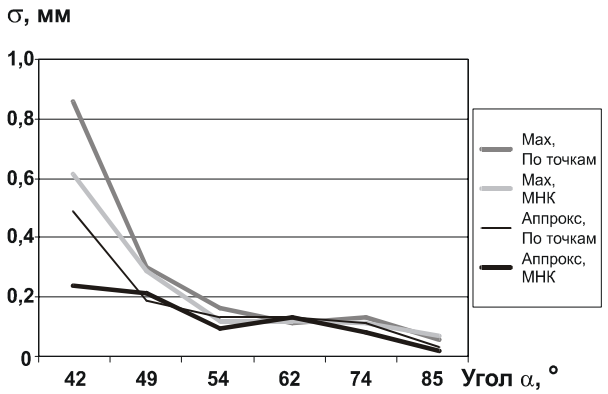

Рис. 9. Зависимость среднеквадратичной ошибки определения радиуса от угла наблюдения α.

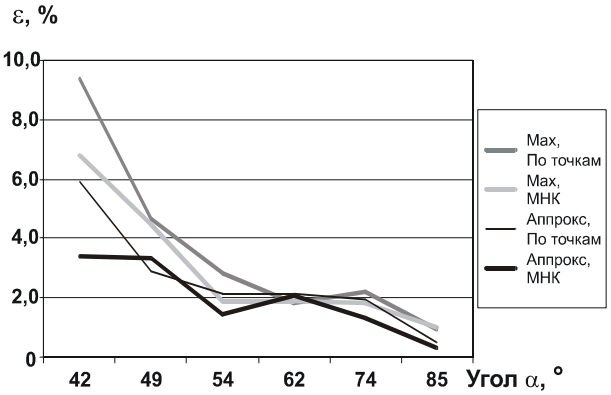

Рис. 10. Зависимость относительной погрешности определения радиуса от угла наблюдения α.

На рис. 11 показаны зависимости относительной погрешности ε от центрального угла дуги θ (рис. 6) для разных методов. Видно, что лучшим методом выделения точек дуги является аппроксимация профиля параболой, при этом способы вычисления радиуса по полученным точкам различаются незначительно. При использовании этого метода для углов θ больше 30° ошибка не превышает 2%.

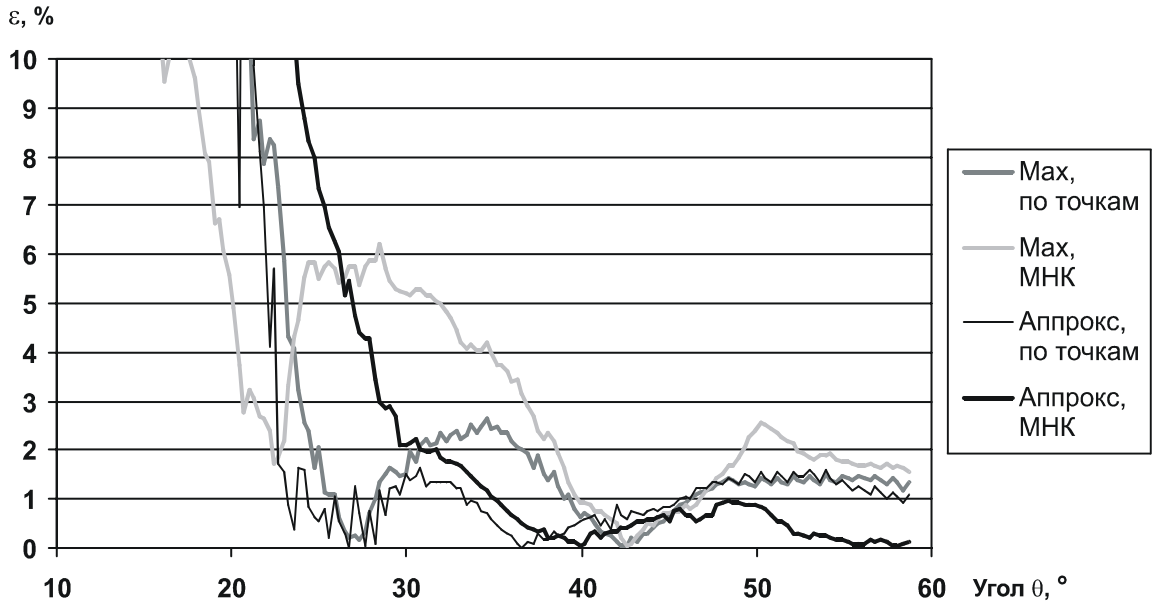

Рис. 11. Зависимость относительной погрешности определения радиуса кривизны от центрального угла θ изображения дуги (при α=74°).

Заключение

В данной работе получены следующие результаты:

- Разработана оптическая схема для ввода в компьютер изображения щели на сферической поверхности.
- Проведено сравнение различных методов цифровой обработки участка эллиптической дуги с целью определения радиуса сферической поверхности.
- Экспериментально по 10 кадрам определен радиус металлического шарика (6,55 мм) с точностью 2% для угла α=62°.

Литература

1. Березинская Д.И. Основы офтальмологической диагностики. – М.: Медгиз, 1957.
2. Аветисов Э.С. Близорукость. – М.: Медицина, 1986.
3. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 509 с.