## ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

## МЕХАНИЗМ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ В ПЛАНАРНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СЕКАНСНОЙ ЛИНЗЕ

Котляр В.В., Ковалёв А.А., Налимов А.Г., Триандафилов Я.Р.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет),

Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН

#### Аннотация

Получено интегральное представление для ТЕ-волны в 2D среде от точечного источника, находящегося вне этой среды (линия раздела сред – прямая), и аналогичное представление для светового поля за плоскопараллельной пластиной. При этом выделено три типа волн, дающих вклад в световое поле: распространяющиеся волны, поверхностные волны первого и второго типов. Произведено сравнение числовых апертур рефракционных линз ближнего поля (SIL, NAIL) и планарной гиперболической секансной линзы, показано, что они близки между собой и отличаются для кремния всего на 5%. Моделирование с помощью программы FullWAVE показало, что добавление к градиентной гиперболической секансой линзе субволновой дифракционной решётки или замена такой линзы её бинарным аналогом приводят к уменьшению ширины фокусного пятна на 10% и 20% по сравнению с дифракционным пределом в данной среде.

<u>Ключевые слова</u>: сверхразрешение, градиентная линза, секансная линза, линзы ближнего поля.

#### Введение

С помощью ДОЭ совместно с фокусирующей рефракционной оптикой дальнего поля можно достичь сверхразрешения, например, получить фокусное пятно с диаметром по полуспаду интенсивности, равным FWHM = 0,44 $\lambda$  [1], где  $\lambda$  – длина волны света в вакууме, вместо дифракционного предела (FWHM =  $0,51\lambda$ ). Но при этом боковые лепестки дифракционной картины в фокусе будут превышать по интенсивности значение 0,1 от величины интенсивности в фокусе. Можно достичь ещё меньшего значения диаметра фокуса в дальней зоне, но при этом будет возрастать доля световой энергии в боковых лепестках так, что их интенсивность может сравниться или превысить интенсивность в фокусе [2]. Заметим, что дифракционных пределов разрешения в оптике известно несколько: это предел разрешения Рэлея 0,61*λ*/*NA* [3], предел Хьюстона 0,5λ/NA и предел Спарроу 0,475λ/NA [4], где NA – числовая апертура фокусирующей системы. Мы будем пользоваться своими пределами разрешения, которые определяются для 3D полей по полуспаду квадрата функции Эйри (0,51 $\lambda$ /NA), а для 2D полей по полуспаду *sinc*-функции (0,44 $\lambda$ /*NA*).

Чтобы преодолеть предел разрешения без увеличения боковых лепестков, следует приблизить оптический элемент к источнику света. Эту область оптики исследует микроскопия ближнего поля [5]. Если исключить из рассмотрения металлические поверхности и поверхностные плазмоны [6], которые позволяют достигать разрешения  $\lambda/50$ , а остаться в рамках рефракционной и градиентной оптики, то высокого разрешения можно добиться с помощью линз ближнего поля: SIL (solid immersion lens) [7], NAIL (numerical aperture immersion lens) [8-10] и nSIL (nano solid immersion lens) [3,11].

С помощью SIL экспериментально для длины волны  $\lambda = 633$  нм и полусферы из стекла LASFN9 с радиу-

сом 5 мм и показателем преломления n = 1,845 было получено разрешение FWHM = 190 нм = 0,298 $\lambda$  [7]. С помощью полусферы из кремния для NAIL радиусом 1,6 мм было экспериментально получено разрешение FWHM = 250 нм =  $0,23\lambda$  (теоретический предел для кремния FWHM = 0,147 $\lambda$  при n = 3,4 и  $\lambda = 1$  мкм) [8]. В более поздней работе [9] удалось с помощью кольцевой апертуры и кремниевой NAIL достичь разрешения FWHM = 145 нм = 0,11 $\lambda$  ( $\lambda$  = 1,3 мкм). В случае, если линза освещается кольцевым пучком, то в фокусе формируется Бесселев пучок, для которого предел разрешения равен FWHM =  $0.36\lambda/NA$ . С помощью оптики ближнего поля (nSIL) на модельных примерах показано, что для полусферы радиусом 1-2 мкм [3] из стекла (n = 1.6) можно получить фокусное пятно диаметром FWHM = 126 нм =  $0,235\lambda$  ( $\lambda = 532$  нм) [11]. Заметим, что рефракционная оптика ближнего поля увеличивает числовую апертуру уже сходящегося светового пучка, а при распространении света от источника эта оптика способна только собрать свет, но для фокусировки света требуется дополнительная оптика.

Известны градиентные линзы ближнего поля, которые способны одновременно и собирать свет от источника, и фокусировать его вблизи своей выходной поверхности. Так, в [12] с помощью моделирования показано, что кремниевая градиентная оптика ближнего поля (планарная гиперболическая секансная линза) позволяет сфокусировать свет в фокусное пятно с диаметром FWHM =  $0,131\lambda$ . Это меньше дифракционного предела 2Dв среле FWHM =  $0,44\lambda/n = 0,147\lambda$ . Было показано также [13], что такая планарная градиентная линза ближнего поля способна разрешить два точечных источника, разделённых расстоянием 150 нм ( $\lambda = 1$  мкм), то есть было достигнуто сверхразрешение 0,15 . Предел разрешения Аббе равен 0,5 .

В данной работе описывается механизм достижения сверхразрешения с помощью оптики ближнего поля, в том числе с помощью градиентной планарной линзы. Показано, что часть неоднородных исчезающих волн от точечного источника (поверхностные волны первого типа,  $k < k_x < nk$ , где k и  $k_x$ волновое число в вакууме и проекция волнового вектора на поперечную ось х, *n* – показатель преломления среды) туннелируют в среду (в линзу), преобразуются в моды этой среды и дают вклад в формирование изображения источника, наряду с обычными распространяющимися волнами ( $0 < k_x < k$ ). В оптике дальнего поля поверхностные волны первого типа не достигают изображения источника. Поверхностные волны источника второго типа  $(k_x > nk)$  преобразуются в поверхностные волны среды и распространяются вдоль входной поверхности линзы. Выходной поверхности линзы, где формируется изображение, достигают только экспоненциально затухающие «хвосты» этих поверхностных волн.

Получено интегральное представление для ТЕ-волны в 2D среде от точечного источника, находящегося вне этой среды (линия раздела сред – прямая), и аналогичное представление для светового поля за плоскопараллельной пластиной. Произведено также сравнение числовых апертур рефракционных линз ближнего поля (SIL, NAIL) и планарной гиперболической секансной линзы, показано, что они близки между собой и отличаются для кремния всего на 5%. Моделированием с помощью программы Full-WAVE показало, что добавление к градиентной гиперболической секансой линзе субволновой дифракционной решётки или замена такой линзы её бинарным аналогом приводят к уменьшению ширины фокусного пятна на 10% и 20% по сравнению с дифракционным пределом в данной среде.

## 1. Туннелирование неоднородных волн источника в среду

В двумерном (2D) случае напряжённость электрического поля монохроматической ТЕ-волны на расстоянии *z* от начальной плоскости имеет вид:

$$E_{1}(x,z) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{0}(x',z=0) \times \exp\left[-ik\xi(x'-x) + ikz\sqrt{1-\xi^{2}}\right] dx' d\xi.$$
(1)

Если источник в начальной плоскости точечный:

$$E_0(x, z=0) = E_0 \delta\left(\frac{kx}{2\pi}\right),\tag{2}$$

где  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака, то амплитуда поля на расстоянии *z* будет равна сумме плоских волн и неоднородных затухающих волн:

$$E_{1}(x,z) = E_{0} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-ik\xi x + ikz\sqrt{1-\xi^{2}}\right] d\xi.$$
 (3)

Заметим, что так как функция Ханкеля нулевого порядка и первого рода имеет вид [14]

$$H_{0}^{1}(k\sqrt{x^{2}+z^{2}}) = = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[-ik\xi x + ikz\sqrt{1-\xi^{2}}\right]}{\sqrt{1-\xi^{2}}} d\xi,$$
(4)

то (3) можно выразить через производную функции Ханкеля:

$$E_1(x,z) = -\frac{i\pi}{k} \frac{\partial}{\partial z} H_0^1(k\sqrt{x^2 + z^2}) .$$
(5)

Пусть на пути излучения, на расстоянии z от источника появляется граница раздела двух сред. То есть излучение от источника проходит в среду с показателем преломления n. Тогда в среде на расстоянии z от источника амплитуда электрического вектора будет равна

$$E_{2}(x,z) =$$

$$= E_{0}\int_{-\infty}^{\infty} T_{1}(\xi) \exp\left[-ik\xi x + ikz\sqrt{n^{2} - \xi^{2}}\right] d\xi,$$
(6)

где

$$T_{1}(\xi) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{1-\xi^{2}}}{\sqrt{1-\xi^{2}} + \sqrt{n^{2}-\xi^{2}}}, & 0 < |\xi| < 1, \\ \frac{2i\sqrt{\xi^{2}-1}}{i\sqrt{\xi^{2}-1} + \sqrt{n^{2}-\xi^{2}}}, & 1 < |\xi| < n, \\ \frac{2\sqrt{\xi^{2}-1}}{\sqrt{\xi^{2}-1} + \sqrt{\xi^{2}-n^{2}}}, & |\xi| > n. \end{cases}$$
(7)

Величины  $T_1(\xi)$  представляют собой коэффициенты, полученные по формулам Френеля для трёх различных случаев: преобразование распространяющейся плоской волны в распространяющуюся плоскую волну; преобразование затухающей плоской волны в распространяющуюся плоскую волну; преобразование затухающей плоской волны в затухающую плоскую волну в среде.

Действительно, из (7) видно, что распространяющиеся волны от точечного источника в среде сn = 1 и с  $0 < |\xi| < 1$ , где  $\xi = k_x/k$ , войдуг в среду под углами  $0 < \theta < \theta_1$ , где  $\theta_1 = \arcsin(1/n)$ , и будут далее распространяться в среде с n > 1. Поверхностные волны первого типа от источника с проекцией волнового числа в диапазоне  $1 < |\xi| < n$  войдуг в среду под углами  $\theta_2(\xi) = \arcsin(\xi/n),$ лежащими в диапазоне  $\theta_1 < \theta_2(\xi) < \pi/2$ , так как максимальный угол  $\theta_2(\xi)$  равен  $\pi/2$  при  $\xi = n$ . Эти волны, преобразованные из поверхностных затухающих в распространяющиеся, будут и дальше распространяться в среде с n > 1. Оставшиеся поверхностные волны (второго типа) от источника с  $|\xi| > n$  будут поверхностными волнами среды и будут распространяться вдоль границы раздела.

## 2. Числовая апертура гиперболической секансной линзы

Рассмотрим двумерную гиперболическую секансную (ГС) линзу, показатель преломления которой имеет вид:

$$n(x) = \frac{n}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi x}{2L}\right)},$$
(8)

429

где *n* – показатель преломления на оси линзы, *L* – длина линзы, а *x* – координата в поперечной плоскости.

Числовая апертура ГС-линзы может быть найдена из уравнения луча в градиентной среде:  $n(x)\cos\theta(x) = \text{const}$ , где  $\theta$  – угол между касательной к лучу и оптической осью *z*. Пусть луч падает на линзу параллельно оптической оси на расстоянии x = R от неё, где R – радиус ГС-линзы, который может быть найден из условия n(R) = 1:  $R = \operatorname{arcch}(n)$ . Тогда уравнение луча примет вид:  $n\cos\theta_0 = n(R)\cos\theta(R) = 1$ , где  $\theta_0$  – угол между касательной к лучу и оптической осью *z* в точке пересечения луча с осью. Отсюда следует, что  $\cos\theta_0 = 1/n$ , т.е. числовая апертура ГС-линзы равна  $NA = n\sin\theta_0 = (n^2 - 1)^{V^2}$ .

Так как числовая апертура такой линзы равна  $NA = (n^2 - 1)^{1/2} = n \sin \theta_0$ , где  $\theta_0 = \arcsin [(n^2 - 1)^{1/2}/n]$ , то плоские волны с углами распространения  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , меньшими  $\theta_0$ , будут давать вклад в фокусное пятно на выходе ГС-линзы. Найдём максимальное  $\xi_{\text{max}}$  для световых волн, которые участвуют в формировании фокуса ГС-линзы. Исходим из равенства  $\theta_2(\xi_{\text{max}}) = \theta_0$ , тогда получим  $\arcsin (\xi/n) = \arcsin \left[ (n^2 - 1)^{1/2}/n \right]$ . Из последнего равенства следует выражение  $\xi_{\text{max}} = (n^2 - 1)^{1/2}$ . Для кремния и длины волны  $\lambda = 1550$  нм получим  $\xi_{\text{max}} = 3,32$ , так как n = 3,47. Тогла минимальный диаметр по полуспалу интенсив-

 $\lambda = 1550$  нм получим  $\zeta_{max} = 3,32$ , так как n = 3,47. Тогда минимальный диаметр по полуспаду интенсивности фокусного пятна на выходе планарной ГС-линзы будет равен (n = 3,47):

$$FWHM = 0,44 \frac{1}{NA} = 0,44 \frac{\lambda}{\sqrt{n^2 - 1}} = 0,44 \frac{\lambda}{\xi_{\text{max}}} = 0,133\lambda.$$
<sup>(9)</sup>

Теоретический предел разрешения (в планарном случае), который можно получить с помощью твёрдотельной иммерсионной оптики ближнего поля: SIL (solid immersion lens) [7], NAIL (numerical aperture increasing lens) [8] – равен (n = 3,47):

FWHM = 
$$0,44\frac{\lambda}{n} = 0,127\lambda$$
. (10)

$$T_{2}(\xi) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{(1-\xi^{2})(n^{2}-\xi^{2})}}{2\sqrt{(1-\xi^{2})(n^{2}-\xi^{2})}\cos A - i(n^{2}+1-2\xi^{2})\sin A}, \\ \frac{2\sqrt{(\xi^{2}-1)(n^{2}-\xi^{2})}}{2\sqrt{(\xi^{2}-1)(n^{2}-\xi^{2})}\cos A - (n^{2}+1-2\xi^{2})\sin A}, \\ \frac{2\sqrt{(\xi^{2}-1)(\xi^{2}-n^{2})}}{2\sqrt{(\xi^{2}-1)(\xi^{2}-n^{2})}\cosh B - (n^{2}+1-2\xi^{2})\sin B}, \end{cases}$$

 $A = iB = kd (n^2 - \xi^2)^{1/2}$ . Величины  $T_2(\xi)$ , как и  $T_1$  в формуле (7), представляют собой коэффициенты, полученные по формулам Френеля для трёх различных случаев. Из (13) следует, что распространяющиеся от источника плоские волны ( $0 < |\xi| < 1$ )

Выражение (10) следует из того, что числовая апертура для SIL и NAIL

$$NA_{SIL} = n\sin\theta \le NA_{NAIL} = (n^2 - \cos^2\theta)^{1/2}$$

в пределе ( $\theta \rightarrow \pi/2$ ) стремится к  $NA_{max} = n$ . Предельное фокусное пятно (10) всего на 5% меньше, чем фокусное пятно ГС-линзы (9). Оценим максимальный угол, под которым распространяются лучи в ГС-линзе. Распространяющиеся плоские волны от источника с относительной проекцией волновых векторов из интервала 0 < |ξ| < 1 преобразуются в однородной среде (n = 3,47) также в распространяющиеся волны, идущие под углами в диапазоне  $0 < \theta < \theta_1 = \arcsin(1/n) \cong 17^\circ$ , а максимальный угол (к оптической оси), под которым могут распро-ГС-линзе, страняться лучи В равен:  $\theta_0 = \arcsin\left[\left(n^2 - 1\right)^{1/2} / n\right] \cong 74^\circ.$ 

Заметим, что если SIL или NAIL освещать кольцевым световым пучком, то в фокусе возникнет картина дифракции, описываемая не функцией Эйри (и не *sinc*-функцией в 2D случае), а функцией Бесселя нулевого порядка. Поэтому теоретический предел разрешения в среде будет равен:

FWHM = 
$$0.36 \frac{\lambda}{n} = 0.104 \lambda$$
. (11)

#### 3. Три типа волн, распространяющихся в гиперболической секансной линзе

Но не все волны, вошедшие в ГС-линзу, выйдут из неё. Если среда, в которую входят волны от источника, имеет конечные размеры вдоль оптической оси z, то пусть это будет плоскопараллельная пластина толщиной d. Тогда волны, прошедшие эту пластину, на выходе из неё будут описываться выражением:

$$E_{3}(x,z) =$$

$$= E_{0} \int_{-\infty}^{\infty} T_{2}(\xi) \exp\left[-ik\xi x + ikz\sqrt{1-\xi^{2}}\right] d\xi,$$
(12)

где

$$0 < |\xi| < 1,$$
  
 $1 < |\xi| < n,$  (13)  
 $|\xi| > n,$ 

пройдут сквозь пластину и опять будут распространяться за пластиной под теми же углами (среда перед и после пластины – воздух n = 1). Поверхностные волны первого типа  $(1 < |\xi| < n)$  преобразуются в моды внутри плоскопараллельной пластины и в по-

верхностные волны на противоположной (от источника) поверхности пластины. То есть эти волны не будут распространяться в пространстве за пластиной. Поверхностные волны второго типа ( $|\xi| > n$ ) преобразуются в поверхностные волны на ближайшей (кисточнику) стороне пластины, и до противоположной стороны пластины будут «доставать» только их экспоненциально затухающие «хвосты». Поэтому в ГС-линзе центральные лучи от источника, распространяющиеся в ГС-линзе под углами к оптической оси меньшими, чем  $\theta_1 = \arcsin(1/n) \cong 17^\circ$ для n = 3,47, будут проходить через линзу и далее распространяться за линзой. А поверхностные волны первого типа будуг распространяться от источника в ГС-линзе, как в кольцевом резонаторе [13], и не будуг выходить из неё. Поверхностные волны второго типа будуг распространяться от источника, как поверхностные волны ГС-линзы, рассеиваясь частично на её острых углах, так как линза не является плоскопараллельной пластиной и ограничена по поперечным координатам.

Поэтому если считать, что фокусное пятно в ГС-линзе создаётся только распространяющимися волнами с максимальным наклоном, равным  $\theta_1$ , то ширина фокуса должна быть равной (n = 3,47;  $\theta_1 = 17^\circ$ ) FWHM =  $0,44\lambda/n\sin\theta_1 = 0,43\lambda$ . А если учесть, что в формирование фокуса вносят существенный вклад поверхностные волны первого типа, которые распространяются в ГС-линзе с максимальным наклоном к оптической оси, равным  $\theta_0 = 74^\circ$ , то диаметр фокусного пятна должен быть равен FWHM =  $0,44\lambda/n\sin\theta_0 = 0,132\lambda$ . Эта цифра хорошо согласуется с результатами моделирования [12] и с формулой (9), которая, собственно, приводит к тому же результату, только другим путём.

На рис. 1 показана характерная зависимость ширины фокусного пятна от ширины спектра плоских волн, дающих вклад в этот фокус, согласно формуле (9).



Рис. 1. Зависимость диаметра изображения точечного источника (9) от ширины спектра плоских волн, включая поверхностные исчезающие волны, достигающих плоскости изображения

Таким образом, если моделирование покажет, что диаметр пятна в ГС-линзе меньше дифракционного предела в среде (10), то это означает, что в формировании этого фокусного пятна участвуют поверхностные волны второго типа.

#### Компьютерная оптика, том 34, № 4

## 4. Числовые апертуры оптики ближнего поля

Сравним числовые апертуры линз ближнего поля (SIL и NAIL) и ГС-линзы. В разделе 2 кратко это уже было сделано. Пусть в вакууме распространяется сходящийся световой пучок с числовой апертурой  $NA = \sin \theta$ , где  $\theta$  – максимальный угол, который образуют лучи этого пучка с оптической осью. Если такой пучок войдёт в среду с показателем преломления *n* и плоской границей раздела сред, то его числовая апертура не изменится  $NA = n \sin \beta = \sin \theta$ , где В – максимальный угол лучей этого пучка в среде. Для того чтобы увеличить числовую апертуру исходного пучка, используют SIL. Это полусфера из материала с показателем преломления n, расположенная своей сферической поверхностью к падающим лучам таким образом, чтобы лучи падали на эту поверхность нормально (рис. 2а). Тогда лучи сходящегося пучка соберутся в фокус в центре полусферы и числовая апертура светового пучка внутри этой полусферы будет равна  $NA_{SIL} = n \sin \theta$ . Таким образом с помощью оптики ближнего поля (ближнее поле потому, что фокус формируется на плоской поверхности полусферы) можно в *n* раз увеличить числовую апертуру исходного светового пучка или в *п* раз уменьшить диаметр фокусного пятна.



в SIL (a) и NAIL (б)

Другой тип линзы ближнего поля – NAIL – позволяет ещё более увеличить числовую апертуру пучка. В отличие от SIL на пути лучей сходящегося светового пучка располагается сегмент сферы (меньше полусферы). При этом лучи должны падать на сферическую поверхность таким образом, чтобы их угол с оптической осью был меньше угла, образованного с этой осью нормалью к сферической поверхности, проходящей через точку пересечения луча со сферой. При этом к сегменту сферы следует добавить цилиндр радиусом как у сферы и высотой Н, сделанный из того же материала, что и сфера. Цилиндр подбирается таким образом, чтобы лучи фокусировались как раз на пересечении его задней плоскости с оптической осью. Пусть сфера (шар) имеет радиус R, высота сегмента D < R, тогда если высота цилиндра находится из уравнения D+H=R(1+1/n), то фокус сформируется на выходной (для лучей) плоскости цилиндра (рис. 26). На рис. 26 видно, что луч преломляется в линзе и пересекает оптическую ось под углом большим, чем угол в у падающего на линзу луча. При этом, если числовая апертура падающего на NAIL светового пучка

была равна  $NA = \sin \theta$ , то числовая апертура пучка лучей в цилиндре, сходящихся на выходной плоской поверхности, будет равна  $NA_{NAIL} = (n^2 - \cos^2 \theta)^{1/2}$ . Можно показать, что  $NA_{NAIL} \ge NA_{SIL}$ . Если сравнить эти числовые апертуры с числовой апертурой ГС-линзы  $NA = (n^2 - 1)^{1/2} = n \sin \theta_0$ , то различие будет небольшое: максимальная числовая апертура для рефракционной оптики ближнего поля  $NA_{NAIL} = NA_{SIL} = n = 3,47$  отличается от числовой апертуры градиентной линзы  $NA = (n^2 - 1)^{1/2} = 3,32$ всего на 5%. Однако заметим, что линзы SIL и NAIL только собирают свет от источника и преобразуют поверхностные волны первого типа в распространяющиеся волны, но не фокусируют собранный свет. Для последующей фокусировки требуется дополнительная рефракционная оптика. В отличие от этого ГС-линза и собирает свет от источника, и фокусирует его на своей выходной поверхности.

## 5. Уменьшение фокусного пятна с помощью модуляции показателя преломления

В недавних работах [15,16] показано численно, что с помощью субволновых дифракционных решёток можно поверхностные волны от источника преобразовать в распространяющиеся волны и достичь сверхразрешения  $\lambda/20$ . В [15] для этого использовались неограниченные по апертуре, уложенные друг на друга несколько дифракционных решёток с разным субволновым периодом, а в [16] использовалась металлическая субволновая дифракционная решётка с очень большой диэлектрической проницаемостью ( $\varepsilon = -100$ ). Однако в этих работах не использовался оптический элемент для фокусировки света.

Моделирование с помощью программы FullWAVE, реализующей FDTD-метод, показало, что добавление к градиентной ГС-линзе субволновой дифракционной решётки или выполнение ГС-линзы в бинарном виде с субволновыми неоднородностями приводит к уменьшению ширины фокусного пятна на 10% и 20%.

На рис. 3 показан в серых тонах профиль показателя преломления ГС-линзы (a) и распределение интенсивности на выходе из линзы ( $\delta$ ). Ширина фокусного пятна на рис. З $\delta$  равна

FWHM =  $191 \text{ HM} = 0.123\lambda$ ,

λ = 1,55 мкм. Это значение немного меньше дифракционного предела в кремнии (10), что доказывает, что в формировании фокусного пятна в ГС-линзе участвуют поверхностные волны второго типа.

На рис. 4 показана та же ГС-линза, что и на рис. 3, но в верхней её части (на выходе) имеется субволновая дифракционная решётка (*a*), а на рис. 4*б* показано распределение интенсивности на выходе из этой линзы. Ширина фокусного пятна на рис. 4*б* равна FWHM = 177 нм = 0,114 $\lambda$ . Это на 8 % меньше, чем ширина фокуса на рис. 3*б*, и на 10% меньше дифракционного предела (10).



в градиентной ГС-линзе (a) (на оси показатель преломления 3,47), горизонтальный размер – 4,8 мкм, вертикальный – 2 мкм. Свет распространяется вертикально. И поперечное распределение интенсивности |E/<sup>2</sup> на выходе из линзы (на расстоянии 10 нм от неё) (б)

Рассмотрим двумерную зонную линзу, размеры зон которой подобраны таким образом, что эффективный показатель преломления описывается формулой (7). Такую зонную линзу будем называть бинарной ГС-линзой.

На рис. 5 показан профиль градиентной и бинарной ГС-линз. Радиус линзы разбит на отрезки  $[x_m, x_{m+1}], m = 0, 1, 2, ..., M$ , в каждом из которых подобрана точка  $x_m < x_m^{\ b} < x_{m+1}$  такая, что на отрезке  $[x_m, x_m^{\ b}]$  материал линзы – кремний, а на отрезке  $[x_m^{\ b}, x_{m+1}]$  – воздух. Точка  $x_m^{\ b}$  выбирается так, чтобы аппроксимировать показатель преломления (8):

$$\int_{x_{m+1}}^{x_{m+1}} n(x) = n_0 \left( x_m^b - x_m \right) + \left( x_{m+1} - x_m^b \right).$$
(14)

На рис. 6*а* показана бинарная ГС-линза, полученная по формуле (14) для линзы на рис. 3*a*, а на рис. 6*б* – распределение интенсивности в фокусе на выходе из этой линзы. Ширина фокусного пятна на рис. 6*б* равна FWHM = 159 нм = 0,102 $\lambda$ . Это на 17 % меньше, чем ширина фокуса на рис. 3*б* и на 20% меньше дифракционного предела (10). То есть в формирование фокусного пятна (рис. 6*б*) на выходе бинарной ГС-линзы, согласно графику на рис. 1, на 20% вносят вклад поверхностные волны второго типа ( $k_x > nk$ ).

#### Заключение

- В работе получены следующие результаты:
- в интегральном представлении амплитуды ТЕ-волны светового поля от точечного источника в 2D

среде и за плоскопараллельной пластиной выделены три слагаемых, описывающих три типа световых волн: распространяющиеся волны и поверхностные (неоднородные затухающие) волны первого и второго типов;



Гис. 4. Гаспреоеление показателя преломления в градиентной ГС-линзе (а) (на оси показатель преломления 3,47), горизонтальный размер – 4,8 мкм, вертикальный – 2 мкм. В верхней части ГС-линзы имеется дифракционная решётка глубиной 0,4 мкм с периодом 0,2 мкм и шириной канавок 0,05 мкм (внутри канавок – воздух). Свет распространяется снизу вверх. И поперечное распределение интенсивности  $|E|^2$ на выходе из линзы (на расстоянии 10 нм от неё) (б)



Рис. 5. Профили показателя преломления градиентной (пунктирная линия) и бинарной (сплошная линия) ГС-линз. Заштрихованные области – кремний

- произведено сравнение числовых апертур рефракционных линз ближнего поля (SIL, NAIL) и планарной гиперболической секансной линзы и показано, что они близки между собой и отличаются для кремния всего на 5%;
- моделированием с помощью программы Full-WAVE показано, что добавление к градиентной гиперболической секансой линзе субволновой дифракционной решётки или замена такой линзы её

бинарным аналогом приводят к уменьшению ширины фокусного пятна на 10% и 20% по сравнению с дифракционным пределом в данной среде; это означает, что в формирование субволнового фокусного пятна на выходе ГС-линзы на 10% и 20% дают вклад поверхностные волны второго типа.



3,47), горизонтальный размер – 4,8 мкм, вертикальный – 2 мкм, минимальная канавка – 20 нм (внутри канавок – воздух). Свет распространяется вертикально. И поперечное распределение интенсивности /E/<sup>2</sup> на выходе из линзы (на расстоянии 10 нм от неё) (б)

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (госконтракт № 14.740.11.0016), российскоамериканской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-7414.2010.9) и молодого кандидата наук (МК-64571.2010.2).

#### Литература

- Huang, K. Design of DOE for generating a needle of a strong longitudinally polarized field / K. Huang, P. Shi, X. Kang, X. Zhang [at al.] // Opt. Lett. – 2010. – V. 35, No. 7. – P. 965-967.
- Хонина, С.Н. Управление вкладом компонент векторного электрического поля в фокусе высокоапертурной линзы с помощью бинарных фазовых структур / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34, № 1. С. 58-68.
- Lee, J.Y. Near-field focusing and magnification through selfassembled nanoscale spherical lenses / J.Y. Lee [at al.] // Nature. – 2009. – V. 460,08173. – P. 498-501.
- Goldstein, D.J. Resolution in light microscopy studied by computer simulations / D.J. Godstein // J. Microsc. – 1992. – V. 166. – P. 185-197.

- Novotny, L. Principles of Nano-Optics / L. Novotny, B. Hecht. – Cambridge University Press, 2006.
- Bouhelier, A. Plasmon-coupled tip-enhanced near-field optical microscopy / A. Bouhelier, J. Renger, M.R. Beversluis, L. Novotny // J. Microsc. – 2003. – V. 210. – P. 220-224.
- Karrai, K. Enhanced reflectivity contrast in confocal solid immersion lens microscopy / K. Karrai, X. Lorenz // Appl. Phys. Lett. – 2000. – V. 77, No. 21. – P. 3459-3461.
- Ippolito, S.B. High spatial resolution subsurface microscopy / S.B. Ippolito, B.B. Goldberg, M.S. Unlu // Appl. Phys. Lett. – 2001. – V. 78, No. 26. – P. 4071-4073.
- Koklu, F.H. Subsurface microscopy of integrated circuits with angular spectrum and polarization control / F.H. Koklu, S.B. Ippolito, B.B. Goldberg, M.S. Unlu // Opt. Lett. – 2009. – V. 34, No. 8. – P. 1261-1263.
- Karabacak, D.M. Diffraction of evanescent waves and nanomechanical displacement detection / D.M. Karabacak [et al.] // Opt. Lett. – 2007. – V. 32, No. 13. – P. 1881-1883.
- Mason, D.R. Enchanced resolution beyond the Abbe diffraction limit with wavelength-scale solid immersion lenses / D.R. Mason, M.V. Jouravlev, K.S. Kim // Opt. Lett. 2010. V. 35, No. 12. P. 2007-2009.
- Котляр, В.В. Моды планарного градиентного гиперболического секансного волновода / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Я.Р. Триандафилов, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 146-155.
- Котляр, В.В. Субволновая локализация света в волноводных структурах / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, Я.О Шуюпова, А.Г. Налимов, В.А. Сойфер // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 169-186.
- 14. **Зверев, В.А.** Радиооптика / В.А. Зверев. М.: Сов. Радио, 1975. – 304 с.
- Handmer, C.J. Blazing evanescent gtrating orders: a spectral approach to beating the Rayleigh limit / C.J. Handmer, [et al] // Opt. Lett. – 2010. – V. 35, No. 17. – P. 2846-2848.
- Thongrattanasiri, S. Analytical technique for subwavelength far field imaging / S. Thongrattanasiri [et al.] // App. Phys. Lett. – 2010. – V. 97. – P. 101103.

## References

- Huang, K. Design of DOE for generating a needle of a strong longitudinally polarized field / K. Huang, P. Shi, X. Kang, X. Zhang [at al.] // Opt. Lett. – 2010. – V. 35, No. 7. – P. 965-967.
- Khonina, S.N. Controlling of the components of vectors of electrical and magnetic fields in a focus of lens with a high aperture with aim of binary phase structures /

S.N. Khonina, S.G. Volotovsky  $/\!/$  Computer optics. – 2010. – V. 34, No. 1. – P. 58-68.

- Lee, J.Y. Near-field focusing and magnification through self-assembled nanoscale spherical lenses / J.Y. Lee [at al.] // Nature. – 2009. – V. 460, 08173. – P. 498-501.
- Goldstein, D.J. Resolution in light microscopy studied by computer simulations / D.J. Godstein // J. Microsc. – 1992. – V. 166. – P. 185-197.
- Novotny, L. Principles of Nano-Optics / L. Novotny, B. Hecht. – Cambridge University Press, 2006.
- Bouhelier, A. Plasmon-coupled tip-enhanced near-field optical microscopy / A. Bouhelier, J. Renger, M.R. Beversluis, L. Novotny // J. Microsc. – 2003. – V. 210. – P. 220-224.
- Karrai, K. Enhanced reflectivity contrast in confocal solid immersion lens microscopy / K. Karrai, X. Lorenz // Appl. Phys. Lett. – 2000. – V. 77, No. 21. – P. 3459-3461.
- Ippolito, S.B. High spatial resolution subsurface microscopy / S.B. Ippolito, B.B. Goldberg, M.S. Unlu // Appl. Phys. Lett. – 2001. – V. 78, No. 26. – P. 4071-4073.
- Koklu, F.H. Subsurface microscopy of integrated circuits with angular spectrum and polarization control / F.H. Koklu, S.B. Ippolito, B.B. Goldberg, M.S. Unlu // Opt. Lett. – 2009. – V. 34, No. 8. – P. 1261-1263.
- Karabacak, D.M. Diffraction of evanescent waves and nanomechanical displacement detection / D.M. Karabacak [et al.] // Opt. Lett. – 2007. – V. 32, No. 13. – P. 1881-1883.
- Mason, D.R. Enchanced resolution beyond the Abbe diffraction limit with wavelength-scale solid immersion lenses / D.R. Mason, M.V. Jouravlev, K.S. Kim // Opt. Lett. – 2010. – V. 35, No. 12. – P. 2007-2009.
- Kotlyar, V.V. Modes of planar gradient secant hyperbolic waveguide / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, Y.R. Triandafilov, A.G. Nalimov // Computer optics. – 2010. – V. 34, No. 2. – P. 146-155.
- Kotlyar, V.V. Subwave light localization in waveguide structures / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, Y.O. Shujupova, A.G. Nalimov, V.A. Soifer // Computer optics. – 2010. – V. 34, No. 2. – P. 169-186.
- Zverev, V.A. Radio optics./ V.A. Zverev M.: Sov. Radio, 1975. – 304 p.
- Handmer, C.J. Blazing evanescent gtrating orders: a spectral approach to beating the Rayleigh limit / C.J. Handmer [et al.] // Opt. Lett. – 2010. – V. 35, No. 17. – P. 2846-2848.
- Thongrattanasiri, S. Analytical technique for subwavelength far field imaging / S. Thongrattanasiri [et al.] // App. Phys. Lett. – 2010. – V. 97. – P. 101103.

## MECHANISM OF SUPERRESOLUTION IN A PLANAR HYPERBOLIC SECANT LENS

V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov, Y.R. Triandafilov S.P. Korolyov Samara State Aerospace University, Image Processing Systems Institute of the RAS

#### e i rocessurg Systems institute of ut

# *Abstract* Integral representation for a TE-wave from a point source in 2D medium, located outside of this medium, was obtained (border of a medium division – straight line). Similar representation for a light field inside and outside of flat-parallel film was obtained too. Three types of waves noticed, which give contributions in a light field: propagating waves, surface weaves of first and second types. Comparison

contributions in a light field: propagating waves, surface weaves of first and second types. Comparison of a numerical aperture of a refraction near field lenses (SIL, NAIL) and a planar hyperbolic secant lens conducted. It is shown, that this lens are close each other and distinguish in a 5%. It is shown by modeling in a FullWAVE program, that adding a subwave diffractive grating to a secant hyperbolic gradient lens, or replacing this lens on a binary analog helps to overcome a diffractive limit in the given medium with smaller width of the focus spot on a 10% and 20%.

Key words: superresolution, gradient lens, secant lens, near field lens.

## Сведения об авторах



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и, по совместительству, профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

E-mail: kotlyar@smr.ru

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science Department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in physics and mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE and OSA member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, optical vortices.



Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2005 год), работает научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН); докторант кафедры технической кибернетики СГАУ. Ковалёв А.А. – специалист в области дифракционной оптики и нанофотоники. В списке научных работ 50 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства.

<u>E-mail</u>: alanko@smr.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU)), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in

Physics & Maths degree (2002). He is a researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistent at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is a specialist in such areas as diffractive optics and nanophotonics. He is co-author of 50 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices.



Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики СГАУ в должности ассистента, в Институте систем обработки изображений РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 45 работ.

E-mail: anton@smr.ru

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), finished Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 "Mathematical modeling and program complexes", finished it in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". Nali-

mov A.G. works on technical cybernetics department in SSAU as an assistant, works as a scientist in Image processing systems institute of the Russian Academy of Sciences. Candidate in physics and mathematics, coauthor of 45 papers.



**Триандафилов Янис Русланович**, 1985 года рождения, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета. В 2009 году получил степень магистра по направлению «Прикладные математика и физика» в Самарском государственном аэрокосмическом университете (СГАУ). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 10 научных трудов.

**Yanis Ruslanovich Triandafilov** (b. 1985) is postgraduated student of Samara State Aerospace University. He received his MS degree in physics and mathematics in Samara State Aerospace University (2009). He is a SPIE member. He is co-author of 10 scientific papers. His current interests are diffractive optics, nanophotonics.

Поступила в редакцию 6 октября 2010 г.