

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Вихревой поток энергии в остром фокусе безвихревого поля с круговой поляризацией

В.В. Котляр^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

С помощью формул Ричардса–Вольфа показано, что при острой фокусировке безвихревого поля с осевой симметрией (например, пучка Гаусса или пучка Бесселя – Гаусса нулевого порядка) и круговой поляризацией в фокальной плоскости формируется субволновое фокусное пятно, вокруг которого поток энергии распространяется по спирали. Это объясняется преобразованием круговой поляризации (спиновый угловой момент поля) в орбитальный угловой момент вблизи фокуса, хотя на самой оптической оси орбитальный угловой момент равен нулю. Также показано, что оптический вихрь с топологическим зарядом 2 и линейной поляризацией формирует вблизи фокальной плоскости на оптической оси обратный поток энергии (продольная компонента вектора Пойнтинга на оптической оси отрицательная), сравнимый с прямым потоком.

Ключевые слова: формулы Ричардса–Вольфа, связь спиновый угловой момент, орбитальный угловой момент, обратный поток энергии, линейная поляризация, круговая поляризация.

Цитирование: Котляр, В.В. Вихревой поток энергии в остром фокусе безвихревого поля с круговой поляризацией / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 1. – С. 5-11. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-582.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Vortex energy flow in the tight focus of a non-vortex field with circular polarization. Computer Optics 2020; 44(1): 5-11. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-582.

Введение

То, что сферическая линза концентрирует энергию в фокусе, знали и использовали для добывания огня ещё 3000 лет назад (*burning lens* упоминается в комедии Аристофана «Облака», написанной в 424 году до нашей эры). Но до сих пор поведение света в фокусе линз вызывает интерес учёных. Недавно были обнаружены такие интересные явления в области острого фокуса, как узлы сингулярностей [1–3], тороидальный поток энергии [4–6], угловой «трактор» [7], обратный поток энергии [8, 9], фотонные «колёса» [10], поляризационная лента Мёбиуса [11], спин-орбитальное преобразование [10–12]. Отдельный интерес вызывает проблема получения минимального субволнового пятна в фокусе (проблема сверхразрешения). Для достижения сверхразрешения используют неоднородную поляризацию (азимутальную или радиальную) и оптические вихри [13–21]. Заметим, что при исследовании лазерных пучков, формирующих субволновые фокусные пятна, внимание исследователей сосредоточено на вычислении распределения интенсивности в фокусе. Исследованию вектора напряжённости магнитного поля уделялось мало вни-

мания. Знание последней необходимо для изучения поведения вектора Пойнтинга. В соответствии с [22] сила, действующая на электрически нейтральную проводящую частицу с током, может быть вычислена как

$$\mathbf{F} = \frac{\sigma}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*), \quad (1)$$

где σ – удельная проводимость частицы, \mathbf{E} и \mathbf{H} – напряжённости электрического и магнитного полей соответственно. Из этой формулы следует, что продольная составляющая силы будет пропорциональна продольной составляющей вектора Пойнтинга. Если некоторый пучок в своём поперечном распределении вектора Пойнтинга будет содержать отрицательную составляющую, то частица, подсвеченная таким пучком, начнёт двигаться в сторону источника света.

В работе [23] моделировалось прохождение света через металинзу, осуществляющую поворот направления поляризации и фокусировку. Численно с помощью FDTD-метода было показано, что такая линза, освещаемая светом с круговой поляризацией, может формировать фокусное пятно, в котором поток энергии вдоль оси распространения пучка S_z имеет отрицательное значение. Отрицательные значения про-

дольной компоненты S_z также рассматривались в [24] на примере пучков Лагерра–Гаусса с круговой поляризацией.

В данной работе приведены результаты моделирования фокусировки оптических вихрей с длиной волны $\lambda = 532$ нм с круговой и линейной поляризациями плоской дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$. Моделирование осуществлялось с помощью формул Ричардса–Вольфа и методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave. Кроме моделирования на основе теории Ричардса–Вольфа получены новые выражения для составляющих вектора Пойнтинга (потока энергии), вектора спинового углового момента для оптических вихрей с произвольным распределением интенсивности с круговой и линейной поляризациями вблизи фокуса. Из полученных формул следует два ранее не рассмотренных следствия: 1) спин-орбитальное преобразование в фокусе, когда лазерный безвихревой пучок с осесимметричной амплитудой и круговой поляризацией в плоскости фокуса формирует фокусное пятно, вокруг которого имеет место вращение потока энергии и 2) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $+2$ или -2 и линейной поляризацией на оптической оси вблизи фокуса формируется обратный поток энергии, по величине сравнимый с прямым потоком.

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} [1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1)] a(\theta, \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) b(\theta, \varphi) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) a(\theta, \varphi) + [1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1)] b(\theta, \varphi) \\ -\sin \theta \cos \varphi a(\theta, \varphi) - \sin \theta \sin \varphi b(\theta, \varphi) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $a(\theta, \varphi)$ и $b(\theta, \varphi)$ – функции поляризации для x - и y -компонент напряжённостей фокусируемого пучка.

Выберем начальное поле в виде оптического вихря с топологическим зарядом m , произвольной осесимметричной радиальной частью и круговой поляризацией:

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\sigma = 1$ для правой круговой поляризации, $\sigma = -1$ для левой круговой поляризации, $\sigma = 0$ для линейной поляризации, при этом $\sqrt{2}$ в знаменателях пропадает, и $\sigma \neq 0, \pm 1$ для эллиптической поляризации (ниже предполагается, что σ – действительное число). Для (4) $a = \exp(im\varphi)$, $b = i\sigma \exp(im\varphi)$ для электрического поля, $a = -i\sigma \exp(im\varphi)$, $b = \exp(im\varphi)$ для магнитного поля. Подставляя (4) в (1) и (3), получим все 6 проекций векторов электрической и магнитной напряжённостей вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_{1x} &= \frac{i^{m-1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ E_{1y} &= \frac{i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ E_{1z} &= -\frac{2i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

1. Теоретическое основание

Аналитическая теория векторного описания когерентного света в остром фокусе известна из классической работы Ричардса и Вольфа [25]. Эта теория тем точнее описывает свет в фокусе, чем больше фокусное расстояние апланатической системы по сравнению с длиной волны света. Согласно этой теории [25] проекции векторов электрической и магнитной напряжённости вблизи фокуса описываются в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\rho, \psi, z) &= -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\ &\times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \times \\ &\times \sin \theta d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы, f – фокусное расстояние, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (длина волны в моделировании считалась равной $\lambda = 532$ нм), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – вектор поляризации, для напряжённости электрического и магнитного поля имеющий вид:

$$\begin{aligned} H_{1x} &= \frac{-i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} - \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ H_{1y} &= \frac{i^{m-1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} - \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ H_{1z} &= \frac{2i^{m+1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} + \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma_\pm = (1 \pm \sigma)/2$, и при $\sigma = 0$ выбираются другие константы $\gamma_+ = \gamma_- = 1/\sqrt{2}$. В (5) и (6) обозначены следующие интегралы, зависящие только от радиальной переменной:

$$\begin{aligned} I_{0,v} &= (\pi f/\lambda) \times \\ &\times \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_v(x) d\theta, \\ I_{1,v} &= (\pi f/\lambda) \times \\ &\times \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_v(x) d\theta, \\ I_{2,v} &= (\pi f/\lambda) \times \\ &\times \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_v(x) d\theta, \end{aligned} \quad (7)$$

где $NA = \sin \alpha$ – числовая апертура, $J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода, $x = kr \sin \theta$, (x, y, z) и (r, φ, z) – декартовы и полярные координаты. В качестве амплитуды входной функции $A(\theta)$ можно использовать функцию Бесселя–Гаусса [26]:

$$A(\theta) = J_1 \left(2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[-\beta^2 \left(\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где β – отношение радиуса значка апланатической системы к радиусу перетяжки Гауссова пучка.

1.1. Поток энергии в фокусе

На основе (5) и (6) можно получить выражения для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии) [25]:

$$\mathbf{S} = \left[\frac{c}{8\pi} \right] \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad (9)$$

где c – скорость света в вакууме, Re – действительная часть числа, $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ – векторное произведение, $*$ – комплексное сопряжение (далее постоянную $c/(8\pi)$ опустим). Проекция вектора Пойнтинга в плоскости фокуса будут иметь вид:

$$S_z = \left(\frac{1 + \sigma^2}{2} \right) I_{0,m}^2 - \gamma_+^2 I_{2,m+2}^2 - \gamma_-^2 I_{2,m-2}^2, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\ S_y &= Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= \gamma_+^2 I_{1,m+1} (I_{0,m} + I_{2,m+2}) + \\ &+ \gamma_-^2 I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (11)$$

Поперечные составляющие вектора Пойнтинга (11) удобнее записать в полярных проекциях:

$$S_\varphi = Q(r), \quad S_r = 0. \quad (12)$$

Заметим, что формул (10)–(12) нет в более ранних статьях авторов [8, 9]. Из (10) следует утверждение, которое не было замечено ранее, что оптический вихрь с топологическим зарядом $m = 2$ (или $m = -2$) и линейной поляризацией ($\sigma = 0$) также (как и вихрь с круговой поляризацией [8]) формирует на оптической оси в фокусе обратный поток энергии:

$$\begin{aligned} S_{\pm 2z} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \\ S_{\pm 2z} (z = r = 0) &= -\frac{1}{2} I_{2,0}^2 = \\ &= - \left(\frac{\pi f}{\sqrt{2\lambda}} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

По величине обратный поток (13) на оптической оси точно равен обратному потоку, который формируется при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = 2$ и левой круговой поляриза-

цией [8]. Также он точно равен обратному потоку на оптической оси в плоскости фокуса для безвихревого поля с азимутальной поляризацией 2-го порядка [9].

1.2. Спин-орбитальная связь в фокусе

Из (11) следует еще одно интересное следствие, тоже ранее не замеченное: в отсутствие оптического вихря ($m = 0$) в падающем световом поле с круговой поляризацией в плоскости фокуса будет иметь место циркуляция потока световой энергии вокруг оптической оси (угловой поток энергии):

$$S_{0\varphi+} = I_{1,1} (I_{0,0} + I_{2,2}), \quad S_{0\varphi-} = -S_{0\varphi+}, \quad (14)$$

для правой $S_{0\varphi+}$ и левой $S_{0\varphi-}$ круговой поляризации.

Причём в центре фокусного пятна будет максимум интенсивности I и угловой поток будет равен нулю:

$$I(z = r = 0) = \frac{I_{0,0}^2}{4}, \quad S_{0\varphi+}(r = 0) = 0. \quad (15)$$

То, что поперечное вращение энергии в плоскости фокуса определяется только состоянием поляризации лазерного пучка, можно показать, используя величину плотности спина. Плотность спина электрического поля (без учёта спина магнитного поля) рассчитывается по известной формуле [27]

$$\mathbf{s}_E = \frac{1}{16\pi\omega} \operatorname{Im} (\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (16)$$

где ω – циклическая частота света, Im – мнимая часть числа. В дальнейшем постоянную $(1/8\pi\omega)$ будем опускать. Поперечные составляющие вектора плотности спина (16) в плоскости фокуса для оптического вихря с круговой поляризацией (4) равны:

$$\begin{aligned} s_{xE} &= \sin \varphi (-\sigma \gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \sigma \gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} - \\ &- \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} + \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2}) + \cos 3\varphi \times \\ &\times \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}), \\ s_{yE} &= \cos \varphi (\gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} + \\ &+ \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} - \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2}) - \cos 3\varphi \times \\ &\times \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) следует более простое выражение для поперечных проекций вектора плотности спина для исходного оптического вихря с левой круговой поляризацией ($\sigma = -1, \gamma_+ = 0, \gamma_- = 1$):

$$\begin{aligned} s_{xE-} &= Q(r) \sin \varphi, \\ s_{yE-} &= -Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (18)$$

Из сравнения (11) и (18) видно, что поперечный вектор плотности спина в плоскости фокуса по величине равен потоку энергии и направлен в противоположенную сторону по отношению к направлению потока энергии. Например, если для безвихревого поля

с левой круговой поляризацией угловой поток энергии вращается по часовой стрелке (14), то поперечная плотность спина будет направлена против часовой стрелки (18):

$$\begin{aligned} s_{xE-} &= -Q(r) \sin \varphi, \\ s_{yE-} &= Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= I_{1,1} (I_{0,0} + I_{2,2}). \end{aligned} \quad (19)$$

Заметим, что в [12] получен аналогичный результат, но для парааксиального случая. В парааксиальном случае [12] также в плоскости фокуса поперечный вектор плотности спина для света с правой круговой поляризацией направлен по часовой стрелке. Но это неправильно, так как продольная компонента электрического вектора для правой поляризации безвихревого поля ($m=0$) имеет топологический заряд +1 и фаза нарастает против часовой стрелки (5):

$$E_{0z} = -\sqrt{2} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,-1}). \quad (20)$$

Поэтому и поток энергии, и плотность спина в фокусе для правой поляризации должны вращаться в противоположенных направлениях, по отношению к вращению полей (14) и (19). Чтобы связать между собой уравнения (14) и (19), мы используем результат работ [22, 28], согласно которому вектор Пойнтинга можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{c^2}{8\pi\omega} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \nabla \times \mathbf{E}) = \frac{c^2}{8\pi\omega} \text{Im}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla \mathbf{E}) + \\ &+ \frac{c^2}{16\pi\omega} \nabla \times \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}) = \mathbf{S}_{orb} + \mathbf{S}_{sp}, \end{aligned} \quad (21)$$

где \mathbf{S}_{orb} – орбитальный поток энергии и \mathbf{S}_{sp} – спиновый поток энергии (плотность потока спина). Аналогичное (21) равенство можно записать для углового момента J_z [10]: $J_z = L_z + s_{zE}$, где L_z – орбитальный угловой момент (ОУМ) и s_{zE} – спиновый угловой момент (или плотность спина). Из (14) следует, что

$$J_z = rS_\varphi = -rI_{1,1} (I_{0,0} + I_{2,2}),$$

а из (16) следует, что

$$s_{zE} = k^{-1} (I_{1,1}^2 + I_{2,2}^2) - rI_{1,1} (I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2).$$

Поэтому ОУМ в фокусе для поля (4) с левой круговой поляризацией равен:

$$L_z = -k^{-1} (I_{1,1}^2 + I_{2,2}^2).$$

2. Моделирование

Для простоты вычислений в моделировании считалось, что зонная пластинка ($T(\theta) = \cos^{-3/2}\theta$, NA=0,95) фокусирует плоскую волну $V(\theta, \varphi) = 1$. По-

сле прохождения такой волны от спиральной фазовой пластинки она преобразуется в оптический вихрь с $B(\theta, \varphi) = \exp\{im\varphi\}$, где m – топологический заряд оптического вихря.

Для проверки решения, полученного с помощью интегралов Ричардса–Вольфа, производилось моделирование фокусировки плоской волны с линейной поляризацией, умноженной на функцию пропускания зонной пластинки Френеля и функцию оптического вихря $\exp\{im\varphi\}$ методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave. Функция пропускания зонной пластинки рассчитывалась из соображений, что её фокусное расстояние равно 532 нм, а фокусируемый свет имеет длину волны 532 нм (рис. 1). Шаг сетки вдоль всех координат считался равным $\lambda/30$. Размеры рассчитываемой области $8,6 \times 8,6 \times 1,532$ мкм.

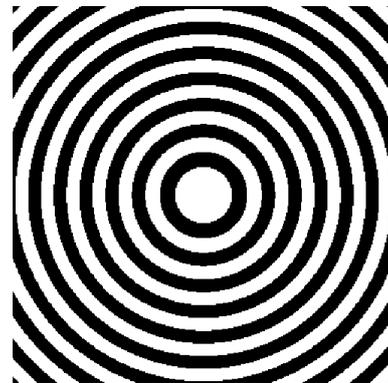


Рис. 1. Фаза бинарной зонной пластинки Френеля ($0; \pi$), размер 8×8 мкм

2.1. Фокусировка линейно-поляризованного оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$

Рассмотрим фокусировку линейно-поляризованного оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$. Для линейной поляризации функции поляризации напряженности электрического поля в уравнении (3) будут иметь вид $a(\theta, \varphi) = 1$ и $b(\theta, \varphi) = 0$, а для напряженности магнитного поля – $a(\theta, \varphi) = 0$ и $b(\theta, \varphi) = 1$. Результаты моделирования с помощью формул Ричардса–Вольфа показаны на рис. 2, 3.

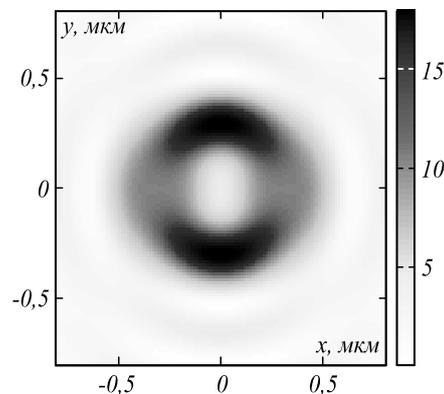


Рис. 2. Распределение интенсивности в фокусе при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$ и линейной поляризацией (направление вектора поляризации вдоль оси x)

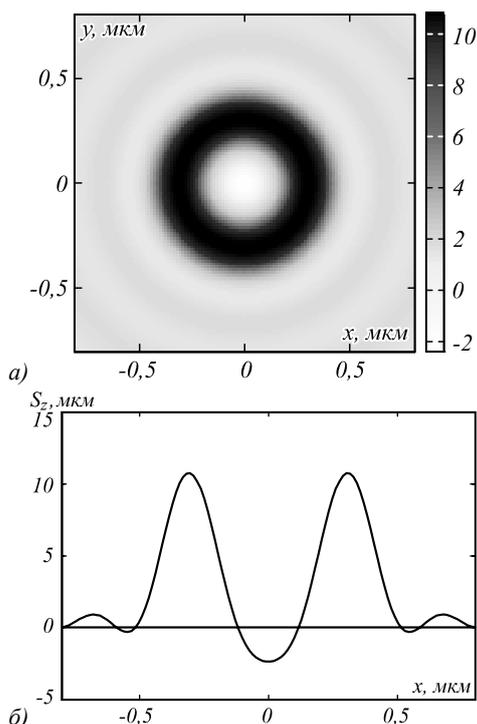


Рис. 3. Распределение в фокусе продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z при фокусировке оптического вихря с линейной поляризацией и топологическим зарядом $m = -2$ (а), сечение вдоль оси x (б)

Для того чтобы удостовериться в корректности распределения, изображённого на рис. 3, проведём моделирование методом FDTD. Распределение S_z , полученное с его помощью, изображено на рис. 4.

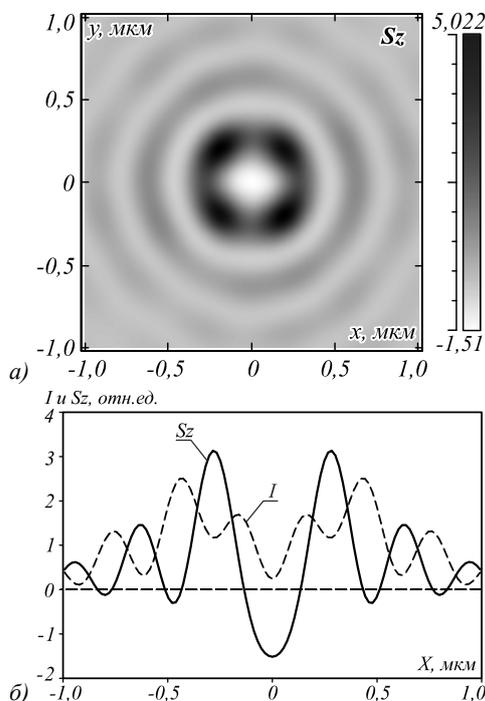


Рис. 4. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z (а), его сечение и сечение интенсивности (б) при фокусировке линейно-поляризованного оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$, рассчитанные FDTD-методом

Как и при моделировании по формулам Ричардса–Вольфа, моделирование FDTD-методом показывает наличие в центре фокусного пятна отрицательной продольной компоненты вектора Пойнтинга S_z .

2.2. Моделирование спин-орбитального преобразования

На рис. 5 FDTD-методом промоделирована острая фокусировка Гауссова пучка с левой круговой поляризацией и стрелками показано направление поперечного вращения потока энергии в плоскости фокуса. Числовые параметры такие же, как на рис. 2–4.

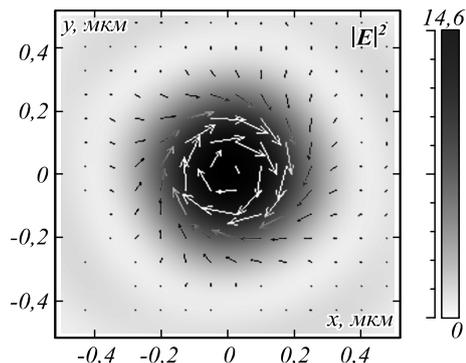


Рис. 5. На фоне распределения интенсивности в фокусе (негатив) стрелками показано распределение поперечной составляющей вектора Пойнтинга $S_x e_x + S_y e_y$ при фокусировке линейно-поляризованного Гауссова пучка, рассчитанное FDTD-методом. Длины стрелок пропорциональны величине вектора $S_x e_x + S_y e_y$

Из рис. 5 видно, что в плоскости фокуса поток энергии направлен по часовой стрелке. То есть спиновый момент исходного светового поля, который определяется круговой поляризацией, преобразуется в плоскости острого фокуса в орбитальный угловой момент (вращения потока энергии вокруг оптической оси). Поведение вектора Пойнтинга на рис. 5 согласуется с теоретическим предсказанием (12), (14) и (19). На самой оптической оси поперечный ОУМ равен нулю, а интенсивность света максимальная.

Заключение

В работе моделировалась фокусировка оптических вихрей с длиной волны $\lambda = 532$ нм с линейной поляризацией плоской дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$. Моделирование осуществлялось с помощью формул Ричардса–Вольфа и методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave. Было показано, что при фокусировке оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 2, -2$ и линейной поляризацией широкоапертурной дифракционной линзой в фокусе на оптической оси имеют место отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга (обратный поток энергии). Также показано (теоретически и численно), что при острой фокусировке безвихревого поля с осевой симметрией (например, пучок Гаусса, пучок Бесселя–Гаусса нулевого порядка) и круговой поляриза-

цией в фокальной плоскости формируется субволновое фокусное пятно, вокруг которого поток энергии распространяется по спирали. Это объясняется преобразованием круговой поляризации (спиновый момент поля) в орбитальный угловой момент вблизи фокуса, хотя на самой оптической оси орбитальный угловой момент равен нулю.

Получены поперечные проекции вектора плотности спина для оптического вихря с круговой поляризацией, которые обобщают формулы для параксиального случая, полученные в [12]. Из этих формул также следует вращение в фокусе поперечного вектора плотности спина вокруг оптической оси (19).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 17-19-01186) в части «Теоретическое основание», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Моделирование» и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в частях «Введение» и «Заключение».

Литература

- Irvine, W.T.M. Linked and knotted beams of light / W.T.M. Irvine, D. Bouwmeester // *Nature Physics*. – 2008. – Vol. 4, Issue 9. – P. 716-720.
- Sugic, D. Singular knot bundle in light / D. Sugic, M.R. Dennis // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2018. – Vol. 35, Issue 12. – P. 1987-1999.
- Larocque, H. Reconstructing the topology of optical polarization knots / H. Larocque, D. Sugic, D. Mortimer, A.J. Taylor, R. Fickler, R.W. Boyd, M.R. Dennis, E. Karimi // *Nature Physics*. – 2018. – Vol. 14, Issue 11. – P. 1079-1082.
- Berry, M.V. Wave dislocation reactions in non-paraxial Gaussian beams / M.V. Berry // *Journal of Modern Optics*. – 1998. – Vol. 45, Issue 9. – P. 1845-1858.
- Volyar, A.V. Nonparaxial Gaussian beams: 1. Vector fields / A.V. Volyar // *Technical Physics Letters*. – 2000. – Vol. 26, Issue 7. – P. 573-575.
- Kotlyar, V.V. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.A. Kovalev // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 12. – P. 16689-16702. – DOI: 10.1364/OE.27.016689.
- Kotlyar, V.V. Radial dependence of the angular momentum density of a paraxial optical vortex / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev // *Physical Review A*. – 2018. – Vol. 97, Issue 5. – P. 053833. – DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053833.
- Kotlyar, V.V. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- Kotlyar, V.V. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov // *Physical Review A*. – 2019. – Vol. 99, Issue 3. – P. 033840. – DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
- Aiello, A. From transverse angular momentum to photonic wheels / A. Aiello, P. Banzer, M. Neugebauer, G. Leuchs // *Nature Photonics*. – 2015. – Vol. 9. – P. 789-795. – DOI: 10.1038/NPHOTON.2015.203.
- Bauer, T. Optical polarization Mobius strips and points of purely transverse spin density / T. Bauer, M. Neugebauer, G. Leuchs, P. Banzer // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 117, Issue 1. – P. 013601. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.013601.
- Eismann, J.S. Spin-orbit coupling and the evolution of transverse spin [Electronical Resource] / J.S. Eismann, P. Banzer, M. Neugebauer // arXiv:1905.12539v1 [physics.optics]. – URL: <https://arxiv.org/abs/1905.12539> (request date 9.09.2019).
- Hao, X. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam / X. Hao, C. Kuang, T. Wang, X. Liu // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 23. – P. 3928-3930. – DOI: 10.1364/OL.35.003928.
- Qin, F. Shaping a subwavelength needle with ultra-long focal length by focusing azimuthally polarized light / F. Qin, K. Huang, J. Wu, J. Jiao, X. Luo, C. Qiu, M. Hong // *Scientific Reports*. – 2015. – Vol. 5. – P. 09977. – DOI: 10.1038/srep09977.
- Wang, S. Ultralong pure longitudinal magnetization needle induced by annular vortex binary optics / S. Wang, X. Li, J. Zhou, M. Gu // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39. – P. 5022-5025.
- Yuan, G.H. Nondiffracting transversally polarized beam / G.H. Yuan, S.B. Wei, X.-C. Yuan // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, Issue 17. – P. 3479-3481. – DOI: 10.1364/OL.36.003479.
- Suresh, P. Generation of a strong uniform transversely polarized nondiffracting beam using a high-numerical-aperture lens axicon with a binary phase mask / P. Suresh, C. Mariyal, K.B. Rajesh, T.V.S. Pillai, Z. Jaroszewicz // *Applied Optics*. – 2013. – Vol. 52, Issue 4. – P. 849-853. – DOI: 10.1364/AO.52.000849.
- Anita, G.Th. Effect of coma on tightly focused cylindrical polarized vortex beams / G.Th. Anita, N. Umamageswari, K. Prabakaran, T.V.S. Pillai, K.B. Rajesh // *Optics and Laser Technology*. – 2016. – Vol. 76. – P. 1-5. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2015.07.002.
- Yuan, G.H. Generation of nondiffracting quasi-circular polarization beams using an amplitude modulated phase hologram / G.H. Yuan, S.B. Wei, X.-C. Yuan // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2011. – Vol. 28, Issue 8. – P. 1716-1720. – DOI: 10.1364/JOSAA.28.001716.
- Chen, Z. 4Pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams / Z. Chen, D. Zhao // *Optics Letters*. – 2012. – Vol. 37, Issue 8. – P. 1286-1288. – DOI: 10.1364/OL.37.001286.
- Ndagano, B. Beam quality measure for vector beams / B. Ndagano, H. Sroor, M. McLaren, C. Rosales-Guzmán, A. Forbes // *Optics Letters*. – 2016. – Vol. 41, Issue 15. – P. 3407-3410. – DOI: 10.1364/OL.41.003407.
- Berry, M.V. Optical currents / M.V. Berry // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – Vol. 11. – P. 094001.
- Котляр, В.В. Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металлинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-654. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- Monteiro, P.B. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // *Physical Review A*. – 2009. – Vol. 79. – P. 033830. – DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- Richards, B. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards,

- E. Wolf // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
26. **Youngworth, K.S.** Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams / K.S. Youngworth, T.G. Brown // Optics Express. – 2000. – Vol. 7. – P. 77-87.
27. **Bliokh, K.Y.** Extraordinary momentum and spin in evanescent waves / K.Y. Bliokh, A.Y. Bekshaev, F. Nori // Nature Communications. – 2014. – Vol. 5. – 3300. – DOI: 10.1038/ncomms4300.
28. **Bekshaev, A.** Internal flows and energy circulation in light beams / A. Bekshaev, K.Y. Bliokh, M. Soskin // Journal of Optics. – 2011. – Vol. 13, Issue 5. – 053001.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 130 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.01

Поступила в редакцию 17 июня 2019 г. Окончательный вариант – 12 сентября 2019 г.

Vortex energy flow in the tight focus of a non-vortex field with circular polarization

V.V. Kotlyar^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia,

²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia

Abstract

Using Richards-Wolf formulas, we show that an axisymmetric circularly polarized vortex-free field can be focused into a sharp subwavelength focal spot, around which there is a region where the light energy flow propagates along a spiral. This effect can be explained by the conversion of the spin angular momentum of the circularly polarized field into the orbital angular momentum near the focus, although the on-axis orbital angular momentum remains zero. It is also shown that a linearly polarized optical vortex with topological charge 2 forms near the focal plane an on-axis reverse energy flow (defined by the negative longitudinal component of the Poynting vector) whose amplitude is comparable with the direct energy flow.

Keywords: Richards-Wolf formulae, relation between spin angular momentum and orbital angular momentum, reverse energy flow, linear polarization.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation under project No. 17-19-01186 ("Theoretical background"), the RF Ministry of Science and Higher Education under the government project of FSRC «Crystallography and Photonics» RAS, ("Numerical simulation").

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Vortex energy flow in the tight focus of a non-vortex field with circular polarization. *Computer Optics* 2020; 44(1): 5-11. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-582.

References

- [1] Irvine WTM, Bouwmeester D. Linked and knotted beams of light. *Nat Phys* 2008; 4(9): 716-720.
 - [2] Sugic D, Dennis MR. Singular knot bundle in light. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(12): 1987-1999.
 - [3] Laroque H, Sugic D, Mortimer D, Taylor AJ, Fickler R, Boyd RW, Dennis MR, Karimi E. Reconstructing the topology of optical polarization knots. *Nat Phys* 2018; 14(11): 1079-1082.
 - [4] Berry MV. Wave dislocation reactions in non-paraxial Gaussian beams. *J Mod Opt* 1998; 45(9): 1845-1858.
 - [5] Volyar AV. Nonparaxial Gaussian beams: 1. Vector fields. *Tech Phys Lett* 2000; 26(7): 573-575.
 - [6] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
 - [7] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Radial dependence of the angular momentum density of a paraxial optical vortex. *Phys Rev A* 2018; 97(5): 053833. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053833.
 - [8] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
 - [9] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys Rev A* 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
 - [10] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, Leuchs G. From transverse angular momentum to photonic wheels. *Nat Photon* 2015; 9: 789-795. DOI: 10.1038/NPHOTON.2015.20.
 - [11] Bauer T, Neugebauer M, Leuchs G, Banzer P. Optical polarization Mobius strips and points of purely transverse spin density. *Phys Rev Lett* 2016; 117(1): 013601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.013601.
 - [12] Eismann JS, Banzer P, Neugebauer M. Spin-orbit coupling and the evolution of transverse spin. Source: <https://arxiv.org/abs/1905.12539>.
 - [13] Hao X, Kuang C, Wang T, Liu X. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam. *Opt Lett* 2010; 35(23): 3928-3930. DOI: 10.1364/OL.35.003928.
 - [14] Qin F, Huang K, Wu J, Jiao J, Luo X, Qiu C, Hong M. Shaping a subwavelength needle with ultra-long focal length by focusing azimuthally polarized light. *Sci Rep* 2015; 5: 09977. DOI: 10.1038/srep09977.
 - [15] Wang S, Li X, Zhou J, Gu M. Ultralong pure longitudinal magnetization needle induced by annular vortex binary optics. *Opt Lett* 2014; 39: 5022-5025.
 - [16] Yuan GH, Wei SB, Yuan XC. Nondiffracting transversally polarized beam. *Opt Lett* 2011; 36(17): 3479-3481. DOI: 10.1364/OL.36.003479.
 - [17] Suresh P, Mariyal C, Rajesh KB, Pillai TVS, Jaroszewicz Z. Generation of a strong uniform transversely polarized nondiffracting beam using a high-numerical-aperture lens axicon with a binary phase mask. *Appl Opt* 2013; 52(4): 849-853. DOI: 10.1364/AO.52.000849.
 - [18] Anita GT, Umamageswari N, Prabakaran K, Pillai TVS, Rajesh KB. Effect of coma on tightly focused cylindrically polarized vortex beams. *Opt Laser Technol* 2016; 76: 1-5. DOI: 10.1016/j.optlastec.2015.07.002.
 - [19] Yuan GH, Wei SB, Yuan XC. Generation of nondiffracting quasi-circular polarization beams using an amplitude modulated phase hologram. *J Opt Soc Am A* 2011; 28(8): 1716-1720. DOI: 10.1364/JOSAA.28.001716.
 - [20] Chen Z, Zhao D. 4Pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams. *Opt Lett* 2012; 37(8): 1286-1288. DOI: 10.1364/OL.37.001286.
-

-
- [21] Ndagano B, Sroor H, McLaren M, Rosales-Guzmán C, Forbes A. Beam quality measure for vector beams. *Opt Lett* 2016; 41(15): 3407-3410. DOI: 10.1364/OL.41.003407.
- [22] Berry MV. Optical currents. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11: 094001.
- [23] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [24] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. *Phys Rev A* 2009; 79: 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [25] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Royal Soc A: Math, Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [26] Youngworth KS, Brown TG. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt Express* 2000; 7: 77-87.
- [27] Bliokh KY, Bekshaev AY, Nori F. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. *Nat Commun* 2014; 5: 3300. DOI: 10.1038/ncomms4300.
- [28] Bekshaev A, Bliokh KY, Soskin M. Internal flows and energy circulation in light beams. *J Opt* 2011; 13(5): 053001.
-

Author's information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 130 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

Received June 17, 2019. The final version – September 12, 2019.
