

## Цифровой анализ спекл картины хаотичной композиции мод и восстановление регулярного узора интенсивности после многомодового волокна

А.В. Воляр<sup>1</sup>, М.В. Брецько<sup>1</sup>, Я.Е. Акимова<sup>1</sup>, Ю.А. Егоров<sup>1</sup>

<sup>1</sup> КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт,

295007, Россия, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4

### Аннотация

Экспериментально и теоретически исследовался процесс согласования мод в хаотической спекл картине без опорного пучка, ответственного за формирование голографической решетки. Наш подход основывается на измерении амплитуд и фаз мод Эрмита–Гаусса и Лагерра–Гаусса в спекл картине, образованной излучением многомодового градиентного волокна. Спекл картина формировалась на голограмме пространственного модулятора света, используя модель многомодового градиентного волокна с учетом модовой и поляризационной дисперсии, а также случайных скачков фазы каждой собственной моды. Нам удалось согласовать 210 мод спекл картины и восстановить не только исходный узор, но также каждую структурированную моду Лагерра–Гаусса и всю цепочку собственных мод Эрмита–Гаусса.

**Ключевые слова:** оптические вихри, структурированный сингулярный пучок, спекл картина.

**Цитирование:** Воляр, А.В. Цифровой анализ спекл картины хаотичной композиции мод и восстановление регулярного узора интенсивности после многомодового волокна / А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 2. – С. 179-189. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-831.

**Citation:** Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YE, Egorov YA. Digital analysis of a speckle pattern of chaotic mode composition and restoration of a regular intensity pattern after a multi-mode fiber. Computer Optics 2021; 45(2): 179-189. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-831.

### Введение

Лазерные пучки, распространяясь через матовое стекло, турбулентную среду, мутную жидкость, а также многомодовое волокно (МВ) или отражаясь от поверхности кожи, испытывают существенные амплитудные и фазовые искажения, формируя хаотичную спекл картину [1]. Анализ такого хаотичного волнового поля связан с многочисленными препятствиями и требует как специальных дорогостоящих устройств, так и особых методов обработки данных. В то же время недавно появился ряд интригующих научных статей, утверждающих, что их авторам удалось преодолеть многочисленные технические трудности и наблюдать объекты сквозь матовое стекло или передавать изображение через многомодовые оптические волокна (см., например, [2, 3] и соответствующие ссылки). В настоящей работе мы постараемся проанализировать эти подходы по восстановлению структуры лазерных пучков после случайно-неоднородных сред и внести определенные упрощения в методы согласования мод в спекл картине поля излучения многомодового волокна.

Сразу заметим, что в формировании спекл картины пучка, например, после матового стекла [1, 4] или многомодового волокна [5] участвуют различные физические процессы. Если, распространяясь через матовое стекло, случайные возмущения испытывает каждый участок волнового фронта пучка, то собственные моды МВ не изменяют своей структуры, но

обмениваются энергией и получают случайные фазовые и амплитудные возмущения. Кроме того, число мод волокна всегда конечно и не может превышать значение, ограниченное числовой апертурой МВ. В то же время попытка использования модового подхода к рассеянию волн случайно-неоднородными средами всегда сопровождается неограниченными расходящимися функциональными рядами, что существенно затрудняет теоретические расчеты. Как правило, основной вклад в разрушение структуры поля в МВ вносит поляризационная и модовая дисперсия [5, 6], связь мод и случайные возмущения [7–9]. Именно эти волноводные процессы необходимо учитывать при передаче изображения через МВ или при сортировке собственных мод спекл картины [10–24].

Например, авторы работы [10], используя методы микроскопии черно-белого поля и флуоресценции изображения, сумели передать изображение через рассеивающую среду, в частности, через МВ. При этом авторы не использовали представления собственных мод волокна. Вместо этого в основу метода было положено соответствие между каждым пикселем изображения на входе волокна и спекл картины на его выходе и согласование фаз всех участков случайного поля. Для этого они сначала использовали опорный пучок внутри изображения на входе волокна как волновую структуру отсчета фазы при дальнейшем согласовании всех участков спекл картины на выходе волокна. Тем не менее для того, чтобы восстановить изображение (см. Supplementary Materials в [2]), при-

шлось использовать опорный когерентный пучок, отщепленный от основного пучка на входе волокна. С другой стороны, авторы статьи [3] использовали удивительные свойства мод низкоапертурных волокон для формирования вырожденных волновых композиций как основных элементов матрицы передачи [11, 12] для описания спекл картины и формирования голограммы таким образом, чтобы каждая точка изображения на входе соответствовала каждой точке ее спекл картины на выходе волокна. Но для этого вновь потребовалось использовать опорный пучок в стандартной схеме цифровой голографии [13, 14] (см. также Supplementary Materials к [3]).

Наряду с этими исследованиями, возник большой интерес к методам цифрового обращения волнового фронта (ОВФ) [15–18], пришедшим на смену стандартным подходам нелинейной оптики [19–21]. Методы цифрового ОВФ позволяют не только манипулировать размерами и положением фокального пятна после тонких пленок со случайными неоднородностями [15], формировать структурированные сингулярные пучки [16] и измерять скорости микрочастиц [17], но даже передавать простые изображения [18], используя массив пучков Эрмита–Гаусса (ЭГ) и Лагерра–Гаусса (ЛГ) [25]. Важным достоинством этого подхода является возможность автоматически учитывать модовую связь, которая присутствует при распространении сложных пучков в длинных МВ. В то же время любая оптическая схема цифрового ОВФ не обходится без использования опорных пучков. Это существенно ограничивает их применение в реальных системах передачи данных.

Резюмируя сказанное, отметим два важных аспекта, требующих отдельного анализа. Во-первых, метод согласования мод без опорного пучка, если отсутствует модовая связь в МВ, а во-вторых, дальнейшая модификация этого метода к случайной связи мод. Исходя из этого нельзя не отметить элегантный метод [26, 27] измерения фаз и амплитуд для каждой моды в векторных пучках без использования опорного пучка. Подход основан на непосредственном измерении распределения поляризации и комплексной амплитуды рассеянного пучка методами оптической томографии. Обработка данных проводится в терминах параметров Стокса, где процесс измерений разделен на два этапа. На первом этапе формируется структурированный векторный пучок, который в неявной форме содержит опорный пучок. Второй этап заключается в цифровой обработке данных с построением картины распределения поляризации и комплексных амплитуд. Несколько поражает обилие оптических инструментов и систем, используемых для решения проблемы: два интерферометра Саньяка, два пространственных модулятора света, несколько детекторов и множество других поляризационных инструментов. Однако нам не известно использование данного метода для обработки спекл картин.

С другой стороны, известно [28–30], что метод моментов интенсивности позволяет измерять спектры фаз и амплитуд сложных возмущенных вихревых пучков в ЭГ- и ЛГ-базисе и восстанавливать исходную структуру этих пучков, не прибегая к использованию опорных пучков и дорогостоящей экспериментальной томографической приборной базы. Спектры мод измеряются либо в фокальной плоскости сферической линзы [28, 30], либо в плоскости двойного фокуса цилиндрической линзы [29], не разрушая структуру волнового фронта основного пучка. Этот подход позволяет как измерять спектры мод пучка в целом, так и сортировать модовые пучки [30], что невозможно осуществлять выше рассмотренными методами. Однако метод моментов интенсивности до сих пор не использовался для измерений спектра мод хаотической спекл картины, сопровождаемой обработкой больших массивов данных и регистрацией тонкой структуры спеклов. Таким образом, целью нашей статьи явилось измерение 3D-спектра мод (амплитуд и фаз) хаотической спекл картины, сформированной на основе простой модели градиентного МВ с учетом поляризационной и модовой дисперсии и случайных скачков фаз, но без учета связи мод. Кроме того, необходимо как осуществить согласование амплитуд и фаз ЭГ-мод в спекл картине, позволяющее восстановить исходную структуру композиции структурированных вихревых пучков, так и рассортировать собственные ЭГ-моды.

### 1. Модель оптического волокна и конкуренция регулярной и хаотической спекл структуры

Прежде всего, отметим, что среда с градиентным профилем показателя преломления содержит множество разнообразных лазерных пучков с пульсирующим радиальным распределением поля, например, в виде гипергеометрических функций [31], которые при определенных параметрах среды превращаются либо в вырожденные собственные моды Лагерра–Гаусса, либо в моды Эрмита–Гаусса. Именно такие параксиальные пучки хорошо согласуются с собственными модами МВ с параболическим профилем показателя преломления [8, 9, 31–33]. Вслед за Маркузе [33] запишем вид профиля волокна

$$n^2(x, y) = n_{co}^2 \left( 1 - 2\Delta(x^2 + y^2)/\rho^2 \right), \quad (1)$$

где  $n_{co}$  – показатель преломления на оси волокна,  $\Delta$  характеризует разность между показателями преломления на оси сердцевинки и оболочки,  $\rho$  – радиус сердцевинки. Электрическое поле в скалярном приближении волнового уравнения записывается в ЭГ-базисе как

$$HG_{n,m} = H_n \left( \sqrt{2} \frac{x}{w} \right) H_m \left( \sqrt{2} \frac{y}{w} \right) e^{-(x^2+y^2)/w^2 - i\beta_{n,m}z}, \quad (2)$$

где  $H_n(x)$  – полиномы Эрмита,  $n, m = 0, 1, 2, \dots, n_{max}, m_{max}$ , а в ЛГ-базисе имеем

$$LG_{n,\pm\ell} = (r/w)^\ell e^{\pm i\varphi\ell} L_n^\ell(2r^2/w^2) e^{-r^2/w^2 - i\beta_{n,\ell}z}, \quad (3)$$

где  $(r, \varphi)$  – полярные координаты,  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $\ell, n = 0, 1, 2, \dots, \ell_{max}, n_{max}$ , тогда как радиус мод равен

$$w^2 = \sqrt{2} \rho / (k_0 n_{co} \sqrt{\Delta}), \quad (4)$$

а скалярная постоянная распространения записывается в виде

$$\tilde{\beta}_{n,m} = k_0 n_{co} \sqrt{1 - 2\sqrt{2}\Delta / (k_0 n_{co} \rho)(n+m+1)}. \quad (5)$$

Волноводные числа для ЛГ- и ЭГ-мод в постоянных распространения связаны как  $n+m = 2n+\ell$ . В скалярном приближении постоянные распространения вырождены в  $(n+m+1)$  раз для ЭГ-мод и  $(2n+\ell+1)$  для ЛГ-мод по четности и поляризации. В вырожденном случае ЭГ- и ЛГ-моды связаны между собой соотношением [34]

$$LG_{n,\pm(n-m)}^{pert}(\mathbf{r}, z|\varepsilon) = \frac{(-1)^m}{2^{n+m} m!} \times \sum_{k=0}^{n+m} (\mp i)^k \lambda_k \varepsilon_k HG_{n+m-k,k}(\mathbf{r}, z), n > m \quad (6)$$

где  $\lambda_k = (-2)^k P_k^{(n,m)}(0)$ ,  $P_k^{(n,m)}(0)$  – многочлены Якоби,  $(\pm)$  указывает на знак топологического заряда оптического вихря.  $|n-m| = \ell$ , а для стандартных ЛГ-пучков структурный параметр  $\varepsilon_k = 1$ . Стационарные значения структурного параметра  $\varepsilon_k$  превращают стандартный ЛГ-пучок в так называемый спиральный (структурированный) пучок [30, 34]. Небольшие изменения  $\varepsilon_k$  приводят к радикальному изменению картины интенсивности на входе волокна. Кроме того, волноводный параметр записывается как  $V = k_0 \rho n_{co} \sqrt{2\Delta}$ , а максимальное число мод в волокне равно  $N = n_{max} + m_{max} = V^2/4$ . В скалярном приближении моды волокна разделяются на четыре вырожденные группы: гибридные моды  $HE_{\ell+1,n}^{(e,o)}$  и  $EH_{\ell-1,n}^{(e,o)}$ , а также две симметричные  $TE_{0,n}$ - и  $TM_{0,n}$ -моды с одинаковыми постоянными распространения  $\tilde{\beta}_{\ell+1,n}^{(HE)} = \tilde{\beta}_{\ell-1,n}^{(EH)}$ . Сумма или разность таких мод задает линейно поляризованную LP четырежды вырожденную модовую композицию. Вообще говоря, можно составить множество композиций ЭГ- и ЛГ-мод с  $(n+m+1)$ - или  $(2n+\ell+1)$ -кратным вырождением. В частности, подобные композиции образуют так называемые спиральные пучки, которые могут формировать устойчивые буквы, цифры, слова и предложения [34], а также пучки в виде многоугольников [35] и структурированные вихревые пучки [30]. Однако внутри волокон они теряют свои свойства, пока на их выходе эти свойства вновь не восстановят.

Влияние градиента показателя преломления на состояния поляризации мод учитывается поляризационными поправками к скалярной постоянной распространения (5). LP-моды становятся неустойчивыми,

но осевая симметрия все-таки сохраняет вырождение по четности. При этом вид радиальной и азимутальной зависимости не изменяется, а постоянные распространения получают поляризационные поправки  $\beta_{n,\ell} = \beta_{n,\ell} + \delta\beta_{n,\ell}^{pol}$  [32, 36] в виде:

$$\delta\beta_{n,\ell,HE}^{(pol)} = -\sqrt{(2\Delta)^3} \frac{\ell+1}{2\rho V}, \quad \delta\beta_{n,\ell,EH}^{(pol)} = \sqrt{(2\Delta)^3} \frac{\ell-1}{2\rho V}.$$

Их порядок величины небольшой  $\delta\beta_{pol} \sim (1 \div 100)m^{-1}$  по сравнению со скалярной постоянной распространения  $\beta \sim 10^7 m^{-1}$ , но на определенной длине волокна они дают ощутимый вклад в композицию мод. Заметим, что поляризационные поправки поддерживают вырождение моды с одинаковым топологическим зарядом  $\ell = |n-m|$ , но различными радиальными числами  $n$ . Поэтому формула (6) связи ЛГ- и ЭГ-мод остается верной для заданной пары волноводных чисел  $(\ell, n)$  и в этом случае.

Для того, чтобы волокно поддерживало линейную поляризацию, вводится сильное двулучепреломление волокна (см. например, [7, 38] и соответствующие ссылки). Индуцированное двулучепреломление вносит дополнительную поправку  $\Delta\beta_{n,m}^{(ind)}$  к скалярной постоянной распространения, так что общая поправка становится равной  $\delta\beta \sim \sqrt{\delta\beta_{pol}^2 + \delta\beta_{ind}^2}$ . Когда разность показателей преломления становится порядка  $\Delta n_{xy} = n_x - n_y \sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ , но меньше, чем  $\Delta n_{xy} < n_{co} - n_{cl}$ , то основной вклад в поправку вносит двулучепреломление  $\delta\beta \approx \beta_{ind}$ , и волокно может поддерживать линейную поляризацию. Двулучепреломление снимает вырождение по четности [32]. Это значит, что нам следует внести поправки для всех параметров волокна в выражения (2–6):  $V \rightarrow (V_x, V_y)$ ,  $\Delta \rightarrow (\Delta_x, \Delta_y)$ ,  $w \rightarrow (w_x, w_y)$ ,  $\beta_{n,m} \rightarrow (\beta_{x,n}, \beta_{y,m})$ . Однако подстановка данных поправок в полиномы Эрмита вносит небольшое изменение масштаба по осям  $x$  и  $y$  порядка  $\pm \Delta_{x,y}$  и слабо искажает осевую симметрию многочленов Лагерра. Компьютерное моделирование разрушения оптических вихрей при различных значениях двулучепреломления  $\Delta n_{x,y}$  представлено на рис. 1 в виде деформации картины распределения интенсивности  $I(x,y)$ . Как можно заметить, двулучепреломление порядка  $\Delta n_{xy} \sim 10^{-3}$  практически не изменяет осевую симметрию вихревой ЛГ-моды, в то время как  $\Delta n_{xy} \sim 7 \cdot 10^{-3}$  полностью разрушают осевую симметрию, причем эти нарушения возрастают по мере возрастания волноводных чисел  $(n, m)$  [39]. В волокне подавляется поляризационная дисперсия в виде связи между модами с ортогональной линейной поляризацией только в том случае, если линейная поляризация пучка на входе волокна ориентирована вдоль одной из осей двулучепреломления. Более того, деформация скрутки волокна вокруг оси не приводит к связи мод вследствие эффекта поляризационного следования [40]. Вообще говоря, представленные упрощения не охватывают всего разнообразия явлений, связанных с

сильным двулучепреломлением волокна [39, 41, 42], но в рамках нашей модели мы полагаем, что более высокие порядки поляризационной дисперсии вносят гораздо меньший беспорядок в спекл-структуру, чем случайные возмущения собственных мод.

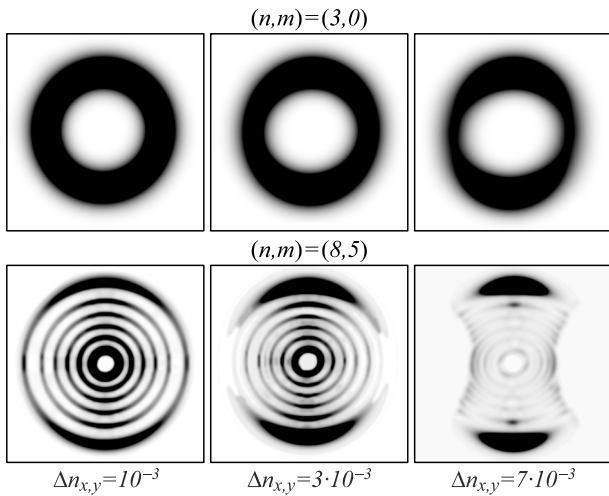


Рис. 1. Деформация вихревой моды  $(n, m)$

в двулучепреломляющем волокне (негатив) на длине  $z = 1$  м,  $n_x = 1,46$ ,  $\rho = 20$  мкм и топологическим зарядом  $\ell = n - m$

Чтобы обеспечить модель волокна необходимыми свойствами, проследим за поведением  $(n + m + 1)$ -вырожденных структурированных вихревых ЛГ-мод, придерживаясь работы [30]. Структурированную вихревую ЛГ-моду можно описать выражением (6), если множитель  $\varepsilon_k$  представить в виде

$$\varepsilon_k = 1 - \varepsilon(-1)^k \sin(k\pi/2), \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – структурный параметр моды. Хотя множитель (7) в сумме ЭГ-мод в соотношении (6) не снимает вырождения, тем не менее, существенно изменяет внутреннюю структуру ЛГ-моды. Причем вся модовая композиция распространяется с постоянной распространения (5) в каждой поляризационной компоненте. Модовый состав градиентного волокна удобно представить геометрически на плоскости  $(n, m)$ , рис. 2. Диаграмму можно рассматривать как множество  $(n + m + 1)$  ЛГ-мод, возбужденных в градиентном волокне. Все ЭГ-моды располагаются на параллельных линиях, где расположено семейство из  $(n + m + 1)$  вырожденных и согласованных по фазе и амплитуде ЭГ-мод в составе структурированной вихревой ЛГ-моды с заданным структурным параметром  $\varepsilon$ . Структурированные моды на разных линиях ортогональны между собой. Кроме того, по условиям модели связь между модами на разных линиях отсутствует. Структурированные моды с различными параметрами  $\varepsilon$  остаются ортогональными. Важно отметить, что вся система мод на рис. 2 обладает  $N = (n_{max} m_{max}) / 2$  независимыми степенями свободы и создает затейливый мелкозернистый узор. Эти свойства не изменяются под действием возмущений.

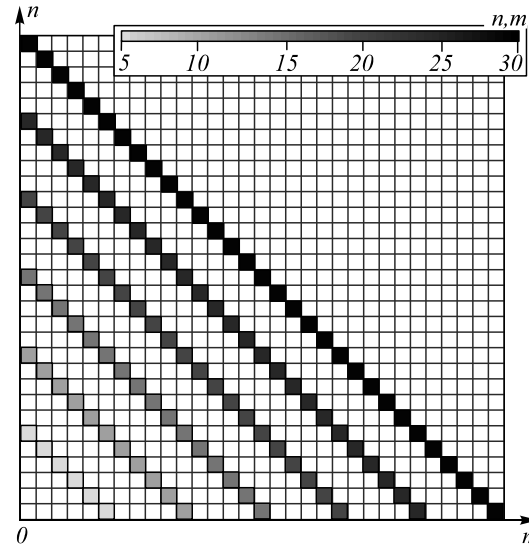


Рис. 2. Эскиз состояний ЭГ- и ЛГ- собственных мод в  $(n, m)$  структурированной ЛГ-композиции

Пусть в волокне возникают случайные возмущения на единице длины волокна, вносящие случайные фазы ЭГ-мод в интервале  $(-\pi, \pi)$ . Мы считаем, что в рамках данной модели возмущения не вызывают межмодовой связи. Тогда структурный параметр  $\varepsilon_k$  можно переписать в виде

$$\varepsilon_k \rightarrow \varepsilon_k^{prt} = \varepsilon_k \exp(ib_k z P_k), \quad (8)$$

где  $b_k \in (0, 1)$  – масштабный параметр, управляющий степенью автокорреляции спекл картины и  $-\pi < P_k < \pi$ . Лазерный пучок возбуждает на входе волокна массив ЭГ-мод  $E_{\pm}(\mathbf{r})$ , которые согласно соотношению (6) можно переписать в виде суперпозиции вырожденных ЛГ-мод

$$\begin{aligned} E_{\pm}(\mathbf{r}) &= \sum_{n, \ell=0}^{n_{max}, \ell_{max}} A_{n, \ell} \frac{(-1)^n}{2^{2n+3\ell/2}} \sum_{k=0}^{2n+\ell} C_k^{(\pm)} HG_{2n+\ell-k, k}(\mathbf{r}) = \\ &= \sum_{n, \ell}^{n_{max}, \ell_{max}} A_{n, \ell} LG_{n, \ell}^{pert}(r, \varepsilon), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $A_{n, \ell}$  – амплитуда структурированной ЛГ-моды, амплитуды ЭГ  $C_k^{(\pm)}$ -мод зависят от структурного параметра, а символ  $(\pm)$  указывает на знак топологического заряда вихря в ЛГ-пучке. Амплитуды  $C_k^{(\pm)}$  измеряются на эксперименте, но при компьютерном моделировании они задаются как  $C_k^{(\pm)} = \lambda_k \varepsilon_k^{pert}$ . Случайные возмущения вводят дополнительную поправку  $\delta\beta_{n, m}^{(rnd)}$  к постоянной распространения, так что общая поправка запишется как [37]

$$\delta\beta \sim \sqrt{\delta\beta_{pol}^2 + \delta\beta_{ind}^2 + \delta\beta_{rnd}^2}. \quad (10)$$

Логично предположить, что два регулярных волновых процесса и случайные скачки фаз приведут к случайным временным задержкам каждой собственной моды и в итоге к хаотичной спекл картине на выходе волокна. Однако это не так. Рассмотрим более

внимательно вклад каждого волнового процесса. Прежде всего, мы имеем дело с тремя конкурирующими процессами, два из которых регулярные:

- 1) отклик волокна с осевой симметрией на поляризацию света;
- 2) модовая дисперсия в каждой поляризационной компоненте;

и один случайный процесс в виде скачков фаз направляемых мод. Если поляризационная поправка значительно превышает две другие  $\delta\beta_{pol}^2 \gg \delta\beta_{brf}^2 + \delta\beta_{rnd}^2$ , то нарушение четности и случайные скачки фаз будут вносить небольшой вклад в искажение структуры пучка. С другой стороны, если сильное двулучепреломление доминирует над поляризационной поправкой и случайными возмущениями  $\delta\beta_{brf}^2 \gg \delta\beta_{pol}^2 + \delta\beta_{rnd}^2$ , то снимается вырождение как по поляризации, так и по четности всего векторного поля, а МВ способно сохранять линейную поляризацию несмотря на то, что вырождение в каждой поляризационной компоненте сохраняется. При этом случайные скачки фаз незначительно влияют на результаты измерений. Спекл картина остается симметричной, хотя и отличается от исходного симметричного узора на входе в волокно. Если же вклад случайных возмущений значительно превышает вклад регулярных процессов  $\delta\beta_{rnd}^2 \gg \delta\beta_{brf}^2 > \delta\beta_{pol}^2$ , то будет наблюдаться случайное распределение светлых и темных пятен в картине распределения интенсивности, хотя волокно и продолжит поддерживать линейную поляризацию.

Нарушение симметрии при конкуренции между регулярными и случайными процессами оценим с помощью нормированной функции автокорреляции второго порядка (степени автокорреляции) [1, 43],

$$K = \int I(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)I(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) d\mathbf{r}d\mathbf{r}_1 / J_{00}^2, \quad (11)$$

где  $\mathbf{r} = (x, y)$ ,  $I(\mathbf{r})$  – распределение интенсивности,  $J_{00}$  – полная интенсивность светового потока. Компьютерное моделирование регулярной и нерегулярной спекл картины на выходе МВ представлено на рис. 3. Каждому столбцу соответствует различное число структурированных ЛГ-мод на входе в волокно  $z = 0$ : (а–ж) – единственная структурированная ЛГ-мода с параметрами  $n=6, \ell=10, \varepsilon=2$ ; (б–з) – три структурированных моды с максимальными числами  $n=6, \ell=10, \varepsilon=2$ . Как увидим в следующем параграфе, для анализа всего спектра мод в волокне достаточно знать только максимальные значения чисел ( $n_{max}, m_{max}$ ). Спектр остальных мод, включая параметры структуры  $\varepsilon$ , определяется на эксперименте. Третий столбец соответствует всему спектру из 50 ЭГ-мод, которые могут реализоваться в волокне с ( $n_{max} = m_{max} = 10$ ).

На строках рис. 3 располагаются картины интенсивности, испытавшие возмущение на всей длине волокна  $z = 1$  м, исключая строку (а–в): (з–е) – только поляризационные поправки и модовая дисперсия, (ж–и) – с учетом случайных фазовых возмущений. Степень автокорреляции  $K \approx 0,98$  описывает исходную симметрию

узора на входе волокна. Структура узора на рисунке интенсивности изменяется под действием поляризационных искажений и модовой дисперсии до  $K \approx 0,7$ , так что симметрия картины не разрушается. Включение случайных фазовых возмущений (ж–и) вызывает частичную хаотизацию до  $K \approx 0,32$  только при возбуждении всех 50 мод волокна. Такое сопротивление хаотизации спекл картины, по-видимому, связано с большим числом ЭГ-мод, образующих инвариантные к распространению суперпозиции и слабо откликающиеся на случайные возмущения. Авторы теоретической работы [7] упоминают аналогичные процессы, которые имеют место также при так называемом самовоспроизведении картины интенсивности в [24] и наблюдались на эксперименте авторами работы [14] при передаче изображения через МВ. Можно утверждать, что случайные возмущения начинают преобладать в формировании спекл структуры при увеличении числа мод. Таким образом, идеализированная модель волокна показала, что хаотизация спекл картины вызвана главным образом случайными возмущениями, подавляющими регулярные процессы. Теперь мы проверим это на эксперименте, чтобы восстановить изображение из хаотической спекл картины.

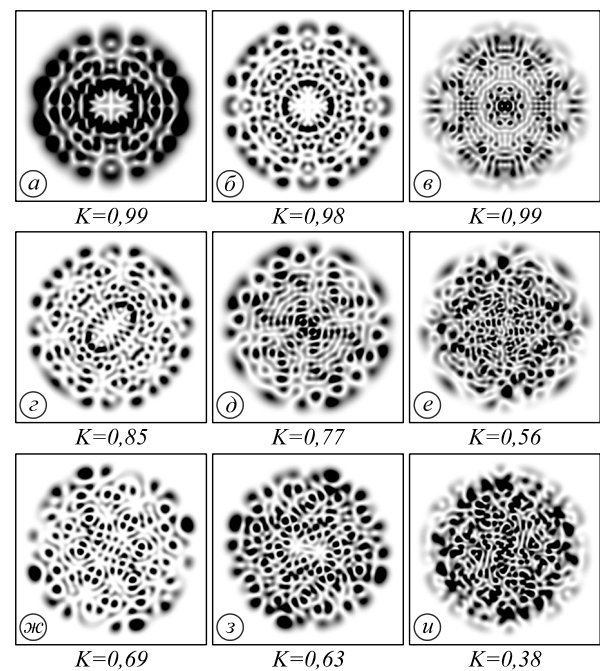


Рис. 3. Компьютерное моделирование зарождения хаотической спекл картины (негатив) при случайных фазовых возмущениях волокна  $V = 9,1$  в зависимости от числа структурированных ЛГ-мод. Радиус сердцевины  $r = 20$  мкм, длина волокна  $z = 1$  м. Регулярная спекл картина композиции структурированных мод с различными амплитудами на входе волокна (а–в): одна структурированная ЛГ-мода с  $n = 6, \ell = 6, \varepsilon = 2$  (а); три моды (б); все 50 собственных ЭГ-мод (в). (з–е): композиция мод, подверженных только модовой дисперсии. (ж–и): те же модовые композиции, но при включённых случайных возмущениях. На выносках под рисунками приведена степень автокорреляции спекл картины

## 2. Эксперимент и согласование мод в спекл картине

Прежде всего, заметим, что собственные структурированные ЛГ-моды в МВ являются вырожденными относительно распределения начальных фаз ЭГ-мод. При распространении вдоль идеального параболического МВ каждая ЭГ-мода получает временную задержку, которая учитывается через постоянные распространения. Однако в идеальном случае эти фазовые задержки не снимают вырождения ЭГ-мод. Если же возникают случайные фазовые искажения, которые не вызывают связь собственных мод, но меняют их фазы, то регулярная картина интенсивности превращается в случайную спекл-картину. Случайным распределением интенсивности управляют перекрестные члены суперпозиции мод, которые содержат разности фаз в аргументах синусов и косинусов. Поскольку основные динамические фазы мод в вырожденной суперпозиции одинаковые, то за стохастизацию отвечают только разности случайных фаз. Именно эта разность фаз измеряется на эксперименте при известном спектре амплитуд. На эксперименте эта разность фаз измеряется с точностью до  $2\pi$ , что достаточно для восстановления исходной картины интенсивности.

Основные задачи этого параграфа следующие:

- 1) измерение и анализ спектров мод (амплитуд и фаз) спекл картины структурированной ЛГ-моды и восстановление исходного изображения;
- 2) восстановление изображения исходной картины интенсивности из спекл картины композиции структурированных мод и сортировка ЭГ-пучков в ее составе.

Измерения спектров мод и восстановление изображения осуществлялись на экспериментальной установке, схема которой представлена на рис. 4. Комплексная амплитуда композиции структурированных ЛГ-мод, возмущенных МВ согласно представленной модели, записывалась в виде голографической решетки на рабочем элементе пространственного модулятора SLM1 (Thorlabs EXULUS-4K1 / M).

Гауссов пучок от He-Ne лазера ( $\lambda=0,6328$  мкм) считывал голограмму и отражался в виде структурированного ЛГ-пучка. Далее делительная призма BS2 разделяла пучок на два оптических плеча. В первом плече пучок фокусировался сферической линзой L3 на входное окно CMOS1 детектора (CMOS1-MiChrome 20). После цифровой обработки экспериментального распределения интенсивности определялись моменты интенсивности  $J_{p,q}$  и строились спектры амплитуд и фаз ЭГ-мод (детальное описание процесса обработки представлено в работах [28 – 30]). Во втором плече пучок фокусировался цилиндрической линзой CL ( $f=15$  см) на входное окно CMOS2 детектора (CMOS2-MiChrome 20), расположенного в плоскости двойного фокуса CL. Использование этой

оптической схемы позволяет измерять амплитуды  $A_{n,l}$  ЛГ-мод с положительными и отрицательными топологическими зарядами вихрей [29]. Разрешающая способность CMOS и Thorlabs EXULUS устройств ( $\sim 4$  мкм) позволяет измерять сложные пучки, содержащие как минимум  $M=100$  мод ЭГ. Полученные спектры обрабатывались, и на рабочем элементе SLM2 модулятора формировалась голографическая решетка, которая учитывала случайные фазы и амплитуды, так что восстановленная комбинация структурированных ЛГ-пучков и каждый ЭГ-пучок, входящий в его состав (см. рис. 6), воспроизводился с помощью CMOS2 и компьютерного монитора PC. Важно отметить, что для воспроизведения этих пучков не требуется опорный пучок, когерентный с пучками в каждом оптическом плече, как это имеет место в типичных схемах передачи изображения, рассмотренных во введении. Использование делительной призмы BS1 для дополнительного оптического плеча на рис. 4 приводится исключительно для оценки предложенной методики и восстановления исходного структурного пучка по уже измеренным спектрам.

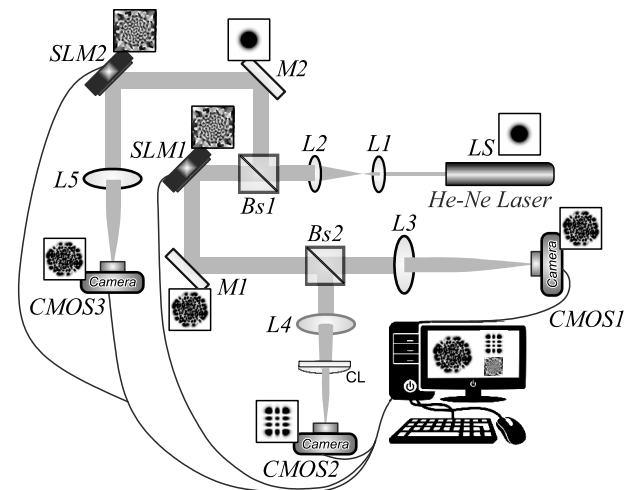


Рис. 4. Экспериментальная установка: *LS* – He-Ne лазер, *SLM 1,2* – пространственный модулятор света, *L1-L5* – сферические линзы; *CL* – цилиндрическая линза, *BS1,2* – делительные призмы ( $1:1 \pm 0,03$ ), *CMOS 1,2,3* – высокоскоростные камеры, *M1,2* – зеркала

Спектры мод измерялись в фокальной плоскости сферической линзы посредством анализа распределения интенсивности  $I_{n,\ell}(x,y)$  структурированной ЛГ-моды с модовыми числами  $(n, \ell)$  с помощью моментов интенсивности  $J_{p,q}$ . Моменты интенсивности содержат амплитуды  $C_k$  и фазы  $\beta_k$  ЭГ-пучков, и, чтобы их найти, требуется провести  $2(\ell+1)$  измерений и составить соответствующую систему линейных уравнений [30]

$$J_{p,q} = \frac{1}{J_{00}} \iint_{\mathbb{R}^2} F_{p,q} I_{n,\ell}(x,y, C_k, \beta_{k,j}) dx dy. \quad (12)$$

Уравнения решаются относительно квадратов амплитуд  $|C_k|^2$  и перекрестных членов, содержащих разности фаз  $\beta_{k,j} = \beta_k - \beta_j$ ,  $j, k = 0, 1, \dots, 2n + \ell$ ,

$p, q = 0, 1, 2, \dots, 2(\ell + 1)$ , тогда как функция моментов  $F_{p,q} = H_p(\sqrt{2x})H_q(\sqrt{2y})$  выбиралась в базисе ЭГ-мод. Систему уравнений (12) можно переписать в матричной форме  $\mathbf{J} = \mathbf{M}\mathbf{C}$ , где  $\mathbf{J}$  – вектор-столбец, составленный из моментов интенсивности, а  $\mathbf{C}$  – вектор-столбец из квадратов амплитуд и перекрестных членов. Обратное преобразование

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{J} \quad (13)$$

сразу задает спектр амплитуд и фаз ЭГ-мод, а  $\mathbf{M}^{-1}$  представляет матрицу передачи МВ. Наибольшее время обработки данных из 50 собственных мод тратится на вычисление всех амплитуд и фаз ЭГ-мод (до десятков миллисекунд). Однако после вычислений время обработки данных на одном канале ЭГ-моды сокращается до нескольких микросекунд, например [30].

$$C_{0,50}^2 \sim J_{100,0} \text{ и } C_{50,0}^2 \sim J_{0,100}. \quad (14)$$

### 2.1. Одна структурированная ЛГ-мода

Пусть в МВ возбуждается единственная структурированная мода. По условию эксперимента известна только сумма индексов  $n + m = 8$  одной из ЭГ-моды в составе структурированного ЛГ-пучка на входе МВ. Требуется определить структурный параметр  $\varepsilon$ , согласовать моды спекл картины и восстановить исходный пучок.

Из рис. 2 видим, что условию  $n + m = 8$  удовлетворяет структурированный пучок, содержащий 8 ЭГ-мод с модовыми числами  $(8 - k, k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, 7$ , а сам структурированный пучок характеризуется индексами  $n = 5$  и  $\ell = 2$ . Этих данных достаточно, чтобы измерить спектр ЭГ-мод в спекл картине на рис. 5г. Измеренные спектры амплитуд и фаз приведены на рис. 5а,б соответственно. Заметим, что случайные возмущения не внесли существенных случайных возмущений в регулярный узор светлых и темных пятен на рис. 5г по сравнению с регулярной спекл картиной на рис. 5в. Действительно, поворот распределения интенсивности на  $\pm \pi$  на рис. 5г совмещает пятна узора друг с другом, при этом степень корреляции картины снижается только до  $K = 0,8$  по сравнению с исходной  $K = 0,98$ .

Хотя модель не предполагает связь мод, из рис. 5а видно рассогласование теоретических и экспериментальных амплитуд, что очевидно обусловлено ошибкой измерений, которая в нашем случае составляет 4%. Также из рис. 5б видим случайные скачки фаз в интервале  $(-\pi, \pi)$ . Для расчета фаз мод мы выбрали фазу  $\beta_0 = 0$ , что не влияет на общую картину случайных возмущений. Тогда по цепочке разности фаз всех мод находим значение фазы выбранной моды. Структурный параметр  $\varepsilon$  можно найти из спектра амплитуд на рис. 5а, сравнивая структурированную и стандартную ЛГ-моды с учетом скачков фаз на рис. 5б. В самом деле, обратим внимание на тот факт, что структурированная ЛГ-мода образована двумя членами в

(6). Первый член отвечает за стандартную ЛГ-моду с числами  $(n, \ell)$ , а второй член задает возмущение, которое вычисляется с учетом случайных фаз  $\exp(i b_k z P_k)$  на рис. 5б, откуда получаем

$$LG_{n,\pm(n-m)}^{pert}(\mathbf{r}, z | \varepsilon) - \frac{(-1)^m}{2^{n+m} m!} \times \sum_{k=0}^{n+m} (\mp i^k) \lambda_k \exp(i b_k z P_k) HG_{n+m-k,k}(\mathbf{r}, z) = \quad (15)$$

$$= \varepsilon \frac{(-1)^m}{2^{n+m} m!} \sum_{k=0}^{n+m} (\mp i^k) \lambda_k \exp(i b_k z P_k) HG_{n+m-k,k}(\mathbf{r}, z).$$

Измеряя спектр мод разности (12), находим структурный параметр  $\varepsilon \approx 2 \pm 0,1$ . Теперь мы можем воспроизвести структуру исходного пучка (рис. 5д) с помощью дополнительного плеча (SLM2 – CMOS3) на рис. 4.

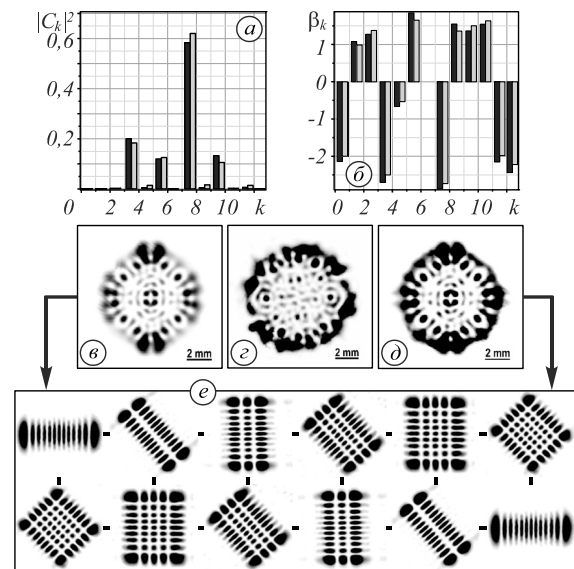


Рис. 5. Спектр мод (а, б), восстановленная картина интенсивности (негатив) исходной структурированной ЛГ-моды (в–д) и собственные (негатив) ЭГ-моды (е): квадраты амплитуд  $|C_k|^2$  (а) и случайных фаз  $\beta_k$  (б); исходная картина интенсивности (в), спекл картина (г), восстановленная картина структурированной ЛГ-моды (д); отсортированные ЭГ-моды (е) из восстановленной ЛГ-моды (е). Степень корреляции картин интенсивности –  $\eta \approx 0,95$ , структурный параметр  $\varepsilon = 2$ ,  $n = 5$ ,  $\ell = 2$  – модовые числа композиции ЭГ-мод

Конечно, сортировку пучков можно осуществить, используя методы моментов интенсивности [30] или дифракционных элементов [44], не прибегая к восстановлению изображения. Но тогда потеряется информация о вариациях фазы и связи мод, что будет рассмотрено в следующих исследованиях.

### 2.2. Полный спектр структурированных ЛГ-мод волокна

Пусть в МВ реализуются все собственные моды, которые допускает нормированная частота  $V$  волокна. По условию эксперимента необходимо осуществить

согласование мод в хаотичной модовой композиции, если известна только нормированная частота волокна  $V$ . Итак, необходимо найти модовые числа  $(\ell, m)$  структурированных ЛГ-мод, их амплитуды  $A_{n,\ell}$ , параметры тонкой структуры  $\varepsilon_{n,\ell}$ , а также амплитуды  $C_k$  и фазы  $\beta_k$  собственных ЭГ-мод, анализируя только кар-

тину интенсивности, после чего восстановить исходный пучок и отсортировать собственные ЭГ-моды. В нашей модели МВ имеет нормированную частоту  $V=21$  и радиус волокна  $a=90$  мкм, что соответствует  $N=210$  собственных ЭГ-мод (рис. 6а), которые образуют 20 структурированных ЛГ-мод (рис. 6б).

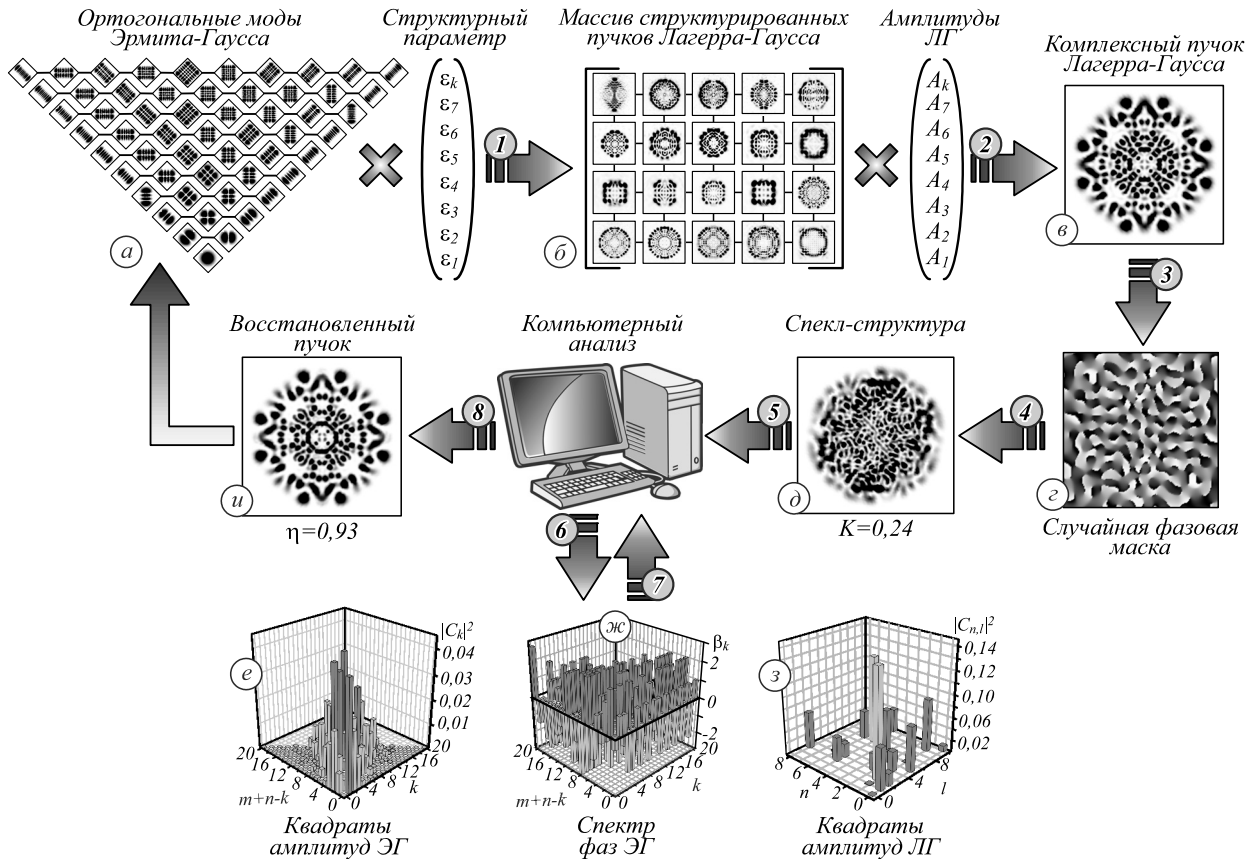


Рис. 6. Процесс восстановления изображения и сортировки ЭГ-мод в многомодовом волокне: ортогональные моды (негатив) ЭГ (а), структурированные моды ЛГ (негатив) (б), суперпозиция структурированных мод ЛГ (негатив) (в), случайная фазовая маска (z), хаотическая спекл картина (негатив) (д), измерение спектров амплитуд (е), фаз (ж) ЭГ-мод и амплитудный спектр (з) ЛГ-мод, цифровое восстановление (негатив) изображения (и)

Табл. 1. Параметры тонкой структуры ЛГ-мод

$\varepsilon$	$LG_{n,\pm\ell}$	$\varepsilon$	$LG_{n,\pm\ell}$
1,1	$LG_{5,\pm 10}$	0,54	$LG_{0,\pm 10}$
-1,2	$LG_{6,\pm 7}$	0,73	$LG_{2,\pm 5}$
2,3	$LG_{8,\pm 2}$	-0,12	$LG_{1,\pm 6}$
-2,1	$LG_{5,\pm 7}$	0,93	$LG_{2,\pm 3}$
0,6	$LG_{6,\pm 4}$	1	$LG_{1,\pm 4}$
0,32	$LG_{6,\pm 3}$	1,5	$LG_{0,\pm 5}$
1,5	$LG_{3,\pm 6}$	1,36	$LG_{1,\pm 2}$
-0,83	$LG_{5,\pm 3}$	0,18	$LG_{1,\pm 1}$
1,1	$LG_{5,\pm 2}$	0,78	$LG_{0,\pm 2}$
1,63	$LG_{1,\pm 9}$	1,43	$LG_{0,\pm 1}$

Их суперпозиция формирует сложный узор изображения (рис. 6в) на входе МВ. Модовая дисперсия и случайные возмущения радикально разрушают изображение. Результат этого разрушения записывается в виде голографической решетки (рис. 6z) на SLM-модуляторе и восстанавливается лазерным пучком, формируя хаотическую спекл картину (д) со степе-

нью автокорреляции  $K=0,22$ . Сначала измерялся спектр амплитуд и фаз ЭГ-мод, представленный на рис. 6е,ж. Каждой линии, параллельной основанию треугольника в плоскости  $(n+m, k)$ , соответствует  $(n+m)$  ЭГ-мод, которые могут образовывать структурированные ЛГ-моды. Их ненормированные амплитуды пропорциональны множителю  $\varepsilon_{n,\ell}A_{n,\ell}$ . Поэтому за счет измерения только лишь ЭГ-спектра мод невозможно определить отдельно амплитуды  $A_{n,\ell}$  и параметры тонкой структуры  $\varepsilon_{n,\ell}$  структурированных ЛГ-мод. Для этого требуется измерять спектр амплитуд ЛГ-мод в хаотичной спекл картине со степенью корреляции  $K=0,22$ , показанный на рис. 6з. Анализ этого спектра позволяет найти амплитуды  $A_{n,\ell}$  ЛГ-мод. Далее обрабатывался спектр ЭГ-мод на каждой линии  $n+m-k$  треугольника на рис. 6е в соответствии с алгоритмом, который представлен выше для каждой структурированной ЛГ-моды. В результате находим произведение  $\varepsilon_{n,\ell}A_{n,\ell}$  и получаем значение



структурных параметров  $\varepsilon_{n,\ell}$ , список которых представлен в табл. 1. Полученные результаты позволили восстановить всю композицию структурированных мод на рис. 6*и* за счет обработки картин интенсивности в каждой строчке треугольника на рис. 6*а*. Средняя степень корреляции картин интенсивности на входе и волокна, и восстановленного изображения составляет  $\eta = 0,93 \pm 0,04$ . Вообще говоря, для выполнения этого процесса можно ограничиться измерением только спектра ЛГ-мод. Однако тогда теряется  $n_{\max} \cdot m_{\max}$  независимых каналов передачи информации, которыми являются ЭГ-моды. Кроме того, мы высвечиваем многогранность спекл картины излучения волокна, содержащей огромный поток информации как об исходном объекте, так и о состоянии самой линии передачи.

### Заключение

Таким образом, мы проанализировали процесс согласования мод в хаотической спекл картине без использования опорного пучка для формирования голографической решетки. Воздействие оптического волокна на передаваемую композицию мод было представлено в виде компьютерной модели, учитывающей модовую и поляризационную дисперсию и случайные скачки фаз. В данной модели мы не учитывали связь мод в каждой поляризационной составляющей. На входе волокна формировался сложный регулярный узор в результате суперпозиции ЛГ-пучков, который под действием волокна превращался в хаотическую спекл картину. При компьютерной обработке спекл картины измерялся спектр мод (амплитуды и фазы) в ЭГ- и ЛГ-базисе, с помощью которых осуществлялось согласование мод и восстановление исходного узора интенсивности. В формировании исходной картины распределения интенсивности участвовали структурированные ЛГ-моды, которые хорошо согласуются с собственными модами волокна. Состав структурированных пучков формируется строго согласованной цепочкой ЭГ-мод. Таким образом, в волокне возбуждаются цепочки собственных мод, вырожденные по поляризации и четности, которые заполняют всю апертуру волокна. Чтобы снять вырождение, мы вводили в модель сильное двулучепреломление. Такое волокно поддерживает линейную поляризацию, ориентированную вдоль осей двулучепреломления, и, следовательно, существенно снижает поляризационную дисперсию. Однако эти возмущения не приводят к превращению регулярной спекл структуры в хаотическую, и только случайные фазовые возмущения каждой ЭГ-моды вносили в спекл картину элементы хаотичности. Тем не менее мы обнаружили конкуренцию между процессом модовой дисперсии и хаотическими скачками фаз ЭГ-мод. Хаотичность спекл картины быстро возрастает с увеличением числа мод в волокне. Для измерения спектра ЭГ-мод использовался метод моментов интенсивно-

сти, который позволял измерять одновременно амплитуды и фазы ЭГ-мод. Однако этих спектров оказалось недостаточно для согласования мод. Потребовались дополнительные измерения спектров ЛГ-мод. В результате мы смогли согласовать 220 собственных мод волокна и восстановить как исходный узор и структурированные ЛГ-моды, так и собственные ЭГ-моды. Представленные результаты показали возможность существенно увеличить число степеней свободы в системах передачи данных благодаря так называемому эффекту русской матрешки: внешняя матрешка представляет сложный регулярный узор распределения интенсивности, внутри нее находится множество матрешек в виде узоров структурированных ЛГ-мод, а каждая из них содержит цепочку строго согласованных ЭГ собственных мод.

### Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-37-90066 теоретические результаты, грант № 19-29-01233 результаты моделирования, грант № 20-37-90068 экспериментальные исследования, грант №20-47-910002 р\_а\_Республика Крым параграф согласования мод).

### Литература

1. **Franson, M.** Laser speckle and applications in optics / M. Franson. – London: Academic Press Inc., 1979. – 174 p.
2. **Čižmár, T.** In situ wavefront correction and its application to micromanipulation / T. Čižmár, M. Mazilu, K. Dholakia // Nature Photonics. – 2010. – Vol. 4. – P. 388-394.
3. **Plöschner, M.** Seeing through chaos in multimode fibres / M. Plöschner, T. Tyc, T. Čižmár // Nature Photonics. – 2015. – Vol. 9. – P. 529-535.
4. **Kirilenko, M.S.** Simulation of optical signals propagation in a random media / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // Proceeding International Conference Information Technology and Nanotechnology. – 2016. – Vol. 1638. – P. 55-65. – DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-55-65.
5. **Yeh, Ch.** Handbook of fiber optics: theory and applications / Ch. Yeh. – London: Academic Press Inc., 1990. – 382 p.
6. **Kumar, A.** Polarization of light with applications in optical fiber / A. Kumar, A. Chatak. – Washington: SPIE Press, 2011. – 246 p.
7. **Abdullaev, S.S.** The speckle structure of an optical field in multimode waveguides / S.S. Abdullaev, G.M. Zaslavskii // Kvantovaya Elektronika. – 1987. – Vol. 14, Issue 7. – P. 1475-1484.
8. **Boonzajer Flaes, D.E.** Robustness of light-transport processes to bending deformations in graded-index multimode waveguides / D.E. Boonzajer Flaes, J. Stopka, S. Turtaev, J.F. de Boer, T. Tyc, T. Čižmár // Physical Review Letters. – 2018. – Vol. 120. – 233901.
9. **Shemirani, M.B.** Principal modes in graded-index multimode fiber in presence of spatial-and polarization-mode coupling / M.B. Shemirani, W. Mao, R.A. Panicker, J.M. Kahn // Journal of Lightwave Technology. – 2009. – Vol. 27, Issue 10. – P. 1248-1261.
10. **Čižmár, T.** Exploiting multimode waveguides for pure fiber-based imaging / T. Čižmár, K. Dholakia // Nature Communication. – 2012. – Vol. 3. – 1027.

11. **Leonardo, D.** Hologram transmission through multi-mode optical fibers / D. Leonardo, S. Bianchi // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19. – P. 247-254.
12. **Papadopoulos, I.N.** Focusing and scanning light through a multimode optical fiber using digital phase conjugation // I.N. Papadopoulos, S. Farahi, C. Moser, D. Psaltis // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 10583-10590.
13. **Carpenter, J.** 110×110 optical mode transfer matrix inversion / J. Carpenter, B.J. Eggleton, J. Schröder // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22. – P. 96-101.
14. **Ploschner, M.** Seeing through chaos in multimode fibres. Supplementary information [Electronical Resource] / M. Ploschner, T. Tyc, T. Čížmár // *Nature Photonics*. – 2015. – Vol. 9. – P. 529-535. – URL: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2015.112>.
15. **Czarske, J.W.** Transmission of independent signals through a multimode fiber using digital optical phase conjugation / W. Czarske, D. Haufe, N. Koukourakis, L. Büttner // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, Issue 13. – P. 15128-15136.
16. **Ma, Ch.** Structured light beams created through a multimode fiber via virtual Fourier filtering based on digital optical phase conjugation / Chaojie Ma, Jianglei Di, Jiazhen Dou, Peng Li, Fajun Xiao, Kaihui Liu, Xuedong Bai, Jianlin Zhao // *Applied Optics*. – 2020. – Vol. 59, Issue 3. – P. 701-705.
17. **Mounaix, M.** Time reversal of optical waves / M. Mounaix, N.K. Fontaine, D.T. Neilson, J. Carpenter // *Frontiers in Optics and Laser Science APS/DLS: Conference Papers*. – 2019. – FTu6B.5.
18. **Büttner, L.** Velocity measurements with structured light transmitted through a multimode optical fiber using digital optical phase conjugation / L. Büttner, M. Thümmel, J. Czarske // *Optics Express*. – 2020. – Vol. 28, Issue 6. – P. 8064-8075.
19. **Yariv, A.** Three-dimensional pictorial transmission in optical fibers / A. Yariv // *Applied Physics Letters*. – 1976. – Vol. 28, Issue 2. – P. 88-89.
20. **McMichael, I.** Correction of polarization and modal scrambling in multimode fibers by phase conjugation / I. McMichael, P. Yeh, P. Beckwith // *Optics Letters*. – 1987. – Vol. 12, Issue 7. – P. 507-509.
21. **Kukhtarev, M.V.** Polarized phase conjugation and some principles of parallel information transmission by a fiber/crystal system / M.V. Kukhtarev, A.V. Volyar, A.V. Gnatovsky // *Journal of Nonlinear Optical Physics and Materials*. – 1993. – Vol. 2, Issue 3. – P. 447-464.
22. **Khonina, S.N.** Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber / S.N. Khonina, A.S. Striletz, A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // *Proceedings of SPIE*. – 2010. – Vol. 7523. – 75230B (12 p.). – DOI: 10.1117/12.854883.
23. **Кириленко, М.С.** Вычисление собственных функций ограниченного дробного преобразования Фурье / М.С. Кириленко, Р.О. Зубцов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 332-338. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-332-338.
24. **Khonina, S.N.** Optical vortices in a fiber: Mode division multiplexing and multimode self-imaging / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer. – In: *Recent progress in optical fiber research* / ed. by M. Yasin, S.W. Harun, H. Arof. – Rijeka: InTech, 2012. – P. 327-352. – DOI: 10.5772/28067.
25. **Fontaine, N.K.** Laguerre-Gaussian mode sorter / N.K. Fontaine, R. Ryf, H. Chen, D.T. Neilson, K. Kim, J. Carpenter // *Nature Communications*. – 2019. – Vol. 10. – P. 1865.
26. **Zhu, Z.** Single-shot direct tomography of the complete transverse amplitude, phase and polarization structure of a light field / Z. Zhu, D. Hay, Y. Zhou, A. Fyffe, B. Kantor, G.S. Agarwal, R.W. Boyd, Z. Shi // *Physical Review Applied*. – 2019. – Vol. 12. – 034036.
27. **Zhu, Z.** Single-shot direct tomography of the complete transverse amplitude, phase and polarization structure of a light field: Supplemental material [Electronical Resource] / Z. Zhu, D. Hay, Y. Zhou, A. Fyffe, B. Kantor, G.S. Agarwal, R.W. Boyd, Z. Shi // *Phys. Rev. Applied*. – 2019. – Vol. 12. – 034036. – URL: <https://journals.aps.org/prapplied/supplemental/10.1103/PhysRevApplied.12.034036>.
28. **Volyar, A.V.** Measurement of the vortex spectrum in a vortex beam array without cuts and gluing of the wavefront / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 22. – P. 5635-5638.
29. **Volyar, A.V.** Measurement of the vortex and orbital angular momentum spectra with a single cylindrical lens / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // *Applied Optics*. – 2019. – Vol. 58, Issue 21. – P. 5748-5755.
30. **Volyar, A.** Fine structure of perturbed Laguerre-Gaussian beams: Hermite-Gaussian mode spectra and topological charge / A. Volyar, E. Abramochkin, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // *Applied Optics*. – 2020. – Vol. 59, Issue 25. – P. 7680-7687.
31. **Kotlyar, V.V.** Propagation of hypergeometric laser beams in a medium with the parabolic refractive index / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15, Issue 12. – 125706. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/12/125706.
32. **Snyder, A.W.** Optical waveguide theory / A.W. Snyder, J.D. Love. – London: Chapman and Hall Ltd., 1983. – 746 p.
33. **Marcuse, D.** Losses and impulse response of a parabolic index fiber with random bends / D. Marcuse // *The Bell System Technical Journal*. – 1973. – Vol. 52, Issue 8. – P. 1423-1437.
34. **Абрамочкин, Е.Г.** Спиральные пучки света / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // *Успехи физических наук*. – 2004. – Т. 174, № 12. – С. 1273-1300.
35. **Shen, Y.** Hybrid topological evolution of multi-singularity vortex beams: generalized nature for helical-Ince-Gaussian and Hermite-Laguerre-Gaussian modes / Y. Shen, Y. Meng, X. Fu, M. Gong // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2019. – Vol. 36, Issue 4. – P. 578-587.
36. **Волярь, А.В.** Оптические вихри в маломодовых волокнах. II. Спин-орбитальное взаимодействие / А.В. Волярь, В.З. Жилайтис, В.Г. Шведов // *Оптика и спектроскопия*. – 1998. – Т. 86, № 4. – P. 664-670.
37. **Alexeyev, C.N.** Transformations of optical vortices in elliptical and anisotropic fibers / C.N. Alexeyev, A.V. Volyar, M.A. Yavorsky // *Journal of Optics: Pure and Applied Optics*. – 2007. – Vol. 9, Issue 4. – P. 387-394.
38. **Ahmad, R.** Polarization-maintaining, large-effective-area, higher-order-mode fiber / R. Ahmad, M.F. Yan, J.W. Nicholson, K.S. Abedin, P.S. Westbrook, C. Headley, P.W. Wisk, E.M. Monberg, D.J. DiGiovanni // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 13. – P. 2591-2594.
39. **Eftimov, T.A.** Analysis of the polarization behavior of hybrid modes in highly birefringent fibers / T.A. Eftimov, W.J. Bock // *Journal of Lightwave Technology*. – 1998. – Vol. 16, Issue 6. – P. 998-1005.
40. **Ярив, А.** Оптические волны в кристалле / А. Ярив, П. Юх. – Москва: Мир, 1987. – 616 с.
41. **Woliński, T.R.** I Polarimetric optical fibers and sensors / T.R. Woliński // *Progress in Optics*. – 2000. – Vol. 40. – P. 1-75.
42. **Varnham, M.P.** Fundamental limits to the transmission of linearly polarized light by birefringent optical fibers / M.P. Varnham, D.N. Payne, J.D. Love // *Electronic Letters*. – 1984. – Vol. 22, Issue 1. – P. 55-56.
43. **Goodman, J.W.** Statistical optics / J.W. Goodman. – New York: John Wiley and Sons Publication, 2000. – 544 p.

44. **Khonina, S.N.** Measuring the light field orbital angular momentum using DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer,

P. Paakkonen, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks. – 2001. – Vol. 10, No. 4. – P. 241-255.

---

#### *Сведения об авторах*

**Воляр Александр Владимирович** – 1949 года рождения. Выпускник Симферопольского государственного университета (1972), а после окончания – его сотрудник. Доктор физико-математических наук (1992). С 1993 г. – профессор, с 1999 г. – заведующий кафедрой общей физики. Сфера научных интересов: оптика, лазерная физика. E-mail: [volyar.singular.optics@gmail.com](mailto:volyar.singular.optics@gmail.com).

**Брещко Михаил Владимирович** – 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. На данный момент аспирант третьего курса кафедры общей физики физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, обработка графических изображений, программирование. E-mail: [mikhailbretcko4@gmail.com](mailto:mikhailbretcko4@gmail.com).

**Акимова Яна Евгеньевна** – 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. На данный момент аспирант третьего курса кафедры общей физики физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика. E-mail: [akimova.yana@yandex.ru](mailto:akimova.yana@yandex.ru).

**Егоров Юрий Александрович** – 1975 года рождения. Выпускник Таврического национального университета (в настоящее время КФУ). Получил степень кандидата физико-математических наук в области оптики и лазерной физики в Таврическом национальном университете в 2005 году. Начиная с 2006 года доцент кафедры общей физики. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: [yurivegorov@cfuv.ru](mailto:yurivegorov@cfuv.ru).

---

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 9 ноября 2020 г. Окончательный вариант – 8 февраля 2021 г.

---

---

# Digital analysis of a speckle pattern of chaotic mode composition and restoration of a regular intensity pattern after a multimode fiber

A.V. Volyar<sup>1</sup>, M.V. Bretsko<sup>1</sup>, Y.E. Akimova<sup>1</sup>, Y.A. Egorov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University,  
Academician Vernadsky 4, 295007, Simferopol, Republic of Crimea, Russia

## Abstract

A process of mode matching in a chaotic speckle pattern without a reference beam responsible for the formation of a holographic grating was studied experimentally and theoretically. Our approach was based on measuring the amplitudes and phases of the Hermite-Gauss (HG) and Laguerre-Gauss (LG) modes in a speckle pattern formed by the radiation of a multimode gradient fiber. The speckle pattern was formed in a hologram of a spatial light modulator using a multimode gradient fiber model while taking into account the mode and polarization dispersion, as well as random phase jumps of each eigenmode. We managed to match 210 modes of the speckle pattern and restore not only the original pattern, but also each structured LG mode and the entire chain of HG eigenmodes.

**Keywords:** information optics, vortex beams sorting, Shannon entropy.

**Citation:** Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YE, Egorov YA. Digital analysis of a speckle pattern of chaotic mode composition and restoration of a regular intensity pattern after a multimode fiber. *Computer Optics* 2021; 45(2): 179-189. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-831.

**Acknowledgements:** : This work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under the research projects No. 19-29-01233 (Simulation results), No. 20-37-90066 (Theoretical results), No. 20-37-90068 (Experiment), and No. 20-47-910002 Republic of Crimea ("Mode matching" Section).

## References

- [1] Franson M. Laser speckle and applications in optics. London: Academic Press Inc; 1979.
  - [2] Čižmár T, Mazilu M, Dholakia K. In situ wavefront correction and its application to micromanipulation. *Nat Photonics* 2010; 4: 388-394.
  - [3] Plöschner M, Tyc T, Čižmár T. Seeing through chaos in multimode fibres. *Nat Photonics* 2015; 9: 529-535.
  - [4] Kirilenko MS, Khonina SN. Simulation of optical signals propagation in a random media. *Proceeding International Conference Information Technology and Nanotechnology* 2016; 1638: 55-65. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-55-65.
  - [5] Yeh Chai Handbook of fiber optics: theory and applications. London: Academic Press Inc; 1990.
  - [6] Kumar A, Chatak A. Polarization of light with applications in optical fiber. Washington: SPIE Press; 2011.
  - [7] Abdullaev SS, Zaslavskii GM. The speckle structure of an optical field in multimode waveguides. *Kvantovaya Elektronika* 1987; 14(7): 1475-1484.
  - [8] Boonzajer Flaes DE, Stopka J, Turtaev S, de Boer JF, Tyc T, Čižmár T. Robustness of light-transport processes to bending deformations in graded-index multimode waveguides. *Phys Rev Lett* 2018; 120: 233901.
  - [9] Shemirani MB, Mao W, Panicker RA, Kahn JM. Principal modes in graded-index multimode fiber in presence of spatial-and polarization-mode coupling. *J Light Technol* 2009; 27(10): 1248-1261.
  - [10] Čižmár T, Dholakia K. Exploiting multimode waveguides for pure fiber-based imaging. *Nat Commun* 2012; 3: 1027.
  - [11] Leonardo D, Bianchi S. Hologram transmission through multi-mode optical. *Opt Express* 2011; 19: 247-254.
  - [12] Papadopoulos IN, Farahi S, Moser C, Psaltis D. Focusing and scanning light through a multimode optical fiber using digital phase conjugation. *Opt Express* 2012; 20: 10583-10590.
  - [13] Carpenter J, Eggleton BJ, Schröder J. 110×110 optical mode transfer matrix inversion. *Opt Express* 2014; 22: 96-101.
  - [14] Ploschner M, Tyc T, Čižmár T. Seeing through chaos in multimode fibres. Supplementary information. *Nat Photonics* 2015; 9: 529-535. Source: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2015.112>.
  - [15] Czarske JW, Haufe D, Koukourakis N, Büttner L. Transmission of independent signals through a multimode fiber using digital optical phase conjugation. *Opt Express* 2016; 24(13): 15128-15136.
  - [16] Ma Ch, Di J, Dou J, Li P, Xiao F, Liu K, Bai X, Zhao J. Structured light beams created through a multimode fiber via virtual Fourier filtering based on digital optical phase conjugation. *Appl Opt* 2020; 59(3): 701-705.
  - [17] Mounaix M, Fontaine NK, Neilson DT, Carpenter J. Time reversal of optical waves. *Frontiers in Optics and Laser Science APS DLS Conference Papers* 2019; FTu6B5.
  - [18] Büttner L, Thümmeler M, Czarske J. Velocity measurements with structured light transmitted through a multimode optical fiber using digital optical phase conjugation. *Opt Express* 2020; 28(6): 8064-8075.
  - [19] Yariv A. Three-dimensional pictorial transmission in optical fibers. *Appl Phys Lett* 1976; 28(2): 88-89.
  - [20] McMichael I, Beckwith P. Correction of polarization and modal scrambling in multimode fibers by phase conjugation. *Opt Lett* 1987; 12(7): 507-509.
  - [21] Kukhtarev MV, Volyar AV, Gnatovsky AV. Polarized phase conjugation and some principles of parallel information transmission by a fiber/crystal system. *J Nonlinear Opt Phys Mater* 1993; 2(3): 447-464.
  - [22] Khonina SN, Striletz AS, Kovalev AA, Kotlyar VV. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber. *Proc SPIE* 2010; 7523: 75230B. DOI: 10.1117/12.854883.
-

- 
- [23] Kirilenko MS, Zubtsov RO, Khonina SN. Calculation of eigenfunctions of a bounded fractional Fourier transform. *Computer Optics* 2015; 39(3): 332-338. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-332-338.
- [24] Khonina SN, Kazanskiy NL, Soifer VA. Optical vortices in a fiber: Mode division multiplexing and multimode self-imaging. In Book: Yasin M, Harun SW, Arof H, eds. Rijeka: InTech; 2012: 327-352. DOI: 10.5772/28067.
- [25] Fontaine NK, Ryf R, Chen H, Neilson DT, Kim K, Carpenter J. Laguerre-Gaussian mode sorter. *Nat Commun* 2019; 10: 1865.
- [26] Zhu Z, Hay D, Zhou Y, Fyffe A, Kantor B, Agarwal GS, Boyd RW, Shi Z. Single-shot direct tomography of the complete transverse amplitude, phase and polarization structure of a light field. *Phys Rev Appl* 2019; 12: 034036.
- [27] Zhu Z, Hay D, Zhou Y, Fyffe A, Kantor B, Agarwal GS, Boyd RW, Shi Z. Single-shot direct tomography of the complete transverse amplitude, phase and polarization structure of a light field: Supplemental material. *Phys Rev Appl* 2019; 12: 034036. Source: (<https://journals.aps.org/prapplied/supplemental/10.1103/PhysRevApplied.12.034036>).
- [28] Volyar AV, Bretsko M, Akimova Ya, Egorov Yu. Measurement of the vortex spectrum in a vortex beam array without cuts and gluing of the wavefront. *Opt Lett* 2018; 43(22): 5635-5638.
- [29] Volyar AV, Bretsko M, Akimova Ya, Egorov Yu. Measurement of the vortex and orbital angular momentum spectra with a single cylindrical lens. *Appl Opt* 2019; 58(21): 5748-5755.
- [30] Volyar A, Abramochkin E, Egorov Yu, Bretsko M, Akimova Ya. Fine structure of perturbed Laguerre-Gaussian beams: Hermite-Gaussian mode spectra and topological. *Applied Optics* 2020; 59(25): 7680-7687.
- [31] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Propagation of hypergeometric laser beams in a medium with the parabolic refractive index. *J Opt* 2013; 15(12): 125706. DOI: 10.1088/2040-8978/15/12/125706.
- [32] Snyder AW, Love JD. *Optical waveguide theory*. London: Chapman and Hall Ltd; 1983.
- [33] Marcuse D. Losses and impulse response of a parabolic index fiber with random bends. *The Bell System Technical Journal* 1973; 52(8): 1423-1437.
- [34] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Spiral light beams. *Physics-Uspekhi* 2004; 47(12): 1177-1203. DOI: 10.1070/PU2004v047n12ABEH001802.
- [35] Shen Y, Meng Y, Fu X, Gong M. Hybrid topological evolution of multi-singularity vortex beams: generalized nature for helical-Ince-Gaussian and Hermite-Laguerre-Gaussian modes. *Jour Opt Soc Am A* 2019; 36(4): 578-587.
- [36] Volyar AV, Zilaitis VZ, Shvedov VG. Optical eddies in small-mode fibers: II. The spin-orbit interaction. *Optics and Spectroscopy* 1998; 86(4): 593-598.
- [37] Alexeyev CN, Volyar AV, Yavorsky MA. Transformations of optical vortices in elliptical and anisotropic fibers. *J Opt A-Pure Appl Opt* 2007; 9(4): 387-394.
- [38] Ahmad R, Yan MF, Nicholson JW, Abedin KS, Westbrook PS, Headley C, Wisk PW, Monberg EM, DiGiovanni D.J. Polarization-maintaining, large-effective-area, higher-order-mode fiber. *Opt Lett* 2017; 42(13): 2591-2594.
- [39] Eftimov TA, Bock WJ. Analysis of the polarization behavior of hybrid modes in highly birefringent fibers. *J Light Technol* 1998; 16(6): 998-1005.
- [40] Yariv A, Yeh P. *Optical waves in crystals*. New York: John Wiley and Sons Publication; 1987.
- [41] Woliński TR. I Polarimetric optical fibers and sensors. *Progress in Optics* 2000; 40: 1-75.
- [42] Varnham MP, Payne DN, Love JD. Fundamental limits to the transmission of linearly polarized light by birefringent optical fibers. *Electron Lett* 1984; 22(1): 55-56.
- [43] Goodman JW. *Statistical optics*. New York: John Wiley and Sons Publication; 2000.
- [44] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Paakkonen P, Turunen J. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE. *Optical Memory and Neural Networks* 2001; 10(4): 241-255.
- 

#### *Authors' information*

**Alexander Vladimirovich Volyar** - born in 1949. A graduate of Simferopol State University (1972), and after graduation - his employee. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1992). Since 1993, he has been a professor, since 1999, he has become the head of the General Physics department. The sphere of scientific interests is optics, laser physics. E-mail: [volyar.singular.optics@gmail.com](mailto:volyar.singular.optics@gmail.com).

**Mikhail Vladimirovich Bretsko** - born in 1994. Since 2012, a student of the V.I. Vernadsky Crimean Federal University. At the moment, the third-year postgraduate student of the General Physics department, V.I. Vernadsky Crimean Federal University Physics and Technology Institute. Scope of scientific interests - singular optics, processing of graphic images, programming. E-mail: [mikhailbretsko4@gmail.com](mailto:mikhailbretsko4@gmail.com).

**Yana Evgenievna Akimova** - born in 1994. Since 2012, a student of the V.I. Vernadsky Crimean Federal University. At the moment, the third-year postgraduate student of the of General Physics department, V.I. Vernadsky Crimean Federal University Physics and Technology Institute. Scope of scientific interests - singular optics, diffraction optics. E-mail: [ak1mova.yana@yandex.ru](mailto:ak1mova.yana@yandex.ru).

**Yuriy Alexandrovich Egorov** - born in 1975. A graduate of the Taurida National University (2001). Received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the field of Optics and Laser Physics at the Taurida National V.I. Vernadsky University (Crimean Federal University is now) in 2005. Since 2006, he has been a Associate

---

---

Professor at the Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. The sphere of scientific interests is singular optics, diffraction optics. E-mail: [yuriyegorov@cfuv.ru](mailto:yuriyegorov@cfuv.ru).

---

*Received November 9, 2020. The final version – February 8, 2021.*

---