

Орбитальный угловой момент структурно-устойчивых лазерных пучков

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Для структурно-устойчивых лазерных пучков, амплитуда которых представима в виде конечной суммы функций Эрмита–Гаусса с неопределенными весовыми коэффициентами, получено аналитическое выражение для нормированного орбитального углового момента таких пучков, также через конечные суммы весовых коэффициентов. Показано, что при определенном выборе весовых коэффициентов можно получить максимальный орбитальный угловой момент, который равен максимальному номеру многочлена Эрмита, входящего в сумму. При этом сумма описывает однокольцевой пучок Лагерра–Гаусса с топологическим зарядом, равным максимальному орбитальному угловому моменту и максимальному номеру многочлена Эрмита.

Ключевые слова: оптический вихрь, орбитальный угловой момент, структурно-устойчивый пучок Эрмита–Гаусса, пучок Лагерра–Гаусса.

Цитирование: Котляр, В.В. Орбитальный угловой момент структурно-устойчивых лазерных пучков / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 4. – С. 517-521. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1108.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA. Orbital angular momentum of structurally stable laser beams. Computer Optics 2022; 46(4): 517-521. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1108.

Введение

В последнее время уделяется большое внимание структурированному свету. Имеется несколько обзорных работ, в которых описываются генерация и детектирование такого света [1, 2]. Такой свет можно генерировать как с помощью лазеров [3, 4], так и с помощью оптических компонент вне резонатора (например, с помощью астигматического конвертора [5]). Структурированный свет – это свет, имеющий пространственную поперечную (например, пучки Эрмита–Гаусса (ЭГ) или Лагерра–Гаусса [6]), продольную (например, пучки Эйри [7]), поляризационную (например, пучки с радиальной или азимутальной поляризацией [8]) и временную (например, пространственно-временные оптические вихри [9, 10]) структуру. Структурно-устойчивые пучки являются частным случаем структурированных пучков и могут быть представлены разными способами. Например, с помощью множества смещенных оптических вихрей одного знака, внедренных в Гауссов пучок [11], или с помощью конечной суммы пучков ЭГ [12], или с помощью ряда [13]. Интересно, что в работе [14] авторы анализируют с помощью конечной суммы пучков ЭГ с комплексными коэффициентами возмущение моды Лагерра–Гаусса. Фактически в [14] исследуется специальный тип возмущений пучка Лагерра–Гаусса, а именно такой, что возмущенные пучки по-прежнему остаются структурно-устойчивыми.

В данной работе мы рассмотрим структурно-устойчивые лазерные пучки, комплексная амплитуда

которых является конечной суммой пучков ЭГ. Мы получим общее выражение для орбитального углового момента (ОУМ) таких пучков и приведем несколько конкретных примеров выбора весовых коэффициентов у суперпозиции пучков ЭГ, при которых получаются разные значения ОУМ. Мы покажем, что максимальный нормированный на мощность пучка ОУМ равен максимальному номеру многочлена Эрмита, входящего в эту сумму.

1. Орбитальный угловой момент

Под структурно-устойчивыми (их еще называют структурированными Гауссовыми) пучками будем понимать параксиальные пучки, комплексная амплитуда которых равна конечной сумме пучков ЭГ с номерами, сумма которых постоянна и равна N :

$$SG_N(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \times \sum_{p=0}^N C_p H_{N-p}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_p\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right), \quad (1)$$

где w – радиус перетяжки Гауссова пучка, C_p – комплексные коэффициенты, $H_p(x)$ – многочлены Эрмита, удовлетворяющие рекуррентным соотношениям:

$$H_n(x) = 2xH_{n-1}(x) - 2(n-1)H_{n-2}(x), \quad (2)$$

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x.$$

Пучки ЭГ являются структурно-устойчивыми, то есть при распространении сохраняют свой вид, из-

меняясь масштабно. Преобразование Френеля сохраняет пучок ЭГ:

$$\begin{aligned}
 HG_{n,m}(\xi, \eta, z) &= \left(-\frac{ik}{2\pi z}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2}\right) \times \\
 &\times H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) \times \\
 &\times \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2+\xi^2+\eta^2-2x\xi-2y\eta)\right] dx dy = \\
 &= \frac{1}{|q(z)|} \exp\left[\frac{iz}{z_0 w^2 |q(z)|^2}(\xi^2+\eta^2)\right] \times \\
 &\times \exp\left[-i(n+m+1)\arctg\left(\frac{z}{z_0}\right)\right] \times \\
 &\times \exp\left[-\frac{\xi^2+\eta^2}{w^2|q(z)|^2}\right] H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w|q(z)|}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w|q(z)|}\right),
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $q(z) = 1 + iz/z_0$, $z_0 = kw^2/2$ – длина Рэлея, k – волновое число света, (x, y) и (ξ, η) – поперечные декартовы координаты в начальной плоскости и на расстоянии z , z – третья декартова координата, направленная вдоль оптической оси пучка. Из (3) видно, пучки ЭГ, у которых сумма номеров постоянная $n+m=N$, распространяются с одинаковой фазовой скоростью (у них одинаковая фаза Гоу), и поэтому линейная комбинация таких пучков (1) будет структурно-устойчивой.

Если сложить пучки (3) с весовыми коэффициентами C_p , получим комплексную амплитуду поля (1) на расстоянии z :

$$\begin{aligned}
 SG_N(x, y, z) &= \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{w^2|q(z)|^2} + \frac{ik(x^2+y^2)}{2R(z)}\right] \times \\
 &\times \exp\left[-i(N+1)\arctg\left(\frac{z}{z_0}\right)\right] \times \\
 &\times \sum_{p=0}^N \frac{C_p}{|q(z)|} H_{N-p}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w|q(z)|}\right) H_p\left(\frac{\sqrt{2}y}{w|q(z)|}\right),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $R(z) = z[1+(z_0/z)^2]$ – радиус кривизны волнового фронта.

Найдем далее общую формулу для расчета нормированного ОУМ структурно-устойчивых Гауссовых пучков (1). Для этого используем известные формулы для расчета ОУМ паракиальных световых полей J_z и для расчета мощности пучка W :

$$J_z = \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(x, y) \left(x \frac{\partial E(x, y)}{\partial y} - y \frac{\partial E(x, y)}{\partial x}\right) dx dy, \tag{5}$$

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(x, y) E(x, y) dx dy, \tag{6}$$

где $\bar{E}(x, y)$ – комплексно сопряженная амплитуда, Im – мнимая часть числа. Подставляя (1) в (5) и (6) и пользуясь ортогональностью многочленов Эрмита и известными формулами для их производной

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) H_n(x) H_m(x) dx &= \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{n,m}, \\
 \frac{dH_n(x)}{dx} &= 2n H_{n-1}(x),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где $\delta_{n,m}$ – символ Кронекера, получим общие формулы для ОУМ и мощности пучка (1):

$$\begin{aligned}
 J_z &= \pi 2^N \sum_{p=0}^{N-1} (p+1)!(N-p)! \text{Im}(\bar{C}_p C_{p+1}), \\
 W &= \pi 2^{N-1} \sum_{p=0}^N p!(N-p)! (\bar{C}_p C_p).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Нормированный ОУМ (Im – мнимая часть числа) для поля (1) будет иметь вид:

$$\frac{J_z}{W} = \frac{2 \sum_{p=0}^{N-1} (p+1)!(N-p)! \text{Im}(\bar{C}_p C_{p+1})}{\sum_{p=0}^N p!(N-p)! (\bar{C}_p C_p)}. \tag{9}$$

Из (9) следует, что у структурно-устойчивого Гауссова пучка (1) ОУМ будет отличен от нуля, если коэффициенты C_p комплексные. И даже достаточно, чтобы коэффициенты C_p не все были комплексные, а через одного. Минимальное достаточное условие, чтобы пучок (1) имел ОУМ, – это отличие фазы хотя бы одного коэффициента в сумме (1) от фаз других коэффициентов.

Получим частные случаи из общей формулы (9). Рассмотрим простой случай, когда в сумме (1) отличными от нуля являются только первых два коэффициента $C_0 = 1$, $C_1 = i\gamma$. Тогда ОУМ (9) для такого структурного Гауссова пучка с амплитудой:

$$\begin{aligned}
 SG_N(x, y) &= \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2}\right) \times \\
 &\times \left[H_N\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) + i\gamma 2^{3/2} \frac{y}{w} H_{N-1}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{10}$$

будет равен

$$\frac{J_z}{W} = \frac{2\gamma}{1+\gamma^2/N}. \tag{11}$$

Из (11) видно, при большом N ОУМ пучка (10) определяется величиной γ : $J_z/W \approx 2\gamma$. Можно показать, что топологический заряд поля (10) равен N при любых $\gamma > 0$.

Рассмотрим еще один простой пример, в котором ОУМ будет пропорционален номеру $N = 2s + 1$. Для этого выберем из суммы (1) отличными от нуля только два слагаемых с соседними номерами:

$$C_{(N-1)/2} = 1, C_{(N+1)/2} = i\gamma, N = 2s + 1. \quad (12)$$

Тогда ОУМ (9) такой суммы двух пучков ЭГ

$$SG_N(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \times \left[H_{s+1}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_s\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) + i\gamma H_s\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_{s+1}\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) \right] \quad (13)$$

будет равен

$$\frac{J_z}{W} = (s+1) \frac{2\gamma}{1+\gamma^2} = \left(\frac{N+1}{2}\right) \frac{2\gamma}{1+\gamma^2}. \quad (14)$$

Вихревой пучок (13) рассмотрен в [15], а его топологический заряд найден в [16] и равен N .

Приведем пример выбора коэффициентов в (1), при котором ОУМ достигает максимальной величины. Для этого выберем коэффициенты в (1) пропорциональными биномиальным коэффициентам:

$$C_p = \frac{N!(i\gamma)^p}{p!(N-p)!}. \quad (15)$$

Тогда ОУМ (9) пучка (1) с весовыми коэффициентами (15) примет вид:

$$\frac{J_z}{W} = N \frac{2\gamma}{1+\gamma^2}. \quad (16)$$

Структурно-устойчивый Гауссов пучок с коэффициентами (15) можно записать в более простом виде, используя свойство сложения многочленов Эрмита:

$$SG_N(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \times \sum_{p=0}^N \frac{N!(i\gamma)^p}{p!(N-p)!} H_{N-p}\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_p\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) (1-\gamma^2)^{N/2} H_N\left(\frac{\sqrt{2}}{w} \frac{x+i\gamma y}{\sqrt{1-\gamma^2}}\right). \quad (17)$$

Пучки с амплитудой (17) называются вихревыми пучками Эрмита-Гаусса [17]. При $\gamma=1$ пучок (17) становится модой Лагерра-Гаусса с нулевым радиальным числом ($p=0$). При этом все оптические вихри с зарядом 1, находящиеся в действительных нулях многочлена Эрмита, «соединяются» в один оптический вихрь на оптической оси. При этом ОУМ пучка (17) становится максимальным и равным ОУМ пучка Лагерра-Гаусса $J_z/W=N=l$. Топологический заряд пучков (17) найден в [16] и равен N для любого γ .

Если выбрать коэффициенты в (1) в виде:

$$C_p = C_p^{n,m}(\alpha) = i^p \cos^{n-p} \alpha \sin^{m-p} \alpha P_p^{n-p,m-p}(-\cos 2\alpha), \quad (18)$$

$$N = n + m,$$

где $P_p^{n,m}(x)$ – многочлены Якоби, то получим пучки Эрмита-Лагерра-Гаусса (ЭЛГ), зависящие от пара-

метра α и рассмотренные в [4]. Заметим, что для пучков ЭЛГ номер N определяет не один пучок, а семейство пучков с разными n и m ($N=n+m$) при заданном параметре α . В [18] найден нормированный ОУМ пучков с коэффициентами (18):

$$\frac{J_z}{W} = (n-m) \sin 2\alpha. \quad (19)$$

Номера n и m в (18) и (19) можно связать с азимутальным l и радиальным p номерами пучка ЛГ: $N=n+m=2p+l$, $n=p+l$, $m=p$ (смотри уравнение (11) в [14]). Тогда при $\alpha=\pi/4$ и $n-m=l$ пучок ЭЛГ с коэффициентами (18) преобразуется в пучок Лагерра-Гаусса с топологическим зарядом l и максимальным ОУМ, равным $J_z/W=l$.

2. Моделирование

На рис. 1 показаны распределения интенсивности и фазы двух структурно-устойчивых суперпозиций пучков ЭГ (1) с квазислучайными весовыми коэффициентами.

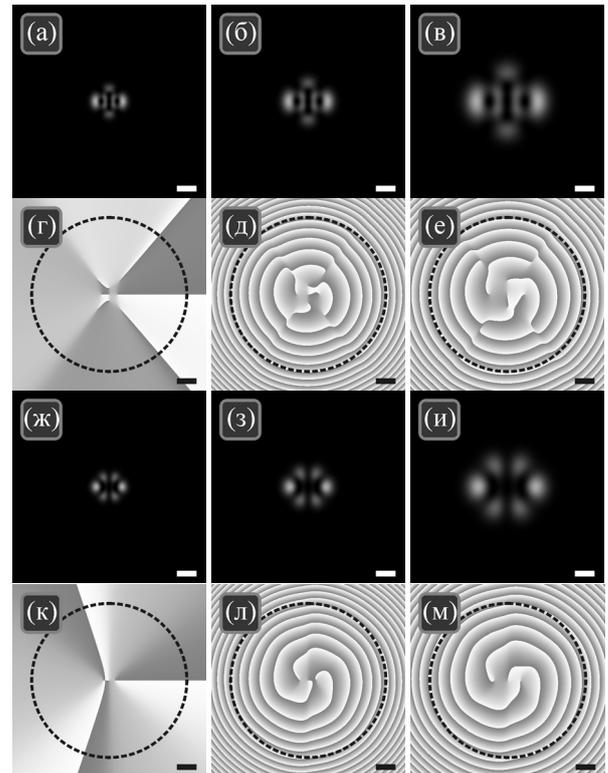


Рис. 1. Распределения интенсивности (а-в, ж-и) и фазы (г-е, к-м) суперпозиций пучков Эрмита-Гаусса (1) и (3) со случайными весовыми коэффициентами при следующих параметрах: длина волны $\lambda = 532$ нм, радиус перетяжки Гауссова пучка $w = 0,5$ мм, суммарный порядок полиномов Эрмита $N = 3$, расстояния вдоль оптической оси $z = 0$ (начальная плоскость) (а, г, ж, к), $z = z_0$ (зона дифракции Френеля) (б, д, з, л) и $z = 2z_0$ (дальняя зона) (в, е, и, м); весовые коэффициенты $C_p = [0,77; 0,62i; -0,23; -0,44i]$ (а-е) и $C_p = [0,55; 0,63i; -0,84; -0,07i]$ (ж-м). Топологический заряд рассчитывался вдоль пунктирной окружности

Из рис. 1 видно, что оба пучка при распространении сохраняют форму своего поперечного сечения интенсивности. Теоретическое значение ОУМ (9) пучка с рис. 1а-е равно 1,4452. Численно по формулам (5) и (6) получены значения 1,4451 (для всех трёх поперечных плоскостей). Теоретическое значение ОУМ пучка с рис. 1ж-м равно 2,2466. Численно получены значения 2,2463 (для всех трёх поперечных плоскостей). Топологический заряд рассчитывался по формуле Берри [16] и на рис. 1а-е оказался равен $TC = -1$, а на рис. 1ж-м $-TC = 3$.

Заметим, что в случайных весовых коэффициентах фаза каждого из них отличается от фазы предыдущего на $\pi/2$. Если сделать задержку фазы равной $-\pi/2$, то ТЗ станет равным соответственно +1 и -3.

Из этих численных примеров видно, что максимальный по модулю ТЗ, который может быть у пучка (1), равен номеру N или $-N$, в сумме (1). При этом нормированный ОУМ меньше N .

Заключение

В работе получено общее выражение в виде конечной суммы для ОУМ структурно-стабильного поля, из которого следует, что отличный ОУМ у такого светового поля будет в случае, если хотя бы один из двух соседних коэффициентов в конечной сумме, состоящей из функций ЭГ, будет комплексный. Показано, что если число слагаемых в сумме из функций ЭГ четное и отличные от нуля коэффициенты есть только у двух соседних центральных слагаемых и одно из них чисто мнимое, а другое действительное, то ОУМ может быть равен половине полного числа слагаемых в сумме. Если коэффициенты в сумме выбраны как биномиальные коэффициенты, то ОУМ пучка может достигать максимума и быть равным полному числу слагаемых в сумме.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Орбитальный угловой момент», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части «Моделирование».

References

- [1] Forbes A. Structured light from lasers. *Las Phot Rev* 2019; 13(11): 1900140. DOI: 10.1002/lpor.201900140.
- [2] Wang J, Liang Y. Generation and detection of structured light: a review. *Front Phys* 2021; 9: 688284. DOI: 10.3389/fphy.2021.688284.

- [3] Scholes S, Sroor H, Ait-Ameur K, Zhan Q, Forbes A. General design principle for structured light lasers. *Opt Express* 2020; 28(23): 35006. DOI: 10.1364/OE.410963.
- [4] Pan J, Shen Y, Wan Z, Fu X, Zhang H, Liu Q. Index-tunable structured light beams from a laser with an intracavity astigmatic mode converter. *Phys Rev Appl* 2020; 14(4): 044048. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.14.044048.
- [5] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Beam transformations and nontransformed beams. *Opt Commun* 1991; 83(1-2): 123-135. DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
- [6] Restuccia S, Giovannini D, Gibson G, Padgett MJ. Comparing the information capacity of Laguerre-Gaussian and Hermite-Gaussian modal set in a finite-aperture system. *Opt Express* 2016; 24(24): 27127-27136. DOI: 10.1364/OE.24.027127.
- [7] Siviloglou GA, Broky J, Dogariu A, Christodoulides DN. Observation of accelerating Airy beams. *Phys Rev Lett* 2007; 99(21): 213901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.213901.
- [8] Zhan QW. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1(1): 1-57. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
- [9] Chong A, Wan C, Chen J, Zhan QW. Generation of spatio-temporal optical vortices with controllable transverse orbital angular momentum. *Nat Photon* 2020; 14(6): 350-354. DOI: 10.1038/s41566-020-0587-z.
- [10] Rego L, Dorney KM, Brooks NJ, Nguyen QL, Liao CT, Roman JS, Couch DE, Liu A, Pisanty E, Lewenstein M, Plaja L, Kapteyn HC, Murnane MM, Hernández-García C. Generation of extreme-ultraviolet beams with time-varying orbital angular momentum. *Science* 2019; 364(6447): eaaw9486. DOI: 10.1126/science.aaw9486.
- [11] Indebetouw G. Optical vortices and their propagation. *J Mod Opt* 1993; 40(1): 73-87. DOI: 10.1080/09500349314550101.
- [12] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Spiral-type beams: optical and quantum aspects. *Opt Commun* 1996; 125(4-6): 302-323. DOI: 10.1016/0030-4018(95)00640-0.
- [13] Kotlyar VV. Optical beams with an infinite number of vortices. *Computer Optics* 2021; 45(4): 490-496. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-858.
- [14] Volyar V, Abramochkin E, Egorov Yu, Bretsko M, Akimova Ya. Fine structure of perturbed Laguerre-Gaussian beams: Hermite-Gaussian mode spectra and topological charge. *Appl. Opt.* 2020; 59(25): 7680-7687. DOI: 10.1364/AO.396557.
- [15] Kotlyar VV, Kovalev AA. Hermite-Gaussian modal laser beams with orbital angular momentum. *J Opt Soc Am A* 2014; 31(2): 274-282. DOI: 10.1364/JOSAA.31.000274.
- [16] Kotlyar VV, Kovalev AA. Topological charge of asymmetric optical vortices. *Optics Express* 2020; 28(14): 20449-20460. DOI: 10.1364/OE.394273.
- [17] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Vortex Hermite-Gaussian laser beams. *Opt Lett* 2015; 40(5): 701-704. DOI: 10.1364/OL.40.000701.
- [18] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Generalized Gaussian beams. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2004; 6(5): S157-S161. DOI: 10.1088/1464-4258/6/5/001.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Сара-

товском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 8 февраля 2022 г. Окончательный вариант – 25 февраля 2022 г.

Orbital angular momentum of structurally stable laser beams

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

For structurally stable laser beams whose amplitude can be represented as a finite sum of the Hermite-Gaussian functions with undefined weight coefficients, we obtain an analytical expression for the normalized orbital angular momentum (OAM) that is also expressed through finite sums of weight coefficients. It is shown that a certain choice of weight coefficients allows obtaining the maximal OAM, which is equal to the maximal index of the Hermite polynomial in the sum. In this case, the sum describes a single-ringed Laguerre-Gaussian beam with a topological charge equal to the maximal OAM and to the maximal order of the Hermite polynomial.

Keywords: optical vortex, orbital angular momentum, structurally stable beam, Hermite-Gaussian beam, Laguerre-Gaussian beam.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA. Orbital angular momentum of structurally stable laser beams. *Computer Optics* 2022; 46(4): 517-521. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1108.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation grant 18-19-00595 (Section "Orbital angular momentum") and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the government project of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Section "Numerical modeling").

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at the IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

Received February 8, 2022. The final version – February 25, 2022.
