

## ВОЛНОВОДЫ

И.Д. Вагбая

### ФАЗОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ДИАГНОСТИКЕ ИОНОСФЕРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛНОВОДОВ

Настоящая статья посвящена фазовым эффектам при волноводных режимах распространения низкочастотных электромагнитных волн в околоземной плазме. Такие режимы возникают в областях повышенных значений показателя преломления волн. В отличие от известного эффекта захвата низкочастотных волн в волновод, сформированный плазменными неоднородностями (дактами) и ориентированный вдоль силовых линий геомагнитного поля [1], указанные волноводы образуются регулярными высотными профилями плотности и ионного состава плазмы; при этом их ориентация относительно геомагнитного поля может изменяться в широком диапазоне углов. Волноводный режим распространения приводит к дополнительным возможностям диагностики космической плазмы.

В неоднородной ионосферной плазме области повышенных значений показатели преломления можно анализировать с помощью общего выражения для комплексных показателей преломления волн ( $n_{ix}$ ) в холодной магнитоактивной плазме со столкновениями [2-3]:

$$(n_{ix})^2 = \frac{(\epsilon_{\perp}^2 - g^2 - \epsilon_{\parallel}\epsilon_{\perp})\sin^2 \alpha + 2\epsilon_{\parallel}\epsilon_{\perp}^{-}\sqrt{(\epsilon_{\perp}^2 - g^2 - \epsilon_{\parallel}\epsilon_{\perp})^2 \sin^4 \alpha + 4\epsilon_{\parallel}^2 g^2 \cos^2 \alpha}}{2(\epsilon_{\parallel}\cos^2 \alpha + \epsilon_{\perp}\sin^2 \alpha)} \quad (1)$$

Здесь знаки  $\text{II}_{-}$  и  $\text{II}_{+}$  соответствуют обычной и необычной поляризациям;  $\alpha$  - угол между волновым вектором  $\vec{K}$  и магнитным полем  $\vec{H}$ ; параметры  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$  и  $g$  представляют собой компоненты тензора диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы  $\epsilon_{ij}$ :

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & -ig & 0 \\ ig & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}.$$

Разнообразие параметров плазменной среды в отдельных областях ионосферной плазмы указывает на различие в перспективах применения фазовых эффектов для диагностики таких областей. Для прикладных целей представляет интерес примене-

ние таких эффектов с целью определения направления распространения волны; при этом обсуждаемая в литературе интерпретация результатов основана на модели плоской волны в однородной неограниченной плазме [4]. Конкретные расчеты в такой модели связаны с определением разности фаз между тремя компонентами магнитного поля низкочастотной волны. По этим разностям фаз вычисляется, с точностью до знака, волновой вектор поля, причем предполагается одномодовый режим распространения.

В отличие от этого волноводное распространение характеризуется многомодовым режимом. Такой режим открывает принципиально новые возможности фазовой диагностики, связанные с регистрацией задержек между моментами прихода отдельных мод. Именно таким возможностям и посвящена настоящая статья. В начале статьи обсуждаются дисперсионные свойства таких волноводов для различных спектральных диапазонов и ионосферных областей, а далее, на основе этих свойств, рассматривается специфика волноводной фазовой диагностики космической плазмы.

### Дисперсионные свойства низкочастотных ионосферных волноводов

Разнообразие спектральных диапазонов и дисперсионных характеристик космических волноводов обусловлено не только вариациями параметров неоднородной многокомпонентной анизотропной ионосферной плазмы, но и пространственными масштабами таких неоднородностей. Рассмотрим вначале влияние плазменных параметров, характеризуемое компонентами тензора  $\epsilon_{ij}$ , показатель преломления низкочастотных волн в областях локализации волновых полей. При этом выражение для  $\epsilon_{\parallel}$  зависит от локального значения электронной плотности, а выражения для  $\epsilon_{\perp}$  - еще и от ионного состава ионосферной плазмы. При этом целесообразно рассмотреть два случая:

1. Однокомпонентная модель ионного состава, характерная для области высот от F-слоя, когда основную роль в рассматриваемых явлениях играет ион  $O^+$ , и для внешней ионосферы, когда основную роль в ионном составе играют протоны  $H^+$ .

2. Многокомпонентная модель ионного состава, характерная для области высот  $500 \text{ км} \leq z \leq 2500 \text{ км}$ .

В области столкновительной плазмы F-слоя компоненты находятся из уравнений [2]:

$$\epsilon_{\perp}^{\pm g} = \frac{1 - \Omega_e^2 (1 - i\nu_{im}\omega^{-1})}{A - iB}; \quad (2)$$

$$A = -[i(\nu_{ei} + \nu_{em}) \pm \omega_H] (\omega \pm \Omega_H - i\nu_{im}); \quad (3)$$

$$B = -(\nu_{ei} - \frac{i\nu_{em}\nu_{im}}{\omega} \cdot \frac{N_e}{N_m}) (\Omega_H + i\nu_{em} \frac{m}{M}),$$

где

$N_e$  и  $N_m$  - плотность электронов и нейтральных молекул;

$\nu_{ei}$  и  $\nu_{em}$  - частоты электрон-ионных и электрон-молекулярных столкновений;

$\nu_{im}$  - частота ион-молекулярных столкновений;

$\Omega_e$  и  $\Omega_H$  - гироизометрические частоты электронов и ионов;

$\Omega_e$  - плазменная частота;

$m$  и  $M$  - массы электрона и поля.

Рассмотрим теперь некоторые области локализации низкочастотных электромагнитных волн в регулярной ионосфере.

## НИЗКОЧАСТОТНАЯ ВОЛНОВОДНАЯ ПОЛОСТЬ В F-СЛОЕ

В интересующей нас области высот  $Z \geq 300$  км значения параметра  $N_e \cdot N_m^{-1}$  малы —  $N_e \cdot N_m^{-1} \leq 10^{-3}$ . При этом в ионном составе плазмы основную роль играет ион  $O^+$ , так что отношение масс  $m \cdot M^{-1}$  составляет  $3,4 \cdot 10^{-5}$ , а гирочастота  $\Omega_H$  меняется от  $\Omega_H = 140$  рад·с $^{-1}$  на экваторе до  $\Omega_H \approx 70$  рад·с $^{-1}$  в полярных районах.

Компонента  $\epsilon_{\parallel}$  имеет вид

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega(\omega - i\nu_e)} ; \nu_e = \nu_{e_i} + \nu_{e_m}, \quad (4)$$

где параметр  $\Omega_e^2$  вблизи максимума F-слоя на высоте  $Z_0$  оценивается величиной  $\Omega_e^2 = 5 \cdot 10^{15}$  (рад·с $^{-1}$ ) $^2$  в дневных условиях ( $Z_0 = 300$  км) и величиной  $\Omega_e^2 = 10^{15}$  (рад·с $^{-1}$ ) $^2$  — в ночных ( $Z_0 = 400$  км). Частоты столкновений в этой области  $\nu_e \approx 800$  с $^{-1}$ ;  $\nu_{i_m} \approx 1,5$  с $^{-1}$  днем и  $\nu_e = 270$  с $^{-1}$ ,  $\nu_{i_m} \approx 0,1$  с $^{-1}$  ночью.

Вычисления по формулам (2)–(3) показывают, что в области частот  $\omega \ll \omega_H$  компоненты  $\epsilon_{\perp}$  и  $g$  имеют вид

$$\epsilon_{\perp} = \frac{\Omega_e^2 \Omega_H}{\omega_H (\omega_H^2 - \omega^2)} \left\{ 1 + \frac{i\nu_{i_m} \omega^2 + \Omega_H^2}{\omega (\omega^2 - \omega_H^2)} + \frac{i\nu_e}{\omega_H} \cdot \frac{\omega + \Omega_H}{\omega - \Omega_H} \cdot \left[ 1 + \frac{\omega (\omega^2 + \Omega_H^2)}{\Omega_H (\omega + \Omega_H)^2} \right] \right\}; \quad (5)$$

$$g = \frac{\omega \Omega_e^2}{\omega_H (\omega^2 - \Omega_H^2)} \left\{ 1 + \frac{i\Omega_H}{\omega} \left[ \frac{\nu_e}{\omega_H} + \frac{2\nu_{i_m} \Omega_H}{\omega^2 - \Omega_H^2} \right] \right\}. \quad (6)$$

Как видно из (4)–(6), в диапазоне частот  $2 \cdot 10^3$  рад·с $^{-1}$

$$|\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}| \gg |\epsilon_{\perp}^2|; |\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}| \gg |g|^2 \quad (7)$$

эти неравенства дают возможность упростить общее выражение (1) для показателя преломления в широкой области углов, удовлетворяющих условию:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha \gg \left| \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right|. \quad (8)$$

При соблюдении условий (7)–(8) выражение (1) примет вид

$$(n - ix)^2 = \frac{\epsilon_{\perp} (2 - \sin^2 \alpha) \pm \sqrt{\epsilon_{\perp}^2 \cdot \sin^4 \alpha + 4g^2 \cos^2 \alpha}}{2 \cos^2 \alpha}. \quad (9)$$

Здесь, в отличие от (1), знак "+" соответствует необыкновенной волне, знак "-" — обыкновенной.

Следует отметить, что выражения для  $\operatorname{Re} \epsilon_{\perp}$  и  $\operatorname{Re} g$  (5)–(6) меняют знак при переходе через точку  $\omega = \Omega_H$ . Поэтому целесообразно рассмотреть дисперсионные свойства обсуждаемых волн в диапазонах  $\omega > \Omega_H$  и  $\omega < \Omega_H$  по отдельности.

### Диапазон $\omega > \Omega_H$

Этот диапазон в условиях (7)–(8) непрозрачен для волн обыкновенной поляризации почти во всем створе углов  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , однако необыкновенные волны могут распространяться здесь, причем показатель преломления, как видно из рис. 1, мало изменяется в широком створе углов  $\alpha$  вокруг направления магнитного поля  $\vec{H}$ . Существенно, что с уменьшением частоты  $\omega$  (однако в пределах  $\omega < \Omega_H$ ) этот угол растет; так, при  $\omega = 150$  рад·с $^{-1}$  при изменении угла  $\alpha$  от  $\alpha = 0$  до  $\alpha = 60^\circ$  показатель преломления возрастает лишь до  $\Delta_H \cdot n^{-1} = 0,3$ .

В частном случае  $\omega \gg \Omega_H$  выражение (9) переходит в известную формулу [2]

$$(n-i\chi)^2 = \frac{g}{\cos \alpha}. \quad (10)$$

При дальнейшем росте угла  $\alpha$  в рассматриваемом диапазоне частот может возникнуть область непрозрачности для необыкновенных волн ( $n_H^2 < 0$ ). Однако при квазипоперечном распространении ( $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$ ), когда условие (8) нарушено, для необыкновенных волн вновь возникает область прозрачности, отличающаяся высокими значениями показателя преломления ( $n \geq 10^3$ ) (рис. 2)

$$n^2 = \frac{\Omega_e^2}{\Omega_p^2 - \omega^2}, \quad (11)$$

где  $\Omega_p$  — нижняя гибридная частота.

$$\Omega_p^2 = \omega_H \sum_j \Omega_{Hj}. \quad (12)$$

Суммирование в (12) ведется по всем сортам ионов,  $\gamma_j$  — доля ионов сорта  $j$  в ионном составе плазмы; в области максимума слоя F частота  $\Omega_p$  меняется от  $\Omega_p = 2,3 \cdot 10^4$  рад·с<sup>-1</sup> на экваторе до  $\Omega_p = 1,6 \cdot 10^4$  рад·с<sup>-1</sup> вблизи полюсов. Для волн с частотой  $\omega \approx (5-10) \cdot 10^3$  рад·с<sup>-1</sup> такая волноводная область соответствует углам  $\alpha \approx 87-90^\circ$ .

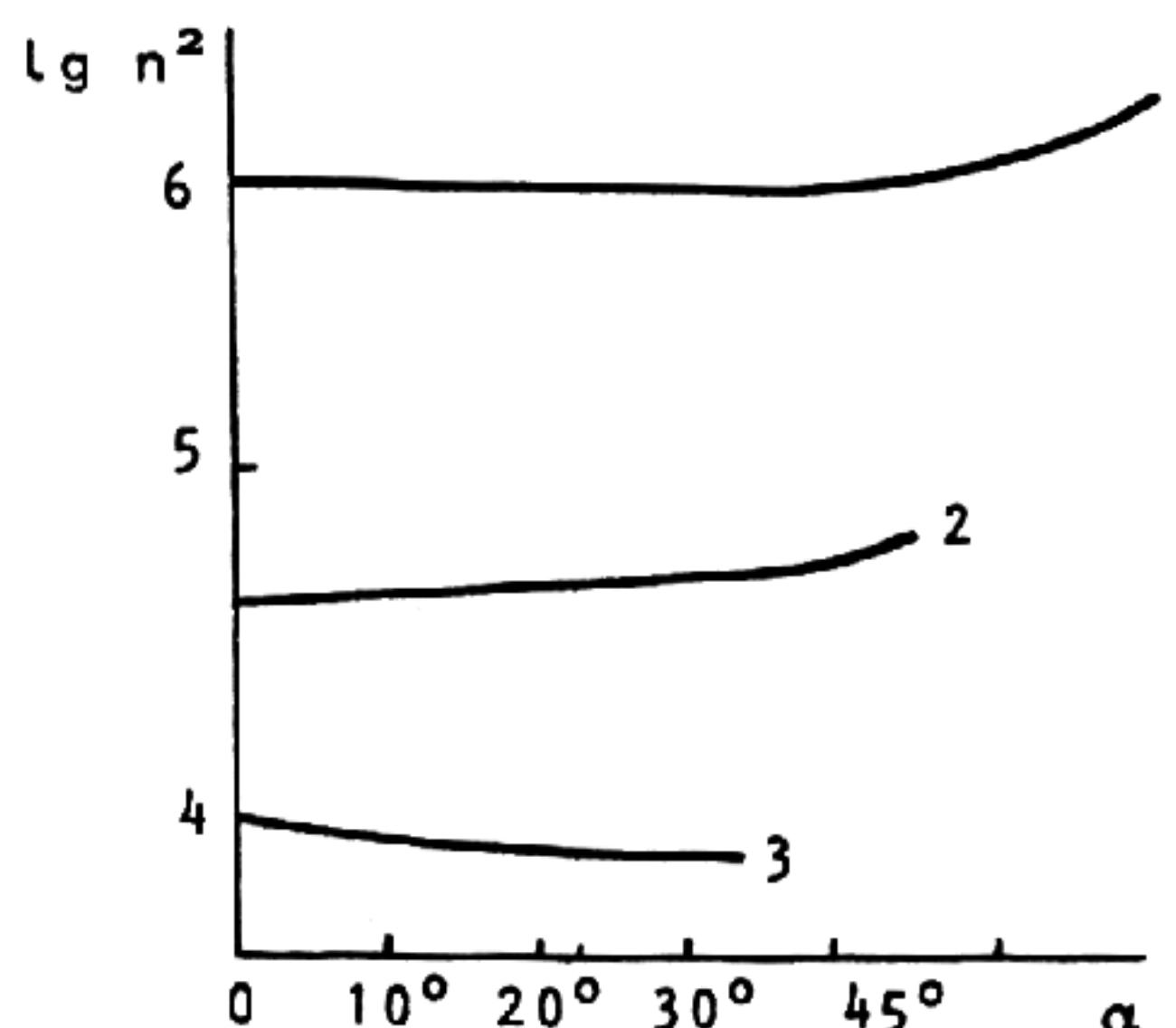


Рис. 1. Зависимость показателя преломления необыкновенной волны  $n$  от угла  $\alpha$  между волновым вектором  $\vec{k}$  и магнитным полем  $\vec{H}$  вблизи максимума F-слоя:  
кривые 1, 2 и 3 соответствуют частотам  $\omega = 150$ ,  $\omega = 2 \cdot 10^3$  и  $\omega = 3 \cdot 10^4$  рад·с<sup>-1</sup>

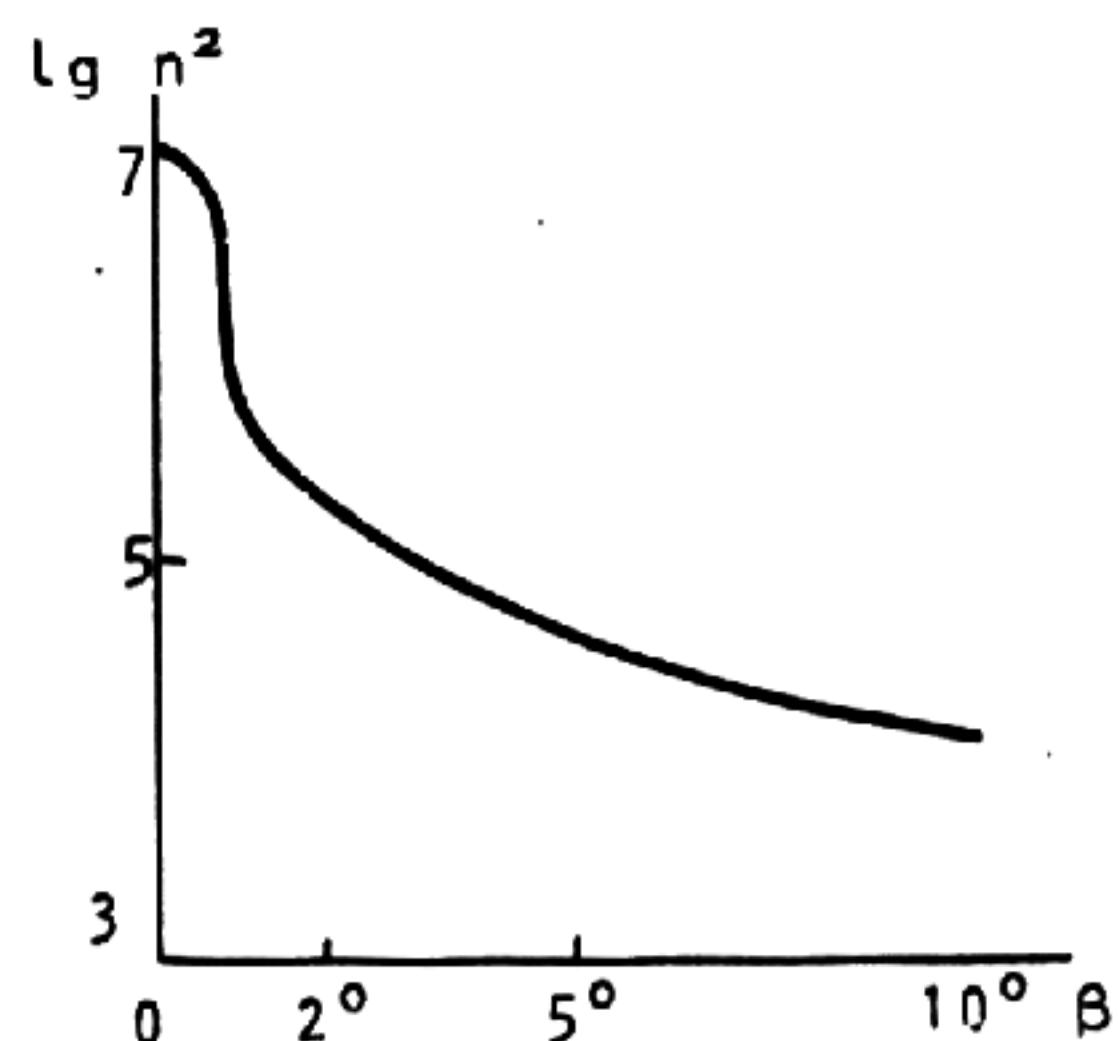


Рис. 2. Угловая зависимость показателя преломления необыкновенной волны при квазипоперечном распространении ( $\beta = 90^\circ - \alpha$ ) в Г-слое ионосферы в низких широтах ( $\omega = 4\pi \cdot 10^3$  рад·с<sup>-1</sup>)

Как видно из выражения для параметра  $g$  (6), условие  $|\epsilon_\perp \epsilon_\parallel| \gg |g|^2$  (7) может быть нарушено в области частот  $\omega \geq 4\pi \cdot 10^3$  рад·с<sup>-1</sup>. При этом вблизи максимума F-слоя в некоторой области углов  $\alpha$  возникает область прозрачности для волн обыкновенной поляризации. Так, при  $\alpha = 85^\circ$ ,  $\omega = 4\pi \cdot 10^3$  рад·с<sup>-1</sup> получим из (1):  $n_{ob}^2 = 1,56 \cdot 10^5$ . Из рис. 2 видно, что в этом же направлении может распространяться и необыкновенная волна  $n_H^2 = 2,3 \cdot 10^4$ .

### Диапазон $\Omega < \Omega_H$

В этом диапазоне роль гирации уменьшается ( $\sigma \sim \omega$ ), и при  $\omega \ll \Omega_H^2$  возникает низкочастотная мода, характеризуемая изотропным (не зависящим от угла  $\alpha$ ) распределением показателя преломления

$$n^2 = \epsilon_{\perp}. \quad (13)$$

Такой показатель преломления, характерный для альфвеновских волн

$$n^2 = \frac{\Omega_e^2}{\Omega_p^2}, \quad (14)$$

возникает из (11) в пределе низких частот  $\omega^2 \ll \Omega_p^2$ .

В области слоя F ионный состав плазмы меняется слабо, так что профиль волновода определяется, в основном, профилем ионизации слоя. Такой профиль показателя преломления вблизи максимума ( $Z = Z_0$ ) может быть аппроксимирован параболическим распределением (рис. 3)

$$n^2 = n_0^2 \left[ 1 - \frac{(Z - Z_0)^2}{2a^2} \right], \quad (15)$$

где масштаб оценивается величиной  $a \approx 80-120$  км,  $n_0$  — максимальное значение показателя преломления. Такое приближение удобно как для высокочастотного ( $\omega_H > \omega > \Omega_H$ ), так и для низкочастотного ( $\omega < \Omega_H$ ) диапазона.

### Волноводная полость в верхней ионосфере

Наряду с двумя отмеченными волноводами, расположенными вблизи максимума F-слоя, следует отметить еще один волновод, близкий по свойствам к (11), но расположенный выше F-слоя. Такой волновод захватывает излучение в частотном диапазоне (11)-(12). Высотный профиль показателя преломления  $n$  таких волн во внешней ионосфере определяется двумя противоположными тенденциями: уменьшением  $n$  с высотой  $Z$  из-за ослабления геомагнитного поля  $H \sim (R_0 + Z)^{-3}$ , где  $R_0$  — радиус Земли, и ростом из-за увеличения с высотой доли легких ионов  $H^+$  и  $He^{++}$  (рис. 4). Оба этих эффекта вносят вклад в изменение частоты  $\Omega_p$  (12). Конкуренция этих тенденций может привести к образованию на высотах  $Z = (1,5-2,5) \cdot 10^3$  км области максимума

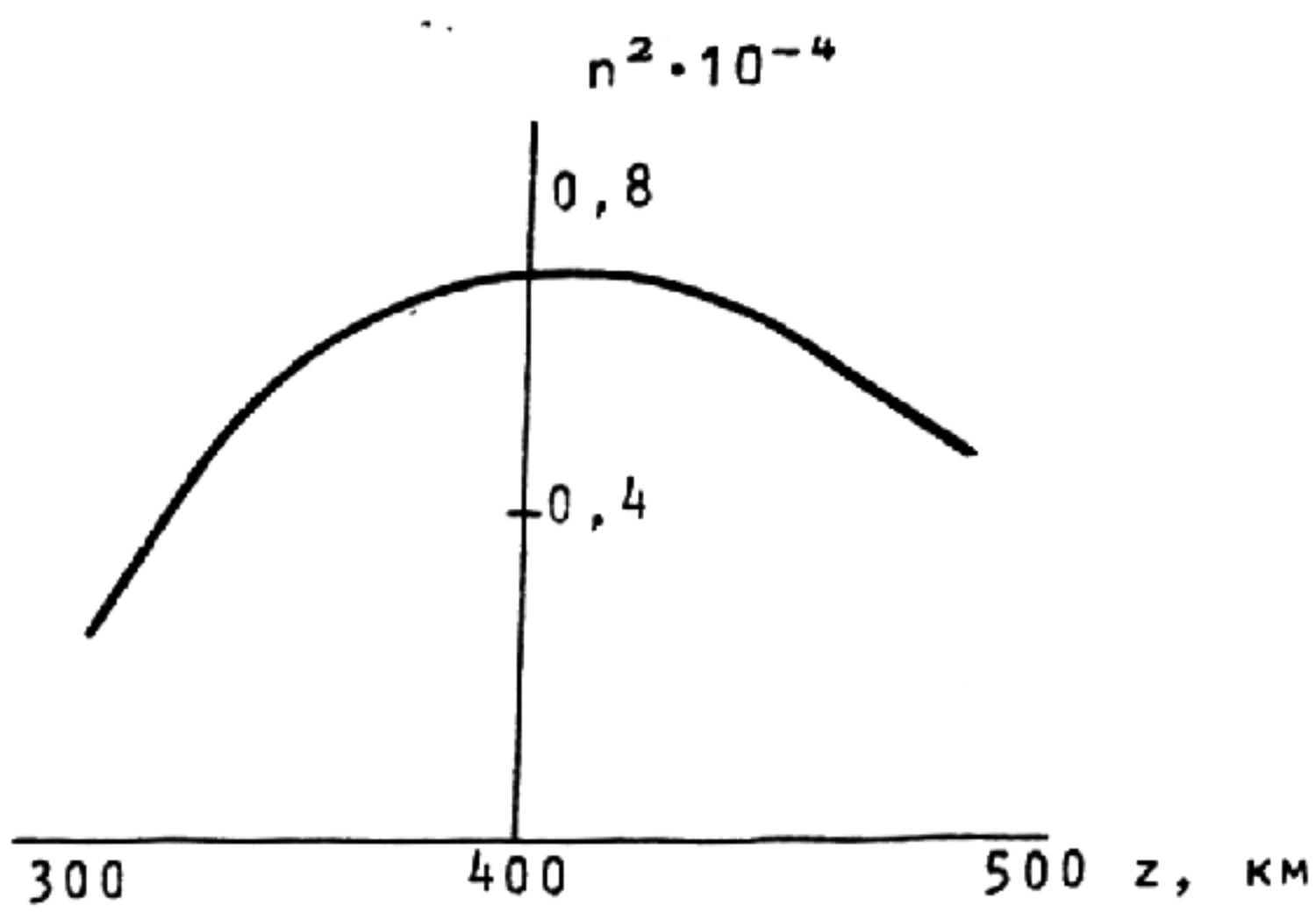


Рис. 3. Высотный профиль показателя преломления необыкновенной волны в слое F при квазипротодольном распространении ( $\omega = 3 \cdot 10^4$  рад·с<sup>-1</sup>)

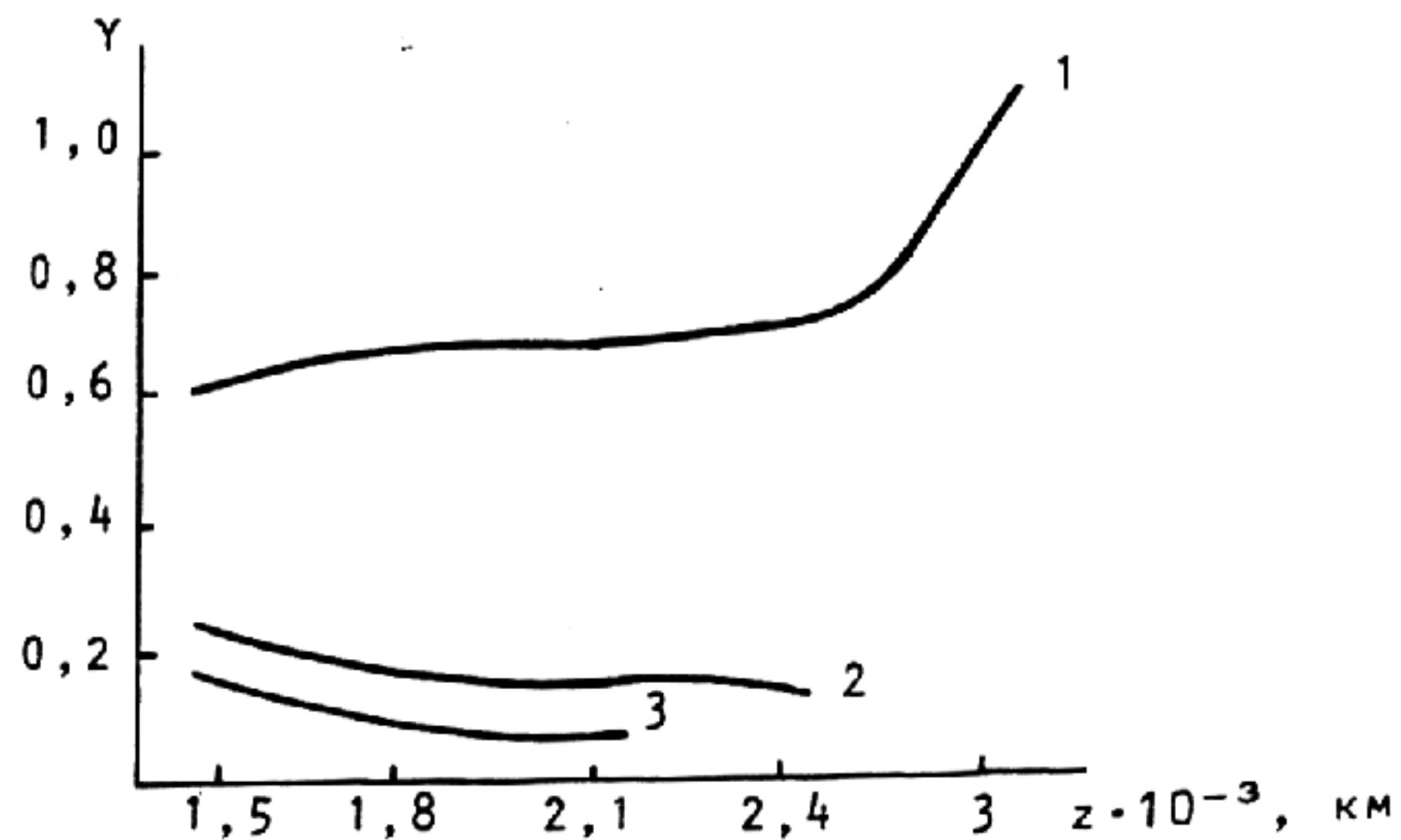


Рис. 4. Ионный состав многокомпонентной плазмы верхней ионосферы: кривые 1, 2, 3 относятся к ионам  $H^+$ ,  $O^+$ ,  $He^{++}$

ма  $n$ , то есть к формированию во внешней ионосфере волновода для альфеновских волн. В отличие от локализации альфеновских волн вблизи максимума слоя F на высотах 300-500 км указанная область формируется на участке монотонного распределения электронной плотности, ионного состава и магнитного поля за счет разницы в характерных масштабах этих распределений. Обсуждаемый механизм локализации волн в многокомпонентной ионосферной плазме, обусловленный неоднородностью химического состава ионосферы, позволяет говорить о своеобразном волноводе для низкочастотных волн.

Высотный профиль показателя преломления альфеновских волн необыкновенной поляризации можно представить в виде

$$n^2(z) = \frac{\Omega_{eo}^2 \cdot 10^3}{\omega_{ho}^2 \cdot 1,84} F(z), \quad (16)$$

где

$\Omega_{eo}$  и  $\omega_{ho}$  – лэнгмюровская и Гирочастота электрона на некоторой высоте  $Z_0$ ; безразмерная функция  $F(z)$  равна

$$F(z) = \frac{L^6}{\sum \frac{\Theta_j(z)}{B_j}} ; \quad \Theta_Y(z) = \frac{N_Y(z)}{N_e(z)} ;$$

$$L = \left( \frac{R_o + z}{R_o + Z_0} \right)^6 ; \quad B_Y = \frac{M_Y}{M} , \quad (17)$$

параметр  $L$  связан с неоднородностью геомагнитного поля в дипольной модели;  $N_e$  и  $N_Y$  – плотности электронов и ионов сорта  $Y$  на высоте  $Z$ ;  $M$  и  $M_Y$  – массы протона и иона сорта  $Y$ .

Для построения функции  $F(z)$  можно использовать модель высотного распределения концентрации ионов с учетом температуры [5].

Высотный ход  $n^2(z)$ , построенный с учетом [5], обнаруживает максимум на высоте  $Z_m = 2,4 \cdot 10^3$  км (рис. 5). Этот максимум и соответствует волноводу для альфеновских волн необыкновенной поляризации. Следует отметить, в отличие от слоя F, существенную асимметрию указанного волновода.

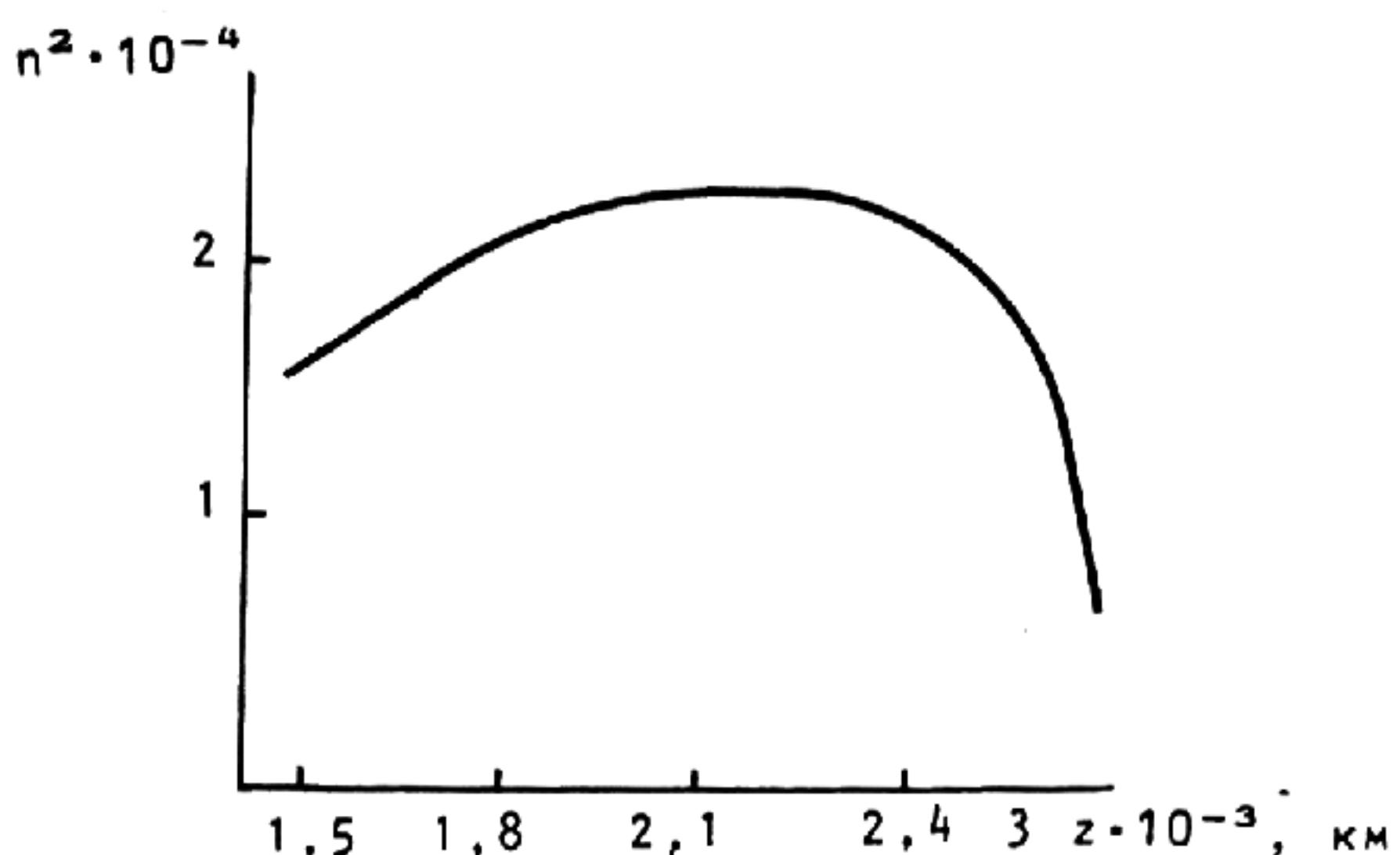


Рис. 5. Высотный профиль показателя преломления (16) для частоты  $\omega = 2\pi \cdot 10^3$  рад·с $^{-1}$

Сравнение обсуждаемого волновода с другим асимметричным волноводным каналом, возникающим для альфеновских волн на границе плазмопаузы [6], позволяет отметить разницу в спектральных диапазонах захваченных волн; так как высота этого волноводного слоя  $Z_0 \approx 3R_o$  ( $R_o$  – радиус Земли), а ионный состав плазмы определяется протонами, то вблизи плоскости экватора  $\Omega_H \approx 35$  рад·с $^{-1}$  и частоты захваченных волн, ограниченные условием  $\omega < \Omega_H$ , составляют величины 1-3 Гц.

Характерная длина затухания волн  $L_x$  определяется декрементом затухания  $\chi$

$$L_x = \frac{c}{\omega \chi}, \quad (18)$$

где величина  $\chi$  находится из общей формулы (1).

В обсуждаемом диапазоне частот вклад ион-молекулярных столкновений в затухание, определяемое  $I_{me}$  и  $I_{mg}$ , часто превышает вклад электронных столкновений. Так, в низких широтах вочных условиях вблизи максимума F-слоя  $v_{im} \approx 0,1 \text{ c}^{-1}$ ; при этом для волны частоты  $f=15 \text{ Гц}$  показатель преломления и длина затухания  $L_x$  составляет  $n=1,7 \cdot 10^3$  и  $L_x=(1,5-2) \cdot 10^3 \text{ км}$ ; для частоты  $f=10 \text{ Гц}$  эти величины составляют  $n=0,9 \cdot 10^3$  и  $L_x=4 \cdot 10^3 \text{ км}$  соответственно.

При переходе к более высоким частотам длина затухания возрастает. Так, для  $\omega=10^4 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$  при квазипротодольном распространении вочных условиях длина  $L_x$  составляет  $L_x \approx 10^4 \text{ км}$ .

Спектральные свойства ионосферных плазменных волноводов, рассмотренные в этом разделе, будут применены нами для анализа фазовых эффектов в таких волноводах.

### Фазовые эффекты в многомодовых полях ионосферных волноводов

Фазовые эффекты в полях, распространяющихся в ионосферной плазме, представляют интерес как для диагностики параметров плазмы, так и для локализации источников излучения. В модели одномодового поля в неограниченной плазменной среде плотность электронов можно выразить через отношение компонент электрического и магнитного полей волны; направление волнового вектора находится, с точностью до знака, по фазовым сдвигам между компонентами магнитного поля волны [4]. В отличие от этого, при волноводном режиме в неоднородной плазме диагностические возможности могут быть связаны с дисперсионными характеристиками волноводных мод. Для построения таких характеристик целесообразно использовать уравнения Максвелла для электрических  $\vec{E}$  и магнитных  $\vec{H}$  компонент волнового поля в сферической системе координат ( $r, \theta, \phi$ ) в виде ( $\theta=90^\circ$  на экваторе):

$$\frac{1}{R} \left( \frac{\partial E_\phi}{\partial \theta} + \frac{E_\phi}{\tan \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial E_\theta}{\partial \phi} \right) = \frac{i\omega}{c} H_R; \quad (19)$$

$$\frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial E_R}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial R} - \frac{E_\phi}{R} = \frac{i\omega}{c} H_\theta; \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial R} + \frac{E_\theta}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial E_R}{\partial \theta} = \frac{i\omega}{c} H_\phi; \quad (21)$$

$$\frac{1}{R} \left( \frac{\partial H_\phi}{\partial \theta} + \frac{H_\phi}{\tan \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right) = - \frac{i\omega}{c} D_K; \quad (22)$$

$$\frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial H_R}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial R} - \frac{H_\phi}{R} = - \frac{i\omega}{c} D_\theta; \quad (23)$$

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial R} + \frac{H_\theta}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial H_R}{\partial \theta} = - \frac{i\omega}{c} D_\phi; \quad (24)$$

где  $\vec{D}$  - вектор индукции.

Представляя поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в сферической системе координат ( $r, \theta, \phi$ ) в виде

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{e}(r) \\ \vec{H} = \vec{h}(r) \end{cases} \exp[i\rho(SK_\theta d\theta + K_\phi \sin \theta d\phi) - i\omega t], \quad (25)$$

где  $\rho = R_o + z$ ;

$R_o$  - радиус Земли;

$z$  - высота точки наблюдения,

можно записать уравнения Максвелла для интересующих нас волн при условиях:

$$(K_\theta \rho) \gg 1; (K_\phi \rho) \gg 1$$

(26)

$$iK_\theta e_\phi - iK_\phi e_\theta = \frac{i\omega}{c} h_p;$$

$$iK_\phi e_p - \frac{\partial e_\phi}{\partial \rho} = \frac{i\omega}{c} h_\theta;$$

(27)

$$\frac{\partial e_\theta}{\partial \rho} - iK_\theta e_p = \frac{i\omega}{c} h_\phi;$$

(28)

$$iK_\theta h_\phi - iK_\phi h_\theta = - \frac{i\omega}{c} [\epsilon_1 e_p + \epsilon_3 e_\theta + ig \cos \beta e_\phi];$$

(29)

$$iK_\phi h_p - \frac{\partial h_\phi}{\partial \rho} = - \frac{i\omega}{c} [\epsilon_3 e_p + \epsilon_2 e_\theta - ig \sin \beta e_\phi];$$

(30)

$$\frac{\partial h_\theta}{\partial \rho} - iK_\theta h_p = - \frac{i\omega}{c} [\epsilon_1 e_\phi + ig(e_\theta \sin \beta - e_p \cos \beta)],$$

(31)

где

$\beta$  - угол между геомагнитным полем  $\vec{H}_o$  и волновым вектором  $\vec{k}$ , лежащим в плоскости магнитного меридиана;

величины  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  связаны с компонентами тензора диэлектрической проницаемости плазмы  $\epsilon_{||}$  и  $\epsilon_{\perp}$ :

$$\epsilon_1 = \epsilon_{||} \sin^2 \beta + \epsilon_{\perp} \cos^2 \beta;$$

(32)

$$\epsilon_2 = \epsilon_{||} \cos^2 \beta + \epsilon_{\perp} \sin^2 \beta;$$

$$\epsilon_3 = \sin \beta \cdot \cos \beta (\epsilon_{||} - \epsilon_{\perp}).$$

Угол  $\beta$  определяется через магнитную широту  $\Theta_m$  известной формулой [7]

$$\cos \Theta_m = \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \Theta_m}}.$$

(33)

На экваторе  $\Theta=90^\circ$ ,  $\alpha=0$ .

Целесообразно рассмотреть в рамках системы (26)-(31) модели меридионального и широтного распространения волн по отдельности. При преобразовании обсуждаемой системы оказываются полезны тождества, следующие из (32):

$$\epsilon_1 \epsilon_2 - \epsilon_3^2 = \epsilon_{||} \epsilon_{\perp};$$

(54)

$$\epsilon_1 \sin \beta + \epsilon_3 \cos \beta = \epsilon_{||} \sin \beta;$$

$$\epsilon_2 \cos \beta + \epsilon_3 \sin \beta = \epsilon_{||} \cos \beta.$$

Простейший случай связан с распространением низкочастотных ( $\omega^2 \ll \Omega_n^2$ ,  $g \rightarrow 0$ ) волн необыкновенной поляризации в плоскости меридиана ( $K_\phi = 0$ ,  $K_\theta \neq 0$ ). В этом случае, подставляя  $h_p$  из (26) и  $h_\theta$  из (27) и (31), получим волновое уравнение относительно компоненты  $e_\phi$ :

$$\frac{\partial^2 e_\phi}{\partial z^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - K_\theta^2 \right) e_\phi = 0.$$

(35)

Волноводный эффект проявляется здесь в существовании, наряду с поперечными компонентами поля  $h_p$  и  $e_\phi$ , продольной компоненты магнитного поля  $h_\theta \parallel K_\theta$ :

$$h_\theta = \frac{i c}{\omega} \frac{\partial e_\phi}{\partial z}.$$

(36)

В рассматриваемом низкочастотном пределе волноводная полость изотропна. В противоположном случае ( $\omega^2 \gg \Omega_n$ ) показатель преломления слабо зависит от угла

а лишь в конечной области углов  $\alpha$  вокруг магнитного поля (см. рис. 1). В этом случае, соответствующем квазипродольному распространению ( $K_\phi=0$ ) в низких широтах, уравнения, описывающие волноводный режим, получаются из системы (26)–(31) следующей процедурой:

а) из (29) и (30) выразим  $l_p$  и  $l_\theta$ :

$$l_p = \frac{1}{\epsilon_{\parallel}\epsilon_{\perp}}(ig\epsilon_{\parallel} \cos^2\beta l_{\phi} - \frac{ic\epsilon_3}{\omega} \cdot \frac{\partial h_{\phi}}{\partial p} + \frac{\epsilon_2 c K}{\omega} h_{\phi}); \quad (37)$$

$$l_{\theta} = \frac{1}{\epsilon_{\parallel}\epsilon_{\perp}}(ig\epsilon_{\parallel} \sin\beta l_{\phi} - \frac{ic\epsilon_1}{\omega} \frac{\partial h_{\phi}}{\partial p} + \frac{\epsilon_3 c K}{\omega} h_{\phi}), \quad (38)$$

б) составим входящую в уравнение (31) комбинацию

$$l_{\theta} \sin\beta - l_p \cos\beta = \frac{1}{\epsilon_{\perp}}(igl_{\phi} + \frac{ic}{\omega} \sin\beta \frac{\partial h_{\phi}}{\partial p} + \frac{c K}{\omega} \cos\beta h_{\phi}). \quad (39)$$

Тогда (31) примет вид:

$$\frac{\partial h_{\theta}}{\partial p} - iKh_p = -\frac{i\omega}{c}[\epsilon_{\perp}l_{\phi} + \frac{ig}{\epsilon_{\perp}}(igl_{\phi} + \frac{ic}{\omega} \sin\beta \frac{\partial h_{\phi}}{\partial p} + \frac{c K}{\omega} \cos\beta h_{\phi})h_{\phi}]. \quad (40)$$

Для упрощения дальнейших преобразований рассмотрим предел  $\beta \rightarrow 0$ ; подставляя  $l_p$  и  $l_{\theta}$  (37)–(38) в (28), получим:

$$\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \cdot \frac{\partial^2 h_{\phi}}{\partial p^2} + (\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1 - K^2)h_{\phi} = \frac{iK\omega}{c}g l_{\phi}. \quad (41)$$

Опуская здесь слагаемое с малым параметром ( $|\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel}^{-1}| \lesssim 10^{-6}$ ), выразим из (41)  $h_{\phi}$  через  $l_{\phi}$  и подставим в (40). Подставляя туда же выражения для  $h_p$  и  $h_{\theta}$  из (26) и (27), получим волновое уравнение для компоненты  $l_{\phi}$

$$\frac{\partial^2 l_{\phi}}{\partial p^2} + [\frac{\omega^2}{c^2}(\epsilon_{\perp} + g) - K_{\phi}^2]l_{\phi} = 0. \quad (42)$$

Профиль волноводной полости в F-слое, определяемый профилем ионизации, удобно аппроксимировать параболой (15). При этом спектр поперечных волновых чисел  $K_{\phi}^2$  в p-й mode определяется формулой:

$$K_{1p}^2 = \frac{\omega n_0}{c L \sqrt{2}}(2p + 1). \quad (43)$$

Соответственно, длина волны  $\lambda_p$  в p-й mode определяется формулами

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} - K_{\phi}^2}} \quad (44)$$

Фазовая скорость в этой же mode составляет

$$v_{\phi} = \frac{c}{n_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c}{L\Omega_e} \sqrt{\frac{\omega_{\parallel}}{\omega}}(2p+1)}} \quad (45)$$

Выражение под корнем в (45), учитывающее поправку на волноводный режим, мало отличается от единицы: так, при  $\omega \approx 10^4$  рад·с<sup>-1</sup>,  $L \approx 10^2$  км,  $\Omega_e \approx 3 \cdot 10^7$  рад·с<sup>-1</sup> (ночные условия) вычитаемая величина под корнем составляет  $2 \cdot 10^{-3}(2p+1)$ . Поэтому  $v_{\phi}$  можно представить в виде, удобном для оценок модовых эффектов:

$$v_{\phi} = \frac{c}{n_0} [1 + \frac{2p+1}{2} \cdot \frac{c}{L\Omega_e} \sqrt{\frac{\omega_{\parallel}}{\omega}}]. \quad (46)$$

При этом разность фазовых скоростей в двух соседних модах составляет

$$\Delta v_\phi = \frac{c^2}{n_0 L \Omega_e} \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega}} = \frac{c^2 \omega_H}{\Omega_e^2 L}. \quad (47)$$

Существенно, что в рассматриваемой модели разность фазовых скоростей на зависит от несущей частоты.

Рассмотрим теперь на основе полученных формул некоторые фазовые эффекты в ионосферном волноводе.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В МАКСИМУМЕ СЛОЯ F

Такое определение можно вести, измеряя "фазовое" время распространения  $t$  сигнала между двумя КА в волноводе. Предположим, что длина лучевой траектории между КА равна  $L$ , а время распространения первой из принятых мод составляет  $t$ . Зная эти величины, можно определить среднее значение показателя преломления  $\bar{n}_0$  на трассе и найти отсюда среднюю на трассе плотность электронов в максимуме слоя:

$$n_0 = \frac{ct}{L}; \quad N_{cp} = \frac{\bar{n}_0 \omega_H}{4\pi e^2} \left( \frac{ct}{L} \right)^2. \quad (48)$$

Производя одновременные измерения на нескольких частотах  $\omega$ , можно уточнить значение  $N_{cp}$ .

### ДИСТАНЦИОННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ F

Эту величину (параметр  $L$  в (47)) можно оценить, измеряя разность времен распространения двух мод  $\Delta t$ , излученных одним КА и принятых другим КА. Как легко видеть,  $\Delta t$  связана с разностью  $\Delta v_\phi$  (47):

$$\frac{L \cdot \Delta v_\phi}{v_\phi^2} = \Delta t. \quad (49)$$

Комбинируя (49) с (48), можно исключить длину трассы  $L$ :

$$\frac{\Delta v_\phi}{v_\phi} = \frac{\Delta t}{t}.$$

Отсюда

$$L = \frac{ct}{\Omega_L \Delta t} \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega}} = \frac{ct}{\bar{n}_0 \cdot \Delta \phi}. \quad (50)$$

Подставляя сюда величину  $\Omega_L$ , связанную со средней плотностью электронов  $N_{cp}$  (48), можно вычислить параметр слоя  $L$ . При этом запаздывание  $\Delta t$  связано с Фазовым сдвигом известным соотношением:

$$\Delta t = \frac{\Delta \phi}{\omega}. \quad (51)$$

Таким образом, за один виток КА может быть построен профиль  $L$  в некоторой полосе вдоль кругосветной траектории КА. Такой результат, важный для планетарной динамики F-слоя, невозможно получить зондированием от стационарного наземного источника. Существенно, что измерения  $\Delta t$  удобно вести именно фазовыми методами из-за малых значений этой величины. Так, при  $\omega=3 \cdot 10^4$  рад·с<sup>-1</sup> ( $v \approx 5$  кГц)

в ночных условиях  $n_0=90$ ,  $v_\phi=3,3 \cdot 10^3$  км·с $^{-1}$  и  $\Delta v_\phi=3,8$  км·с $^{-1}$ . В этом случае задержка  $\Delta t$  при расстоянии  $L=800$  км составляет  $\Delta t=0,28$  мс, что соответствует 1,4 периода колебаний волнового поля с длиной волны  $\lambda=2\pi c(\omega n_0)^{-1} \approx 650$  м. Фазовый сдвиг между моментами регистрации прихода обеих мод составляет здесь  $\Delta\phi=2,8\pi$ . При уменьшении частоты волны в  $m$  раз временное запаздывание возрастет во столько же раз, но фазовый сдвиг  $\Delta\phi$  в модели (42) не изменится.

Описанный здесь фазовый метод позволяет использовать специфику волноводных режимов распространения низкочастотных волн для определения параметров глобальных неоднородностей космической плазмы. В отличие от этого, ниже показано два метода определения взаимного положения КА, также основанных на фазовых эффектах.

### ЛОКАЦИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ВОЛНОВОДЕ ПО ЗАПАЗДЫВАНИЮ МОД

Расстояние  $L$  между двумя сечениями волновода, проходящими через мгновенные положения КА перпендикулярно волновой нормали, можно оценить из (49), подставляя туда запаздывание  $\Delta t$ , выраженное через фазовый сдвиг  $\Delta\phi$

$$L = \frac{v_\phi^2}{\Delta v_\phi} \cdot \frac{\Delta\phi}{\omega}. \quad (52)$$

Выражение (52) справедливо при любой модели показателя преломления  $n_0$ . В частности, в обсуждаемом здесь случае  $n_0^2=\Omega^2(\omega n_0)^{-1}$  получим, подставляя в (52) значения  $v_\phi^2$  и  $\Delta v_\phi$  из (46)–(47), особенно простую формулу:

$$l = L \cdot \Delta\phi. \quad (53)$$

Интересно отметить, что найденная величина фазового сдвига  $\Delta\phi$  не зависит от моды распространения. Поэтому по сохранению сдвига можно судить о применимости обсуждаемой модели для описания ионосферного волновода.

Характерной особенностью такой локализации является использование высоких мод ( $p>>1$ ). Высота  $Z_p$ , ограничивающая область локализации  $p$ -й моды, определяется формулой

$$Z_p = \sqrt{\frac{cL(2p+1)}{\omega n_0}}. \quad (54)$$

Как видно, при  $\omega=3 \cdot 10^4$  рад·с $^{-1}$ ,  $n_0=90$  и  $p=0$  (основная мода) область  $Z_0$  вокруг максимума слоя невелика:  $Z_0=3$  км; при  $p=15$  величина  $Z_0$  возрастает до 18 км. При уменьшении частоты  $\omega$  величина  $Z_p$  медленно растет  $Z_p \sim \omega^{-1/4}$ .

### ОЦЕНКА НАПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА

Сближение или взаимное удаление двух КА можно оценить с помощью эффекта Доплера. Из-за большого значения показателя преломления  $n_0$  частота сигнала, принятого на спутнике, оказывается сдвинутой по отношению к частоте, излученной другим КА, на величину  $\Delta\omega$ :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{n_0 |\vec{v}_0|}{c} \cdot \cos\alpha, \quad (55)$$

где  $\alpha$  – угол между волновыми векторами излучения и вектором относительной скорости движения тел  $\vec{v}_0$ .

Так, при сближении спутников со скоростью  $v_0=16$  км·с $^{-1}$  величина  $\Delta\omega$  составляет  $\Delta\omega=3 \cdot 10^{-2} \cos\omega$ . При  $\cos\alpha \rightarrow 1$  ( $\alpha \rightarrow 0$ ) и  $\omega=3 \cdot 10^4$  рад·с $^{-1}$   $\Delta\omega$  составляет величину  $\Delta\omega \approx 150$  рад·с $^{-1}$ . По мере сближения КА ( $\cos\alpha$  уменьшается) сдвиг частоты умень-

шается, переходя через 0 в момент минимального расстояния между КА, после чего сдвиг частоты меняет знак [8,9]. При допплеровских измерениях регистрация дрейфа частоты позволяет оценить направление движения КА по его радиоизлучению.

При регистрации импульсов полезно знать характерную длину дисперсионного расплывания импульса  $L_\omega$ :

$$L_\omega = \frac{2(v_{\text{grp}} T_0)^2}{|v_\omega|}; \quad v_{\text{grp}} = \frac{d\omega}{dK}; \quad v_\omega = \frac{\partial v}{\partial \omega}, \quad (56)$$

где

$\overset{\rightarrow}{v}_{\text{grp}}$  - групповая скорость сигнала;

$T_0$  - его характерная длительность.

Для модели  $n_0^2 = \Omega_e^2 (\omega_H)$  легко найти групповую скорость в виде

$$v_{\text{grp}} = \frac{2c}{n_0} \frac{\sqrt{1 - \frac{c(2p+1)}{L\Omega_e} \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega}}}}{1 - \frac{c(2p+1)}{2L\Omega_L} \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega}}}.$$

В этой формуле вычитаемые в числителе и знаменателе составляют малые величины порядка  $10^{-2} \cdot 10^{-3}$ , так что основной вклад в дисперсию вносят плазменные эффекты

$$v_\omega = \frac{c}{\omega n_0}. \quad (57)$$

При этом

$$L_\omega = \frac{8c\omega T_0^2}{n_0}. \quad (58)$$

Оценка для импульса, содержащего 50 колебаний поля с частотой  $\omega = 3 \cdot 10^4 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ , приводит к большей величине  $L_\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ км}$ , что с большим запасом (на порядок) превышает характерные длины, ограничивающие область применения обсуждаемого здесь квазипродольного распространения для низких широт. При понижении частоты  $\omega$  дисперсионная длина  $L_\omega$  падает так, что для  $\omega = 3 \cdot 10^3 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$  длина  $L_\omega$  для импульса, содержащего 50 колебаний, составляет всего  $L_\omega = 600 \text{ км}$ . Таким образом, в низкочастотной части спектра волн, захваченных в волноводе дисперсионное расплывание импульса на расстояниях  $L \approx 10^3 \text{ км}$  может быть существенным.

Таким образом, методы фазовой диагностики изотропной плазмы основаны на использовании интерференции плоских волн, поле которых не имеет модовой структуры. В отличие от этого фазовые эффекты в волноводе открывают принципиально новые возможности диагностики, связанные с модовой структурой поля и разностью фазовых скоростей мод. Такие эффекты играют важную роль при больших длинах распространения, соответствующих волноводам в космической плазме.

Свообразие таких эффектов исследовано в этой статье на примере дисперсионных свойств низкочастотных волноводных полостей, образуемых вблизи максимума F-слоя при регулярном ходе ионосферных параметров:

1. Высокие значения показателя преломления ( $n=10^2-10^3$ ), соответствуют километровому диапазону длин волн при низких частотах  $v=0,5-5 \text{ кГц}$ .

2. Низкое затухание обеспечивает большие длины распространения  $L_x = (5-8) \cdot 10^3 \text{ км}$ .

3. Волноводные режимы реализуются лишь для волн необыкновенной поляризации.

Принципиальной особенностью волноводного режима является многомодовая структура волнового поля. Такая структура указывает на новые перспективы диагностики, основанные на определении фазового сдвига между модами:

1. Определение плотности электронов и эффективной толщины волновода, средних вдоль траектории волновой нормали.
2. Локация излучателя в волноводном слое.

#### Л и т е р а т у р а

1. А п д е г а м і G.G. Journ, Geop-hys. Res. 15, 6115 (1970).
  2. Г и н з б у р г В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., Наука, 1967.
  3. Б о р и с о в Н.Д. Радиофизика // Изв. вузов, XXVI, 2, 142 (1983).
  4. R. L. O. S t o g e u and L e f e u r e. Journ. Royal Astron. Soc. 56, 255 (1979).
  5. И в а н о в - Х о л о д н ы й Г.С., К а л и н и н Ю.К. Геомагнетизм и аэрономия, XXV, 3, 400 (1985).
  6. Г у л ь е л ь м и А.В. МГД-волны в околоземной плазме. М.: Наука, 1979.
  7. С е г е i s i e g Y.C. Journ. Atm. Terr. Phys. 36, 1443 (1974).
  8. Б а г б а я И.Д., В о д я н и ц к и й С.Я., Ш а п и н - с к и й В.В., Ш в а р ц б у р г А.Б. Ионосферный волновод для низкочастотных волн // Техника средств связи, М., Экос, 3, (1988).
  9. Б а г б а я И.Д., В о д я н и ц к и й С.Я., Ш а п и н - с к и й В.В., Ш в а р ц б у р г А.Б. Компенсация искажений формы электромагнитных сигналов // Техника средств связи. М., Экос, 11 (1988).
-