

# ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

*М. А. Голуб, Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский, С. И. Харитонов*

## ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРЯМОЛИНЕЙНО-СКРУГЛЕННЫЕ КОНТУРА

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Фокусаторы, синтезируемые методами компьютерной оптики, открывают возможность формирования сложных контурных конфигураций в фокальной плоскости. Решение прикладных задач маркировки алфавитно-цифровыми символами, создания реперных знаков, генерации фотошаблонов делает актуальной задачу фокусировки лазерного излучения в сложную фокальную область, составленную парциальными отрезками прямых и дугами окружностей. В частности, фокусировка в контур, представляющий буквенно-цифровую информацию, может осуществляться "составными" фокусаторами в набор отрезков и полуокружностей. Разработанный в настоящее время комплекс аналитических и алгоритмических средств [1–7] позволяет решать задачу синтеза фокусатора в прямолинейно-скругленные контура в полном объеме, включая следующие этапы:

1. Разложение составного фокального контура на парциальные отрезки прямых и дуги окружностей.
2. Выбор разбиения составного фокусатора на соответствующие сегменты.
3. Решение парциальных обратных задач фокусировки из сегментов фокусатора в парциальные отрезки прямых и дуги окружностей и сшивка парциальных решений для получения фазовой функции фокусатора.
4. Выполнение вычислительного эксперимента путем численного решения прямой задачи.
5. Формирование фотошаблона и реализация соответствующего фокусатора.

В работе [1] предлагалось маркировочную метку приблизить набором точек и использовать фокусатор, состоящий из сегментов, представляющих сектора круга, каждый из которых фокусирует излучение в соответствующую точку маркировочной метки. Недостатком указанного подхода является неравномерность распределения интенсивности на контуре маркировочной метки.

В работе [2] рассмотрен фокусатор в набор отрезков с постоянной интенсивностью. Предполагалось, что апертура фокусатора должна состоять из секторов круга, каждый из секторов обеспечивал фокусировку в соответствующий отрезок фокальной области. Недостатком предложенного фокусатора является сложная зависимость вида функции эйконала на сегменте от взаимной геометрии положения сегмента фокусатора и отрезка фокусировки, а также ограниченные возможности передачи скругленных частей алфавитно-цифровых символов при маркировке.

В данной статье предлагается новый метод синтеза фокусатора в систему произвольно расположенных отрезков и полуокружностей с постоянной интенсивностью, основанный на единообразном разбиении фокусатора на концентрические кольца и учитывающий симметрию освещающего пучка даже при неосесимметричной функции эйконала.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ФОКУСИРОВКИ РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В СИСТЕМУ ОТРЕЗКОВ И ДУГ ПОЛУОКРУЖНОСТЕЙ

Пусть радиально-симметричный лазерный пучок с комплексной амплитудой  $W_0(\vec{u}) = A_0(\vec{u}) \exp[ik\psi_0(\vec{u})] = W_0(\rho)$ ,  $\rho = \sqrt{u^2 + v^2}$ , где  $A_0(\vec{u})$  – амплитуда освещающего пучка,  $\psi_0(\vec{u})$  – эйконал пучка,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  – длина волны, падает на фокусатор с круглой апертурой  $G$  радиуса  $R$ , расположенный в плоскости  $\vec{u} = (u, v)$  при  $z = 0$  (рис. 1), который преобразует падающее излучение в поле  $W(\vec{x}) = W_0(\vec{u}) \exp[ik\psi(\vec{u})]$ , где  $\psi(\vec{u})$  – эйконал фокусатора. Задача состоит в отыскании эйконала фокусатора  $\psi(\vec{u})$ , обеспечивающего при  $z = f$  в плоскости  $\vec{x} = (x, y)$  формирование светового поля с постоянным распределением интенсивности  $I(\vec{x})$  на контуре, состоящем из  $N$  парциальных отрезков и  $L$  полуокружностей. Положение каждого элемента в фокальной области будем характеризовать набором параметров  $Q_j = \{d_j, (x_j, y_j), \alpha_j\}$ ,  $j = 1, M$ , где  $M = N + L$ ,  $d_j$  – длина отрезка или полуокружности,  $(x_j, y_j)$  – смещение центра отрезка или центра полуокружности относительно начала координат,  $\alpha_j$  – угол, составленный отрезком или хордой полуокружности с положительным направлением оси  $x$ .

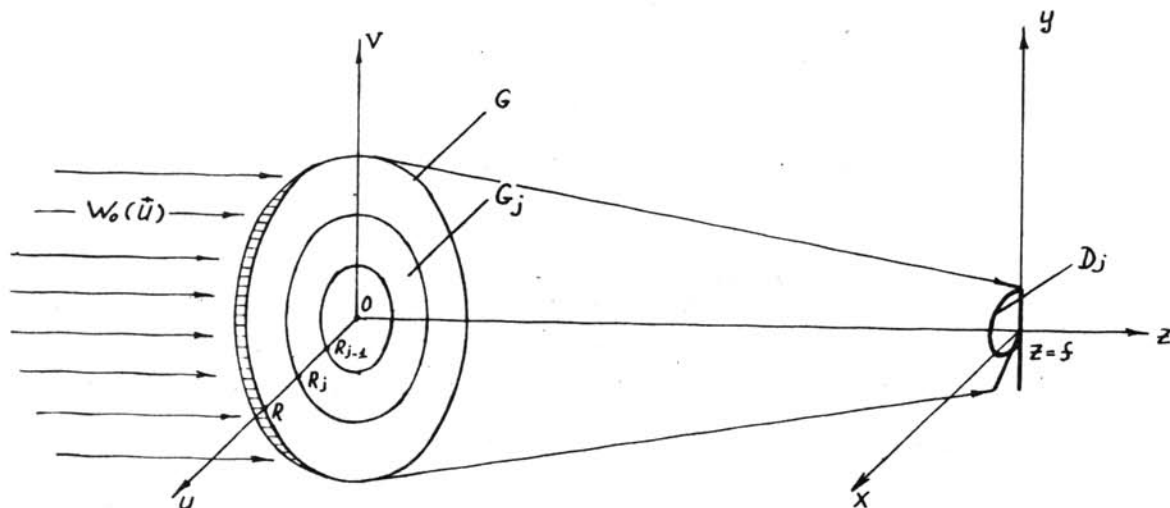


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки

## 3. СВЕДЕНИЯ К ЭТАЛОННЫМ ЗАДАЧАМ ФОКУСИРОВКИ В СИСТЕМУ ОТРЕЗКОВ И ПОЛУОКРУЖНОСТЕЙ

Особенностью приведенной задачи фокусировки является вид области фокусировки, представляющей набор из элементов двух видов – отрезков и полуокружностей. Для решения поставленной задачи предлагается использовать составной фокусатор, основанный на разбиении круглой апертуры фокусатора на сегменты в виде концентрических колец  $G_j$  радиусов  $R_{j-1}$ ,  $R_j$ , отражающих симметрию освещающего пучка. Представление фокусатора как набора колец  $G_j$  (см. рис. 1), каждое из которых фокусирует излучение в произвольно расположенный элемент  $D_j$  – отрезок или полуокружность, позволяет предложить универсальный метод расчета эйконала фокусатора  $\psi(u, v)$ . Эйконал  $\psi_j(u, v)$  в пределах кольцевого сегмента  $G_j$  при фокусировке в элемент фокальной области, описываемый набором параметров  $Q_j = \{d_j, (x_j, y_j), \alpha_j\}$ , может быть получен из эйконала  $\psi'_j(u, v)$  кольцевого сегмента, рассчитанного на фокусировку в элемент с "эталонной геометрией", то есть в элемент с параметрами  $Q'_j = \{d_j, (0, 0), 0\}$ . Действительно, выполняя поворот системы координат  $u, v$  на угол  $\alpha_j$  и добавляя линейные по переменным  $u$  и  $v$  функции, описывающие смещение элемента фокусировки относительно начала координат, можно получить, что в параксиальном приближении

$$\psi_j(u, v) = \psi'_j(u', v') + \frac{x_j u}{f} + \frac{y_j v}{f}, \quad (1)$$

$$\text{где } \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_j) & \sin(\alpha_j) \\ -\sin(\alpha_j) & \cos(\alpha_j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Таким образом, кольцевое разбиение делает задачу расчета эйконала кольцевого сегмента инвариантной к геометрии положения соответствующего элемента фокусировки, и решение исходной задачи фокусировки основывает-

ся на решении элементарных задач фокусировки пучка с кольцевым сечением в отрезок и полуокружность с "этапными геометриями". Поскольку сегменты фокусатора не пересекаются, то эйконал составного фокусатора в набор из отрезков и полуокружностей имеет вид:

$$\psi(u, v) = \sum_{j=1}^M [\psi_j(u, v) \operatorname{rect} \left( \frac{2\rho - (R_{j-1} + R_j)}{2(R_j - R_{j-1})} \right)], \quad (2)$$

$$\text{где } \operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Потребуем равномерного распределения всего светового потока освещающего пучка по парциальным отрезкам и полуокружностям, тогда радиусы  $R_j, j = 0, M$  могут быть определены из следующего рекуррентного уравнения

$$\int_{R_{j-1}}^{R_j} I_0(\rho) 2\pi\rho d\rho = p d_j,$$

где  $R_0 = 0$ ,

$I_0(\rho)$  – интенсивность освещающего пучка,

$$p = \frac{1}{\sum_{j=1}^M d_j} \int_0^R I_0(\rho) 2\pi\rho d\rho.$$

#### 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФОКУСИРОВКИ В ОТРЕЗОК

Рассмотрим задачу фокусировки радиально-симметричного лазерного пучка кольцевого сечения с комплексной амплитудой

$$W_0(\rho) = A_0(\rho) \exp [ik\psi_0(\rho)] \operatorname{rect} \left[ \frac{2\rho - (R_1 + R_2)}{2(R_2 - R_1)} \right] \quad (3)$$

в отрезок с постоянной интенсивностью

$$I(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{d}{2}, y = 0 \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – внутренний и внешний радиусы кольца. В работе [8] рассмотрен метод расчета фокусатора в отрезок, основанный на дифракционной аппроксимации оператора распространения света, полученной из асимптотического разложения интеграла Кирхгофа в параксиальном приближении. Согласно [8] эйконал фокусатора кольцевого пучка в отрезок в параксиальном приближении имеет вид:

$$\bar{\psi}(u, v) = -\frac{u^2 + v^2}{2f} + \int_{-R_2}^u \kappa(\xi) d\xi - \psi_0(u, v), \quad (4)$$

где функция  $\kappa(\xi)$  отображает ось  $u$  плоскости фокусатора на отрезок в фокальной плоскости. Согласно [8]  $\kappa(\xi)$  определяется из решения следующего дифференциального уравнения

$$\frac{d\kappa(\xi)}{d\xi} = \left[ \int_{\sqrt{R_1^2 - \xi^2}}^{\sqrt{R_2^2 - \xi^2}} A_0(\xi, v) dv \right]^2 \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\kappa(-R_2) = -\frac{d}{2}, \quad \kappa(R_2) = \frac{d}{2}.$$

Согласно [8], распределение интенсивности в фокальной плоскости фокусатора (4), (5) обладает значительно большей равномерностью во внутренних точках отрезка фокусировки по сравнению с соответствующим распределением от геометрооптического фокусатора.

Интересно отметить, что формулы (4), (5) имеют вид, аналогичный геометрооптическим [4], но с предсказанным законом соответствия  $\kappa(\xi)$ . Предсказание учитывает дифракционное размытие поперечной ширины отрезка из-за дифракции на слоях [4] различной длины в плоскости фокусатора.

Рассмотрим задачу фокусировки лазерного пучка с комплексной амплитудой (3) в полуокружность радиуса  $R_0$  с постоянным распределением интенсивности

$$I_1(x, y) = \begin{cases} I_1, & y > 0, x^2 + y^2 = R_0^2 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В случае фокусировки в полуокружность эйконал может быть определен из условия фокусировки в точку полуокружности  $(x, y)$  лучей, проведенных от прямой  $v = \frac{y}{k}u$  [4], так что для случая параксиального приближения эйконал имеет вид

$$\psi(u, v) = -\frac{u^2 + v^2}{2f} + \text{Sign}(-v) \frac{R_0 \sqrt{u^2 + v^2}}{f} - \psi_0(u, v), \quad (6)$$

$$\text{где } \text{Sign}(v) = \begin{cases} 1, & v > 0 \\ 0, & v = 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases}.$$

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Расчет поля в фокальной области от фокусатора в контур, составленный из отрезков и полуокружностей проводился с использованием параксиального приближения интеграла Кирхгофа и численных методов, рассмотренных в [8, 9].

Для характеристики качества фокального изображения используются следующие величины: значение энергетической эффективности  $E$  и среднеквадратичного отклонения  $\delta$ . Величина  $E = \frac{D}{G} \frac{\iint I(\vec{x}) d^2 \vec{x}}{\iint I_0(\vec{u}) d^2 \vec{u}}$  характеризует долю

энергии падающего пучка, попавшую в окрестность  $D$  фокального контура  $S$  с дифракционной шириной  $\Delta_j = \frac{\lambda f}{R_j - R_{j-1}}$ .

Величина  $\delta = \frac{1}{I} \left[ \frac{1}{|S|} \int_S [I(\vec{x}) - \bar{I}]^2 dS \right]^{1/2}$  характеризует близость распределения интенсивности на контуре фокусировки к постоянной величине, где  $|S|$  — длина контура  $S$ ,  $\bar{I} = \frac{1}{|S|} \int_S I(\vec{x}) dS$  — среднее значение интенсивности на контуре фокусировки. Численный расчет поля проводился для фокусаторов в буквы "А" и "Р".

На рис. 2 приведено трехмерное распределение интенсивности от фокусатора Гауссова пучка с интенсивностью  $I_0(\rho) = \exp(-\frac{\rho^2}{\sigma^2})$ ,  $\rho \leq R$  в букву "А", составленную из отрезков с длинами 11,2 мм, 11,2 мм, 5 мм при следующих

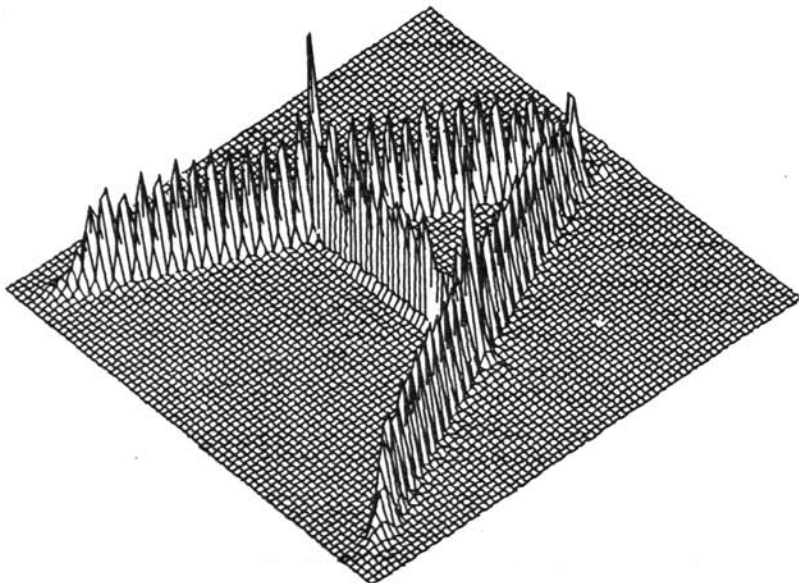


Рис. 2. Трехмерное распределение интенсивности от фокусатора в букву "А"

физических параметрах:  $\lambda = 5$  мкм,  $f = 250$  мм,  $\sigma = 4,94$  мм,  $R = 7,5$  мм. Энергетическая эффективность фокусировки в букву "А" составила 85,2%, а среднеквадратичное отклонение – 21,4%. На рис. 3 приведено трехмерное распределение интенсивности от фокусатора Гауссова пучка в букву "Р", составленную из отрезка длиной 10 мм

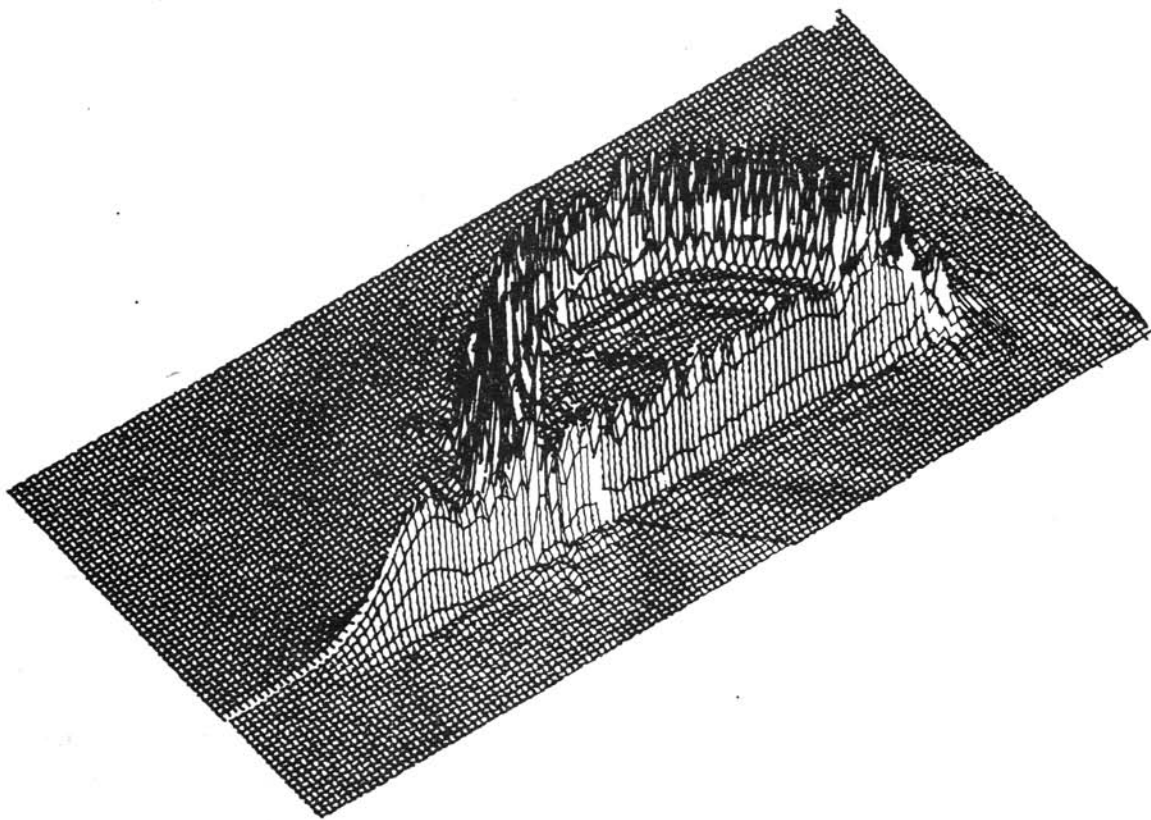


Рис. 3. Трехмерное распределение интенсивности от фокусатора в букву "Р"

и полуокружности радиусом 3,5 мм для  $\lambda = 10,6$  мкм,  $f = 250$  мм,  $\sigma = 4,94$  мм,  $R = 7,5$  мм. Энергетическая эффективность фокусировки в букву "Р" составила 86,3%, а среднеквадратичное отклонение – 20,1%. Приведенные результаты численных расчетов подтверждают работоспособность разработанного подхода к расчету фокусаторов в сложные фокальные контура.

#### Литература

1. А. с. № 1303977 (СССР). Бюлл. изобр. и откр. № 14 от 15.04.87.
2. Патент Англии № 2185126 от 24.05.89, G02B 5/00.
3. Голуб М. А., Карпеев С. В., Прохоров А. М., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Фокусировка когерентного излучения в заданную область пространства с помощью синтезированных на ЭВМ голограмм // Письма в ЖТФ. – 1981. – Т. 7. – № 10. – с. 618–623.
4. Данилов В. А., Попов В. В., Прохоров А. М., Сагателян Д. М., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Синтез оптических элементов, создающих фокальную линию произвольной формы // Письма в ЖТФ. – 1982. – Т. 8. – № 13. – с. 810–813.
5. Данилов В. А., Попов В. В., Прохоров А. М., Сагателян Д. М., Сисакян Е. В., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную линию // Препринт ФИАН СССР, № 69, – М., 1983. – 41 с.
6. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики // Автотметрия. – 1989, № 1. – с. 70–82.
7. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Шинкарев М. В. Структура комплекса программ синтеза элементов компьютерной оптики // Компьютерная оптика. Сб./МЦНТИ, М., 1989, вып. 5.

8. Голуб М. А., Досколович Л. Л., Сисакян И. Н., Сойфер В. А., Харитонов С. И. Дифракционные поправки при фокусировке лазерного излучения в отрезок. В настоящем сборнике.

9. Казанский Н. Л. Исследование дифракционных характеристик фокусатора в кольцо по результатам вычислительного эксперимента // Компьютерная оптика. Сб./МЦНТИ, М., 1990, вып. 10.

\* \* \*