Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский, И. Н. Сисакян,
В. А. Сойфер, С. И. Харитонов

ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТРЕХМЕРНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

1. ВВЕДЕНИЕ

В задачах технологии лазерного поверхностного упрочнения и легирования материалов актуальной является фокусировка лазерного излучения в трехмерные поверхности.

В работах [1–4] сообщалось о создании фокусаторов лазерного излучения в плоские линии и плоские области.

В данной работе рассматривается задача фокусировки лазерного пучка на трехмерную поверхность общего вида, получены и проанализированы решения задачи фокусировки радиально-симметричного лазерного пучка на поверхность вращения.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть лазерное излучение с комплексной амплитудой $W_0(\vec{u}) = \sqrt{I_0(\vec{u})}\exp[ik\psi_0(\vec{u})]$, где $I_0(\vec{u})$ – интенсивность освещающего пучка, $\psi_0(\vec{u})$ – эйконал пучка, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – длина волны, падает на фокусатор с апертурой G, расположенный в плоскости $z = -f_0$, (рис. 1), который преобразует падающее излучение в поле $W(\vec{u}) = W_0(\vec{u})\exp[ik\psi(\vec{u})] = \sqrt{I_0(\vec{u})}\exp[ik\psi_1(\vec{u})]$, где $\psi(\vec{u})$ – эйконал фокусатора, $\psi_1(\vec{u}) = \psi_0(\vec{u}) + \psi(\vec{u})$ – эйконал непосредственно за фокусатором. Требуется найти эйконал фокусатора $\psi(\vec{u})$, обеспечивающий на поверхности S, описываемой уравнением $z = f(x, y)$, заданное распределение освещенности $E(x, y)$.

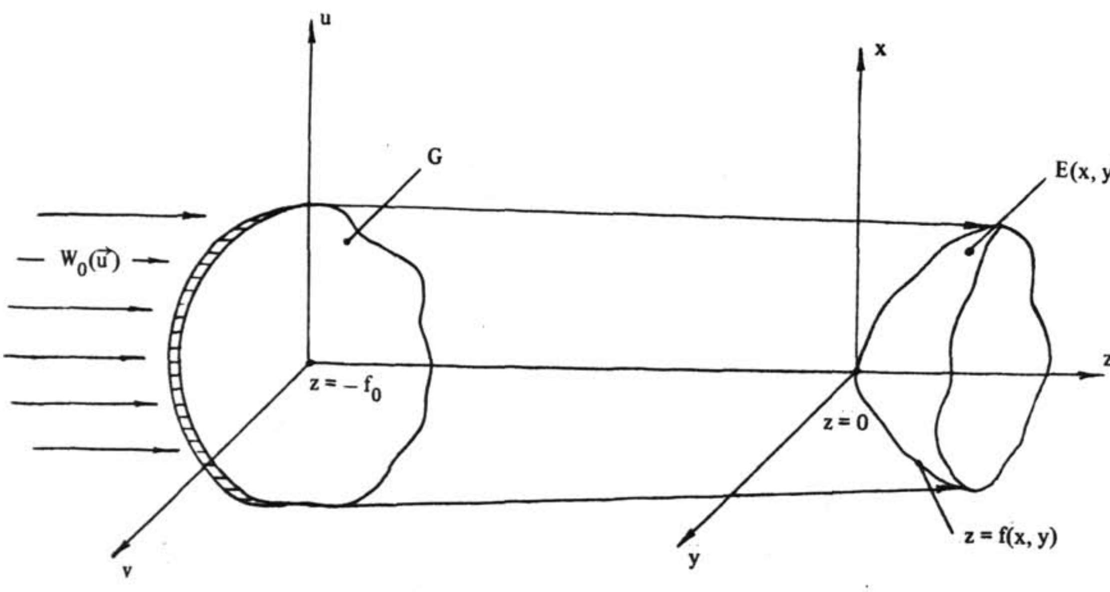

Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки

Поверхность фокусировки предполагаем непрозрачной и не содержащей областей геометрической тени. Будем называть пару точек с координатами $(x, y, f(x, y)) \in S$ и $(u, v) \in G$ "сопряженными", если луч, соединяющий эти две точки, пересекает поверхность фокусировки только один раз и угол между этим лучом и нормалью к поверхности фокусировки не превышает $\frac{\pi}{2}$ (нормаль направлена к теневой стороне поверхности фокусировки). Поверхность фокусировки не содержит областей геометрической тени, если все точки поверхности имеют сопряженные в области фокусатора.

3. РАСЧЕТ ЭЙКОНАЛА ФОКУСАТОРА

Расчет эйконала фокусатора будем проводить в геометрооптическом приближении.

Пусть $$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v). \end{cases} \quad (1)$$

Функции, описывающие лучевое соответствие между точками поверхности фокусировки и точками фокусатора. Предполагая отображение (1) взаимно однозначным, закон сохранения светового потока запишем в виде

$$E_0(u, v) = \frac{E(x, y)\left[\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right]}{\mathrm{Cos}(\alpha)}, \quad (2)$$

где $E_0(u, v) = I_0(u, v)\mathrm{Cos}(\beta)$, β – угол между нормалью к плоскости фокусатора и падающим в данную точку лучом, а α – угол между нормалью к поверхности фокусировки и осью z,

$$\mathrm{Cos}(\alpha) = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}.$$

Корректное задание $E_0(u, v)$ и $E(x, y)$ требует выполнения условия нормировки:

$$\int_G E_0(\vec{u})d^2\vec{u} = \int_S E(\vec{x})dS. \quad (3)$$

Из уравнения эйконала несложно получить уравнение наклонов:

$$\mathrm{grad}\,[\psi_1(\vec{u})] = \frac{\vec{x} - \vec{u}}{\sqrt{(f_0 + z(\vec{x}))^2 + (\vec{x} - \vec{u})^2}}. \quad (4)$$

Из уравнения наклонов можно однозначно восстановить эйконал $\psi(\vec{u})$, если выполняется условие интегрируемости:

$$\mathrm{rot}\left[\frac{\vec{x} - \vec{u}}{\sqrt{(f_0 + z(\vec{x}))^2 + (\vec{x} - \vec{u})^2}}\right] = 0. \quad (5)$$

Эйконал фокусатора $\psi(\vec{u}) = \psi_1(\vec{u}) - \psi_0(\vec{u})$, определяемый из уравнений (2) – (5), является допустимым решением только в том случае, если соответствующее лучевое соответствие (1) связывает только сопряженные точки.

4. РАСЧЕТ ЭЙКОНАЛА ФОКУСАТОРА РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА НА ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим случай радиальной симметрии комплексной амплитуды освещающего пучка $W_0(\rho) = \sqrt{I_0(\rho)}\exp[ik\psi_0(\rho)]$, $\rho = \sqrt{u^2 + v^2}$, $\rho \leqslant R$, R – радиус фокусатора и функции распределения освещенности E(r), $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ на поверхности фокусировки S, полученной вращением кривой $r = r(z)$ вокруг оси z. Функцию $r = r(z)$ будем называть образующей поверхности S.

Вследствие радиальной симметрии задачи фокусировки, эйконал фокусатора является радиальной функцией и может быть определен из следующих уравнений:

$$\frac{dz(\rho)}{d\rho} = \frac{E_0(\rho)\rho}{E[r(z)]\,r(z)\sqrt{1 + \left(\frac{dr(z)}{dz}\right)^2}}, \quad (6)$$

$$\psi(\rho) = \int_0^{\rho} \frac{r[z(\bar{\rho})] - \bar{\rho}}{\sqrt{(f_0 + z(\bar{\rho}))^2 + (r[z(\bar{\rho})] - \bar{\rho})^2}}\,d\bar{\rho} - \psi_0(\rho). \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) получены переходом к полярным координатам из закона сохранения светового потока (2) и уравнения наклонов (4). Условие интегрируемости (5) также является выполненным, что может быть легко проверено непосредственным вычислением. Эйконал фокусатора, определяемый из уравнений (6), (7), будет являться решением задачи фокусировки, если лучевое соответствие $r = r[z(\rho)] = \theta(\rho)$ связывает только сопряженные точки.

Как отмечено в п. 2, лучевое соответствие $r = \theta(\rho)$ связывает сопряженные точки в том случае, если угол между направлением падающего луча и направлением нормали к теневой стороне поверхности меньше, чем $\frac{\pi}{2}$, то есть

$$(\vec{l}, \vec{n}) \geqslant 0, \tag{8}$$

где $\vec{l} = (f_0 + z(\rho), \theta(\rho) - \rho)$ – вектор луча; $\vec{n} = (\frac{dr[z(\rho)]}{dz}, -1)$ – вектор нормали.

В частности, при фокусировке плоского пучка в сферический сегмент с образующей $r(z) = \sqrt{R_1^2 - (z - R_1)^2}$, $0 \leqslant z \leqslant a$, R_1 – радиус сферы (рис. 2) и с постоянным распределением освещенности, условие (8) может быть приведено к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{R_1 f}{R_1 + f} + \dfrac{\sqrt{a}}{R^2(R_1 + f)}\rho^2\sqrt{2R_1R^2 - a\rho^2} \geqslant \dfrac{\rho a^2}{R^2}. \\ \rho \in [0, R]. \end{cases} \tag{9}$$

Уравнение (9) определяет взаимосвязь физических параметров, при которых возможна фокусировка в сферический сегмент.

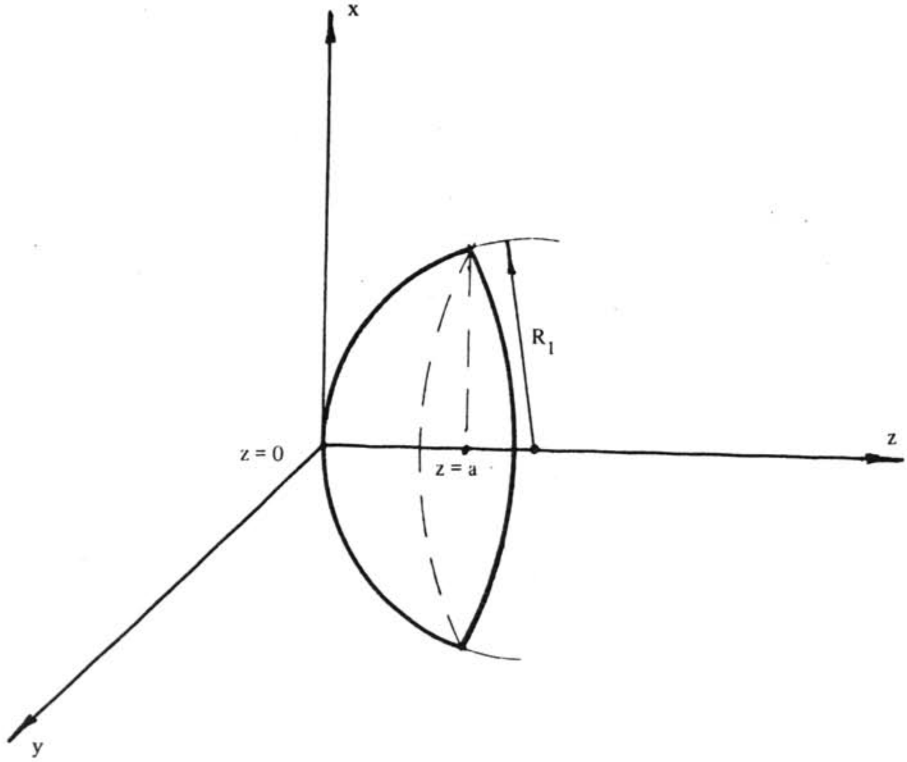

Рис. 2. Геометрия сферического сегмента фокусировки

5. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЬЕФНО-ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ ФОКУСАТОРОВ

Одной из важнейших характеристик фокусаторов, синтезируемых методами компьютерной оптики, является минимальный размер зоны микрорельефа δ.

В случае радиальной симметрии эйконала фокусатора размеры зон микрорельефа Δ могут быть получены из следующего уравнения

$$|\psi(\rho + \Delta) - \psi(\rho)| = \lambda. \tag{10}$$

Полагая $\psi(\rho + \Delta) - \psi(\rho) \approx \frac{d\psi}{d\rho}\Delta$, для определения размера минимальной зоны микрорельефа δ имеем соотношение

$$\delta = \frac{\lambda}{\max\limits_{\rho\in[0,R]} \left|\frac{d\psi}{d\rho}\right|}. \tag{11}$$

При фокусировке плоского пучка на поверхность конуса с образующей $r(z) = tg(\alpha)z$, $0 \leqslant z \leqslant a$ (рис. 3) и распределением освещенности $E(r) = cr^n$, размер минимальной зоны микрорельефа δ_n (n – показатель степени в распределении освещенности) может быть получен из (6), (7), (11) в виде:

$$\delta_n = \lambda\left[\max_{\rho\in[0,R]} \left| \frac{tg(\alpha)\, a\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{2}{n+2}} - \rho}{f_0 + a\left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{2}{n+2}}} \right|\right]^{-1}. \tag{12}$$

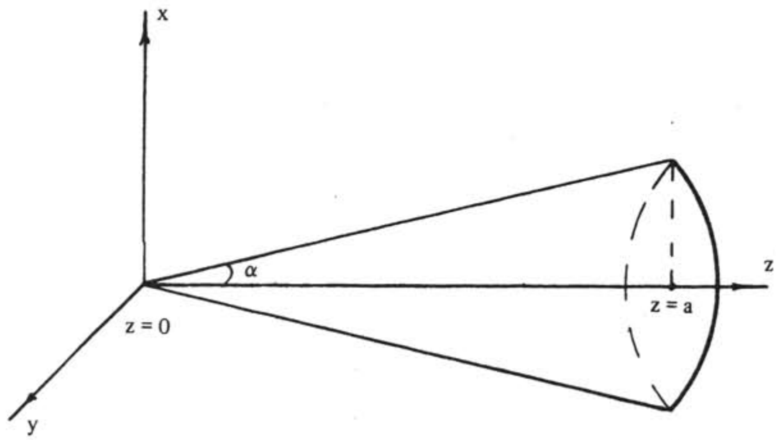

Рис. 3. Геометрия конуса фокусировки

Используя (12), можно легко получить общую оценку минимальной зоны микрорельефа, справедливую при любом распределении освещенности на конусе фокусировки.

$$\overline{\delta} \leqslant \frac{\lambda(f_0 + a)}{\max\limits_{\rho\in[0,R]} |\rho - a\,tg(\alpha)|}. \tag{13}$$

Интересно отметить, что оценка (13) совпадает с оценкой минимальной зоны микрорельефа фокусатора в кольцо с радиусом $a\,tg(\alpha)$ и фокусным расстоянием $f_0 + a$.

При $a \to 0$ оценка (13) переходит в оценку минимальной зоны линзы, а при $a \to 0$ и $\alpha \to \frac{\pi}{2}$ так, что $a\,tg(\alpha) = const$, оценка (13) переходит в оценку минимальной зоны для фокусатора в круг с радиусом $a\,tg(\alpha)$.

В случае фокусировки плоского пучка в сферический сегмент (см. рис. 2) из (6), (7), (11) может быть получена следующая оценка:

$$\delta \leqslant \frac{\lambda(f_0 + a)}{\max\limits_{\rho\in[0,R]} |\rho - \sqrt{R_1^2 - (R_1 - a)^2}|}. \tag{14}$$

Уравнения (12), (13), (14) могут служить для определения физических параметров при фокусировке в конус и сферический сегмент, согласованных с технологическими возможностями фотопостроителей, используемых при синтезе фокусаторов [5].

В таблице для фокусаторов на поверхность конуса при наиболее типичных физических параметрах приведены размеры минимальных зон микрорельефа δ_0, соответствующие постоянному распределению освещенности и оценки минимальной зоны микрорельефа $\overline{\delta}$, справедливые для произвольного распределения освещенности на поверхности конуса.

Данные таблицы свидетельствуют о технологичности рассмотренных фокусаторов и возможности их изготовления при использовании существующих фотопостроителей, размер растрового пятна которых лежит в диапазо-

Параметры	λ (мкм)	δ_0 (мм)	$\bar{\delta}$ (мм)
f_0 = 800 мм	10,6	1,697	1,242
R = 12 мм	5	0,8	0,586
a = 12 мм			
$\alpha = \frac{\pi}{6}$	2,94	0,47	0,344
f_0 = 150 мм	1,06	0,108	0,048
R = 5 мм			
a = 6 мм	0,63	0,064	0,028
$\alpha = \frac{\pi}{6}$			

не от 1 мкм до 50 мкм. Требования к технологии изготовления таких фокусаторов не превышают требований к ранее изготовленным фокусаторам в кривые и плоские области [2–4].

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Для исследования эффективности предложенных фокусаторов был проведен численный расчет поля в фокальной области фокусаторов плоского пучка ($W_0(\rho) = 1$, $\rho \leq R$) в конус и сферический сегмент. Для расчета поля в фокальной области использовалось параксиальное приближение интеграла Кирхгофа и численные методы, рассмотренные в [6,7]. На рис. 4 приведено нормированное распределение освещенности вдоль образующей конуса (см. рис. 3) от фокусатора в конус с постоянным распределением освещенности при λ = 10,6 мкм, f_0 = 800 мм, $\alpha = \frac{\pi}{6}$, a = 12 мм,

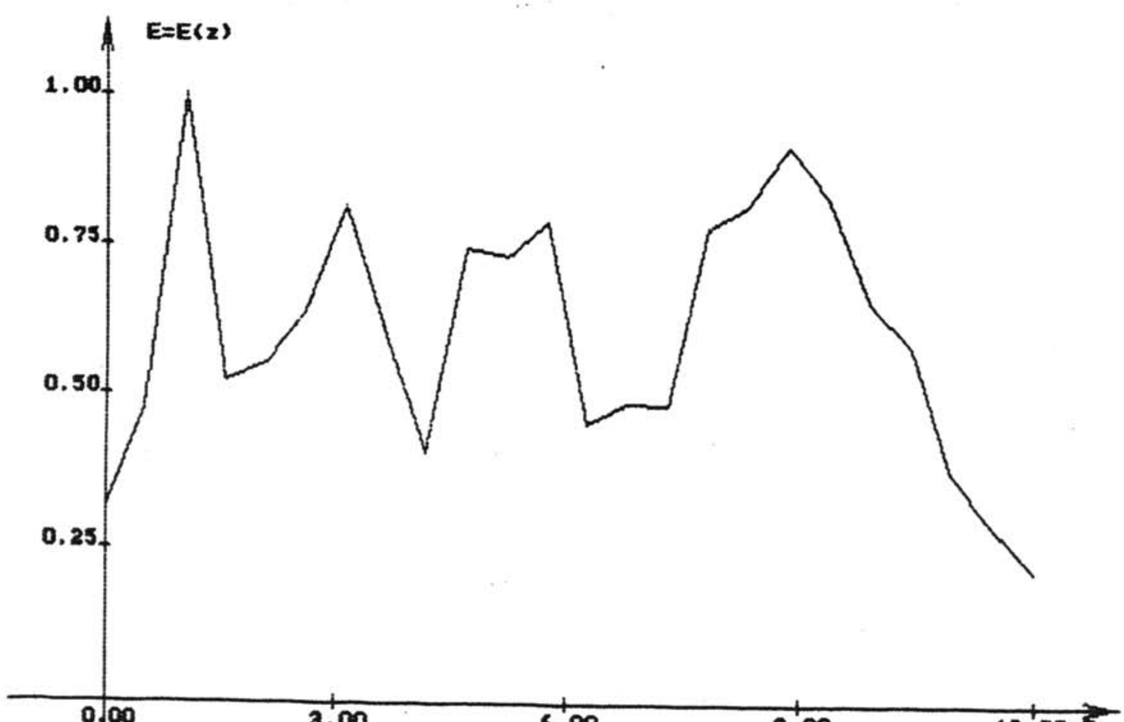

Рис. 4. Нормированное распределение освещенности вдоль образующей от фокусатора в конус с постоянным распределением освещенности

$R = 12$ мм, а на рис. 5 – нормированное распределение освещенности от фокусатора в конус с линейным распределением освещенности при $\lambda = 5$ мкм, $f_0 = 800$ мм, $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $a = 12$ мм, $R = 12$ мм. Минимальные размеры зон микрорельефа для указанных фокусаторов составляют 1,697 мм и 0,5 мм. На рис. 6 приведено нормированное распределение освещенности вдоль образующей (см. рис. 2) от фокусатора в сферический сегмент с постоянным распределением освещенности при $\lambda = 10{,}6$ мкм, $f_0 = 300$ мм, $R_1 = 8$ мм, $a = 6$ мм. Оценка размера минимальной зоны микрорельефа составляет 0,42 мм.

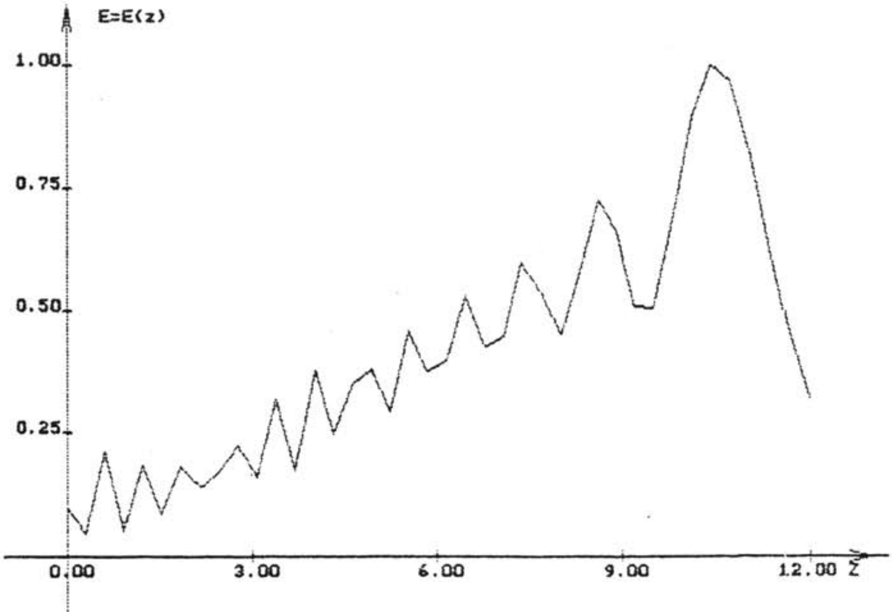

Рис. 5. Нормированное распределение освещенности вдоль образующей от фокусатора в конус с линейным распределением освещенности

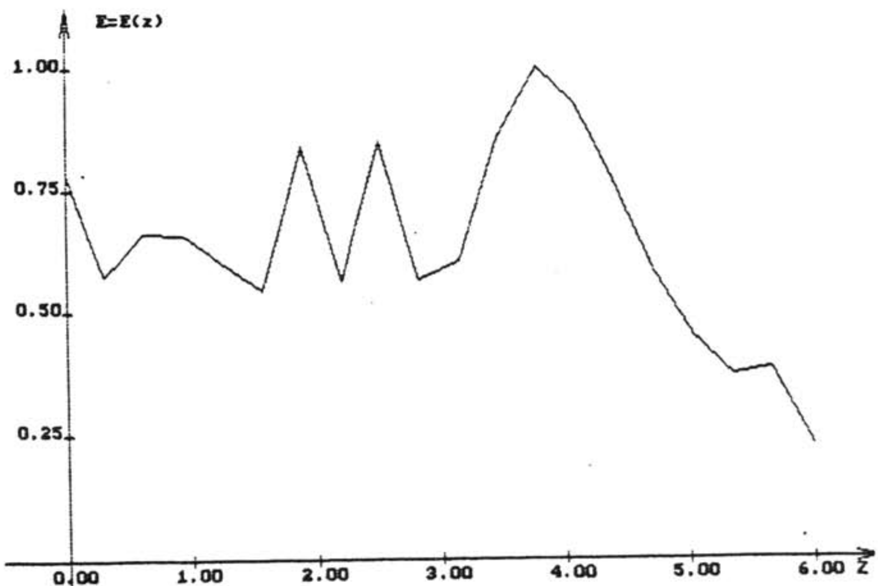

Рис. 6. Нормированное распределение освещенности вдоль образующей от фокусатора в сферический сегмент с постоянным распределением освещенности

Полученная в результате численного исследования оценка энергетической эффективности рассмотренных фокусаторов, то есть для энергии освещающего пучка, попавшая на поверхность фокусировки, составляет не менее 86%. Результаты численного расчета полностью подтверждают работоспособность приведенного подхода к расчету фокусаторов на трехмерную поверхность вращения. Полученные оценки размеров минимальных зон микрорельефа обеспечивают возможность изготовления предложенных фокусаторов на фотопостроителях типа PHOTOMATION-P1700 (минимальный растр 12,5 мкм).

Литература

1. *Голуб М.А., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А.* Машинный синтез оптических компенсаторов для получения асферических волновых фронтов. Препринт ФИАН СССР, № 29, 1981.

2. *Голуб М.А., Дегтярева В.П., Климов А.Н., Попов В.В., Прохоров А.М., Сисакян Е.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А.* Машинный синтез фокусирующих элементов для CO_2 лазера. Письма в ЖТФ, 1982 , т. 8, № 8, с. 440–451.

3. *Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян Е.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А.* Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную линию. Препринт № 69 ФИАН СССР, М., 1983, 42 с.

4. *Голуб М.А., Досколович Л.Л., Казанский Н.Л., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Харитонов С.И.* Вычислительный эксперимент с фокусатором гауссового пучка в прямоугольник с постоянной интенсивностью // Компьютерная оптика: Сб./МЦНТИ, М., 1990 , вып. 7.

5. *Бобров С.Т., Грейсух Г.И., Туркевич Ю.Г.* Оптика дифракционных элементов и систем. Л.: Машиностроение, 1986, 223 с.

6. *Голуб М.А., Казанский Н.Л., Сисакян И.Н., Сойфер В.А.* Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики // Автометрия, 1988, № 1, с. 70–82.

7. *Казанский Н.Л.* Вычислительный эксперимент с линзой Френеля // Компьютерная оптика: Сб./МЦНТИ, М., 1988 , вып. 3.

* * *