

АДАПТИВНЫЙ ИТЕРАТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ СИНТЕЗА ФОКУСАТОРОВ

ВВЕДЕНИЕ

Известный итеративный алгоритм Герчберга-Секстона [1] имеет целый ряд интересных приложений для решения задач анализа и синтеза когерентных световых полей.

Так в работе [2] алгоритм Герчберга-Секстона (ГС) использовался для расчета фазового профиля одномерной дифракционной решетки, мультиплицирующей излучение на произвольное число порядков дифракции с заданным распределением энергии по ним. В [3] использовался алгоритм ГС для расчета фазовой функции элементов плоской оптики, фокусирующих когерентное излучение в заданную область пространства с заданным распределением энергии в этой области.

В данной работе предложен и исследуется новый вариант итеративного алгоритма ГС применительно к задачам синтеза фокусаторов. Показано, что применение некоторой адаптивной подстраивающей процедуры на каждом шаге итеративного процесса позволяет существенно сократить среднеквадратичное отклонение полученного распределения интенсивности от заданного. При этом "плата" за точность в виде потерь энергии, попадающей в область фокусировки, составляет не более 20%.

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ

Рассмотрим классический вариант алгоритма ГС применительно к расчету фазовой функции пропускания оптического элемента, фокусирующего когерентное излучение в отрезок прямой с равномерным распределением энергии (интенсивности) вдоль отрезка. На каждом шаге итеративного процесса полученное распределение интенсивности $I_n(\xi)$ в частотной плоскости заменяется на требуемое распределение согласно замене

$$I_0(\xi) = \begin{cases} A, & \xi \in [\xi_1, \xi_2] \\ 0, & \xi \notin [\xi_1, \xi_2]. \end{cases} \quad (1)$$

Распределение интенсивности в области фокусировки представляет собой квадрат модуля преобразования Фурье от фазовой функции пропускания оптического элемента равной

$$f(x) = \begin{cases} \text{Вехр}(i\varphi(x)), & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2], \end{cases} \quad (2)$$

где A, B — постоянные. Поэтому интенсивность $I_n(\xi)$ должна являться аналитической функцией, имеющей вполне определенные минимальный период модуляции и максимальную величину первой производной. Требование скачкообразного поведения интенсивности (1) в зоне фокусировки и равенства нулю ее вне зоны фокусировки снижает скорость сходимости алгоритма ГС и может приводить к расходимости.

Поэтому не хотелось бы сильно искажать аналитический (плавный) характер распределения интенсивности в Фурье-плоскости и, в то же время, применить некоторую подстраивающую процедуру на каждом шаге, чтобы увеличить скорость сходимости и уменьшить ошибку отклонения полученного распределения интенсивности от требуемого.

Предлагается следующая процедура подстройки. На n шаге итераций в Фурье-плоскости полученная функция интенсивности $I_n(\xi)$ заменяется на функцию $\tilde{I}_n(\xi)$ равную

$$\tilde{I}_n(\xi) = \begin{cases} 2 \frac{W_n}{\tilde{W}_n} - I_n(\xi), & \xi \in [\xi_1, \xi_2] \\ I_n(\xi), & \xi \notin [\xi_1, \xi_2], \end{cases} \quad (3)$$

где W_n, \tilde{W}_n — энергия света на всей оси ξ и в отрезке $[\xi_1, \xi_2]$, соответственно.

Замена (3), как видно, оставляет без изменения полученную на n -м шаге функцию $I_n(\xi)$ вне отрезка фокусировки и видоизменяет ее только в отрезке $[\xi_1, \xi_2]$. Причем таким образом, что почти не меняет гладкости полученной функции. Замена же заключается в адаптивном выравнивании полученного распределения интенсивности: значения функции $I_n(\xi)$, превышающие средний уровень, становятся на столько же (или с некоторым коэффициентом) ниже среднего, и наоборот, значения интенсивности, которые ниже среднего, становятся на столько же выше.

Наиболее оптимальным оказалось совместное применение алгоритмов ГС и адаптивного, то есть замен (1) и (3). Поскольку в алгоритме (1) быстро, всего за несколько итераций, почти вся энергия света собирается в заданном отрезке фокусировки, то предлагается начинать итеративный поиск фазовой функции фокусатора с алгоритма ГС, а через несколько итераций, например, когда отношение W_n/\tilde{W}_n станет близко к единице, продолжить далее итеративный процесс с адаптивной процедурой (3).

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Сравнение алгоритма ГС и его адаптивной модернизации проводилось численно с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. На рис. 1 показаны результаты работы алгоритма ГС с заменой (1). На рис. 1.1–1.5 показаны распределения интенсивности в частотной плоскости $I_n(\xi)$ для итераций с номерами $n = 1, 4, 7, 10, 13$, соответственно, и на рис. 1.6 показана фаза $\varphi_{13}(x)$ фокусатора, формирующего в Фурье-плоскости распределение интенсивности $I_{13}(x)$. При этом: $N = 128$ – общее число отсчетов, $2N_1 = 16$ – число отсчетов на фокусаторе, $2M = 32$ – число отсчетов в области фокусировки, то есть отрезок из (1) равен $[\xi_1, \xi_2] = [-16N, 16N]$, где N – диск-

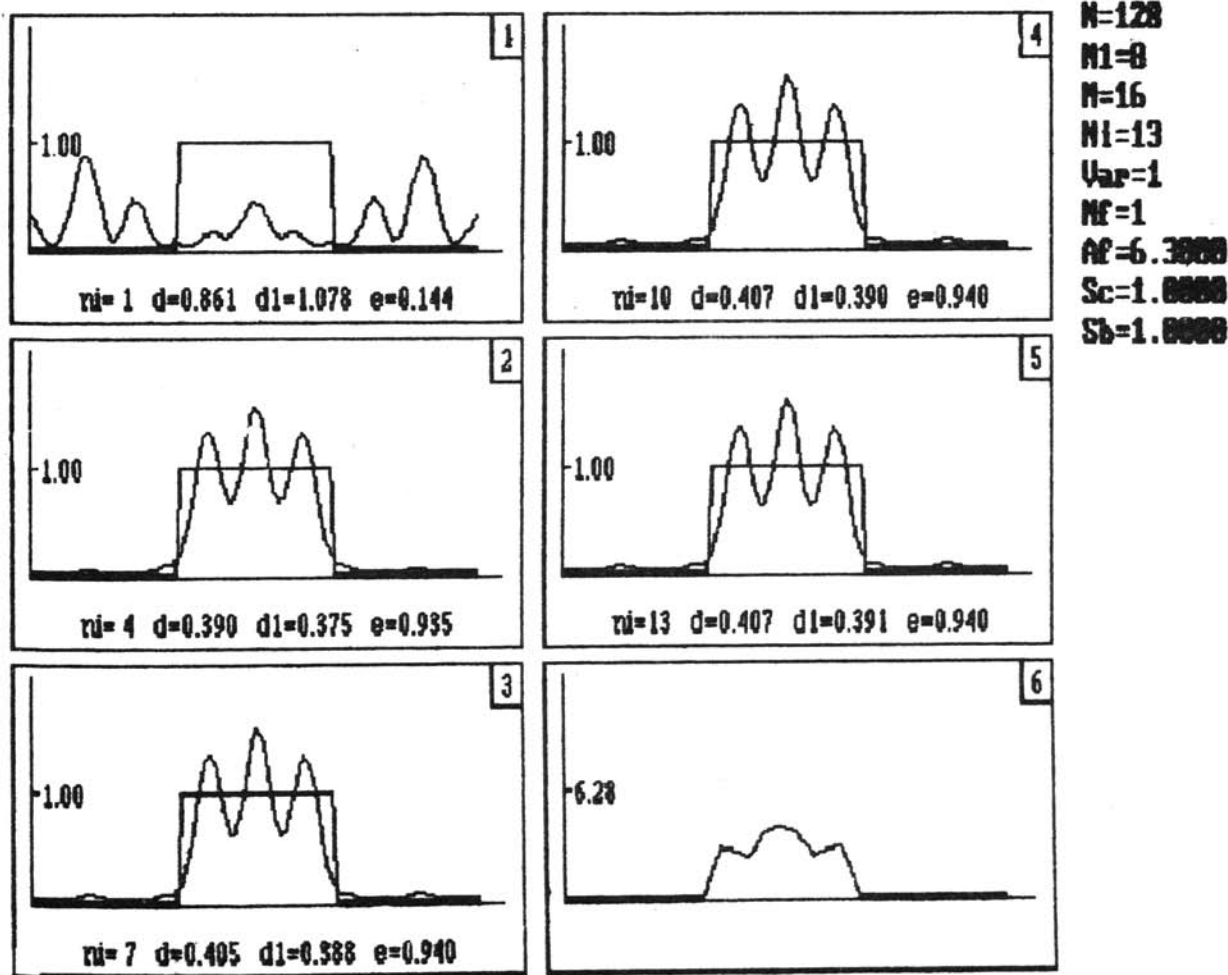


Рис. 1. Результаты применения алгоритма ГС для синтеза фокусатора в отрезок:

1 – 5 – распределения интенсивности в плоскости фокусировки, 6 – полученная фаза фокусатора на 13 шаге

ретьность в частотной плоскости, $A = 1$, $N_i = 13$ – общее число итераций. Начальное распределение фазы на фокусаторе выбиралось чисто случайным с дисперсией равной 2π .

Из рис. 1 видно, что при рассматриваемых параметрах фокусировка преобразуется в отрезок, равный двум диаметрам минимального дифракционного пятна. Видно также, что за 13 итераций среднеквадратичная ошибка d отклонения полученного распределения интенсивности от требуемого равномерного распределения в отрезок $[\xi_1, \xi_2]$ составляет 41% и энергия \tilde{W}_{13} , заключенная в отрезке $[\xi_1, \xi_2]$, составляет 94% от полной энергии W_{13} , то есть $e = \frac{W_{13}}{\tilde{W}_{13}} = 0,94$ (см. рис. 1.5).

На рис. 2 показаны результаты работы адаптивного алгоритма с заменой (3). На рис. 2.1–2.5 показаны полученные распределения интенсивности в частотной плоскости $I_n[\xi]$ для итераций с номерами $n = 1, 4, 7, 10, 13$, и на рис. 2.6 показана фаза $\varphi_{13}(x)$. Остальные параметры, относящиеся к рис. 2, такие же как в предыдущем случае. Пунктиром на рис. 2.1–2.5 показаны требуемые распределения интенсивности $\tilde{I}_n(\xi)$ из (3) для соответствующих номеров итераций.

Из рис. 2.5 видно, что за 13 итераций среднеквадратичная ошибка d отклонения полученной интенсивности от требуемой (равномерной) составила 13% и отношение энергий равнялось $e = 81\%$.

Из сравнения рис. 1 и рис. 2 видно, что применение адаптивной процедуры подстройки в алгоритме ГС приводит к уменьшению ошибки почти в 4 раза, а энергетическая эффективность, то есть часть энергии света, попадающая в заданный отрезок, уменьшается всего на 13%.

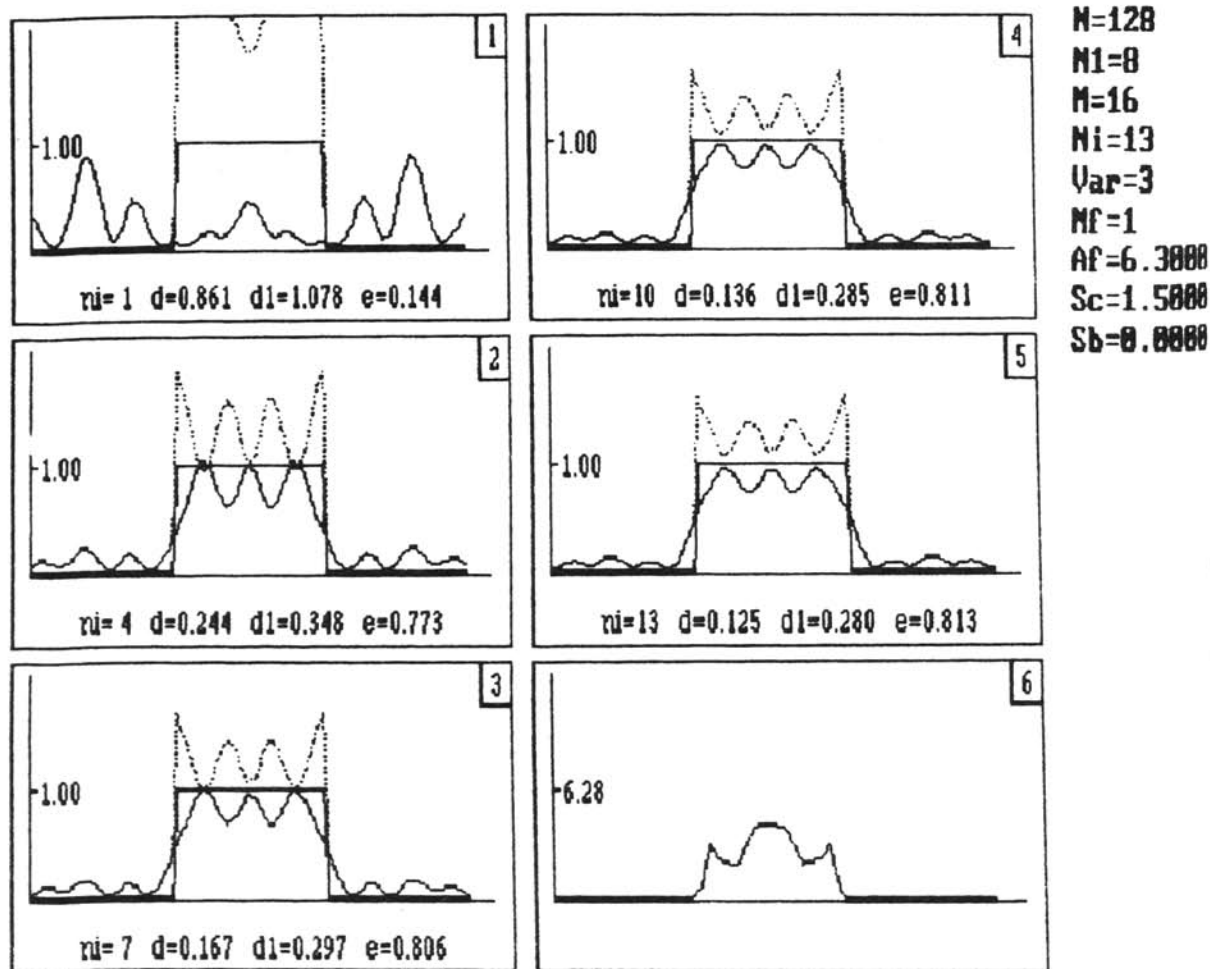


Рис. 2. Результаты применения адаптивного алгоритма для синтеза фокусатора в отрезок:

1–5 – распределения интенсивности в плоскости фокусировки, сплошные линии – полученная интенсивность, пунктирные линии – требуемая интенсивность, 6 – полученная фаза фокусатора на 13 шаге

На рис. 3 показаны результаты совместной работы двух алгоритмов. Первые 5 итераций были проведены с помощью замены (1) (они не показаны на рис. 3), а последующие 13 итераций были проведены с помощью замены (3). На рис. 3.1–3.5 показаны полученные интенсивности $I_n[\xi]$ в частотной плоскости для номеров итераций $n = 6, 9, 12, 15, 18$, и на рис. 3.6 показана фаза фокусатора $\varphi_{18}(x)$. Пунктиром показаны требуемые распределения интенсивности $\tilde{I}_n[\xi]$ для соответствующих номеров итераций. Остальные параметры, относящиеся к рис. 3, те же, что и ранее.

Из рис. 3 видно, что совместное применение алгоритма ГС и адаптивного алгоритма приводит к существенному уменьшению ошибки d (за 15 итераций ошибка уменьшилась до 3%, рис. 3.4) и при этом энергетическая эффективность осталась на высоком уровне – 76%.

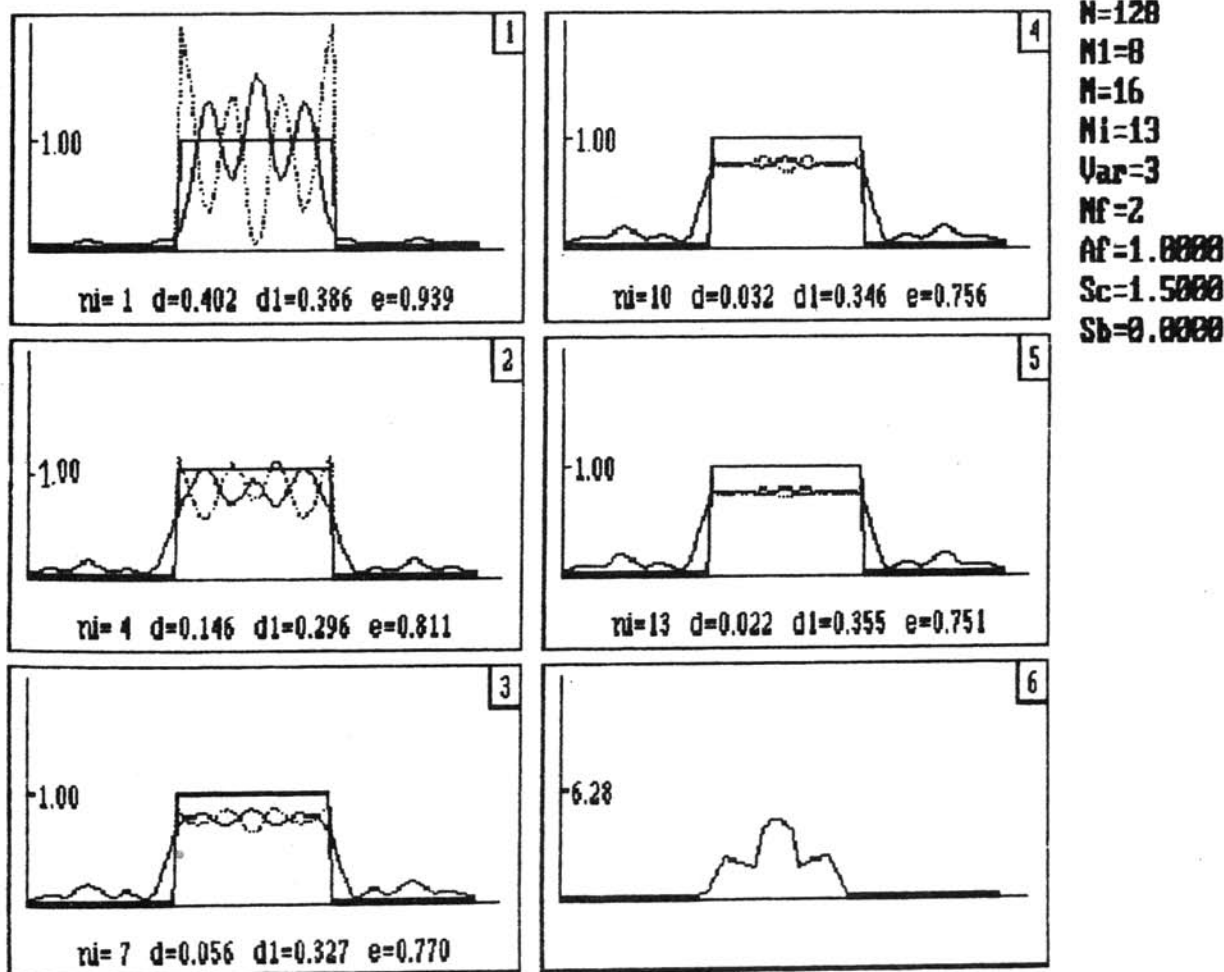


Рис. 3. Результаты применения совместно алгоритма ГС и адаптивного:

1–5 – интенсивность в плоскости фокусировки, сплошные линии – полученная интенсивность, пунктирные – требуемая интенсивность, 6 – полученная фаза на 18 шаге

Заметим в заключение, что продолжение итераций в ситуации, применительной к рис. 1, приводило к слабому росту отклонения d , а в случае, относящемуся к рис. 3, продолжение итераций приводило к дальнейшему уменьшению ошибки.

Литература

1. Gerchberg R. W., Saxton W. D. *Optik*, 1972, v. 35, n. 2, p. 237.
2. Березный А. Е., Комаров С. В., Прохоров А. М., Сисакян И. Н., Соифер В. А. ДАН СССР, 1986, т. 287, № 3, с. 623.
3. Воронцов М. А., Матвеев А. М., Сивоконь В. П. Компьютерная оптика: Сб./МЦНТИ, М., 1987, вып. 1, с. 74.