

ВОЛНОВОДЫ (СВЕТОВОДЫ)

М. Ю. Глотова, М. А. Зуев, А. Б. Шварцбург

АВТОМОДУЛЯЦИЯ ТМ-МОД В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

1. Настоящая работа посвящена амплитудно-фазовой автомодуляции поляризационной структуры ТМ-мод в световодах. Такие задачи привлекают внимание с перспективами селективного возбуждения волноводных мод с помощью фокусаторов. В отличие от известного эффекта деформации эллипса поляризации волны в анизотропном нелинейном диэлектрике, например в намагниченной плазме, возмущения показателя преломления диэлектрика n от амплитуды поля \vec{E} вида $\Delta n \sim a \vec{E}^2$, здесь рассматривается нелинейная зависимость $\Delta n \sim \alpha |\vec{E}|^2$, характерная для плоских и канальных волноводов. В высших модах, распространяющихся в волноводе, динамика поля обусловлена как самовоздействием отдельных компонент поляризации, так и их взаимодействием; при этом процессы эволюции отдельных компонент поляризации различны. В волноводе, характеризуемом нелинейной диэлектрической проницаемостью керровского типа

$$\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon; \quad \Delta\epsilon = \alpha |\vec{E}|^2 \quad (1)$$

динамика модовой структуры поля частоты ω , распространяющегося вдоль оси z , описывается системой уравнений Максвелла:

$$2i\beta \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} - \text{grad}(\text{div} \vec{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha |\vec{E}|^2 \vec{E} = 0; \quad (2)$$

$$\text{div}(\epsilon \vec{E}) = 0. \quad (3)$$

Здесь β — продольное волновое число

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega^2 \epsilon_0}{c^2} - k_{\perp}^2}, \quad (4)$$

k_{\perp} — поперечная компонента волнового вектора.

Существенно, что при традиционном рассмотрении нелинейных волноводных задач поперечной неоднородностью нелинейной поправки $\Delta\epsilon$ (1), связанной с модовой структурой поля, пренебрегают; тогда из (4) следует $\text{div} \vec{E} = 0$, а слагаемое $\text{grad}(\text{div} \vec{E})$ из (2) выпадает. При этом система (2)–(3) сводится к одному укороченному уравнению:

$$2i\beta \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha |\vec{E}|^2 \vec{E} = 0, \quad (5)$$

описывающему сохранение амплитуды и сдвиг фазы каждой компоненты поляризации.

В отличие от этого традиционного подхода в настоящей работе рассматривается полная система уравнений (2)–(3). Подставляя (1) в (3), найдем:

$$\operatorname{div} \vec{E} = - \frac{\alpha E_1 \nabla_1 |\vec{E}|^2}{\epsilon_0}. \quad (6)$$

Комбинируя (6) и (2), получим систему уравнений, описывающих нелинейную динамику компонент поля

$$2i\beta \frac{\partial E_1}{\partial z} + \alpha \nabla_1 \left(\frac{E_1 \nabla_1 |\vec{E}|^2}{\epsilon_0} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha |\vec{E}|^2 E_1 = 0. \quad (7)$$

Сравнивая (7) с (5), следует отметить, что "градиентный" член в (7), отсутствующий в (5) и возникший в результате учета (3), приводит к взаимодействию компонент поляризации. Эффективность такого взаимодействия зависит от соотношения поперечных и продольных компонент волнового вектора. Так, при слабом волновом эффекте $k_1^2 \ll \beta^2$ вклад рассматриваемого взаимодействия в динамику моды невелик, что соответствует традиционному пренебрежению "градиентным" слагаемым в нелинейном уравнении Шредингера. В случае $k_1^2 \geq \beta^2$, характерном, например, для распространения волны вблизи критической частоты световода, роль этого слагаемого, как показано ниже, может стать весьма существенной.

Ниже задача о взаимодействии компонент поляризации рассматривается при произвольном отношении $k_1^2 \beta^{-2}$ для фундаментальной TM_{01} моды и первой из высших – моды TM_{11} в прямоугольном волноводе со сторонами a и b при произвольном значении безразмерных параметров

$$y_1^2 = \frac{k_1^2}{\beta^2}; \quad y_2^2 = \frac{k_2^2}{\beta^2}; \quad y^2 = \frac{k_1^2}{\beta^2}; \quad (8)$$

где k_1 и k_2 – поперечные волновые числа волновода,

$$k_1 = \frac{\pi}{a}; \quad k_2 = \frac{\pi}{b}; \quad (9)$$

2. Рассмотрим нелинейную эволюцию излучения основной моды TM_{01} . Для исследования самовоздействия компонент электрического поля волны E_x и E_z введем безразмерные комплексные функции f_1 и f_2 с помощью соотношений:

$$E_x = E_{x0} f_1(z); \quad E_z = E_{z0} f_2(z), \quad (10)$$

здесь E_{x0} и E_{z0} – компоненты волнового поля в линейной теории:

$$E_{x0} = A \cos hx; \quad E_{z0} = - \frac{i h A}{\beta} \sin hx; \quad h = \frac{\pi}{a}, \quad (11)$$

удовлетворяющие условию:

$$E_{z0} \Big|_{x=0;a} = 0.$$

Параметр A характеризует амплитуду поля. Для определения функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$ подставим (10)–(11) в выражение (6) для $\operatorname{div} \vec{E}$; вода для удобства записи обозначения

$$s = \sin hx; \quad c = \cos hx; \quad y_0 = \frac{h}{\beta}, \quad (12)$$

найдем

$$\operatorname{div} \vec{E} = -2 \alpha |A|^2 A h \epsilon_0^{-1} s^2 c f_1 (|f_1|^2 - y_0^2 |f_2|^2) e^{i(\beta z - \omega t)}. \quad (13)$$

Подставляя $\operatorname{div} \vec{E}$ из (13) в основное уравнение (7), разделяя амплитуды $F_{1,2}$ и фазы $\varphi_{1,2}$ в функциях

$$f_{1,2} = F_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2}) \quad (14)$$

и усредняя по собственным функциям линейной задачи, получим систему безразмерных уравнений, определяющих амплитуды $F_{1,2}$ и фазы $\varphi_{1,2}$:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} = 0; \quad \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = 2 (F_1^2 - y_0^2 F_2^2) \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = -2 y_0^2 (F_1^2 - y_0^2 F_2^2) + (1 + y_0^2) (3 F_1^2 + y_0^2 F_2^2); \quad (15)$$

$$F_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = 2 F_1 (F_1^2 - y_0^2 F_2^2) \cos \varphi + F_2 (1 + y_0^2) (F_1^2 + 3 y_0^2 F_2^2).$$

Здесь $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$; $\tau = \frac{z}{L_0}$;

$$L_0 = \frac{4 \sqrt{\epsilon_0} \lambda_0 \sqrt{1 + y_0^2}}{\pi \alpha |A|^2}, \quad (16)$$

λ_0 — длина волны излучения в вакууме. Начальные условия к системе (15)–(16) имеют вид:

$$F_1|_{\tau=0} = F_2|_{\tau=0} = 1; \quad \varphi_1|_{\tau=0} = \varphi_2|_{\tau=0} = 0. \quad (17)$$

Система (16)–(18) имеет очевидный интеграл: $F_1 = 1$. Другой интеграл этой системы имеет вид:

$$F_2^2 - 2 F_2 \cos \varphi = -1. \quad (18)$$

Соотношение (17) выполняется лишь для значений $F_2 = 1$, $\cos \varphi = 1$.

Таким образом, амплитуды обеих электрических компонент TM_{01} моды и сдвиг фазы между ними $\varphi = 0$ сохраняются в процессе нелинейной эволюции. При этом сдвиг фаз обеих компонент φ_1 и φ_2 равны, а величины φ_1 и φ_2 зависят от параметра y_0^2 :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = F(y_0^2) \tau; \quad F(y_0^2) = 3 + 2 y_0^2 + 3 y_0^4. \quad (19)$$

Амплитуда продольной компоненты E'_z , определяемая из (13), равна $E'_z = E_{z0} + \Delta E_z$; где малая поправка ΔE_z составляет:

$$\Delta E_z = -2 \alpha |A|^2 \epsilon_0^{-1} (1 - y_0^2) E_{z0}. \quad (20)$$

Существенно, что параметр y_0^2 в (18) характеризует вклад "градиентного" члена $\vec{\nabla}(\text{div } \vec{E})$ (7) в нелинейный набег фазы. Роль этого вклада показана на рис. 1. Вдали от критической частоты параметр y_0^2 мал ($y_0^2 \ll 1$), и набег фазы на заданном расстоянии τ в околорезонансном режиме ($y_0^2 \gg 1$) оказывается существенно больше, чем в традиционно рассматриваемом режиме, далеком от критичности: $y_0^2 \ll 1$.

3. Процедура анализа нелинейной динамики TM_{11} моды аналогична рассмотренной выше процедуре для TM_{01} моды. Компоненты электрического поля моды TM_{11} представляются функциями

$$E_x = E_{x0} f_1(z); \quad E_y = E_{y0} f_2(z); \quad E_z = E_{z0} f_3(z), \quad (21)$$

где E_{x0} , E_{y0} и E_{z0} определены формулами линейной теории:

$$E_{x0} = M k_1 c_1 s_2 e^{i(\beta z - \omega t)}; \quad E_{y0} = M k_2 s_1 c_2 e^{i(\beta z - \omega t)}; \quad (22)$$

$$E_{z0} = -\frac{i M k_1^2}{\beta} s_1 s_2 e^{i(\beta z - \omega t)}.$$

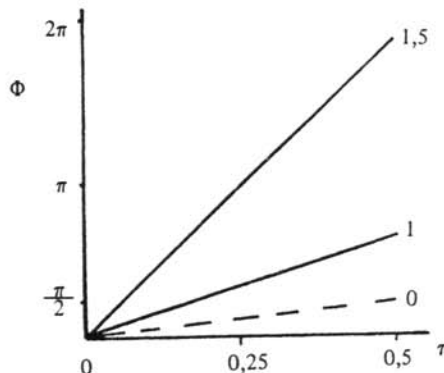


Рис. 1. Нелинейный набег фазы волны φ в TM_{01} моде в зависимости от расстояния τ ; кривые 1,2 и 3 соответствуют значениям параметра $y^2 = 0; 1; 1,5$

Здесь $s_{1,2}$ и $c_{1,2}$ – поперечные собственные функции волновода

$$s_{1,2} = \begin{pmatrix} \sin k_1 x \\ \sin k_2 y \end{pmatrix}; \quad c_{1,2} = \begin{pmatrix} \cos k_1 x \\ \cos k_2 y \end{pmatrix}; \quad k_1 = \frac{\pi}{a}; \quad k_2 = \frac{\pi}{b}; \quad k_1^2 = k_1^2 + k_2^2;$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = - \frac{2\alpha |M|^2 M \beta^4}{\epsilon_0} e^{i(\beta z - \omega t)}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \{f_1 y_1^2 [-y_1^2 c_1^2 s_1^2 s_2^3 |f_1|^2 + y_2^2 s_1 c_1^2 s_2 c_2^2 |f_2|^2 + s_1 c_1^2 s_2^3 y_4^4 |f_3|^2] + \\ & + f_2 y_2^2 [y_1^2 s_1 c_1^2 s_2 c_2^2 |f_1|^2 - y_2^2 s_1^3 s_2 c_2^2 |f_2|^2 + s_1^3 s_2 c_2^2 y_4^4 |f_3|^2]\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Подставляя $\operatorname{div} \vec{E}$ в (7), найдем уравнение эволюции компонент моды $f_{1,2,3}$. После разделения действительных и мнимых частей этих функций система уравнений автомодуляции TM_{11} поля имеет вид:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} = -2 F_2 y_2^2 \sin \varphi D_2; \quad \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = 2 F_1 y_1^2 \sin \varphi D_1; \quad \frac{\partial F_3}{\partial \tau} = - \frac{2 T_1}{y^2};$$

$$\begin{aligned} F_1 F_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} &= 2 [y_1^2 F_1 D_1 (F_1 \cos \varphi - F_2) - y_2^2 F_2 D_2 (F_2 \cos \varphi - F_1) + \\ & + 4 F_1 F_2 (1 + y^2) (y_2^2 F_2^2 - y_1^2 F_1^2)]; \end{aligned} \quad (24)$$

$$F_1 F_3 \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 2 [F_1 F_3 (1 + y_2^2) D_1 - y_2^2 D_2 F_2 F_3 \cos \varphi - \frac{F_1 T_2}{y^2}];$$

$$F_2 F_3 \frac{\partial \delta}{\partial \tau} = 2 [F_2 F_3 (1 + y_1^2) D_2 - y_1^2 D_1 F_1 F_3 \cos \varphi - \frac{F_2 T_2}{y^2}].$$

Здесь

$$D_1 = -3 y_1^2 F_1^2 + y_2^2 F_2^2 + 3 y_4^4 F_3^2; \quad (25)$$

$$D_2 = y_1^2 F_1^2 - 3 y_2^2 F_2^2 + 3 y_4^4 F_3^2;$$

$$T_1 = F_1 y_1^2 D_1 \sin \gamma + F_2 y_2^2 D_2 \sin \delta;$$

$$T_2 = F_1 y_1^2 D_1 \cos \gamma + F_2 y_2^2 D_2 \cos \delta.$$

Функции φ, γ, δ , определяющие сдвиг фаз между компонентами поля:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1; \quad \gamma = \varphi_3 - \varphi_1; \quad \delta = \varphi_3 - \varphi_2, \quad (26)$$

связаны соотношением: $\varphi = \gamma - \delta$.

Безразмерная переменная $\tau = z L_0^{-1}$, где характерная длина L_0 составляет:

$$L_0 = \frac{16 \lambda_0 \sqrt{\epsilon_0} \sqrt{1 + y^2} y^2}{\pi \alpha |M|^2 k_1^2}, \quad (27)$$

уравнения (24)–(26) должны решаться при граничных условиях:

$$F_1 /_{\tau=0} = F_2 /_{\tau=0} = F_3 /_{\tau=0} = 1; \quad \varphi_1 /_{\tau=0} = \varphi_2 /_{\tau=0} = \varphi_3 /_{\tau=0} = 0. \quad (28)$$

Амплитуда продольной компоненты электрического поля, определяемая из (23), аналогична TM_{01} моде, содержит малую нелинейную добавку ΔE_z

$$\frac{\Delta E_z}{E_{z0}} = - \frac{\alpha |M|^2 \beta^2}{8 \epsilon_0} \{ |f_1|^2 D_1 + u_0 |f_2|^2 D_2 \}. \quad (29)$$

В приближении (22) электрическое поле моды TM_{11} в плоскости сечения волновода поляризовано линейно. В процессе нелинейной эволюции развивается эллиптическая поляризация волнового поля в этой области, связанная с изменением угла φ между компонентами E_x и E_y . Направление вращения электрического вектора по эллипсу определяется параметром u_0 , т. е. отношением сторон сечения

$$u_0 = \frac{y_2^2}{y_1^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} > 0 \text{ при } u_0 > 1; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} < 0 \text{ при } u_0 < 1. \quad (30)$$

В случае квадратного сечения ($u_0 = 1$) амплитуды компонент поляризации не меняются ($f_1 = f_2 = f_3 = 1$), сдвиг фаз φ отсутствует ($\varphi = 0$), изменяются лишь фазовые сдвиги δ и γ , причем $\delta = \gamma$.

Система уравнений (24)–(28) решалась численно для второй гармоники рубинового лазера ($\lambda_0 = 1,06 \mu\text{m}$), распространяющегося в TM_{11} моде в кварцевом волноводе со сторонами $a = 0,5 \text{ mkm}$, $b = 1 \text{ mkm}$. Такой режим

характеризуется значениями параметров $y_1^2 = 4 \cdot 3^{-1}$; $y_2^2 = 3^{-1}$; $y^2 = 5 \cdot 3^{-1}$; $u_0 = 0,25$. Результат решения представлен на рис. 2. Взаимодействие компонент поляризации приводит к одновременному развитию нескольких нелинейных процессов:

1. Периодическая модуляция компонент поляризации, причем глубина модуляции отдельных компонент различна и достигает 30%, а период модуляции составляет $\tau_0 = 0,4$.

В модели (5), соответствующей пренебрежению "градиентными" членами, эффект автомодуляции отсутствует.

2. Сдвиг фазы φ между E_y и E_x компонентами поля достигает значения $\varphi = \pi$ на одном периоде амплитудной самомодуляции $\tau = \tau_0$.

Этот же сдвиг фазы φ в рамках традиционной модели (5) определялся бы величиной

$$\varphi_0 = 8 y_1^2 (u_0 - 1) \tau_0, \quad (31)$$

Как видно, при том же расстоянии $\tau = \tau_0$, величина $\varphi_0 \approx -\pi$.

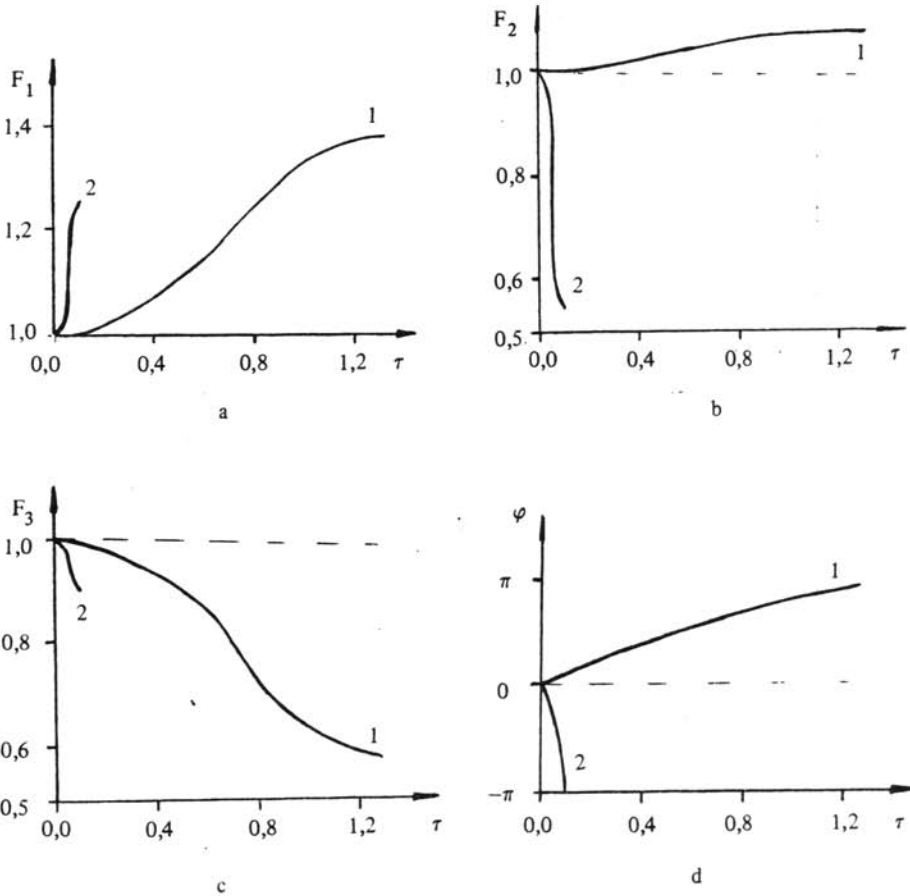


Рис. 2. Амплитудно-фазовая автомодуляция структуры поля TM_{11} моды. Кривые 1 и 2 соответствуют значениям параметров ($u_0 = 4$; $y_1^2 = 0,09$; $y_2^2 = 0,36$) и ($u_0 = 0,25$; $y_1^2 = 4/3$; $y_2^2 = 1/3$). Рис. 2а, 2в и 2с показывают нелинейные колебания нормированных компонент поляризации, рис. 2д — автомодуляцию фазового сдвига. Безразмерная переменная τ определена в (16), периоды колебаний в случаях 1 и 2 составляют $\tau_1 = 2,6$ и $\tau_2 = 0,2$ соответственно

3. Взаимодействие амплитудной и фазовой автомодуляции компонент E_x и E_y TM_{11} моды приводит к формированию в поперечном сечении волновода (x, y) периодически меняющегося эллипса поляризации, с переменным соотношением осей и сдвигом фаз, причем в точках $\tau = \tau_m$ (рис. 3).

$$\tau_m = \frac{\tau_0 m}{2} \quad (m = 0; 1; 2; \dots) \quad (32)$$

Этот эллипс вырождается в прямую.

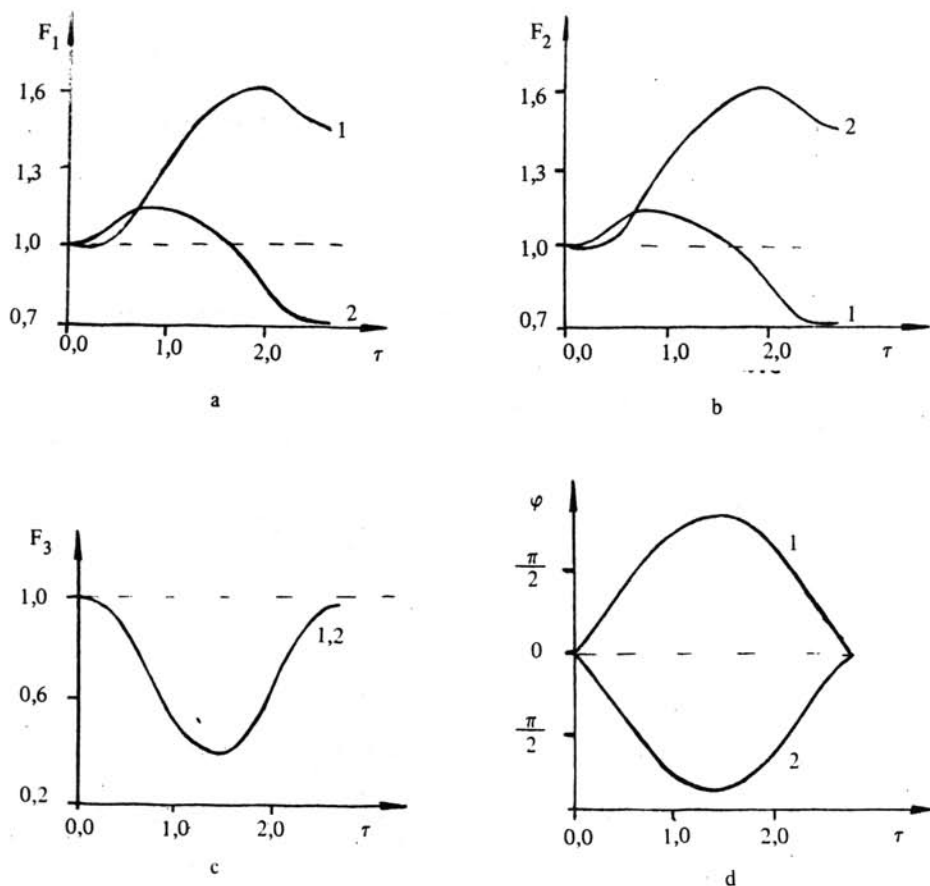


Рис. 3. Амплитудно-фазовая автомодуляция поля TM_{11} моды при значениях параметров ($u_0 = 2; y_1^2 = 0,2; y_2^2 = 0,4$, кривые 1) и ($u_0 = 0,5; y_1^2 = 0,4; y_2^2 = 0,2$, кривые 2). Обозначения аналогичны рис. 2, периоды нелинейных колебаний составляют $\tau_1 = \tau_2 = 5,3$

Пространственные масштабы и энергетические характеристики такой автомодуляции поля TM_{11} моды можно получить из (27) и (32). Принимая постоянную α в нелинейном эффекте Керра (1) для кварца $\alpha = 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2 \text{ w}^{-1}$ и определяя фактор $|M|^2 \beta^2$ в (27) из выражения для потока мощности P_{11} в TM_{11} моде

$$P_{11} = \frac{|M|^2 \beta^2 \sqrt{\epsilon_0} \sqrt{1 + y^2} y^2 a b}{4}, \quad (33)$$

можно найти, что в рассматриваемом случае ($\lambda_0 = 1,06 \text{ мкм}$, $y^2 = 5 \cdot 3^{-1}$; $u_0 = 0,25$; $a = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$; $b = 10^{-4} \text{ см}$; $\tau = 0,2$) длина полупериода модуляции составит 1 м при мощности излучения 150 w.

Сравнительно короткие пространственные масштабы и невысокие энергетические затраты рассмотренных процессов амплитудно-фазовой автомодуляции, привлекают внимание к перспективам применения этих процессов для управления световыми потоками в оптических волноводах.

Л и т е р а т у р а

- М. А. Голуб, И. Н. Сисакян, В. А. Сойфер, Г. В. Уваров. "Квантовая электроника", 16, 4 (1989), 832.
 Г. Б. Альтшулер, Е. Г. Дульнева, В. Б. Карасев. ЖТФ, 49 (1979), 143.

* * *