

*М. А. Зуев, И. Г. Колчанов, А. Б. Шварцбург*

## ТРЕХМОДОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И НЕЛИНЕЙНОЕ УСИЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В СВЕТОВОДАХ

Широко разрабатываемая в последние годы проблема создания оптического компьютера требует прежде всего построения его элементной базы: генераторов сверхкоротких световых импульсов, усилителей, полного набора логических устройств и т. д. К числу наиболее перспективных физических эффектов, используемых для этих целей, следует отнести нелинейные оптические явления в волоконных световодах. Такие явления характеризуются низким уровнем потерь, широкой полосой пропускания и возможностью получения больших интенсивностей, необходимых для проявления нелинейных эффектов при относительно малых значениях мощности.

Элементы оптического компьютера должны удовлетворять ряду таких существенных требований, как независимость результата работы от фазы входного импульса, неизменность частоты логических сигналов, устойчивость к флуктуациям и т. д. Среди широкого спектра нелинейных волоконных устройств лишь небольшая часть удовлетворяет таким требованиям. В настоящей работе для построения оптического усилителя предлагается использовать эффект параметрического взаимодействия трех мод. Отличительная черта такого устройства – независимость его усиления от фаз входных сигналов.

Общая теория нелинейного взаимодействия коротких импульсов в многомодовых световодах подробно разработана и конкретизируется в рамках следующих предположений:

- 1) опущены все нестационарные составляющие (связанные как с дисперсией, так и с инерцией нелинейности);
- 2) не учитывается влияние поглощения;
- 3) не учитываются характерные для тонких волноводов эффекты, пропорциональные  $(\lambda/a)^2$ , где  $\lambda$  – длина волны, а – поперечный масштаб (здесь следует отметить, что в уравнениях эволюции для TE – распределений поля подобные слагаемые автоматически исчезают независимо от величины  $\lambda/a$ );
- 4) высота поперечного профиля показателя преломления  $n(r)$  предполагается малой (модель слабонаправляющего волновода). При этом в амплитудах всех функций (но не в фазах!) пренебрегается различием волновых векторов  $k_m$ , т. е. полагается  $k_1 \approx k_2 \approx \omega n/c$ , где  $\omega$  – частота волны.
- 5) игнорируется влияние слагаемых, не удовлетворяющих фазовому синхронизму.

Пусть в световоде с продольной осью  $z$  распространяется трехмодовый волновой пакет, электрическое поле которого записывается в виде:

$$\vec{E}_1 = \operatorname{Re} [E_0 \cdot \sum_{m=1,3} f_m(z) \cdot \vec{e}_{m\perp}(\vec{r}_1) \cdot \exp(i k_m z - i \omega t)], \quad (1)$$

где  $f_m(z)$  – безразмерные комплексные амплитуды;  $\vec{e}_{m\perp}$  – нормированные модовые векторы поперечных распределений:  $\langle |\vec{e}_{m\perp}|^2 \rangle = 1$  (для осесимметричной структуры волновода  $\langle A \rangle = \int_0^\infty 2\pi R \cdot dR \cdot A$ ,  $R = r/a$ ,  $a$  – радиус световода). Далее наложим требование синхронизации мод:  $k_1 + k_3 = 2 \cdot k_2$ . Тогда в рамках указанных допущений уравнения эволюции модовых амплитуд  $f_m$  примут согласно [1, 2] вид:

$$\frac{df_1}{d\xi} = i \cdot (R_{11} |f_1|^2 + R_{12} |f_2|^2 + R_{13} |f_3|^2) \cdot f_1 + i R_0 \cdot f_2^2 f_3^*, \quad (2)$$

$$\frac{df_2}{d\xi} = i \cdot (R_{21} |f_1|^2 + R_{22} |f_2|^2 + R_{23} |f_3|^2) \cdot f_2 + 2i R_0 \cdot f_1 f_2^* f_3, \quad (2)$$

$$\frac{df_3}{d\xi} = i \cdot (R_{31} |f_1|^2 + R_{32} |f_2|^2 + R_{33} |f_3|^2) \cdot f_3 + i R_0 \cdot f_1^* f_2^2. \quad (2)$$

Здесь  $\xi = z/L_{nl}$ , где  $L_{nl}$  – длина нелинейного самовоздействия. Пропорциональные  $R_0$  слагаемые играют ключевую роль в дальнейшем рассмотрении. Их появление возможно лишь при выполнении указанной синхронизации мод. Далее используем простейшую модель нелинейного отклика показателя преломления:  $\delta n_{nl} = n_2 \cdot I = c \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot n_2 \cdot (\vec{E} \cdot \vec{E})$ , где  $I$  – вектор Пойнтинга,  $[n_2] = m^2/Bt$ . Тогда  $1/L_{nl} = \frac{\omega}{c} \cdot (n_2 \cdot Q/|f_Q^0|^2) \cdot u_{11}/a^2$ , где  $Q = \int_0^{2\pi} r dr f_Q^0$  – интегральная мощность нормирующей моды на входе в световод ( $Bt$ ) (далее – это мощность накачки (2 мода)),  $|f_Q^0|$  – соответствующая этой моде входная амплитуда:  $f_k|_{z=0} = |f_k^0| \cdot \exp(i\varphi_k^0)$ , ( $\varphi_k^0$  – начальные фазы);  $R_{mn} = u_{mn}/u_{11}$ ,  $R_o = u_0/u_{11}$ .

$$u_{mm} = \frac{3}{2} \cdot <|\vec{e}_{m\perp}|^4>, u_{m \neq n} = <|\vec{e}_{m\perp}|^2 \cdot |\vec{e}_{n\perp}|^2 + 2(\vec{e}_{m\perp} \cdot \vec{e}_{n\perp})^2>, \\ u_0 = <(\vec{e}_{1\perp} \cdot \vec{e}_{2\perp}) \cdot (\vec{e}_{2\perp} \cdot \vec{e}_{3\perp}) + \frac{1}{2} |\vec{e}_{2\perp}|^2 \cdot (\vec{e}_{1\perp} \cdot \vec{e}_{3\perp})>. \quad (3)$$

Указанные соотношения полезно конкретизировать для двух типов профиля показателя преломления  $n(r)$ :

1. Параболический –  $n = n_c \cdot (1 - \Delta \cdot R^2)$ . 2. Ступенчатый –  $n = n_c$  при  $|R| < 1$  и  $n = n_{cl}$  при  $|R| > 1$ ; при этом  $n_c$  и  $n_{cl}$  соответствуют показателям преломления сердцевины и оболочки,  $\Delta = (n_c - n_{cl})/n_c \ll 1$  – высота профиля. Для параболического профиля можно выбрать азимутальные Лагерровы моды –  $TE_{01-02-03}$ :  $e_1 = (VR/\sqrt{\pi}) \cdot \exp(-VR^2/2)$ ,  $e_2 = (VR/\sqrt{2\pi}) \cdot (2 - VR^2) \cdot \exp(-VR^2/2)$ ,  $e_3 = (VR/\sqrt{3\pi}) \cdot (3 - 3VR^2 + V^2 R^4/2) \times \exp(-VR^2/2)$ , где  $k_m^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \cdot n_c^2 - \frac{4 \cdot V}{a^2} \cdot m$ ,  $V = a \cdot \omega \cdot n_c \cdot \sqrt{2\Delta}/c$ . Тогда  $1/L_{nl} = (3\pi\sqrt{\Delta} \cdot n_2 \cdot Q/|f_Q^0|^2)/(\sqrt{2} \times n_c \cdot a \cdot \lambda^2)$ , где  $\lambda = 2\pi c/(\omega \cdot n_c)$  – длина волн. При этом  $R_{12} = 1$ ,  $R_{13} = R_{23} = 3/4$ ,  $R_{22} = 5/8$ ,  $R_{33} = 15/32$ ,  $R_0 = \sqrt{3}/8$ .

Для реальных профилей показателя преломления (со скачком между сердцевиной и оболочкой) поиск мод, имеющих на одной частоте точки фазового синхронизма ( $k_1 + k_3 = 2 \cdot k_2$ ), требует определенных усилий. В настоящей работе мы рассматриваем четырехволновой параметрический процесс вида:  $2\omega_2 = \omega_1 + \omega_3$ ;  $2k_2 = k_1 + k_3$ , где  $\omega_i$  – частота, а  $k_i$  – постоянная распространения  $i$ -й моды. В оптических волокнах выполнение этих условий для данного набора взаимодействующих мод обычно достигается за счет компенсации материальной дисперсии – межмодовой при определенных значениях отстройки  $|\omega_1 - \omega_2| = |\omega_3 - \omega_4|$ . В то время как для усилителя разнесение частот накачки и сигнала может являться даже более предпочтительным (для избежания перекрестных помех), работа логических устройств требует одночастотного взаимодействия. В этом случае для выполнения условия синхронизма необходим специальный подбор мод и параметров световода. Заметим, что в объемных средах аналог такого одночастотного взаимодействия отсутствует, поскольку при неколлинеарном взаимодействии условие синхронизма:  $2\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{k}_3$ , где  $k_1 = k_2 = k_3$  невыполнимо. В данной работе было проведено численное исследование характеристических уравнений низших мод для ступенчатого профиля показателя преломления. При этом для  $\Delta = 0,001$  можно привести пример точки синхронизма: мода 1 – четная  $HE_{11}$ , мода 2 – четная  $HE_{32}$ , мода 3 – четная  $HE_{14}$ ,  $V = 12,01$ . Расчет соответствующих интегралов перекрытия дает:  $u_{11} = 0,5548$ ,  $R_{11} = 1$ ,  $R_{12} = R_{21} = 0,9352$ ,  $R_{13} = R_{31} = 1,6614$ ,  $R_{22} = 0,8384$ ,  $R_{23} = R_{32} = 0,6642$ ,  $R_{33} = 1,538$ ,  $R_0 = 0,2654$ .

Аналитическое решение системы (2) основано на энергетических интегралах:  $2W_1 + W_2 = D_1 = \text{const}$ ;  $2W_3 + W_2 = D_3 = \text{const}$ , где  $W_m = |f_m|^2$  – интенсивности мод. При этом (2) удается довести до квадратур Якоби:

$$\left( \frac{dW_2}{d\xi} \right)^2 = 4R_0^2 W_2^2 \cdot (D_1 - W_2) \cdot (D_3 - W_2) - (AW_2^2 + BW_2 + C)^2, \\ A = \frac{1}{4} (2R_{12} - R_{11} - R_{13} + 2R_{21} - 4R_{22} + 2R_{23} + 2R_{32} - R_{31} - R_{33}), \\ B = \frac{D_1}{2} (R_{11} - 2R_{21} + R_{31}) + \frac{D_3}{2} (R_{13} - 2R_{23} + R_{33}), \\ C = 4R_0 \sqrt{W_{10} \cdot W_{20}^2 \cdot W_{30}} \cdot \cos(\varphi_{10} - 2\varphi_{20} + \varphi_{30}) - A \cdot W_{20}^2 - B \cdot W_{20}. \quad (4)$$

Периодические решения (4) выражаются через эллиптические функции, выписывать которые здесь нецелесообразно. Отметим лишь важнейшие для прикладных задач свойства системы (2), вытекающие из представления (4):

1) если  $W_{30} = 0$ , то эволюция амплитуд не зависит (!) от начальных фаз сигнала и накачки (1 и 2 моды). Актуальность данного утверждения отмечена выше;

2) отсутствие на входе сигнальной моды ( $W_{10} = 0$ ) означает ее отсутствие по всей длине световода (если при этом  $W_{30} = 0$ ).

Результаты численного интегрирования системы (2) продемонстрированы на рис. 1. При этом матрица коэффициентов соответствовала упоминавшимся выше азимутальным  $TE_{op}$  модам Лагерра для параболического про-

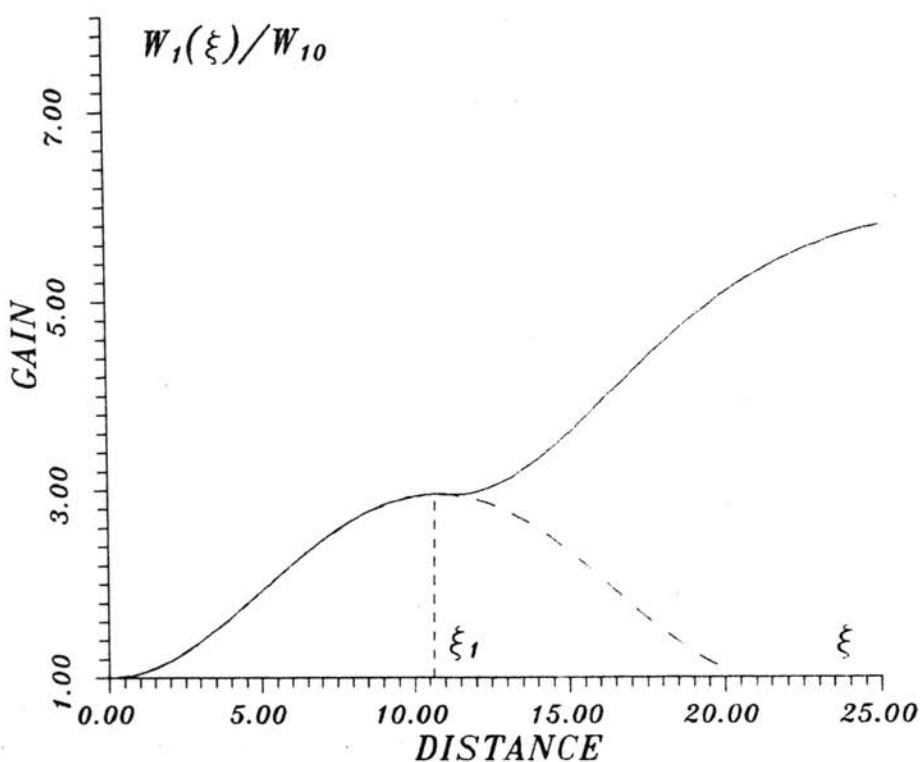


Рис. 1. Коэффициент усиления сигнальной моды по длине при  $W_{20} = 1$ ,  $W_{30} = 0$ . До т.  $\xi_1$  – 1-й каскад. При  $\xi > \xi_1$  – либо без подавления 3-й моды (пунктирная кривая), либо с дискретным подавлением ее на коротком участке (сплошная кривая второго каскада)

филя  $n(r)$ . Предполагалось, что на входе ( $\xi = 0$ ) задана единичная мода накачки ( $W_{20} = 1$ ) и слабый сигнал ( $W_{10} = 0,1$ ), рост которого по длине обусловлен возникающей 3-й модой. После достижения максимума в т.  $\xi_1$  сигнальная мода должна убывать (пунктирное продолжение), что обусловлено вредным (на данном этапе) воздействием накопившейся 3-й моды. Новый рост  $W_1$  после точки  $\xi_1$  несложно обеспечить, подавив 3-ю моду. Технологически это можно осуществить, сузив на коротком расстоянии световод до радиуса, переводящего 3-ю моду в вытекающую (за условие отсечки). Расширив после этого волновод до прежнего радиуса, получим второй каскад усиления сигнальной моды за счет оставшейся интенсивности во 2-й. При этом, как показывают расчеты, в точке максимума второго каскада 2-я мода (накачка) практически исчезает, так что добавление последующих каскадов становится нецелесообразным. Однако для существенно меньших начальных интенсивностей  $W_{10}$  насыщение 1-ой (сигнальной) моды достигается за три каскада (или более), обеспечивая в конечном итоге высокие коэффициенты усиления. При этом энергетический интеграл  $2 \cdot W_1 + W_2 = \text{Const}$  ограничивает максимальные значения выходной интенсивности:  $W_1^{\max} = 0,5 \cdot W_{20} + W_{10}$ .

Альтернативой многокаскадному усилению является непрерывное по длине, но слабое подавление 3-й моды. Например, близость ее к отсечке может описываться добавлением слабого затухания ( $-\alpha \cdot f_3$ ) в уравнение для  $df_3/d\xi$  системы (2). При этом, как нетрудно показать, эволюция мод снова не зависит от начальных фаз (разумеется, если  $W_{30} = 0$ ). Вариантные расчеты при различных  $\alpha$  в диапазоне от 0 до 0,2 позволили найти  $\alpha_{\text{opt}} \cong 0,1$  (рис. 2). При этом следует отметить определенную ненадежность слабого подавления моды, что обусловлено сильным влиянием на  $\alpha$  случайных факторов (например, температуры).

Для прикладных аспектов большое значение имеет зависимость коэффициента усиления от уровня входного сигнала при оптимальном выборе параметров усилителя. Соответствующие кривые изображены на рис. 3 для однокаскадной и двухкаскадной конфигурации (соответственно сплошная и пунктирная линии). Из них видно, что при небольших уровнях входного сигнала ( $W_{10}$  – от 0,01 до 0,15) схема работает вдали от насыщения, т. е. имеет место наиболее желательной режим линейного (по  $W_{10}$ ) усиления (рис. 4).

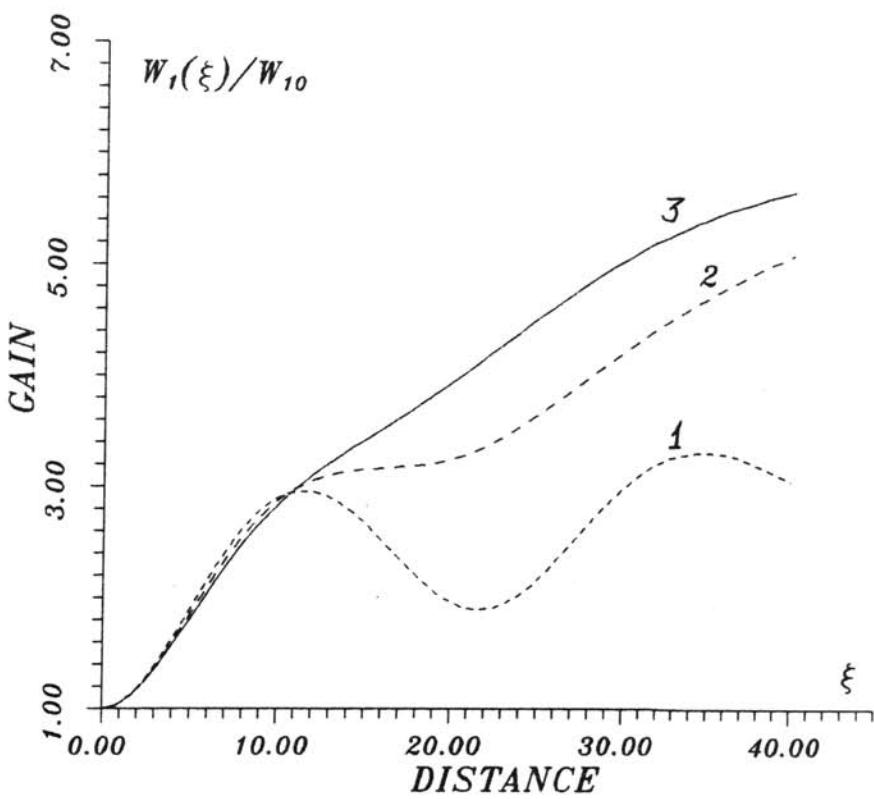


Рис. 2. Коэффициент усиления сигнальной моды для  $W_{10} = 0,1$ ,  $W_{20} = 1$ ,  $W_{30} = 0$  при непрерывном слабом подавлении третьей моды:

1 – при  $\alpha = 0,02$ , 2 – при  $\alpha = 0,06$ , 3 – при  $\alpha = 0,1$

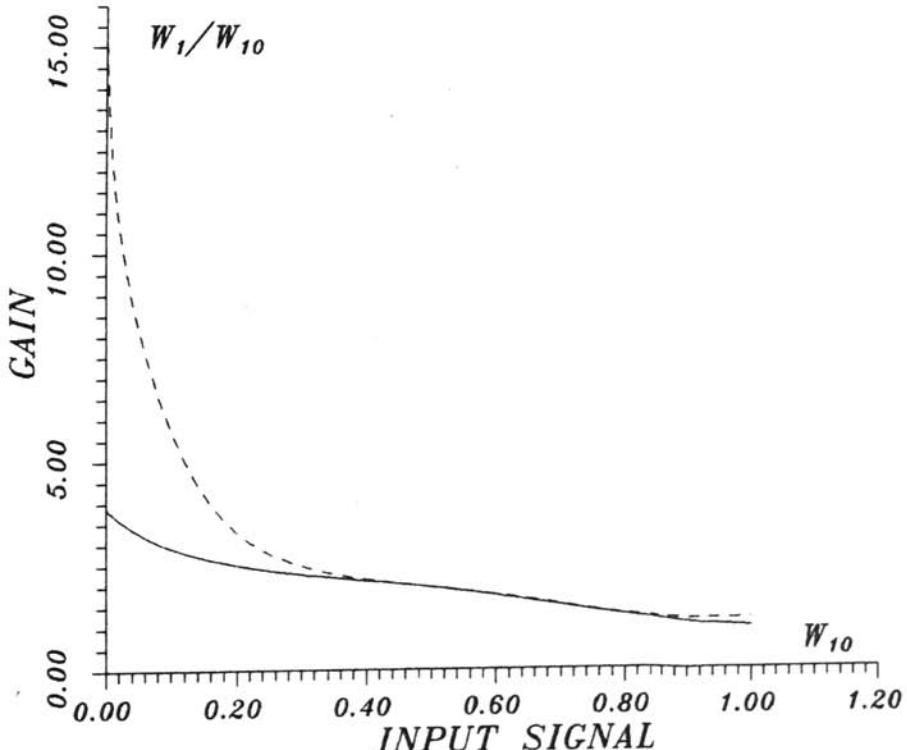


Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления сигнальной моды на выходе от уровня выходного сигнала для  $W_{20} = 1$ ,  $W_{30} = 0$ ,  $\alpha = 0$ . Сплошная линия – 1-й каскад (выходное сечение  $\xi_1 = 11$ ). Пунктирная кривая – двухкаскадное усиление: выходное сечение  $\xi_2 = 25$  (предполагается, что первый каскад закончился в т.  $\xi_1 = 11$ , после чего на коротком отрезке подавлена и восстановлена 3-я мода)

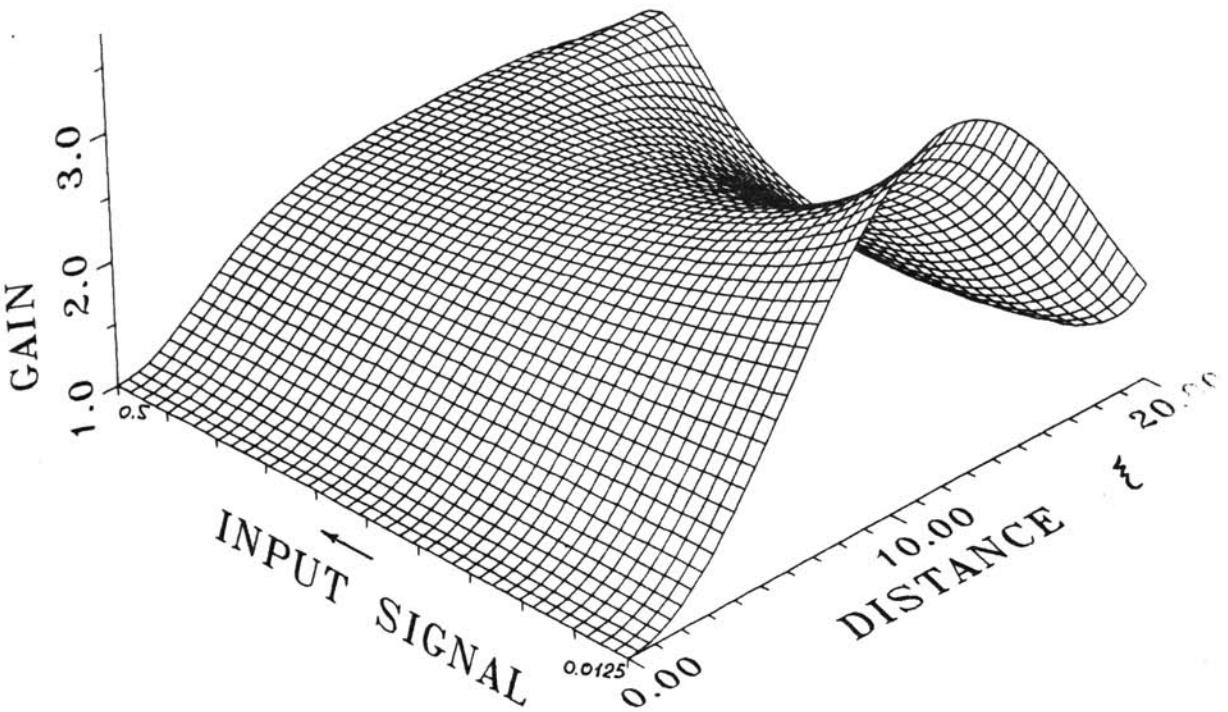


Рис. 4. Распределение интенсивности сигнала по длине световода  $\xi$  при различных уровнях входного сигнала – от 0,0125 до 0,5

#### Л и т е р а т у р а

*Колчанов И. Г., Шварцбург А. Б.* Уравнения нелинейной динамики световых импульсов в многомодовых световодах//Компьютерная оптика: Сб./МЦНТИ, М., 1989, вып. 5, стр. 95–100.

*Зуев М. А., Шварцбург А. Б.* Квазидинамическое моделирование нелинейной эволюции коротких импульсов//Компьютерная оптика: Сб./МЦНТИ, М., 1990, вып. 7, с. 72–81.

*Trillo S., Wabnitz S., Stegeman G. I.* Nonlinear propagation and self-switching of ultrashort optical pulses in fiber nonlinear directional couplers: The normal dispersion regime. IEEE J. of QE, v. 25, N. 8, p. 1907–1916.

*Blow K. J., Doran N. J., Nayar B. K.* Experimental demonstration of optical soliton switching in a all-fiber nonlinear Sagnac interferometer. Opt. Lett., 1989, v. 14, N. 14, p. 754–756.

*Islam M. N.* Ultrafast all-optical logic gates based on soliton trapping in fibers. Opt. Lett., 1989, vol. 14, N 22, p. 1257–1259.

*Snyder A. W., Chen Y.* Influence of intensity-dependent fields on nonlinear couplers. Electronics Lett., 1989, v. 25, p. 502–503.

*Snyder A. W., Mitchell D. J.* Description of nonlinear couplers by power conservation. Opt. Lett., 1989, v. 14, p. 1146–1148.

*Trillo S., Wabnitz S., Wright E. M., Stegeman G. I.* Polarized soliton instability and branching in birefringent fibers. Opt. Comm. 1989, v. 70, N. 2, p. 166–172.

*Майер А. А.* О самопереключении излучения, введенного в два неидентичных туннельно-связанных волновода. ИОФАН, препринт № 351, 1987.

*Торчигин В. П.* Реализация чисто оптических многопроцессорных вычислительных комплексов. Сб. статей "Вычислительные машины с нетрадиционной архитектурой" под ред. В. С. Бурцева, М., Наука, 1990, вып. 1.