

С. А. Мурызин, В. В. Сергеев, Л. Г. Фролова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДВУМЕРНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНО-РЕКУРСИВНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ

Двумерные параллельно-рекурсивные цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) являются перспективным средством обработки изображений, они позволяют реализовать широкий класс процедур линейной фильтрации "скользящим окном" большого размера при сравнительно малых вычислительных затратах [1, 2]. Однако для того, чтобы сформулировать конкретные рекомендации по применению этих фильтров, необходимо провести их исследование, сравнить варианты и количественно оценить выигрыш от их использования в различных прикладных задачах. Этим вопросам и посвящена данная статья.

1. ОБЩИЙ ПЛАН ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Ниже мы рассмотрим четыре варианта двумерных параллельно-рекурсивных КИХ-фильтров: с прямоугольным базисом, с базисом Фурье при независимой и попарной реализации звеньев и с косинусным базисом [1] и три распространенные задачи обработки изображений: фильтрацию при заданной импульсной характеристике фильтра, восстановление двумерных сигналов и обнаружение объектов. Расчет фильтров будем производить методами, изложенными в статье [2]. В рамках каждой задачи для конкретных примеров построим зависимости показателей эффективности обработки от вычислительной сложности фильтров. Сложность будем измерять приведенным числом арифметических операций, приходящимся на один отсчет обработанного сигнала:

$$U = U_{\text{сл}} + \eta \cdot U_{\text{умн}}, \quad (1)$$

где $U_{\text{сл}}$, $U_{\text{умн}}$ — число сложений и умножений на отсчет, η — относительная сложность операции умножения по сравнению со сложением. Значения $U_{\text{сл}}$ и $U_{\text{умн}}$ для различных вариантов параллельно-рекурсивных фильтров бу-

дем брать из таблицы к статье [1]. При построении указанных зависимостей для определенности примем, что умножение выполняется вдвое медленнее сложения ($\eta = 3$), такое соотношение сложностей арифметических операций является типичным для многих современных ЭВМ.

За базу для сравнения примем двумерный КИХ-фильтр, реализуемый в форме прямой свертки, т. е. непосредственно по формуле (11) из [1]. Не останавливаясь на деталях расчета такого фильтра, отметим только, что для него справедливы все основные результаты статьи [2] при условии выбора в качестве базисных функций самих отсчетов импульсной характеристики в окне обработки. Для произвольного двумерного КИХ-фильтра с окном из N_D отсчетов

$$U_{\text{сл}} = N_D - 1, U_{\text{умн}} = N_D.$$

В приведенных ниже примерах считается, что двумерное окно обработки имеет форму квадрата с центром в начале координат. Рассчитанные зависимости для обычного КИХ-фильтра параметрически задаются размером окна N_D , а для параллельно-рекурсивного — числом параллельных звеньев K . На представленных графиках введена следующая нумерация кривых:

- 1 — обычный КИХ-фильтр, реализованный в форме прямой свертки;
- 2 — параллельно-рекурсивный КИХ-фильтр с прямоугольным базисом;
- 3 — параллельно-рекурсивный КИХ-фильтр с базисом Фурье при независимой реализации звеньев;
- 4 — параллельно-рекурсивный КИХ-фильтр с базисом Фурье при попарной реализации звеньев;
- 5 — параллельно-рекурсивный КИХ-фильтр с косинусным базисом.

Отметим, что на многих графиках приводятся только зависимости 1–3. Это объясняется тем, что в случае использования в расчетах осесимметричных двумерных последовательностей (автокорреляционных функций, импульсных характеристик, обнаруживаемых объектов) разложение импульсной характеристики параллельно-рекурсивного фильтра в ряд (см. формулу (12) в [1]) содержит только симметричные (четные) базисные функции. В такой ситуации применение базиса Фурье в варианте с попарной реализацией звеньев теряет смысл, поскольку нечетные "синусные" базисные функции получают нулевые коэффициенты. Базисы Фурье и косинусный совпадают, поэтому достаточно рассмотреть лишь первый из них.

При исследовании эффективности параллельно-рекурсивных КИХ-фильтров с базисами Фурье и косинусным дополнительно проводился подбор размеров окна обработки. Представленные на графиках зависимости соответствуют оптимальным размерам окна.

2. АППРОКСИМАЦИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При исследовании КИХ-фильтров, моделирующих двумерные линейные системы с заданными свойствами, рассмотрим следующие четыре аппроксимируемые импульсные характеристики:

– двумерную "гауссиану"

$$g_1(m_1, m_2) = \exp[-0,1(m_1^2 + m_2^2)]; \quad (2)$$

– "шайбу", соответствующую суммированию отсчетов двумерного сигнала по круговой области:

$$g_2(m_1, m_2) = \begin{cases} 1 & \text{при } m_1^2 + m_2^2 < 20 \\ 0 & \text{при } m_1^2 + m_2^2 \geq 20; \end{cases} \quad (3)$$

– "гауссиану" с косым одномерным смазом (усреднением сигнала) по пяти точкам:

$$g_3(m_1, m_2) = \frac{1}{5} \sum_{k=-2}^2 g_1(m_1 + k, m_2 + k); \quad (4)$$

– "шайбу" с таким же смазом:

$$g_4(m_1, m_2) = \frac{1}{5} \sum_{k=-2}^2 g_2(m_1 + k, m_2 + k) \quad (5)$$

В качестве показателя эффективности фильтров примем относительную ошибку аппроксимации импульсной характеристики

$$\delta = \frac{\epsilon^2}{\sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} g_i^2(m_1, m_2)} \quad (6)$$

где ϵ^2 — минимальная квадратичная ошибка аппроксимации, задаваемая формулой (15) из [2] при весовой функции $w(m_1, m_2) = 1$, $g_i(m_1, m_2)$, $i = 1, 4$ — соответствующая импульсная характеристика из (2)–(5). Зависимости величины (6) от вычислительной сложности (1) для различных КИХ-фильтров представлены на рис. 1–4.

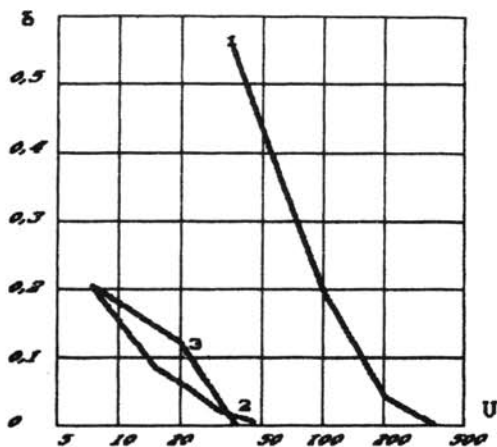


Рис. 1. Аппроксимация импульсной характеристики "Гауссиана"

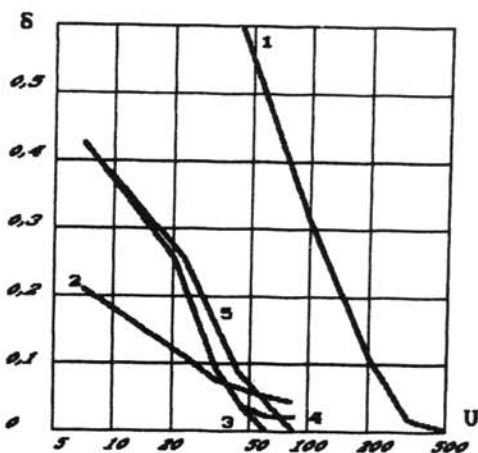


Рис. 3. Аппроксимация импульсной характеристики "Гауссиана со смазом"

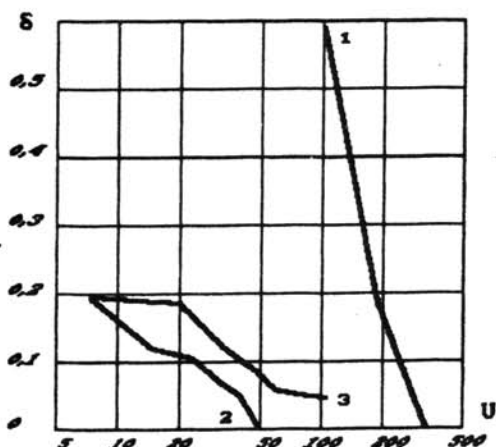


Рис. 2. Аппроксимация импульсной характеристики "Шайба"

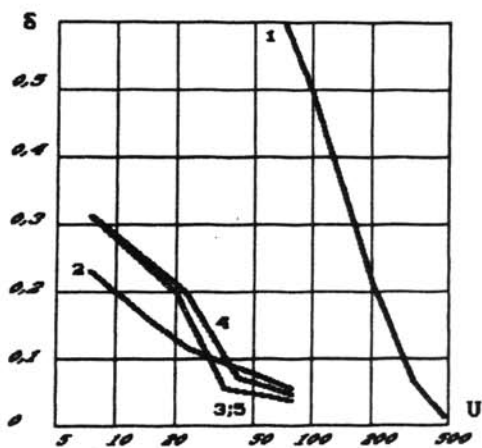


Рис. 4. Аппроксимация импульсной характеристики "Шайба со смазом"

3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ

Пусть для модели наблюдения (57) из [2] автокорреляционная функция полезного сигнала является изотропной экспоненциальной:

$$B_{x_0}(m_1, m_2) = D_{x_0} \rho^{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}},$$

где D_{x_0} — дисперсия сигнала, ρ — коэффициент корреляции между соседними отсчетами, независимая от сигнала помеха представляет собой дискретный белый шум с дисперсией D_v , т. е.

$$B_v(m_1, m_2) = \begin{cases} D_v & \text{при } m_1 = m_2 = 0 \\ 0 & \text{при } m_1 \neq 0 \text{ или } m_2 \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

а импульсной характеристикой искажающей системы является:

— двумерная гауссиана с нормирующим коэффициентом, обеспечивающим сохранение постоянной составляющей преобразуемого сигнала:

$$f_1(m_1, m_2) = 0,0318 \exp[-0,1(m_1^2 + m_2^2)]; \quad (8)$$

— шайба (с аналогичным коэффициентом):

$$f_2(m_1, m_2) = \begin{cases} 0,0164 & \text{при } m_1^2 + m_2^2 < 20 \\ 0 & \text{при } m_1^2 + m_2^2 \geq 20; \end{cases} \quad (9)$$

– гауссиана (8) с косым одномерным смазом по пяти точкам:

$$f_3(m_1, m_2) = \frac{1}{5} \sum_{k=-2}^2 f_1(m_1 + k, m_2 + k); \quad (10)$$

– шайба (9) с таким же смазом:

$$f_4(m_1, m_2) = \frac{1}{5} \sum_{k=-2}^2 f_2(m_1 + k, m_2 + k); \quad (11)$$

Будем рассматривать отношение

$$\delta = \frac{\epsilon^2}{D_{x_0}}, \quad (12)$$

где ϵ^2 – минимальная среднеквадратичная ошибка восстановления, соответствующая формуле (58) из [2]. Зависимости относительной ошибки (12) от вычислительной сложности (1) различных КИХ-фильтров представлены на рис. 5–12. Зависимости даны для $\rho = 0,95$ и значений отношения сигнал/шум:

$$\frac{D_{x_0}}{D_v} = 100; 1.$$

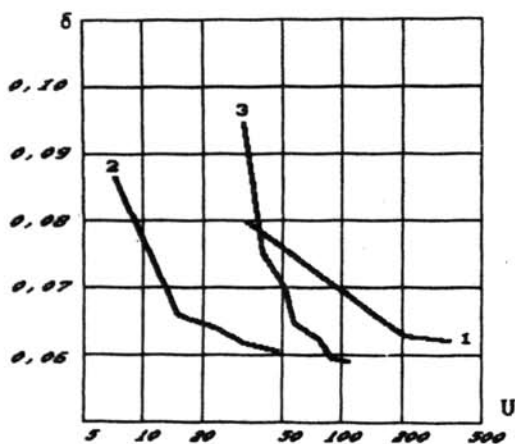


Рис. 5. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Гауссиана". Отношение сигнал/шум=100

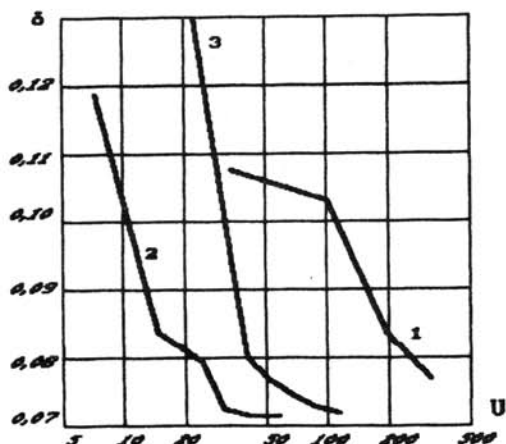


Рис. 7. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Шайба". Отношение сигнал/шум=100

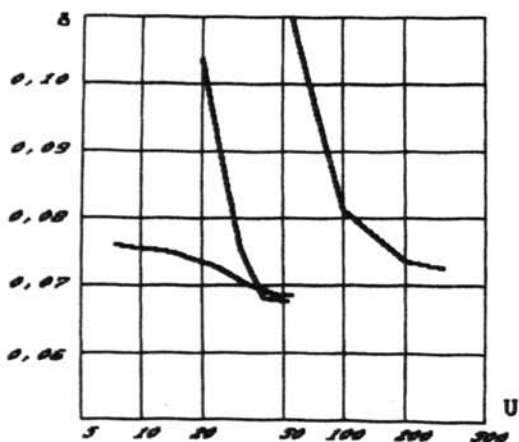


Рис. 6. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Гауссиана". Отношение сигнал/шум=1

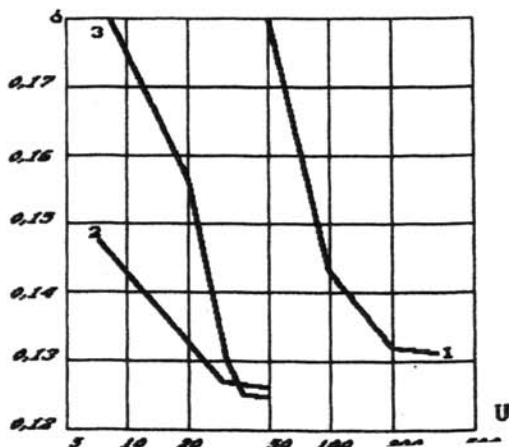


Рис. 8. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Шайба". Отношение сигнал/шум=1

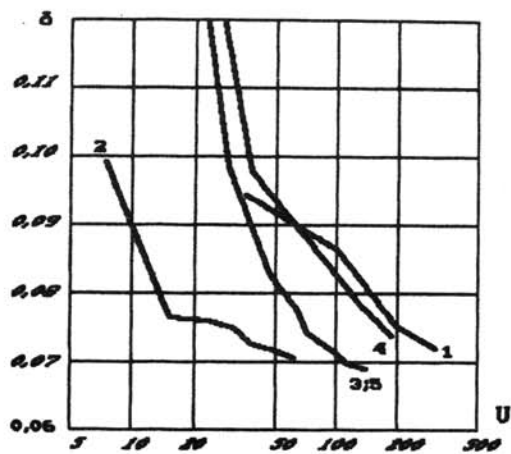


Рис. 9. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Гауссиана со смазом". Отношение сигнал/шум=100

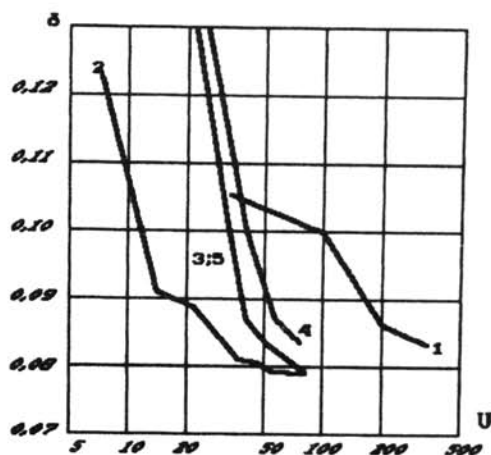


Рис. 11. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Шайба со смазом". Отношение сигнал/шум=100

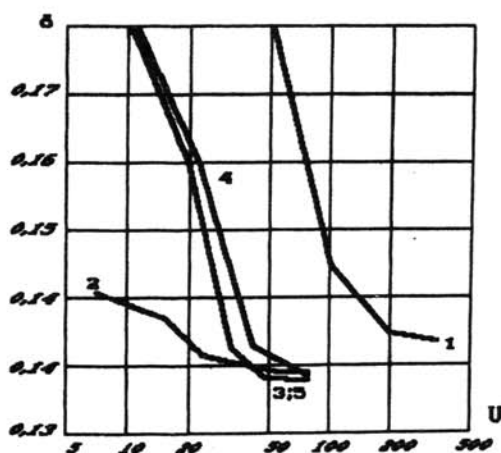


Рис. 10. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Гауссиана со смазом". Отношение сигнал/шум=1

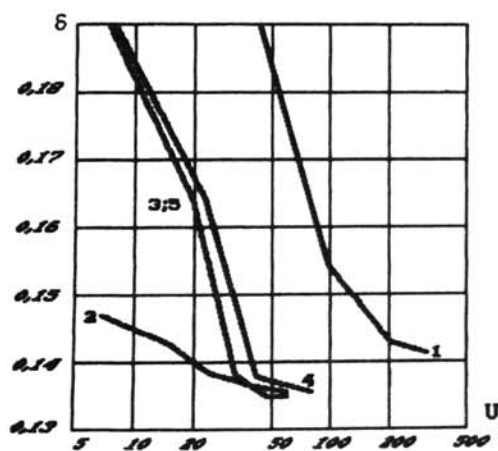


Рис. 12. Восстановление изображения: импульсная характеристика искажающей системы – "Шайба со смазом". Отношение сигнал/шум=1

4. ОБНАРУЖЕНИЕ ОБЪЕКТОВ

Для исследования параллельно-рекурсивных КИХ-фильтров в задаче обнаружения рассмотрим набор из шести разнотипных двумерных детерминированных объектов:

- "крест" единичной яркости размером 9×9 отсчетов (см. рис. 13);
- "сглаженный крест", полученный двукратным усреднением предыдущего объекта квадратным окном 3×3 ;
- "зигзаг" единичной яркости (рис. 14);
- "сглаженный зигзаг", полученный двукратным усреднением "зигзага" окном 3×3 ;
- "елочка" (рис. 15);
- "фрагмент" текстурного изображения размером 13×13 отсчетов (рис. 16).

Во всех случаях примем, что в моделях наблюдения (67), (68) из [2] аддитивный случайный фон представляет собой дискретный белый шум с дисперсией D_v (имеет автокорреляционную функцию вида (7)).

Показателем качества фильтра-обнаружителя является расстояние Махаланобиса R , которое определяется соотношением (8) из [2]. На рис. 17–22 представлены зависимости произведения RD_v от сложности различных фильтров.

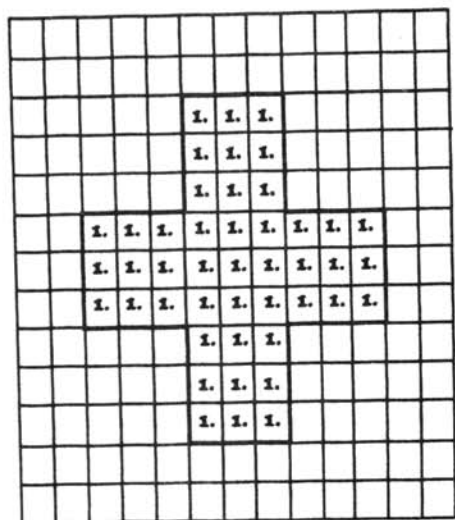


Рис. 13. "Крест" единичной яркости размером 9x9 отсчетов

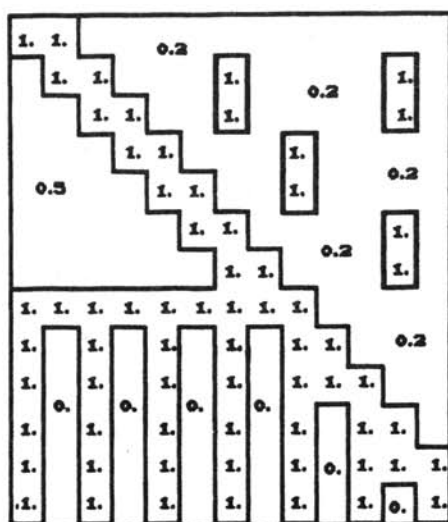


Рис. 16. "Фрагмент" текстурного изображения размером 13x13

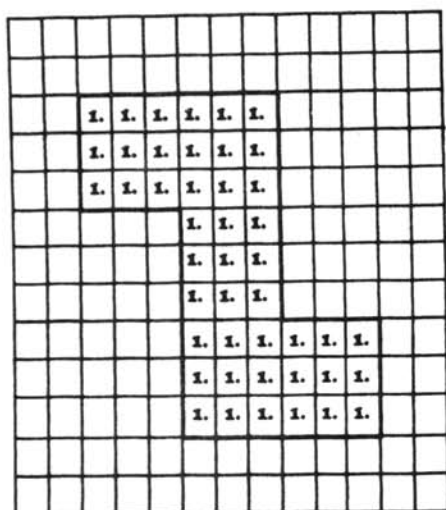


Рис. 14. "Зигзаг" единичной яркости размером 9x9 отсчетов

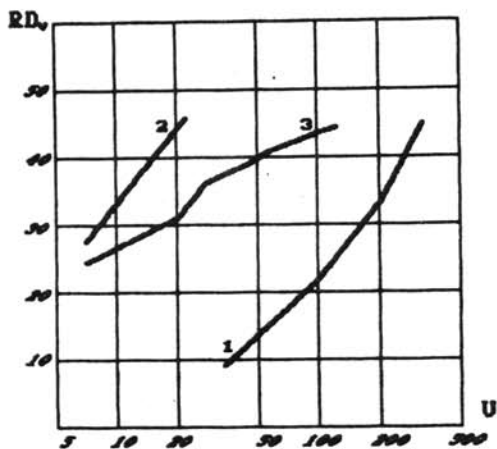


Рис. 17. Обнаружение объекта "Крест"

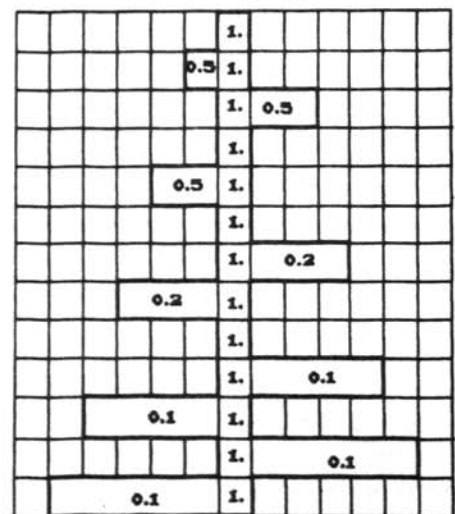


Рис. 15. "Елочка"

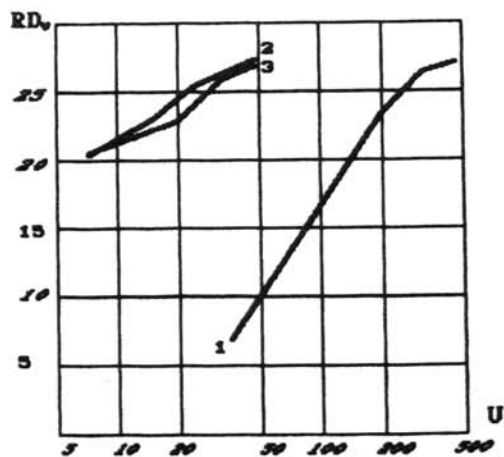


Рис. 18. Обнаружение объекта "Сглаженный крест"

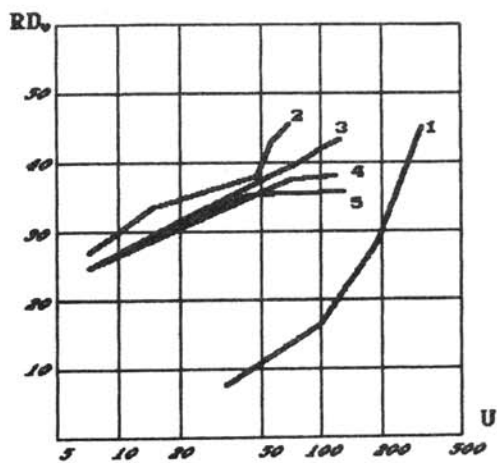


Рис. 19. Обнаружение объекта "Зигзаг"

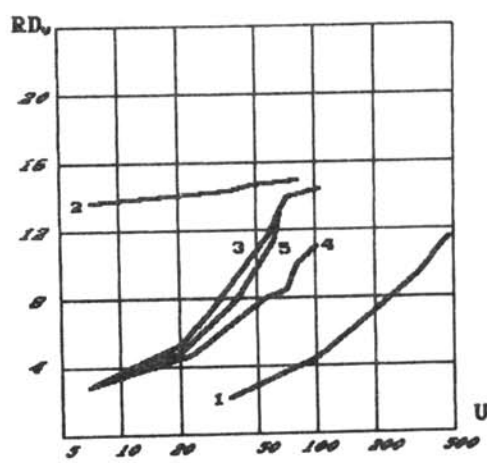


Рис. 21. Обнаружение объекта "Елочка"

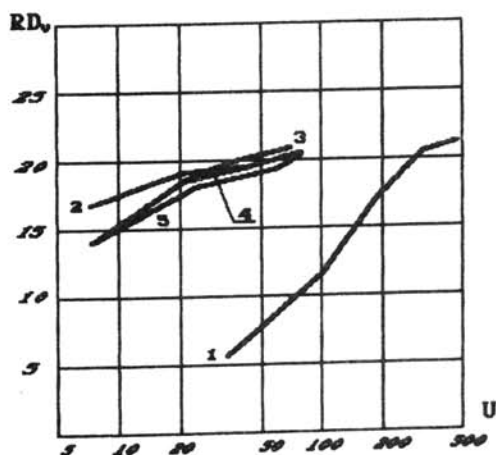


Рис. 20. Обнаружение объекта "Сглаженный зигзаг"

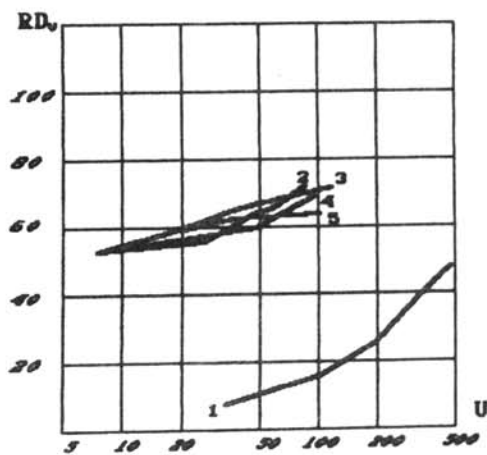


Рис. 22. Обнаружение объекта "Фрагмент"

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Двумерные параллельно-рекурсивные КИХ-фильтры способны обеспечить резкое (на порядок и более) снижение вычислительной сложности обработки изображений по сравнению с традиционными КИХ-фильтрами, реализуемыми в форме прямой свертки. Поскольку сложность этих фильтров не зависит от окна обработки, указанный выигрыш будет расти с увеличением размеров окна;

2. В большинстве случаев наибольший эффект дают параллельно-рекурсивные фильтры, построенные на простейшем прямоугольном базисе. Несколько меньшую и примерно равную между собой эффективность обеспечивают фильтры с базисом Фурье при независимой реализации звеньев и с косинусным базисом. Использование базиса Фурье в варианте с попарной реализацией звеньев с точки зрения эффективности обработки нецелесообразно.

Л и т е р а т у р а

1. *Сергеев В. В.* Расчет параллельных КИХ-фильтров для некоторых задач обработки сигналов и изображений. — В наст. сборнике.
2. *Сергеев В. В., Фролова Л. Г.* Расчет параллельных КИХ-фильтров для некоторых задач обработки сигналов и изображений. — В наст. сборнике.

*
*