

С.М. Широков

РАЗЛИЧИМОСТЬ ИМПУЛЬСОВ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОМ ОПТИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Введение

Значительное внимание в последние годы привлекают исследования нелинейных режимов распространения сверхкоротких лазерных импульсов в оптических волокнах. Процесс самомодуляции, который развивается при передаче импульсов большой интенсивности за счет зависимости показателя преломления от напряженности поля, при определенном выборе параметров излучения и световода приводит к сжатию импульсов, конкурирующему с их обычным дисперсионным расширением, что открывает возможности формирования импульсов рекордно малой (фемтосекундной) длительности и существенного (до значений порядка 10^{12} бит/с) повышения скоростей передачи информации по волоконно-оптическим каналам [1-4 и др.]. Однако известные оценки ожидаемых характеристик таких нелинейных систем связи, как правило, выводятся в предположении, что передача ведется оптическими солитонами (которые образуются при точном балансе между дисперсией и сжатием за счет нелинейности в условиях пренебрежимо малых потерь) и возможна до полного слияния соседних импульсов пакета сообщения [5-7 и др.]. Если же учитывать свойства реальных волокон, то процессы нелинейной эволюции импульсов следует рассматривать как нестационарные и лишь приближающиеся к солитонным [2]. Кроме того, в реальных каналах большую роль играют флуктуации лазерного излучения, снижающие степень его когерентности [4,6,8]. Пока изучено влияние этого фактора только на эволюцию параметров одиночных импульсов [4,8,9] и вероятность слияния солитонов [7].

Между тем, предельные скорость и дальность передачи в цифровых системах связи ограничиваются не этими показателями, а возможностью различения реализаций принимаемого сигнала, соответствующих разным символам алфавита сообщения. Если сигнал флуктуирует или принимается на фоне шума,

задача различения приобретает статистический смысл. Таким образом, импульсы частично когерентного излучения в нелинейном оптическом канале следует считать различимыми с определенной вероятностью, которая должна быть поставлена в зависимость от параметров излучения, световода и выбранного алгоритма приема.

1. Постановка задачи

Рассмотрим волоконно-оптический канал, включающий в себя одномодовый световод, источник излучения и другие элементы с характеристиками, обеспечивающими передачу пикосекундных импульсов в нелинейном режиме, близком к солитонному. При описании локализованного волнового поля в световоде при указанных условиях возможно разделение нелинейных эффектов, связанных с его поперечной самофокусировкой и временным самовоздействием [1-4]. Последнее в рамках обычного дисперсионного приближения второго порядка описывается нелинейным уравнением шредингеровского типа (НУШ), которое при квадратической зависимости показателя преломления от напряженности поля имеет вид

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + i\beta \psi + \kappa |\psi|^2 \psi = 0, \quad (1)$$

где $\psi(\eta, \tau)$ - комплексная огибающая, нормированная на начальное пиковое значение напряженности поля, η, τ - продольная пространственная и временная ("бегущая") нормированные координаты; β, κ - параметры затухания и нелинейности.

Уравнение (1) рассматривается при начальном условии $\psi(0, \tau) = \psi_0(\tau)$. С учетом флуктуаций лазерного излучения, нарушающих его временную когерентность, и аддитивных помех входное воздействие $\psi_0(\tau)$ следует рассматривать как случайный процесс вида

$$\psi_0(\tau) = u(\tau)\mu(\tau) + \xi(\tau), \quad (2)$$

где $\mu(\tau), \xi(\tau)$ - случайные функции, представляющие комплексные огибающие указанных флуктуаций и помех, $u(\tau)$ - первичный сигнал.

Такое представление позволяет учесть различные виды модуляции. Например, выбор вещественной функции $u(\tau)$ соответствует модуляции по амплитуде или интенсивности, а комплексной, с единичным модулем - модуляции по фазе.

Статистика шума $\xi(\tau)$ обычно близка к гауссовской, а у процесса флуктуаций $\mu(\tau)$ зависит от типа лазера и может быть весьма разнообразной [4, 10]. Для полупроводниковых лазеров и светодиодов обычно приемлемо допущение о стационарности и гауссовской статистике с равномерным распределением фазы. При этом воздействие (2) в целом нестационарное и имеет моментные функции

$$\begin{aligned} \langle \psi_0(\tau) \rangle &= 0; B_0(\tau, \theta) = \langle \psi_0(\tau + \theta/2) \psi_0^*(\tau - \theta/2) \rangle = \\ &= u(\tau + \theta/2) u^*(\tau - \theta/2) B_\mu(\theta) + B_\xi(\theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_\mu(\theta), B_\xi(\theta)$ - корреляционные функции излучения и помех, которые будем считать известными.

При указанном случайном воздействии уравнение (1) приобретает свойства стохастического дифференциального уравнения (СДУ), описывающего случайное поле $\psi(\eta, \tau)$ [11]. Наблюдению доступна реализация этого поля в точке приема $\eta = \eta_n$ в смеси с реализацией аддитивной помехи $n(\tau)$, действующей на входе приемника,

$$z(\tau) = \psi(\eta_n, \tau) + n(\tau). \quad (4)$$

Задача приема дискретного сообщения в рассматриваемом нелинейном канале сводится к задаче различения альтернативных вариантов входного сигнала $u_k(\tau)$ ($k=0, 1, 2, \dots, m-1$), соответствующих разным цепочкам передаваемых символов, по наблюдению смеси (4) на некотором интервале анализа T_a . В простейшем случае $m=2$, но если при передаче по каналу не обеспечена полная компенсация дисперсии (т.е. подавление межсимвольной интерференции), то даже при поэлементном приеме двоичных сообщений необходимо рассматривать многоальтернативную задачу различения ($m>2$), в которой сигналы $u_k(\tau)$ соответствуют цепочкам из нескольких символов.

Аналогично ставятся задачи различения, связанные с зондированием канала, оценива-

нием его параметров и т.п.

Описанная модель канала позволяет синтезировать оптимальный алгоритм различения импульсов частично когерентного излучения, обеспечивающий минимум средней вероятности ошибки, и оценить различимость при приеме по реальным алгоритмам, используемым в современных системах оптической связи.

2. Алгоритмы различения

При различении априорно равновероятных сигналов минимум средней вероятности ошибки, как известно, обеспечивает решение по правилу максимального правдоподобия

$$\hat{k} = \arg \max_k \Lambda(z|u_k), \quad (5)$$

где $\Lambda(z|u_k)$ - отношение правдоподобия (ОП), которое для дискретной выборки $Z = [z(\tau_1), \dots, z(\tau_n)]$ имеет вид

$$\Lambda(z|u_k) = \frac{w(Z|u_k)}{w(Z|u_0)}. \quad (6)$$

Здесь $z(\tau)$ определено (4), а $w(Z|u_k)$ и $w(Z|u_0)$ - условные n -мерные плотности вероятностей выборки Z , соответствующие передаче сигналов $u_k(\tau)$ и $u_0(\tau)$.

При выводе выражения ОП целесообразно учесть, что из-за большой интенсивности импульсов, используемых в нелинейных оптических каналах, квантовый шум фотодетектора и аддитивные помехи (типа засветки) практически не влияют на различимость и ими можно пренебречь. Тогда для получения аналитического выражения ОП достаточно знать статистику случайного поля $\psi(\eta, \tau)$, порождаемого СДУ (1). В силу нелинейности последнего она отличается от гауссовской, но пока исследована мало. Известные результаты в этой области, например, [4, 12], касаются только статистики солитонов или некоторых их параметров, а общие методы анализа статистики случайных полей, порождаемых нелинейным СДУ в частных производных, используют аппарат вариационных уравнений для характеристического функционала (типа уравнения Хопфа), позволяющий находить распределения лишь в форме рядов типа Грама-Шарлье [11, 13]. Однако в рассматриваемой задаче можно получить замкнутое аналитическое представление функционала ОП, если учесть принадлежность отображения вход-выход, задаваемого НУШ (1), к классу операторов с унитарной нелинейностью.

Используя свойства таких операторов [14], можно показать [15], что при гауссовской статистике флуктуаций излучения на входе и пренебрежимо малых потерях логарифм ОП (6) допускает представление в виде

$$\ln \Lambda(Z|u_k) = \Theta_0(Z) - \Theta_k(Z) + \lambda_0 - \lambda_k, \quad (7)$$

где

$$\lambda_k = \frac{1}{2} \ln \det B_{0k} \quad (8)$$

$$\Theta(Z) = \frac{1}{2} (F[Z] B_{0k} F^*(Z) Z, Z), \quad (9)$$

$$k=0, 1, 2, \dots, m-1.$$

Здесь B_{0k} - корреляционные матрицы отсчетов входного воздействия (2), соответствующие (3) при различных сигналах $u_k(\tau)$; $F[Z]$ - конечномерное представление нелинейного отображения вход-выход, задаваемого (1), при выбранной дискретизации; $(,)$ - знак скалярного произведения, $*$ - знак сопряженного оператора.

Если аддитивная шумовая компонента входного воздействия отсутствует, то

$$B_{0k} = U_k B_u U_k^*, \quad (10)$$

где $U_k = \text{diag}[u_k(\tau_1), \dots, u_k(\tau_n)]$, и (8) приобретает вид

$$\lambda_k = \sum_{i=1}^n \ln |u_k(\tau_i)|. \quad (11)$$

Функционал (9) можно представить в виде

$$\Theta_k(Z) = \frac{1}{2} (U_k B_u U_k^*)^{-1} Z', Z', \quad (12)$$

где $Z = F^*[Z]Z$ отвечает решению уравнения, сопряженного с (1), при начальном условии $\psi(\tau) = z(\tau)$. Из (12) следует, что оптимальный алгоритм различения импульсов на выходе рассматриваемого нелинейного канала сводится к восстановлению реализации входного воздействия, соответствующего наблюдаемой выборке выходного сигнала Z , с помощью нелинейного фильтра, описываемого указанным сопряженным уравнением, с последующим решением обычной задачи различения флуктуирующих гауссовских сигналов.

Рассмотренный алгоритм при оговоренных в п.1 условиях обеспечивает минимум средней вероятности ошибки различения при заданных дальности и скорости передачи, а при фиксированной вероятности ошибки - максимум скорости или дальности. В первую очередь он представляет интерес для оценки верхних границ указанных характеристик. Его практическое использование в солитонных системах, рассчитанных на особо высокие скорости передачи, при современной элементной базе невозможно из-за неприемлемо больших затрат времени на указанное нелинейное преобразование и когерентную обработку оптических полей. Более простой приближенный алгоритм можно получить, заменив в (7) сложный нелинейный функционал (9) обычным квадратическим, вида

$$\Theta(Z) = (B_Z^{-1}, Z), \quad (13)$$

где B_Z - корреляционная матрица выборки Z , что соответствует гауссовской аппроксимации ее распределения. В простейшем случае некогерентного приема оптических сигналов "по интенсивности" в матрице B_Z следует учитывать только диагональные элементы.

3. Оценки различимости

Как следует из п.2, при отсутствии аддитивных помех на приемной стороне оптимальный алгоритм, полностью учитывающий нелинейно-дисперсионное преобразование сигналов в канале, определяемое уравнением (1), обеспечивает различение сигналов на любой дальности η_n с тем же качеством, что и на передающей стороне. Но, поскольку по указанным выше причинам он пока не реализуем, практический интерес представляет оценка различимости для обычных алгоритмов приема сигналов, используемых в волоконно-оптических системах связи. В настоящее время для импульсов пикосекундной длительности, следующих с частотой порядка 10^{10} 1/с и выше, реально осуществим некогерентный прием по интенсивности, что соответствует выбору диагональной матрицы B_Z в (13). Однако, с учетом перспектив дальнейшего развития в данном исследовании, программа оценки различимости была составлена для алгоритма приема с произвольной матрицей B_Z .

Для ее определения было использовано уравнение эволюции корреляционной функции $B(\eta, \tau, \theta) = \langle \psi(\eta, \tau + \theta/2) \psi^*(\eta, \tau - \theta/2) \rangle$ вида [9]

$$i \frac{\partial B(\eta, \tau, \theta)}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 B(\eta, \tau, \theta)}{\partial \tau \partial \theta} + 2\kappa \Delta B(\eta, \tau, \theta) \cdot B(\eta, \tau, \theta) + 2i\beta B(\eta, \tau, \theta) = 0 \quad (14)$$

$$\Delta B(\eta, \tau, \theta) = B(\eta, \tau + \theta/2, 0) - B(\eta, \tau - \theta/2, 0),$$

с начальным условием $B(0, \tau, \theta) = B_0(\tau, \theta)$.

Уравнение (14) решалось методом расщепления по физическим факторам, согласно которому световод разделяется по длине на малые участки длиной $\Delta \eta$, на каждом из которых осуществляется линейное дисперсионное преобразование, описываемое уравнением

$$i \frac{\partial B(\eta, \tau, \theta)}{\partial \eta} + 2 \frac{\partial^2 B(\eta, \tau, \theta)}{\partial \tau \partial \theta} = 0, \quad (15)$$

и нелинейное преобразование без дисперсии согласно уравнению

$$i \frac{\partial B(\eta, \tau, \theta)}{\partial \eta} + 2[\kappa \Delta B(\eta, \tau, \theta) + i\beta] B(\eta, \tau, \theta) = 0. \quad (16)$$

Применив к (15) преобразование Фурье, нетрудно установить, что оно описывает двумерный фильтр с передаточной функцией

$$G(\omega, \nu) = \exp[-i/2 \omega \nu \Delta \eta] \quad (17)$$

Для моделирования этого преобразования на ЭВМ был использован алгоритм двумерного быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Уравнение (16) имеет простое аналитическое решение

$$B(\eta + \Delta N, \tau, \theta) = B(\eta, \tau, \theta) \exp\left\{ [i\kappa \Delta B(\eta, \tau, \theta) - \beta] 2\Delta \right\} \quad (18)$$

которое непосредственно моделируется на ЭВМ.

При оценке различимости сигналов в общем случае, когда дисперсия скомпенсирована не полностью, необходимо учитывать межсимвольную интерференцию, вследствие которой прием импульса на каждом тактовом интервале зависит от других импульсов, переданных на соседних тактовых интервалах. В рассматриваемой задаче достаточно учесть два соседних импульса и нетрудно показать, что при этом наилучшей различимостью обладают сигналы соответствующие комбинациям символов 010 и 101. Обозначим их $u_1(\tau)$ и $u_0(\tau)$. Тогда наибольшие вероятности ошибок различения определяются по формулам

$$P(0|1) = P\{\theta(Z_1) < \lambda\} = \int_{-\infty}^{\lambda} w(\theta|u_1) d\theta; \quad (19)$$

$$P(1|0) = P\{\theta(Z_0) > \lambda\} = \int_{\lambda}^{\infty} w(\theta|u_0) d\theta,$$

где

$$\theta(Z) = \theta_0(Z) - \theta_1(Z); \quad (20)$$

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_0;$$

Z_1 и Z_0 - реализации смеси Z при передаче сигналов $u_1(\tau)$ и $u_0(\tau)$; $w(\theta|u_1)$ и $w(\theta|u_0)$ - соответствующие условные распределения статистики $\theta(Z)$. Они были рассчитаны численно с использованием аппарата характеристических функций и алгоритма БПФ.

Средняя вероятность ошибки различения

$$\rho = P(1)P(0|1) + P(0)P(1|0). \quad (21)$$

Для контроля полученных результатов был проведен также расчет вероятностей ошибок на основе прямого статистического моделирования НУШ (1) со случайным воздействием (2). Однако быстрое действие современных ЭВМ позволяет оценить этим методом только достаточно большие значения вероятностей ошибок - не менее 10^{-5} - 10^{-6} . В этой области наблюдалось удовлетворительное совпадение результатов, полученных обоими методами.

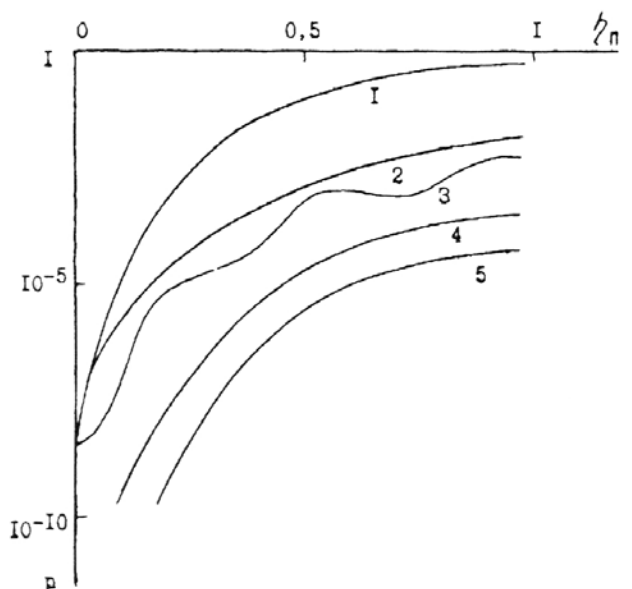


Рис.1 Зависимости средней вероятности ошибки различения от нормированной дальности передачи при некогерентном приеме и $\tau_k = 2$;

- 1) $\kappa = 0, T = 3$; 2) $\kappa = 2, T = 3$ 3) $\kappa = 5, T = 3$; 4) $\kappa = 2, T = 4$;
- 5) $\kappa = 2, T = 5$.

На рис.1 показаны зависимости средней

вероятности ошибки от нормированной дальности передачи, полученные описанным методом для различных значений тактового интервала T , интервала когерентности излучения τ_k (нормированных на начальную полуширину импульсов t_0) и параметра нелинейности κ для случая некогерентного приема двоичных сигналов "по интенсивности" при условии, что сигнал и корреляционная функция излучения на входе имеют гауссовскую форму. Такое представление является удобным приближением для реальных воздействий, так как содержит в явном виде параметры τ_k [9]. Аналогичные зависимости для импульсов других сходных форм, например, гиперболического секанса, отличаются от приведенных на рис.1 незначительно, так как в условиях флуктуаций излучения форма импульсов мало влияет на передачу.

Из приведенных зависимостей видно, что при приеме по указанному реальному (далекому от оптимального) алгоритму различимость импульсов значительно ухудшается с увеличением дальности передачи, в то время как оптимальный алгоритм при определенных оговоренных ранее условиях теоретически обеспечивает сохранение различимости, имеющей место при $\eta=0$, при любых других значениях дальности. Таким образом, существует значительный резерв улучшения характеристик солитонных систем за счет совершенствования алгоритмов приема. При заданном алгоритме вероятность ошибки возрастает с увеличением дальности для всех значений параметров, выбранных для анализа, (поскольку лишь для части реализаций входного воздействия выполняются условия компенсации дисперсии за счет нелинейности, т.е. солитонного распространения), но ее значения тем меньше, чем больше κ и T . Выигрыш от использования нелинейного режима ($\kappa>0$) по сравнению с линейным очевиден и физически объясняется известным явлением подавления помех и флуктуаций за счет нелинейности. Однако выбирать слишком большие значения κ нецелесообразно, так как уже при $\kappa=5$ возникают колебания в зависимостях $p(\eta)$, обусловленные конкуренцией явлений дисперсии и нелинейного сжатия импульсов.

С ухудшением степени когерентности излучения, при $\tau_k<1$ происходит резкое возрастание вероятности ошибки, для компенсации которого необходимо значительно увеличивать κ , т.е. мощность излучения. При $\tau_k>2$ наблюдается сравнительно малое снижение p . Таким образом, целесообразно выбирать лазерный источник с интервалом когерентности, несколько превышающим длительность импуль-

сов (и, соответственно, со спектром, более узким, чем у импульсов).

Для оценки достижимых характеристик передачи в размерных физических единицах можно использовать соотношение $t_0^2=L_0g/2$, связывающее масштабы по времени и расстоянию t_0, L_0 с дисперсионным параметром световода $g=\partial v_0^{-1}/\partial\omega$, где v_0 - групповая скорость [16]. Выбрав $t_0=10$ пс, при типичном для одномодовых световодов значении $g=2\cdot 10^{-26}$ с²/м получаем $L_0=100$ км. Значение κ определяется по известным формулам [1-4, 16] через параметры волокна и мощность излучения. На рис.2 в качестве иллюстративного примера показаны зависимости между предельной скоростью и дальностью передачи, которые получаются при указанных параметрах для разных значения вероятности ошибки.

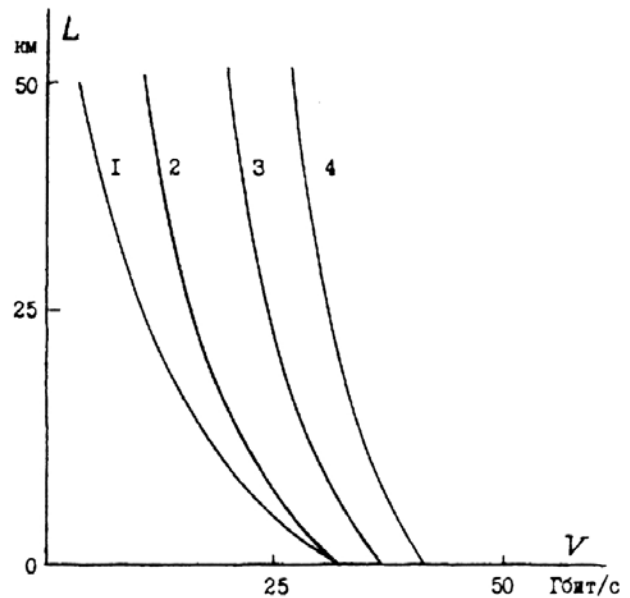


Рис.2 Зависимости между предельной скоростью и дальностью передачи при заданных параметрах для различных значений допустимой вероятности ошибки в линейном и нелинейном режимах:

- 1) $\kappa=0$ (линейный режим), $p=10^{-9}$; 2) $\kappa=2$, $p=10^{-9}$;
- 3) $\kappa=2$, $p=10^{-6}$; 4) $\kappa=2$, $p=10^{-6}$, $\tau_k=10$ (в остальных случаях $\tau_k=2$).

Заключение

Полученные результаты показывают, что нелинейный режим, близкий к солитонному, обеспечивает значительное улучшение различимости импульсов частично когерентного излучения в волоконно-оптическом канале по сравнению с обычным линейным режимом, что подтверждает преимущества солитонных сис-

тем оптической связи в отношении скорости и дальности передачи, которые особенно заметны при правильном выборе источника излучения (с интервалом когерентности не менее длительности сигнала). Существует резерв дальнейшего улучшения характеристик таких систем за счет перехода от простого некогерентного приема оптических сигналов к более сложным алгоритмам, близким к оптимальному.

Литература

1. Хасэгава А., Кодама Ю.//ТИИЭРЮ 1981, Т.69, N9, С.57-63.
2. Сисакян И.Н., Шварцбург А.Б.// Квантовая электроника. 1984, Т.11, N9, С.1703-1721.
3. Дианов Е.М., Мамышев П.В., Прохоров А.М.// Квантовая электроника. 1988, N1, С.5-29.
4. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988, 312с.
5. Anderson D., Lisak M.// Optics letters.-1987.- V.11-№.3.-PP.174-176.
6. Выслоух В.А., Мишнаевский П.А.// Электросвязь.-1988.-N3.-С.27-33.
7. Bava G.P., Ghione G., Maio I.// Electr.Lett.-1984.-V.20.-№.24.-PP.1002-1004.
8. Фаттахов А.М., Чиркин А.С.// Квантовая электроника. 1983, Т.10, N10, С.1989-1996.
9. Кловский Д.Д., Сисакян И.Н., Шварцбург А.Б., Широков С.М.// Радиотехника и электроника. 1987, Т.32, N4, С.740-746.
10. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С., Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981, 640с.
11. Кловский Д.Д., Канторович В.Я., Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе СДУ. М.: Радио и связь, 1984, 248с.
12. Выслоух В.А., Иванов А.В., Чередник И.В.// Известия вузов. Радиофизика, 1987, N8, С.980-990.
13. Кляцкин В.И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975, 240с.
14. Маслов В.П. Комплексные марковские цепи и континуальный интеграл Фейнмана. М.: Наука, 1976, 192с.
15. Широков С.М.// Оптические системы передачи, распределения и обработки информации. 1990, Вып.151, ЛЭИС, С.3-9.
16. Кловский Д.Д., Широков С.М., Шерман А.Ю.// Электросвязь. 1989, N10, С.7-10.

Вниманию читателей!

Международный центр научной и технической информации
принимает заказы на международный журнал

"Проблемы машиностроения и автоматизации"

Главный редактор - академик К.В.Фролов
периодичность - 6 номеров в год.
Журнал распространяется только по заказам.
Цена одного номера 100 рублей.

Заказы принимаются по адресу:
Россия, 125252, Москва, ул. Куусинена, 216, МЦНТИ, СОПИ.

Справки по телефону: 198-72-10