

ФОКУСАТОРЫ В КРУГ И КОЛЬЦО ИЗ ГАУССОВОГО ПУЧКА

В.В. Котляр, А.П. Осипов*

Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

*Самарский государственный аэрокосмический университет

Введение

Известно несколько методов формирования радиально симметричных фигур с использованием ДООЭ.

Для фокусировки когерентного света в узкое кольцо обычно используются конические аксиконы в сочетании со сферическими линзами [1] и бинарные аксиконы [2]. Под узким световым кольцом в фокальной плоскости понимается такое кольцо, ширина которого меньше дифракционного предела Фраунгофера для конической волны с ограниченной апертурой, дифрагирующей на ДООЭ [3].

В [5] рассматривается итеративный алгоритм, который позволяет осуществлять расчёт радиально-симметричных ДООЭ с небольшим числом уровней фазы. В [5] при расчёте ДООЭ, формирующих дифракционные картины, обладающие радиальной симметрией (круг, набор колец) также применяются итеративные алгоритмы, характерной особенностью которых является использование прямого и обратного преобразований Ханкеля.

В [4] дан общий геометрикооптический метод для расчёта фокусаторов с неточечным откликом. В [3] приведена формула фазы ДООЭ, фокусирующего плоский пучок в широкое кольцо с равномерным распределением интенсивности, рассчитанного геометрикооптическим методом.

Формула для фазы ДООЭ, фокусирующего гауссовый пучок в радиально-симметричную область и рассчитанного геометрикооптическим методом, ещё нигде не встречалась. Расчёту данного ДООЭ и его исследованию и посвящена данная работа.

1. Постановка задачи

Предположим, что гауссовый пучок с амплитудой: $W_0(r) = \sqrt{I_0(r)}$,

где $I_0(r)$ – интенсивность освещающего пучка,

$$\rho(r) = \sqrt{\rho_2^2 - \frac{(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{(1 - \exp(-a^2/w^2))} [\exp(-r^2/w^2) - \exp(-a^2/w^2)]}. \quad (5)$$

Далее, подставляя (5) в (3) и интегрируя, получаем конечный вид фазовой функции

$$\varphi_{\Gamma}(r) = \frac{k}{f} \int_0^r \left[\sqrt{\rho_2^2 - \frac{(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{(1 - \exp(-a^2/w^2))} [\exp(-r^2/w^2) - \exp(-a^2/w^2)]} \right] dr - \frac{kr^2}{2f}. \quad (6)$$

Для плоского фронта имеем из [3]:

$$\varphi_{nl}(r) = \frac{k\rho_1}{2fc} \left[cr(c^2r^2 + 1)^{1/2} + \ln(cr + (c^2r^2 + 1)^{1/2}) \right] - \frac{kr^2}{2f}, \quad (7)$$

где $c = (\rho_2^2 - \rho_1^2)^{1/2} / (a\rho_1)$

При $\rho_2 \rightarrow \rho_1$,

$$I_0(r) = \exp(-r^2/w^2) \quad (1)$$

падает на ДООЭ с комплексной функцией пропускания: $\tau = \exp(i\varphi(r))$, $r \leq a$, где a – радиус ДООЭ, w – радиус перетяжки гауссового пучка. Требуется найти $\varphi(r)$, обеспечивающую формирование заданного кругового распределения интенсивности:

$$I(\rho) = 1, \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2, \quad (2)$$

в фокальной плоскости $z=f$ (см. рис. 1).

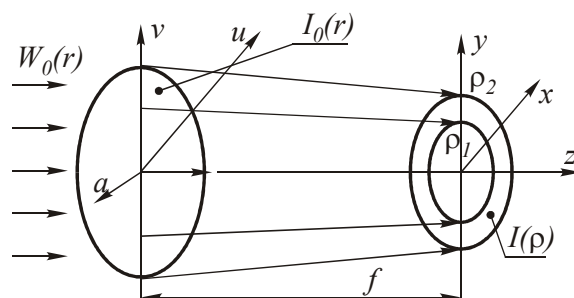


Рис. 1. Геометрия задачи фокусировки в кольцевую область.

2. Метод расчёта ДООЭ

Для вычисления $\varphi(r)$ воспользуемся полученными в работе [6] уравнением наклонов лучей (3) и уравнением сохранения энергии, представленным в интегральной форме (4):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{k}{f} (\rho - r), \quad r \in [0, a], \rho \in [\rho_1, \rho_2]. \quad (3, 4)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ – длина волны падающего света.

Подставляя (1) и (2) в (4), получаем зависимость:

$$\varphi_{\Gamma} = \varphi_{nl} = \frac{k\rho_1}{f} r - \frac{kr^2}{2f}. \quad (8)$$

Из уравнения (9) и (10) для фаз ДООЭ, фокусирующих гауссовый и плоский пучки в круг радиусом ρ .

Из (8) видно, что сужение кольца фокусировки приводит к известной формуле для фазы ДООЭ типа аксикон + линза.

Из (5) и (7) при $\rho_2 = \rho, \rho_1 = 0$, легко получить

$$\varphi_r(r) = \frac{k}{f} \rho \int_0^r \left(\sqrt{\frac{1 - \exp(-r^2/w^2)}{1 - \exp(-a^2/w^2)}} \right) dr - \frac{kr^2}{2f}, \quad (9)$$

$$\varphi_{nl} = -\frac{k}{2f} \left(\frac{\rho}{a} - 1 \right) r^2. \quad (10)$$

3. Численный расчёт

На рис. 3, 4, 5 представлены результаты расчёта по формулам (6) и (7). Причём интеграл в (6) вычисляется простым методом прямоугольников. После расчёта радиального вида фазы ДОЭ формируется двухмерный массив размером $N \times N$, к которому применяется преобразование Френеля, вычисляемое при помощи быстрого преобразования Френеля.

Для оценки характеристик ДОЭ используются величины энергетической эффективности E и среднеквадратичного отклонения σ . Величина

$$E = \frac{\sum_{n \in \Omega_1} I_n}{\sum_{m \in \Omega_0} I_m},$$

где Ω_1 - заданная область фокусировки,

Ω_2 - вся фокальная область, характеризует долю энергии, фокусируемую в заданной области, ко всей энергии в фокальной плоскости. Энергетическую эффективность ДОЭ будем оценивать долей энергии освещающего пучка, попадающей в окрестность кольца по уровню 0,3 максимальной интенсивности. Величина

$$\sigma = \frac{1}{\bar{I}} \left(\frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_1} (I_n - \bar{I})^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{где } \bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_1} I_n,$$

характеризует среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности от среднего значения в заданной области фокальной плоскости.

Значения E и σ представлены в зависимости от параметра $S = (\rho_2 - \rho_1) / \Delta$ в таблице 2, где Δ - минимальный дифракционный размер в фокальной плоскости: $\Delta = \lambda f / a$; величина S характеризует ширину фокального кольца, по сравнению с дифракционным размером Δ .

Отношение $w/a = 0,33$ было подобрано экспериментально. При таком соотношении наблюдалось наименьшее среднеквадратичное отклонение (рис.2). Увеличение w/a приводит к сближению фазовых функций для гауссового и плоского пучков. Уменьшение w/a приводит к тому, что вся энергия фокусируется в центре.

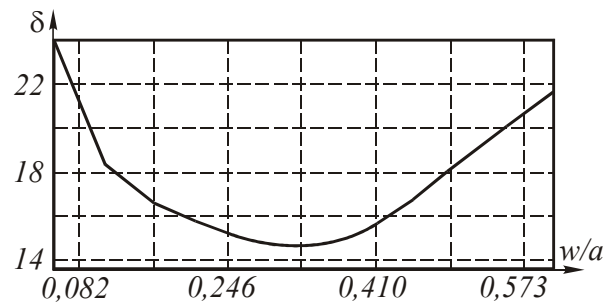


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения δ от параметра w/a .

Таблица 1

Параметры расчётов

| Радиус ДОЭ, a | Длина волны, λ | Фокусное расстояние, f | Отношение радиуса перетяжки гауссового пучка к радиусу ДОЭ w/a | Число точек в плоскостях, $N \times N$ | Минимальный дифракционный размер, Δ |
|-----------------|------------------------|--------------------------|--|--|--|
| 12,8 мм | 2 мкм | 1285 мм | 0,33 | 256×256 | 0,2 мм |

Таблица 2

Параметры E и δ для ДОЭ, фокусирующих из плоского и гауссового пучков

| N Рис. | S | ρ_1/Δ | ГАУССОВЫЙ ПУЧОК | | ПЛОСКИЙ ПУЧОК | |
|-----------|----|-----------------|-----------------|--------------|---------------|--------------|
| | | | $E(\%)$ | $\delta(\%)$ | $E(\%)$ | $\delta(\%)$ |
| 3 | 0 | 10 | 97,05 | 14,52 | 94,69 | 31,00 |
| 4 | 20 | 0 | 98,67 | 8,01 | 94,92 | 32,95 |
| 5 | 1 | 30 | 85,80 | 42,37 | 82,33 | 39,86 |

4. Сравнение результатов фокусировки в кольца различной толщины плоского и гауссового световых пучков

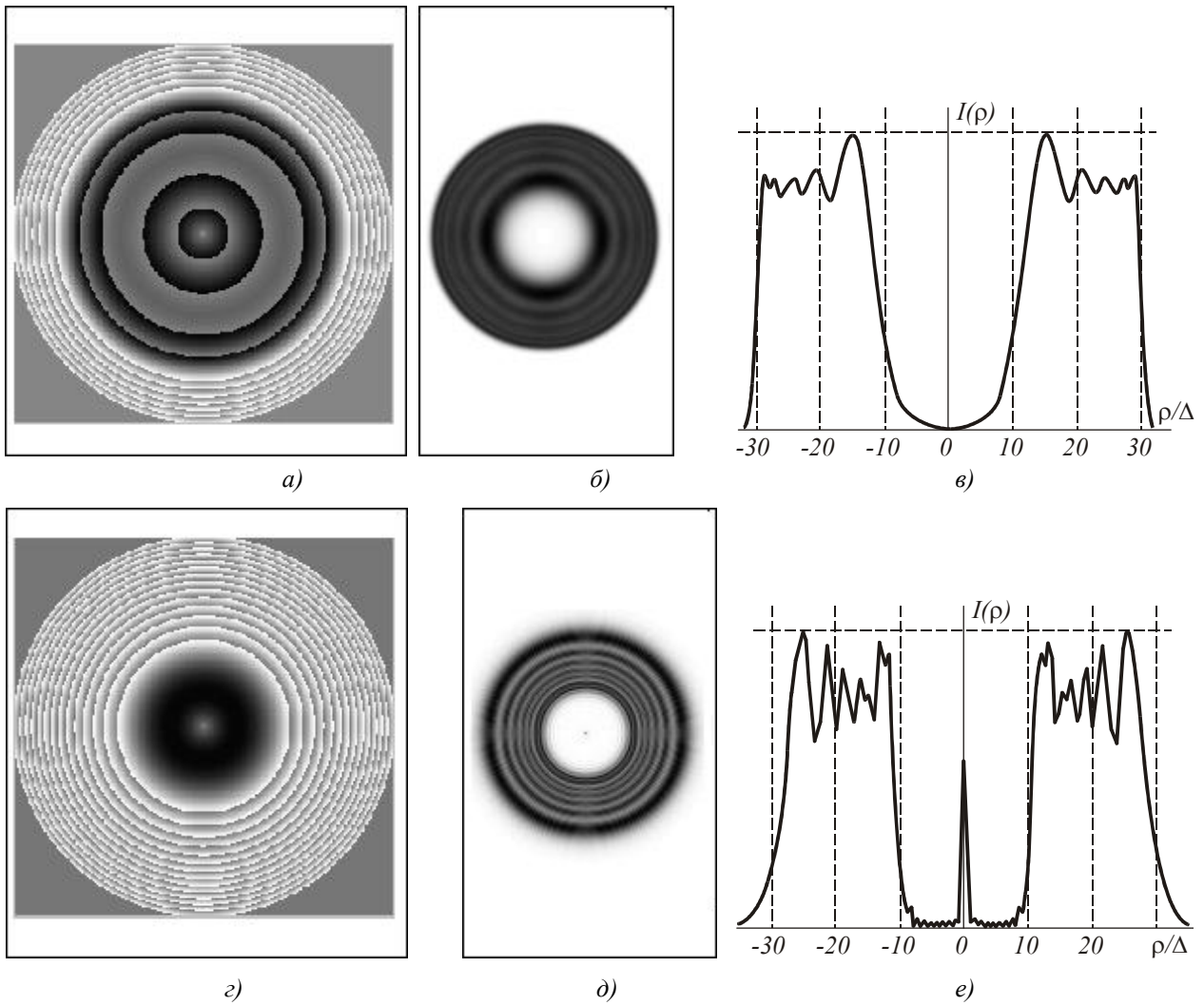
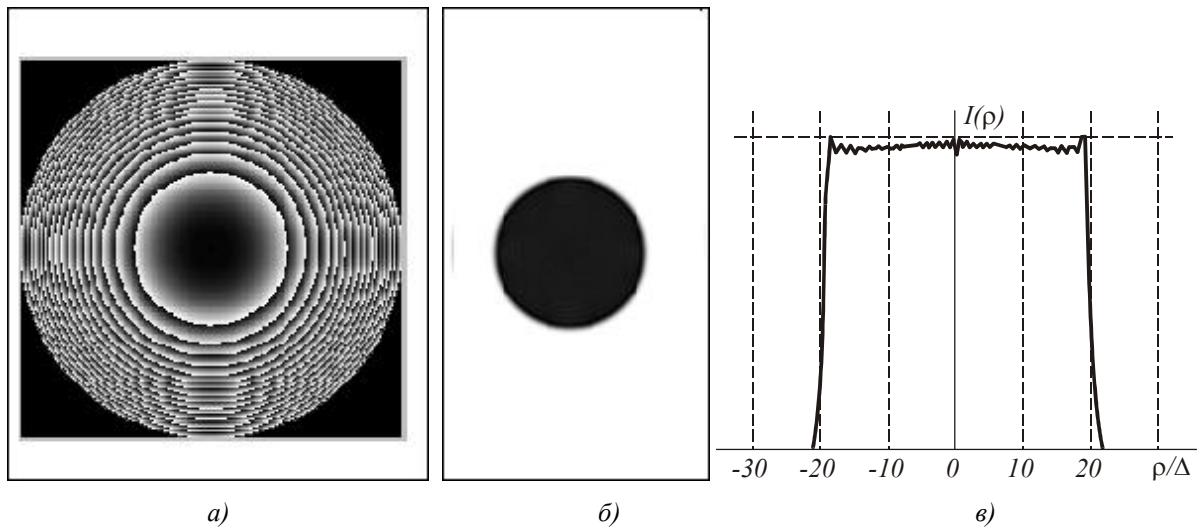


Рис. 3 а) и г) - фазовые функции ДОО, формирующие кольцо с $\rho_1 = 10\Delta$, толщиной: $S = 20\Delta$; б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.



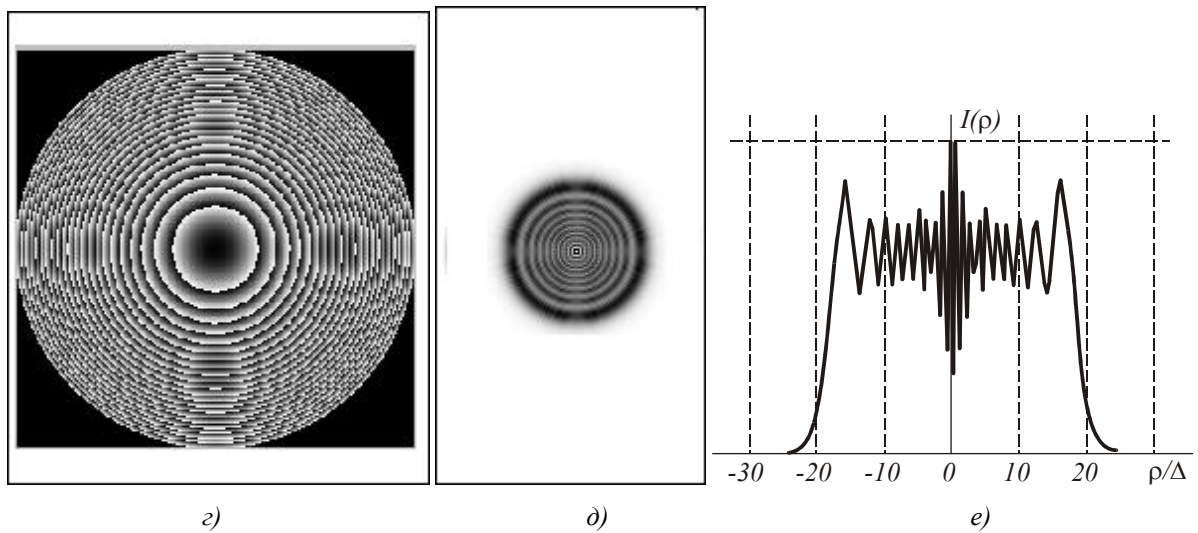


Рис. 4 а) и в) - фазовые функции ДООЭ, формирующие круг толщиной $S = 20\Delta$; б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.

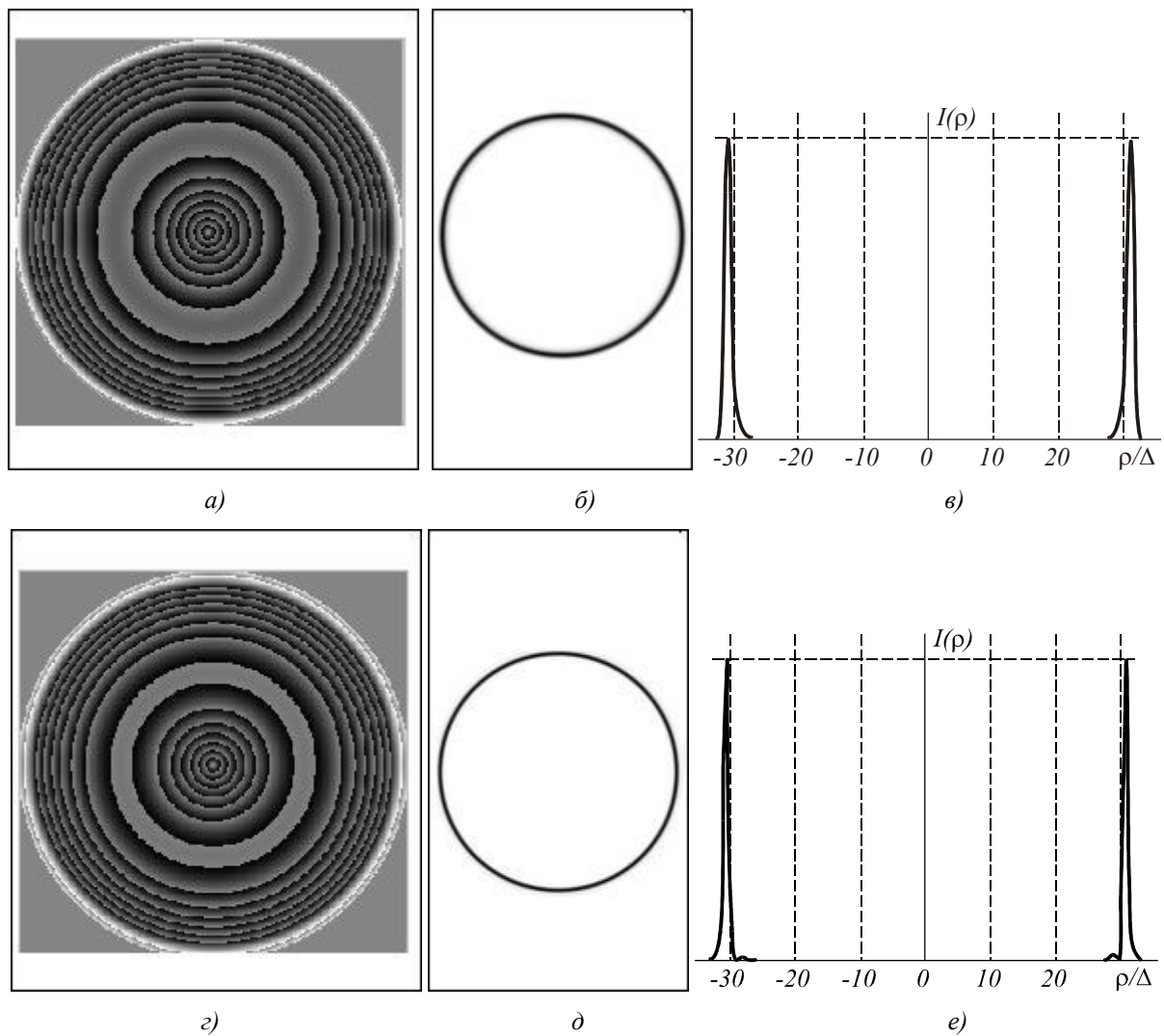


Рис. 5 а) и в) - фазовые функции ДООЭ, формирующие кольцо с $\rho_1 = 30\Delta$, толщиной: $S = \Delta$; б) и д) - 2D-распределение интенсивностей в фокальной плоскости; в) и е) - радиальное сечение интенсивностей для освещающих гауссового и плоского пучков, соответственно.

Выводы

1) Из таблицы 2 видно, что для формирования широких колец ($S > 4$) и кругов эффективнее использовать ДОЭ для гауссового пучка, так как в данном случае в 2-3 раза ниже δ и несколько выше E .

2) Расчётные значения распределения интенсивности на рис. 3 и 4 выявляют меньшие флуктуации интенсивности на фокальном кольце для ДОЭ, фокусирующего гауссовый пучок.

3) В случае использования ДОЭ для гауссового пучка отсутствуют пики интенсивности при $\rho = 0$.

4) Как видно из рис. 5, оба ДОЭ формируют примерно одинаковое распределение интенсивности в фокальной плоскости на что, собственно, и указывает общий вид их фазовых функций (8) в случае фокусировки в тонкое кольцо. Заметим, что ширина кольца на рис. 5 (б) больше, чем на (рис. 5 (д)). Это обусловлено тем, что гауссовый пучок несколько уменьшает апертуру ДОЭ.

Литература

1. P. Belanger, M. Rioux Ring patterns of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam // Appl. Opt., 1978. V.17, № 7. P. 159-163.
2. A. Fedotowsky and K. Lehovec Optimal Design for Annual Imaging // Applied Optics. 1974. V. 13, № 12. P. 2919-2923.
3. L.L. Doskolovich, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, I.V. Nikolsky, V.A. Soifer, G.V. Uspleniev Focusators in to a ring // Optical and Quantum Electronics. 1993. V. 25. P. 801-804.
4. V.A. Soifer, M.A. Golub Diffractive micro-optical with non – point response // Proceedings of SPIE. 1992. V. 1751. P. 140-151.
5. Методы компьютерной оптики // Под редакцией Сойфера В.А.. М. Физматлит. 2000.
6. M.A. Golub, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer Infra-red Radiaton Focusators // Optical and Lasers in Engineering. 1991. V. 15. P. 297-309.

Focusators of Gaussian beam into a circle and a ring

V.V. Kotlyar¹, A.P. Osipov²

¹*Image Processing Systems Institute of RAS, Samara*

²*Samara State Aerospace University*

Abstract

Several methods are available for generating radially symmetric figures using DOEs. Conical axicons in combination with spherical lenses [1] and binary axicons [2] are usually used to focus coherent light into a narrow ring. A narrow light ring in the focal plane is understood as a ring with the width less than the Fraunhofer diffraction limit for a conical wave with the limited aperture diffracted by the DOE [3].

Citation: Kotlyar VV, Osipov AP. Focusators of Gaussian beam into a circle and a ring. *Computer Optics* 2001; 21: 40-44.

References

- [1] Bélanger P, Rioux M. Ring patterns of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam. *Appl Opt* 1978; 17(7): 159-163.
- [2] Fedotowsky A, Lehovec K. Optimal design for annular imaging. *Appl Opt* 1974; 13(12): 2919-2923.
- [3] Doskolovich LL, Khonina SN, Kotlyar VV, Nikolsky IV, Soifer VA, Uspleniev GV. Focusators into a ring. *Opt Quantum Electron* 1993; 25: 801-804.
- [4] Soifer VA, Golub MA. Diffractive micro-optical with nonpoint response. *Proc SPIE* 1992; 1751: 140-151.
- [5] Soifer VA, ed. *Methods of computer optics* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2000.
- [6] Golub MA, Sisakyan IN, Soifer VA. Infra-red radiation focusators. *Opt Lasers Eng* 1991; 15: 297-309.