

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНО-МОДОВОГО СОСТАВА БЕЗДИСПЕРСИОННЫХ МНОГОМОДОВЫХ ПУЧКОВ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

В.С. Павельев, С.В. Карпеев, М. Дюпарре<sup>1</sup>, Б. Людге<sup>1</sup>, К. Рокитул<sup>1</sup>, З. Шротер<sup>2</sup>  
Институт систем обработки изображений РАН

Самарский государственный аэрокосмический университет

<sup>1</sup>Институт прикладной оптики Фридрих-Шиллер Университета (Йена, Германия)

<sup>2</sup>Институт физических высоких технологий (Йена, Германия)

## Аннотация

Моды лазерного излучения – пучки, амплитудно-фазовые распределения, в поперечном сечении которых описываются собственными функциями оператора распространения света в волноводной среде. Двумерный характер сечения реальных волноводов допускает существование пучков, амплитудно-фазовое распределение в поперечном сечении которых описывается суперпозицией нескольких мод, обладающих одинаковым значением постоянной распространения. Такие пучки ранее были названы «бездисперсионными» [1] из-за их способности распространяться с нулевой межмодовой дисперсией, подобно отдельным модам. Распространение такого пучка в волноводе происходит без возникновения уширения импульса, вызываемого межмодовой дисперсией. Такие пучки могут найти интересные практические применения, например, для построения высокоэффективных линий оптической связи. Отметим, что пучки такого вида сохраняют амплитудно-фазовую структуру при распространении в среде, подобно отдельным модам. Произвол выбора коэффициентов при разных модах в пучке дает дополнительную степень свободы при построении итерационной процедуры расчета дифракционных оптических элементов – формирователей таких пучков. Данная статья содержит результаты натурального исследования бездисперсионных пучков, формируемых дифракционно-оптическими элементами, в частности, результаты измерения поперечно-модового состава бездисперсионных пучков с помощью специальных модовых корреляционных фильтров, реализованных как амплитудные голограммы.

## Введение

Фундаментальными свойствами мод являются свойства сохранения поперечной амплитудно-фазовой структуры отдельных мод и взаимной ортогональности при распространении в соответствующих волноводных средах (например, в свободном пространстве или волноводе) [1-3]. В работах [3, 4] рассмотрены МОДАНЫ – дифракционные оптические элементы, позволяющие формировать и селективировать моды лазерного излучения. Как будет показано ниже, двумерный характер сечения реальных волноводов допускает существование пучков, амплитудно-фазовое распределение в поперечном сечении которых описывается суперпозицией нескольких мод, обладающих одинаковым значением постоянной распространения. Такие пучки ранее были названы «бездисперсионными» [1] из-за их способности распространяться с нулевой межмодовой дисперсией. В данной статье ограничимся рассмотрением Гауссовых мод, характерных для градиентных волокон с параболическим профилем.

## Основной формализм

Для градиентного волоконного световода с поперечно-неоднородным показателем преломления  $n(x)$  волновые фронты направляемых мод являются плоскими [2]. В этом случае оператор распространения  $\bar{P}$  связывает решение  $F(x, z)$  уравнения Гельмгольца

$$\nabla_{\perp}^2 F(x, z) + \frac{\partial^2 F(x, z)}{\partial z^2} + n^2(x) k^2 F(x, z) = 0 \quad (1)$$

с граничным значением комплексной амплитуды  $F|_{z=0} = F(x, 0)$ , где  $\nabla_{\perp} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  – поперечный дифференциальный оператор Гамильтона (рис. 1).

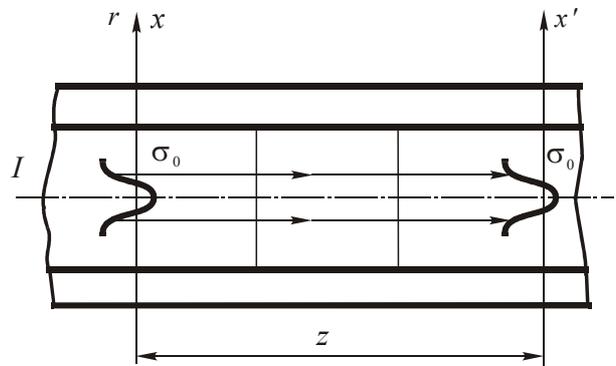


Рис. 1. Распространение мод в градиентном волокне

При учете конечного диаметра волновода появляются дополнительные граничные условия на границе сердечника. Моды градиентного волокна имеют плоский волновой фронт и удовлетворяют уравнению [3]

$$\nabla_{\perp}^2 \psi_p(x) + [k^2 n^2(x) - \beta_p^2] \psi_p(x) = 0. \quad (2)$$

Для произвольного значения  $z$  имеем

$$F(x, z) = \gamma_p \psi_p(x), \quad (3)$$

$$\gamma_p = \exp(iK_p z), \quad (4)$$

$$K_p = \beta_p + iq_p, \quad (5)$$

где  $\beta_p$  — константа распространения,  $q_p$  — коэффициент затухания моды  $\psi_p$ ,  $\mathbf{p} = (p, l)$ .

В [3] показано, что в случае параболического профиля

$$n^2(x, y) = n_1^2 \left( 1 - 2\Delta \frac{(x^2 + y^2)}{a^2} \right), \quad (6)$$

где  $a$  — радиус сердечника волокна,

$$\gamma_p(z) = \exp(i\beta_p z), \quad (7)$$

где

$$\beta_p = \left[ k^2 n_1^2 - \frac{4}{\sigma^2} (r_p + 1) \right]^{1/2}, \quad (8)$$

$k$  — волновое число,  $\sigma$  — радиус основной моды,  $r_p = r_p(p, l)$ .

Решения уравнения (2) в этом случае могут быть записаны через полиномы Эрмита [3]:

$$\psi_p(\mathbf{x}) = E_{pl} H_p \left( \frac{\sqrt{2}x}{\sigma} \right) H_l \left( \frac{\sqrt{2}y}{\sigma} \right) \exp \left( -\frac{\mathbf{x}^2}{\sigma^2} \right),$$

$$E_{pl} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{2}{\pi 2^{p+l} p! l!}}, \quad (9)$$

где  $H_p(\cdot)$  — полином Эрмита  $p$ -го порядка.

Причем [3],

$$r_p = p + l. \quad (10)$$

Отметим интересную особенность пучков, состоящих из гауссовых мод с одинаковым значением постоянной распространения  $\beta_p$ . Комплексная амплитуда в сечении таких пучков имеет следующий вид:

$$\chi_p(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{r_p} \tilde{C}_i \psi_{i(r_p-i)}(\mathbf{x}). \quad (11)$$

Распространение пучков вида (11) будет напоминать распространение отдельных мод  $\psi_p(\mathbf{x})$ . В самом деле, пучок когерентного света с поперечным сечением вида (11) будет обладать свойством самовоспроизведения амплитудно-фазовой структуры в ходе распространения в соответствующей среде. Пучки такого вида называют *инвариантными модовыми пакетами* (точнее, они являются разновидностью инвариантных модовых пакетов, о которых подробнее можно прочитать в [5]) или *многомодовыми бездисперсионными импульсами*.

Подобно отдельным гауссовым модам, пучки вида (11) не изменяют своей амплитудно-фазовой структуры при распространении в линзоподобных средах, свободном пространстве, при прохождении через Фурье-каскад, изменяя лишь фундаментальный модовый радиус.

### Исследование поперечной амплитудно-фазовой структуры бездисперсионных пучков

Для исследований фундаментальных свойств бездисперсионных многомодовых пучков был изготовлен МОДАН, предназначенный для преобразования гауссова пучка с поперечным распределением интенсивности в плоскости установки ДОЭ

$$I_0(x, y) = \exp \left[ -\frac{2(x^2 + y^2)}{\sigma_{00}^2} \right] \quad (15)$$

и постоянной фазой в сумму мод Гаусса-Эрмита с номерами (4,0) и (2,2) с единичными весами:

$$\chi_4(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^4 \tilde{C}_i \psi_{i(4-i)}(\mathbf{x}), \quad (16)$$

$$\tilde{C}_i = \begin{cases} 1, & i = 4 \\ 1, & i = 2 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}.$$

Таким образом, функция комплексного пропускания изготовленного ДОЭ может быть записана в виде:

$$T(x, y) = \frac{\chi_4(x, y)}{\sqrt{I_0(x, y)}}. \quad (17)$$

На рис. 2 и 3 представлены, соответственно, рассчитанные амплитудное распределение в сечении пучка  $|\chi_4(x, y)|$  и фазовое  $\arg(\chi_4(x, y))$ .

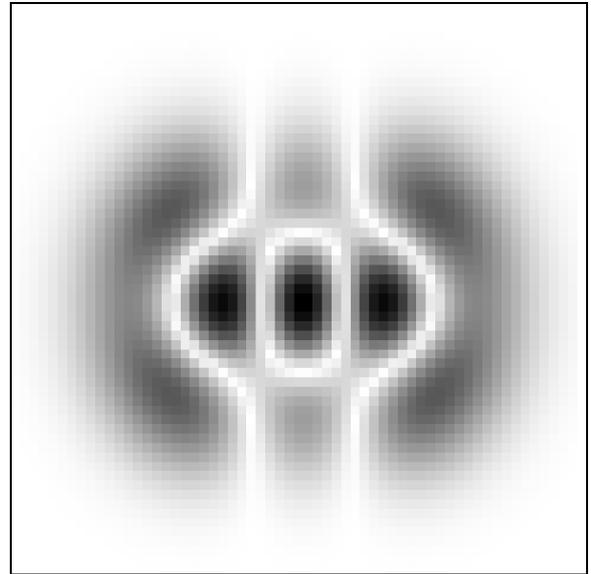


Рис. 2. Теоретическая оценка амплитудного распределения в сечении бездисперсионного пучка

Амплитудно-фазовая функция пропускания элемента кодировалась в чисто фазовую с помощью введения прямоугольно-импульсной несущей 33,3 линий/мм в фазу элемента (обобщенный метод Кирка-Джонса, [3]). Маска элемента имела 1024\*1024 пиксела, размер одного пиксела 3 мкм.

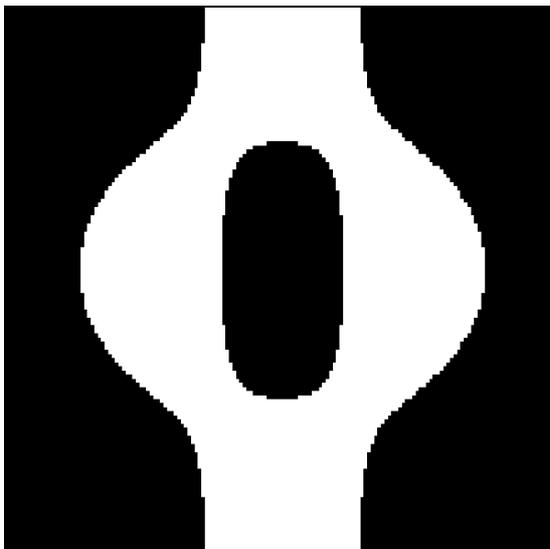


Рис. 3. Теоретическая оценка фазового распределения в сечении бездисперсионного пучка (черный цвет соответствует нулевому значению фазы, белый цвет соответствует значению фазы  $\pi$ )

Элемент рассчитывался как добавка к внешней Фурье-линзе для следующих физических параметров: длина волны освещающего пучка  $\lambda = 632,8$  нм, радиус освещающего гауссова пучка  $\sigma_{00} = 0,525$  мм, фундаментальный радиус мод в формируемом бездисперсионном пучке  $\sigma = 0,5$  мм, фокусное расстояние линзы  $f_1 = 452$  мм.

Рассчитанный элемент был изготовлен путем многоуровневой электронно-лучевой прямой записи в резисте ПММА с последующей химической обработкой. Исследование способности изготовленного элемента формировать бездисперсионный пучок проверялось с помощью серии натуральных экспериментов. Экспериментальная установка, представленная на рис. 4, использовалась для измерения интенсивности в фокусе Фурье-линзы. Типичный результат представлен на рис. 5.

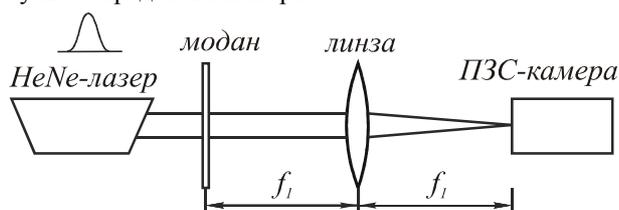


Рис. 4. Экспериментальная установка для исследования МОДАНа

Сравнительный анализ теоретических оценок с экспериментальными результатами (рис. 2 и 5) демонстрирует хорошее взаимное соответствие.

Для экспериментального подтверждения «инвариантного» характера сформированного пучка исследовалась устойчивость амплитудно-фазовой структуры к оптическому аналогу Фурье-преобразования. Комплексная амплитуда в сечении бездисперсионного пучка должна сохранять свою структуру при прохождении через Фурье-каскад.

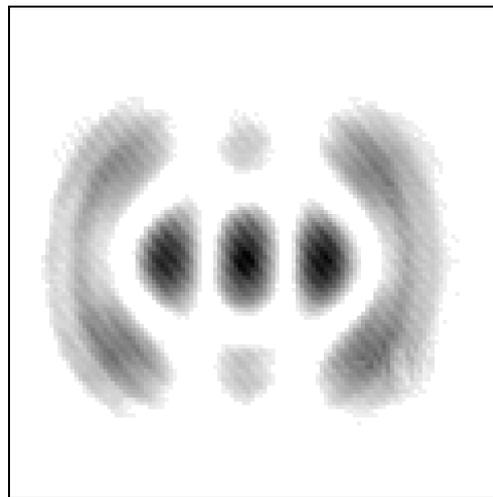


Рис. 5. Амплитуда как результат измерения интенсивности в выходной плоскости МОДАНа

Схема экспериментальной установки, использованной в данном эксперименте, представлена на рис. 6. Типичное распределение, полученное в ходе эксперимента, представлено на рис. 7.

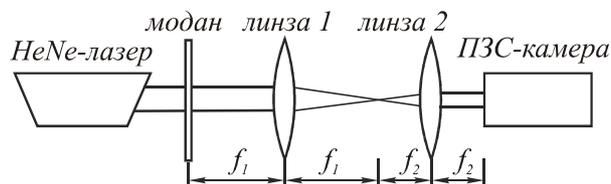


Рис. 6. Схема экспериментальной установки для исследования прохождения бездисперсионного пучка через Фурье-каскад

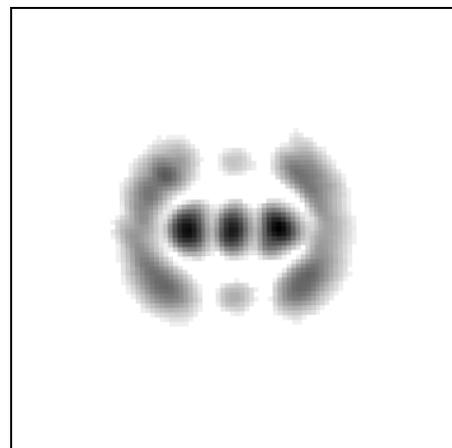


Рис. 7. Амплитудное распределение в сечении бездисперсионного пучка как результат измерения интенсивности в фокальной плоскости линзы 2

По результатам измерений интенсивности в ближней и дальней зонах восстанавливалась фаза пучка. Фаза восстанавливалась в ходе 26 итераций хорошо известного итерационного алгоритма Фьенпа [6].

После завершения 26 итерации, среднеквадратичное отклонение оценки амплитуды от амплитуды, восстановленной по результатам измерения интенсивности, было менее 16%. Восстановленные фа-

зовые распределения во входной и выходной плоскостях Фурье-каскада представлены на рис. 8.

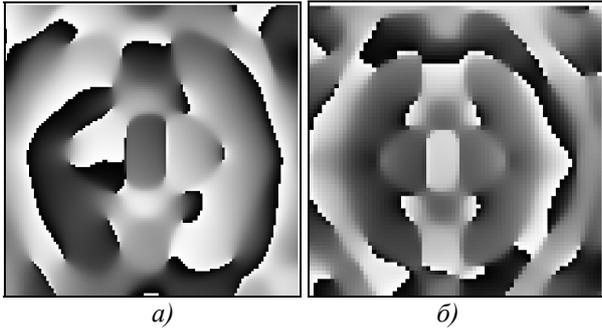


Рис. 8. Результаты восстановления фазы бездисперсионного многомодового пучка по результатам измерения интенсивности  
 а) оценка фазы пучка в ближней зоне,  
 б) оценка фазы пучка в дальней зоне

Таким образом, устойчивость сформированного двухмодового бездисперсионного пучка к прохождению через Фурье-каскад, была исследована методом оптического эксперимента и результаты находятся в хорошем соответствии с теоретическими результатами.

#### Исследование поперечной модовой структуры бездисперсионных пучков

В качестве верификации результатов исследования поперечной амплитудно-фазовой структуры в данной работе проводилось исследование поперечно-модового спектра, сформированного бездисперсионного пучка. Измерение поперечно-модовой структуры пучка было решено произвести с помощью МОДАНа – корреляционного фильтра, согласованного с модами лазерного излучения. Удобнее всего реализовать такой МОДАН в виде амплитудной бинарной голограммы, соответствующей комплексной функции

$$T(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{N_{\text{mod}}} \psi_n^*(\mathbf{x}) \exp(i2\pi \mathbf{v}_n \mathbf{x}), \quad (16)$$

где  $\mathbf{x} = (x, y)$ ,  $\mathbf{v}_n = (v_{nx}, v_{ny})$  – вектор, определяющий координаты центра дифракционного порядка, соответствующего модовой функции  $\psi_n(x)$ . В [3] показано, что корреляционные пики, амплитуда которых

пропорциональна содержанию в пучке соответствующей моды будут наблюдаться в выходной плоскости Фурье-каскада в точках с координатами  $\mathbf{x}_n = \mathbf{v}_n \lambda f$ . Соответствующий МОДАН для мод Гаусса-Эрмита низших порядков был реализован в виде бинарной амплитудной голограммы по методу Ли с числом ячеек  $512 \times 512$  по технологии электронной микролитографии. В нашем случае выбиралось  $N_{\text{mod}}=16$ . Измерялось содержание мод Гаусса-Эрмита со следующими порядковыми номерами: (0,0), (0,1), (1,0), (2,0), (0,2), (1,1), (3,0), (0,3), (1,2), (2,1), (4,0), (0,4), (1,3), (3,1), (2,2), (0,5).

Для исследования поперечно-модового состава сформированного бездисперсионного многомодового пучка была собрана схема, представленная на рис. 9.

Модан 1 – фазовый дифракционный элемент, формирующий пучок, состоящий из мод Гаусса-Эрмита с номерами (4,0) и (2,2). Модан 2 – амплитудный оптический элемент с функцией пропускания (16). Линза 1 имела фокусное расстояние  $f_1=452$  мм, линза 2 –  $f_2=300$  мм. Расстояния  $z_1, z_2, z_3, z_4$  выбирались, исходя из значений  $f_1, f_2$ .

На рис. 10 представлено корреляционное поле модана 2 при освещении модана 1 пучком лазера. На рис. 11 представлено замеренное распределение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам Гаусса-Эрмита, в выходной плоскости анализирующего элемента.

Измерение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам лазерного излучения, показало (как видно из таблицы 1), что значение интенсивности в центрах пиков, соответствующих модам (2,2) и (4,0), минимум в 9,5 раз превышает значение интенсивности, замеренное в центрах корреляционных пиков нерасчетных мод.

Именно высокое содержание таким образом заданных мод с одинаковым значением постоянной пространства и определяет «инвариантный» характер исследованного пучка, продемонстрированный в ходе исследования устойчивости амплитудно-фазовой структуры к преобразованию Фурье (рис. 2-рис. 8).

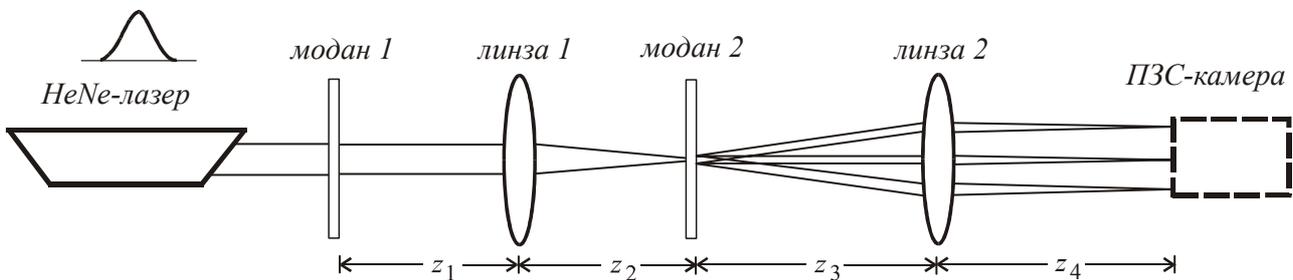


Рис.9. Оптическая схема, использованная для исследования поперечно-модового спектра бездисперсионного пучка



Рис. 10. Распределение интенсивности в корреляционной плоскости анализирующего модана

Таблица 1

|                |               |               |                |
|----------------|---------------|---------------|----------------|
| (4,0)<br>74,5% | (2,0)<br>3,7% | (0,4)<br>1,6% | (3,1)<br>2,5%  |
| (1,0)<br>5,8%  | (0,1)<br>0,4% | (0,0)<br>3,3% | (1,3)<br>0%    |
| (0,2)<br>2,5%  | (5,0)<br>3,3% | (1,1)<br>1,2% | (2,2)<br>77,8% |
| (3,0)<br>7,8%  | (2,1)<br>0%   | (1,2)<br>7%   | (0,3)<br>0%    |

Замеренное распределение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам Гаусса-Эрмита, в выходной плоскости анализирующего элемента (в круглых скобках – порядковые номера мод, рядом, замеренная интенсивность в центре корреляционного пика в процентах от максимального замеренного значения интенсивности в выходной плоскости)

### Заключение

Таким образом, результаты измерения амплитудно-фазовой структуры бездисперсионного многомодового пучка, сформированного фазовым дифракционным оптическим элементом, находятся в хорошем соответствии с результатами компьютерного моделирования и результатами измерения поперечно-модовой структуры пучка, что подтверждает перспективность формирования бездисперсионных многомодовых пучков с помощью фазовых дифракционных оптических элементов.

### Литература

1. Павельев В.С., Соифер В.А. Селекция мод лазерного излучения // Методы компьютерной оптики. Под ред. В.А. Соифера, Физматлит, М., 2000. Глава 6.
2. Ярив А. Квантовая электроника // М.: Сов. Радио, 1980.
3. V.A. Soifer, M.A. Golub Laser Beam Mode Selection by Computer Generated Holograms // CRC Press, 1994.
4. M. Duparré, V. Pavelyev, B. Luedge, B. Kley, V. Soifer, R. Kowarschik Generation, Superposition And Separation Of Gauss-Hermite-Modes By Means Of DOEs // Proceedings SPIE, 1998. V. 3291, P. 104-114,
5. Котляр В.В., Соифер В.А., Хонина С.Н. Световые пучки с периодическими свойствами // Методы компьютерной оптики. Под ред. В.А. Соифера, Физматлит, М., 2000. Глава 7
6. J.R. Fienup *Applied optics* **21** (15), 2758 (1982)

# Investigation of the transverse-mode composition of dispersionless multimode beams using correlation filters

V.S. Pavelyev<sup>1,2</sup>, S.V. Karpeev<sup>1,2</sup>, M. Duparre<sup>3</sup>, B. Lüdge<sup>3</sup>, K. Rokstul<sup>3</sup>, Z. Schröter<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of RAS

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University

<sup>3</sup>Institute of Applied Optics, Friedrich Schiller University (Jena, Germany)

<sup>4</sup>Institute for Physical High Technology (Jena, Germany)

## Abstract

The modes of laser radiation are the beams with the amplitude-phase distributions in their cross-section described by the eigenfunctions of the operator of light propagation in a guiding medium. The two-dimensional nature of the cross-section of real waveguides is consistent with the existence of beams with the amplitude-phase distribution in their cross-section described by the superposition of several modes with the same value of the propagation constant. Such beams have previously been called “dispersionless” [1] because of their ability to propagate with zero intermode dispersion, similar to individual modes. Such a beam propagates in a waveguide without the pulse broadening caused by intermode dispersion. Such beams can have interesting practical applications, for example, in the construction of highly efficient optical communication lines. We should note that the beams of this type, similar to individual modes, retain their amplitude-phase structure when propagating in a medium. The arbitrariness in the choice of the coefficients for different modes in the beam provides an additional degree of freedom when developing an iterative procedure for the design of diffractive optical elements - the formers of such beams. This article contains the results of a field study of dispersionless beams formed by diffractive optical elements, in particular, the results of measuring the transverse-mode composition of dispersionless beams using special mode correlation filters, implemented as amplitude holograms.

**Keywords:** transverse-mode, mode of laser radiation, dispersionless multimode beam, correlation filter, zero intermode dispersion, diffractive optical element, amplitude hologram.

**Citation:** Pavelyev VS, Karpeev SV, Duparre M, Lüdge B, Rokstul K, Schröter Z. Investigation of the transverse-mode composition of dispersionless multimode beams using correlation filters. *Computer Optics* 2002; 23: 10-14.

## References

- [1] Pavelyev VS, Soifer VA. Selection of laser radiation modes [In Russian]. In Book: Soifer VA, ed. *Methods of computer optics*. Ch 6. Moscow: “Fizmatlit” Publisher; 2000: 395-469.
- [2] Yariv A. *Quantum electronics*. 2<sup>nd</sup> ed. New York: John Wiley and Sons Inc; 1975.
- [3] Soifer VA, Golub MA. *Laser beam mode selection by computer generated holograms*. Boca Raton, FL: CRC Press; 1994.
- [4] Duparré MR, Pavelyev VS, Luedge B, Kley E-B, Soifer VA, Kowarschik RM. Generation, superposition, and separation of Gauss-Hermite modes by means of DOEs. *Proc SPIE* 1998; 3291: 104-114.
- [5] Kotlyar VV, Soifer VA, Khonina SN. Light beams with periodic properties [In Russian]. In Book: Soifer VA, ed. *Methods of computer optics*. Ch 7. Moscow: “Fizmatlit” Publisher; 2000: 470-541.
- [6] Fienup JR. Phase retrieval algorithms: a comparison. *Appl Opt* 1982; 21(15): 2758-2769.