ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОСЛОЙНОГО КРУГЛОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

В.В. Котляр, М.А. Личманов
Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Аннотация

Рассмотрен градиентный метод расчета многослойного диэлектрического цилиндра с круглым сечением, фокусирующего плоскую ТЕ-поляризованную электромагнитную волну в точки с заданным распределением интенсивности на некотором расстоянии от цилиндра. Решение обратной задачи синтеза основано на разработанном ранее методе решения прямой задачи расчета поля дифракции. Амплитуда светового поля разлагается в каждом однородном слое цилиндра и вне его в ряды по цилиндрическим функциям, неизвестные коэффициенты которых находятся с помощью рекуррентных соотношений из уравнений, полученных при удовлетворении граничным условиям на границах однородных слоев цилиндра.

Введение

В [1, 2] рассмотрен метод расчета поля дифракции плоских ТЕ- и ТМ-поляризованных электромагнитных волн на многослойном диэлектрическом цилиндре с круглым сечением. Метод основан на разложении амплитуды поля в каждом однородном слое цилиндра, и вне его, в ряды по цилиндрическим функциям. Неизвестные коэффициенты в этих рядах находятся с помощью рекуррентных формул из уравнений, полученных при удовлетворении граничным условиям на границах однородных слоев цилиндра. Метод был применен для расчета поля дифракции плоской волны на градиентных цилиндрических линзах Лунеберга и Итона-Липмана [2, 3], размер которых сравним с длиной волны света.

В данной работе рассматривается двумерная обратная задача дифракции в рамках электромагнитной теории: расчет многослойного диэлектрического цилиндра с круглым сечением, фокусирующего падающую плоскую волну в точки с заданным распределением интенсивности. Разработан градиентный алгоритм для поиска оптимального распределения значений показателя преломления по слоям цилиндра или поиска оптимальных радиусов однородных слоев цилиндра. При этом решение обратной задачи основано на решении прямой задачи с помощью метода [1, 2]. Ранее аналогичная задача решалась с помощью метода конечных элементов [4]. Градиентный метод синтеза применен для расчета цилиндрической линзы с 10-ю однородными слоями, фокусирующей плоскую волну в два поперечных фокуса.

Заметим, что ранее задача синтеза градиентных объектов микро-оптики с цилиндрической или сферической симметрией показателя преломления рассматривалась только в приближении геометрической (лучевой) оптики [5, 6].

1. Описание метода

На рис. 1 показано сечение многослойного диэлектрического цилиндра с круглым сечением. В каждом слое показатель преломления постоянный, а поле описывается функцией ψ .

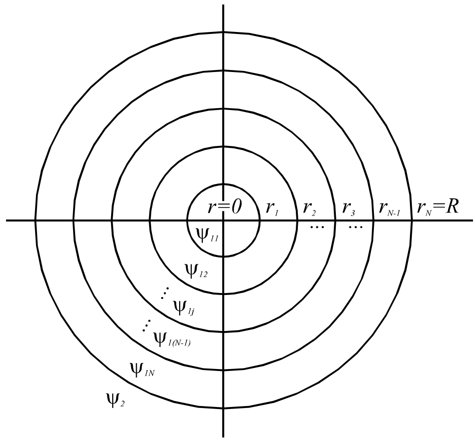


Рис. 1. Многослойный цилиндр

Оптимизация параметров цилиндра (радиусов слоев и их показателей преломления) проводится с помощью метода сопряженного градиента, аналогично [4]. Критерием оптимизации является функция ошибки между требуемой и рассчитанной интенсивностями.

Функция ошибки $\delta(\mathbf{p})$ определяется по формуле:

$$\delta(\mathbf{p}) = \delta\left(I(\mathbf{p}), I'\right), \tag{1}$$

где $\mathbf{p} = \left(p_1, \ldots, p_M\right) = \left(\sqrt{\varepsilon_1}, \ldots, \sqrt{\varepsilon_N}; r_1, \ldots, r_N\right)$ – набор изменяемых параметров (M – общее число параметров); $I(\mathbf{p})$ – вектор рассчитанных значений интенсивности; I' – вектор требуемых значений интенсивности. Пусть общее количество точек, в которых рассчитывается интенсивность – X.

Набор параметров на $k+1$-ом шаге итерации:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - t\nabla\delta(\mathbf{p}), \tag{2}$$

где t – шаг градиентного алгоритма;

$$\nabla\delta(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial p_M}\right) =$$

$$= \left(\frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial\sqrt{\varepsilon_1}}, \ldots, \frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial\sqrt{\varepsilon_N}}, \frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial r_1}, \ldots, \frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial r_N}\right) -$$

градиент функции ошибки по набору параметров.

Производная функции ошибки $\delta(\mathbf{p})$ по i-му параметру с учетом (1) принимает вид:

$$\frac{\partial\delta(\mathbf{p})}{\partial p_i}=\sum_{j=1}^{X}\frac{\partial\delta(I(\mathbf{p}),I')}{\partial I_j(\mathbf{p})}\frac{\partial I_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial I_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}=\psi_j\frac{\partial\psi_j^*(\mathbf{p})}{\partial p_i}+\psi_j^*\frac{\partial\psi_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}= 2\operatorname{Re}\left(\psi_j^*\frac{\partial\psi_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}\right). \tag{4}$$

Здесь $I_j(\mathbf{p})$ и $\psi_j(\mathbf{p})$ – интенсивность и амплитуда поля в j-ой точке из набора X, соответственно.

Амплитуда поля внутри и снаружи цилиндра представляется в виде:

$$\psi=\begin{cases}\psi_{11}=\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}C_{1m}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right)\cos m\varphi,\\ 0\le r\le r_1;\\ \psi_{1j}=\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\left[C_{(2j-2)m}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+\right.\\ \left.+C_{(2j-1)m}Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)\right]\cos m\varphi,\\ r_{j-1}<r\le r_j,\quad j=\overline{2,N}\\ \psi_2=\psi_0+\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}C_{2Nm}H_m^{(2)}(kr)\cos m\varphi,\\ \quad r>r_N\ (r_N=R).\end{cases} \tag{5}$$

где j – номер слоя цилиндра; $\psi_0=\exp(-ikx)$ – амплитуда падающей плоской монохроматической волны с единичной интенсивностью.

Производная поля по параметру $\sqrt{\varepsilon_i}$, где $i=\overline{1,N}$, с учетом (5) принимает вид:

$$\frac{\partial\psi}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}=\begin{cases}\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial C_{1m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_1}}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right)+C_{1m}krJ'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right)\right]\cos m\varphi,\quad i=1,\quad 0\le r\le r_1;\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{\partial C_{1m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right)\cos m\varphi,\quad i=\overline{2,N},\quad 0\le r\le r_1;\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial C_{(2j-2)m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_j}}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+C_{(2j-2)m}krJ'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+\frac{\partial C_{(2j-1)m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_j}}Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+C_{(2j-1)m}krY'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)\right]\cos m\varphi,\\ i=j,\quad r_{j-1}<r\le r_j,\quad j=\overline{2,N};\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial C_{(2j-2)m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+\frac{\partial C_{(2j-1)m}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)\right]\cos m\varphi,\quad i\ne j,\quad r_{j-1}<r\le r_j,\quad j=\overline{2,N};\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{\partial C_{2Nm}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}H_m^{(2)}(kr)\cos m\varphi,\quad r>r_N,\quad r_N=R.\end{cases} \tag{6}$$

Производная поля по параметру r_i, где $i=\overline{1,N}$, с учетом (5) принимает вид:

$$\frac{\partial\psi}{\partial r_i}=\begin{cases}\sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{\partial C_{1m}}{\partial r_i}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right)\cos m\varphi,\\ 0\le r\le r_1;\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial C_{(2j-2)m}}{\partial r_i}J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)+\right.\\ \left.+\frac{\partial C_{(2j-1)m}}{\partial r_i}Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r\right)\right]\cos m\varphi,\\ r_{j-1}<r\le r_j,\quad j=\overline{2,N};\\ \sum\limits_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{\partial C_{2Nm}}{\partial r_i}H_m^{(2)}(kr)\cos m\varphi,\\ r>r_N,\quad r_N=R.\end{cases} \tag{7}$$

Для нахождения вектора неизвестных коэффициентов $\mathbf{C}_m$ используются граничные условия сопряжения полей и их производных на радиусах скачков r_j показателя преломления. В случаях ТЕ- и ТМ-поляризации применение граничных условий к системе (5) дает систему из *2N* линейных алгебраических уравнений относительно вектора неизвестных коэффициентов $\mathbf{C}_m$:

$$\mathbf{A}_m\mathbf{C}_m=\mathbf{B}_m \tag{8}$$

Для случая ТЕ-поляризации:

$$\mathbf{A}_m = \begin{pmatrix}
J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right) & -J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right) & -Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right) & & & & \\
J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right)\sqrt{\varepsilon_1} & -J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right)\sqrt{\varepsilon_2} & -Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right)\sqrt{\varepsilon_2} & & & & \\
& J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_2\right) & Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_2\right) & -J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_3}r_2\right) & -Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_3}r_2\right) & & \\
& J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_2\right)\sqrt{\varepsilon_2} & Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_2\right)\sqrt{\varepsilon_2} & -J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_3}r_2\right)\sqrt{\varepsilon_3} & -Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_3}r_2\right)\sqrt{\varepsilon_3} & & \\
& \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
& J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r_j\right) & Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r_j\right) & -J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{j+1}}r_j\right) & -Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{j+1}}r_j\right) & & \\
& J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r_j\right)\sqrt{\varepsilon_j} & Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_j}r_j\right)\sqrt{\varepsilon_j} & -J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{j+1}}r_j\right)\sqrt{\varepsilon_{j+1}} & -Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{j+1}}r_j\right)\sqrt{\varepsilon_{j+1}} & & \\
& \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
& J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{N-1}}r_{N-1}\right) & Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{N-1}}r_{N-1}\right) & -J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_{N-1}\right) & Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_{N-1}\right) & & \\
& J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{N-1}}r_{N-1}\right)\sqrt{\varepsilon_{N-1}} & Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{N-1}}r_{N-1}\right)\sqrt{\varepsilon_{N-1}} & -J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_{N-1}\right)\sqrt{\varepsilon_N} & -Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_{N-1}\right)\sqrt{\varepsilon_N} & & \\
& & & J_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right) & Y_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right) & -H_m^{(2)}\left(kr_N\right) & \\
& & & J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right)\sqrt{\varepsilon_N} & Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right)\sqrt{\varepsilon_N} & -H'^{(2)}_m\left(kr_N\right) &
\end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (-i)^m J_m\left(kr_N\right) \\ (-i)^m J'_m\left(kr_N\right) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Получим производные от элементов вектора $\mathbf{C}_m$ по параметру p_i, используемые в (6) и (7). Из (8) следует:

$$\frac{\partial}{\partial p_i}\left(\mathbf{A}_m \mathbf{C}_m\right) = \frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial p_i}.$$

Далее:

$$\frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial p_i}\mathbf{C}_m + \mathbf{A}_m \frac{\partial \mathbf{C}_m}{\partial p_i} = \frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial p_i};$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}_m}{\partial p_i} = \mathbf{A}_m^{-1}\left(\frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial p_i} - \frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial p_i}\mathbf{C}_m\right). \tag{11}$$

Используя (11), с учетом (10) получаем:

$$\frac{\partial \mathbf{C}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = -\mathbf{A}_m^{-1}\frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}\mathbf{C}_m. \tag{12}$$

Рассмотрим далее случай ТЕ-поляризации. Матрица $\mathbf{A}_m$ имеет вид (9).

Проанализируем матрицу $\dfrac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}$. Пусть $\dfrac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = \widetilde{\mathbf{A}}_m$, где $i = \overline{1,N}$. Имеют место следующие варианты:

1. $i = 1$. Отличны от нуля элементы:

$$\begin{gathered}
\widetilde{a}_{11} = \frac{\partial a_{11}}{\partial\sqrt{\varepsilon_1}} = kr_1 J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r\right); \\
\widetilde{a}_{21} = \frac{\partial a_{21}}{\partial\sqrt{\varepsilon_1}} = J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right) + \\
+ k\sqrt{\varepsilon_1}r_1 J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right)
\end{gathered} \tag{13}$$

2. $i = \overline{2,N}$. Отличны от нуля элементы:

$$\begin{gathered}
\widetilde{a}_{2i-3,2i-2} = \frac{\partial a_{2i-3,2i-2}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = -kr_{i-1}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right); \\
\widetilde{a}_{2i-3,2i-1} = \frac{\partial a_{2i-3,2i-1}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = -kr_{i-1}Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right); \\
\widetilde{a}_{2i-2,2i-2} = \frac{\partial a_{2i-2,2i-2}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = -J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right) - \\
- k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right); \\
\widetilde{a}_{2i-2,2i-1} = \frac{\partial a_{2i-2,2i-1}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = -Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right) - \\
- k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_{i-1}\right); \\
\widetilde{a}_{2i-1,2i-2} = \frac{\partial a_{2i-1,2i-2}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = kr_i J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right); \\
\widetilde{a}_{2i-1,2i-1} = \frac{\partial a_{2i-1,2i-1}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = kr_i Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right); \\
\widetilde{a}_{2i,2i-2} = \frac{\partial a_{2i,2i-2}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right) + \\
+ k\sqrt{\varepsilon_i}r_i J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right); \\
\widetilde{a}_{2i,2i-1} = \frac{\partial a_{2i,2i-1}}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}} = Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right) + \\
+ k\sqrt{\varepsilon_i}r_i Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right).
\end{gathered} \tag{14}$$

Элементы матрицы $\widetilde{\mathbf{A}}_m$, записанные в (13) и (14), полностью определяют ее при любых *i*. Подставив полученную матрицу $\dfrac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}$ в уравнение (12), находим искомую производную $\dfrac{\partial \mathbf{C}_m}{\partial\sqrt{\varepsilon_i}}$, которая в свою очередь используется в системе (6).

Используя (11), с учетом (10) получаем:

$$\frac{\partial \mathbf{C}_m}{\partial r_i} = \begin{cases} -\mathbf{A}_m^{-1}\mathbf{C}_m \dfrac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial r_i}, & i = \overline{1, N-1}; \\ \mathbf{A}_m^{-1}\left(\dfrac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial r_N} - \mathbf{C}_m \dfrac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial r_N}\right), & i = N. \end{cases} \tag{15}$$

Проанализируем матрицу $\frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial r_i}$. Пусть $\frac{\partial \mathbf{A}_m}{\partial r_i} = \widetilde{\mathbf{A}}_m$, где $i = \overline{1, N}$.

1. $i = 1$. Отличны от нуля элементы:

$$\widetilde{a}_{1,1} = \frac{\partial a_{1,1}}{\partial r_i} = k\sqrt{\varepsilon_1}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right);$$

$$\widetilde{a}_{2,1} = \frac{\partial a_{2,1}}{\partial r_i} = k\varepsilon_1 J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_1}r_1\right);$$

$$\widetilde{a}_{1,2} = \frac{\partial a_{1,2}}{\partial r_i} = -k\sqrt{\varepsilon_2}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right);$$

$$\widetilde{a}_{2,2} = \frac{\partial a_{2,2}}{\partial r_i} = -k\varepsilon_2 J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right); \tag{16}$$

$$\widetilde{a}_{1,3} = \frac{\partial a_{1,3}}{\partial r_i} = -k\sqrt{\varepsilon_2}Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right);$$

$$\widetilde{a}_{2,3} = \frac{\partial a_{2,3}}{\partial r_i} = -k\varepsilon_2 Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_2}r_1\right).$$

2. $i = \overline{2, N-1}$. Отличны от нуля элементы:

$$\widetilde{a}_{2i-1,2i-2} = \frac{\partial a_{2i-1,2i-2}}{\partial r_i} = k\sqrt{\varepsilon_i}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i,2i-2} = \frac{\partial a_{2i,2i-2}}{\partial r_i} = k\varepsilon_i J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i-1,2i-1} = \frac{\partial a_{2i-1,2i-1}}{\partial r_i} = k\sqrt{\varepsilon_i}Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i,2i-1} = \frac{\partial a_{2i,2i-1}}{\partial r_i} = k\varepsilon_i Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_i}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i-1,2i} = \frac{\partial a_{2i-1,2i}}{\partial r_i} = -k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i,2i} = \frac{\partial a_{2i,2i}}{\partial r_i} = -k\varepsilon_{i+1}J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}r_i\right); \tag{17}$$

$$\widetilde{a}_{2i-1,2i+1} = \frac{\partial a_{2i-1,2i+1}}{\partial r_i} = -k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}r_i\right);$$

$$\widetilde{a}_{2i,2i+1} = \frac{\partial a_{2i,2i+1}}{\partial r_i} = -k\varepsilon_{i+1}Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_{i+1}}r_i\right).$$

3. $i = N$.

$$\widetilde{a}_{2N-1,2N-2} = \frac{\partial a_{2N-1,2N-2}}{\partial r_i} = k\sqrt{\varepsilon_N}J'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right);$$

$$\widetilde{a}_{2N,2N-2} = \frac{\partial a_{2N,2N-2}}{\partial r_i} = k\varepsilon_N J''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right);$$

$$\widetilde{a}_{2N-1,2N-1} = \frac{\partial a_{2N-1,2N-1}}{\partial r_i} = k\sqrt{\varepsilon_N}Y'_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right);$$

$$\widetilde{a}_{2N,2N-1} = \frac{\partial a_{2N,2N-1}}{\partial r_i} = k\varepsilon_N Y''_m\left(k\sqrt{\varepsilon_N}r_N\right); \tag{18}$$

$$\widetilde{a}_{2N-1,2N} = \frac{\partial a_{2N-1,2N}}{\partial r_i} = -kH'^{(2)}_m\left(kr_N\right);$$

$$\widetilde{a}_{2N,2N} = \frac{\partial a_{2N,2N}}{\partial r_i} = -kH''^{(2)}_m\left(kr_N\right).$$

Вектор $\frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial r_N}$ из (15) имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{B}_m}{\partial r_N} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (-i)^m kJ'_m(kr_N) \\ (-i)^m kJ''_m(kr_N) \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Функцию ошибки $\delta(\mathbf{p})$ выберем в виде:

$$\delta(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{X}\left(I_j(\mathbf{p}) - I'_j\right)^2. \tag{20}$$

Из уравнений (3), (4) с учетом (20) получаем:

$$\frac{\partial \delta(\mathbf{p})}{\partial p_i} = 4\sum_{j=1}^{X}\left(I_j(\mathbf{p}) - I'_j\right)\mathrm{Re}\left(\psi_j^* \frac{\partial \psi_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}\right). \tag{21}$$

Производная в j-ой точке набора X $\frac{\partial \psi_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}$ определяется уравнениями (6), (7).

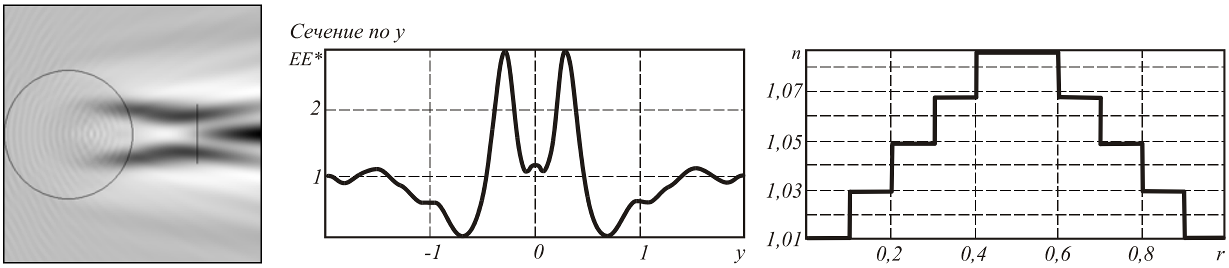
2. Численные результаты

Для оценки работоспособности метода была исследована задача синтеза кругового цилиндра, фокусирующего в две точки на расстоянии 2 мкм от центра цилиндра. Были выбраны следующие параметры: $\lambda = 0{,}2$ мкм – длина падающей плоской электромагнитной ТЕ-поляризованной волны; N=10 – число слоев цилиндра (все слои равной толщины); R=1 мкм – внешний радиус цилиндра.

В качестве начального распределения показателя преломления в слоях цилиндра выбирались значения, следующие из аналитического решения, полученного в рамках геометрической оптики в [5, 6]. Картина дифракции на исходном цилиндре и зависимость показателя преломления от радиуса цилиндра показаны на рис. 2:

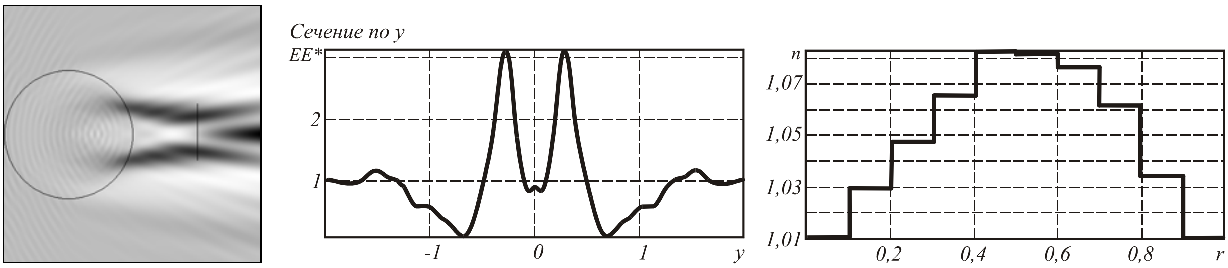
Далее с помощью разработанного градиентного алгоритма происходила коррекция значений показателя преломления в однородных слоях цилиндра с целью повышения интенсивности в фокальных точках (рис. 2а).

В результате, за 16 итераций метода удалось повысить значения интенсивности только на 10% (см. рис. 3).



а *б* *в*

Рис. 2. а) 2D распределение интенсивности на области 4x4мкм (400x400 отсчетов);
б) сечение по оси Y на расстоянии 2 мкм от центра цилиндра (в фокальной плоскости);
в) зависимость показателя преломления от радиуса цилиндра



а *б* *в*

Рис. 3. а) 2D распределение интенсивности на области 4x4мкм (400x400 отсчетов);
б) сечение по оси Y на расстоянии 2 мкм от центра цилиндра(в фокальной плоскости);
в) зависимость показателя преломления от радиуса цилиндра

Заключение

В работе рассмотрен градиентный метод расчета многослойного диэлектрического цилиндра с круглым сечением, фокусирующего плоскую электромагнитную волну в точки с заданным распределением интенсивности.

Метод применен для расчета 10-и слойного цилиндра, формирующего две фокальные точки, и радиус цилиндра сравним с длиной волны света. Незначительное увеличение интенсивности фокальных точек (на 10% по сравнению с начальным) связано с малым числом степеней свободы (всего 10 слоев).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № НШ-1007.2003.1 и российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» («BRHE»).

Литература

1. Котляр В.В., Личманов М.А. Дифракция плоской электромагнитной волны на градиентном оптическом элементе с поперечной цилиндрической симметрией // Физика волновых процессов и радиотехнических систем, 2002. Т.5. № 4. С. 37-43.
2. Koltyar V.V., Lichmanov M.A. Diffraction of a plane electromagnetic wave by a gradient-index dielectric micro-cylinder // In Book “Perspectives in Engineering Optics”, Ed. by K.Singh, V.K.Rastogi, Publ.Anita Publications, Delhi, 2003. P. 38-46.
3. Luneburg R.K. Mathematical Theory of Optics, Brown U.Press, Providence, R.I., 1944.
4. Nesterenko D.V., Kotlyar V.V. Design of subwavelength binary microoptics using a gradient optimization method// Proceedings of SPIE, 2001. V.4436. P.171-178,
5. Flores J.R. Spherically symmetric GRIN amplitude formers // J. Mod. Opt., 2001. V.48. N.7. P. 1225-1238.
6. Котляр В.В., Мелехин А.С. Преобразование Абеля для расчета градиентных оптических элементов со сферически-симметричным распределением показателя преломления // Компьютерная оптика, 2002. Вып.24. С. 48-52,