

# ДИФРАКЦИОННЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ НА ОСНОВЕ ЗОННЫХ ПЛАСТИНОК ЧАСТЬ 1

Микерин С. Л., Пальчикова И. Г., Шевцова Т. В., Угожаев В. Д.  
Институт автоматики и электрометрии СО РАН (Новосибирск)

## Аннотация

Разработаны четыре схемы дифракционных двухлучевых интерферометров френелевского типа с совмещенными ветвями на основе зонных пластинок, обладающие дополнительными функциями визуализации оптических неоднородностей. Предложены узел фильтрации нерабочих дифракционных порядков и схемные решения, которые позволяют эффективно воздействовать на характеристики интерференционного поля. Проведено описание и сравнение характеристик интерферометров, определены методические и инструментальные погрешности всех схем. Предложены методы обработки интерферограмм для каждой из схем. Показано, что предложенные интерферометры позволяют визуализировать оптические неоднородности прозрачных образцов и измерять их с чувствительностью на уровне  $\sim 0,05$  от длины световой волны, и могут с успехом применяться для исследования и контроля качества лазерных кристаллов и других оптических материалов.

## Введение

Потребность в точных измерениях быстро возрастает в настоящее время. Многие из них осуществляются интерференционными методами. Интерференционные методы позволяют с высокой точностью определять величину и расположение неоднородностей оптической толщины в прозрачных средах, таких как кристаллы, используемые в качестве активной среды в твердотельных лазерах, пламени, газодинамические струи. На практике для этих целей обычно применяются интерферометры, построенные по классическим схемам Маха-Цендера, Рэлея или их модификации [1], однако они содержат большое количество оптических элементов, обладают повышенной чувствительностью к различным внешним воздействиям и требуют высокой точности юстировки. Постоянно существует необходимость в интерферометрах, которые были бы просты в изготовлении и одновременно устойчивы к внешним возмущениям, таким как вибрации, изменение температуры окружающей среды и др. Такие свойства присущи дифракционным интерферометрам с совмещенными ветвями и общим ходом интерферирующих пучков [2,3,4], которые применяются для контроля формы параболических и сферических зеркал [5]. В этих интерферометрах роль синтетического пробного стекла выполняет специальная зонная пластинка (ЗП), что исключает применение высококачественных и дорогих объективов и разделительных пластин большого диаметра. В связи с чем представляет интерес разработка дифракционных интерферометров для контроля оптических неоднородностей прозрачных сред [6].

В настоящей работе изучается схема дифракционного интерферометра френелевского типа на основе одной ЗП и три схемы дифракционных интерферометров на основе двух ЗП, позволяющие визуализировать и измерять неоднородности оптической толщины объекта. В работе предлагаются схемы дифракционных интерферометров с инвертированными волновыми фронтами и совмещенными ветвями, позволяющие эффективно воздействовать на

характеристики интерференционного поля. Проводится сравнение характеристик интерферометров.

## Интерференционные свойства зонных пластинок

Амплитудная зонная пластинка Френеля является основным оптическим элементом предлагаемых дифракционных интерферометров, в которых используется фундаментальное свойство ЗП образовывать в пространстве изображений не локализованные интерференционные полосы при освещении ЗП точечным источником [4,7]. Эти полосы несут информацию о параметрах ЗП, её качестве и микроструктуре источника излучения. В интерферометрах могут быть использованы как круговые, так и линейные ЗП. В настоящей работе применяются линейные ЗП.

Принципиальная схема для наблюдения интерференционных полос после ЗП при освещении её удаленным точечным источником приведена на рис. 1, там же указаны принятые обозначения. Экран Э расположен на расстоянии  $l$  от зонной пластинки ЗП. В плоскостях ЗП и Э введены декартовы системы координат с началом в точках  $O$  и  $O'$ . Ось  $Z$  направлена вдоль оптической оси системы перпендикулярно плоскости ЗП, оси  $X$  и  $X'$  параллельно зонам ЗП. Далее  $y$ -координаты будем обозначать  $\rho$ ,  $y'$ -координаты –  $r$ .

Границы зон ЗП определяются формулой  $\rho_n = \rho_0 \sqrt{n}$ , где  $n$  – номер зоны,  $\rho_0$  – координата границы первой зоны. Функция пропускания ЗП представима в виде ряда [7]:

$$T(\rho) = \sum_{\substack{p_0=-\infty, \\ p_0-\text{целое}}}^{\infty} \frac{1}{\pi p_0} \sin\left(\frac{p_0 \pi}{2}\right) \exp\left[\frac{i\pi p_0 \rho^2}{\rho_0^2}\right]. \quad (1)$$

Плоская монохроматическая волна после прохождения ЗП разделяется по амплитуде на плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси  $z$  ( $p_0=0$ ), и ряд сходящихся и расходящихся цилиндрических волн, каждая из которых соответствует нечетному

порядку дифракции ( $p_0 = \pm 1; \pm 3; \pm 5 \dots$ ). Фокусное расстояние для  $p$ -го нечётного порядка  $f_p = \frac{p_0^2}{\lambda p} = \frac{f}{p}$ ,  $\lambda$  – длина световой волны. На рис. 1 точками  $S_m$  и  $S_p$  обозначены центры схождения цилиндрических волн  $m$ -го и  $p$ -го порядков дифракции. Распределение интенсивности  $I(r)$  в любой зоне дифракции на плоскости Э определяется как результат интерференции дифрагированных волн с комплексными амплитудами  $E_p(r)$ :

$$I(r) = |E_0(r) + E_{+1}(r) + E_{-1}(r) + \dots|^2 = I_0(r) + I_{+1}(r) + I_{-1}(r) + \dots + 2\sqrt{I_0(r)I_{+1}(r)} \cos \delta_{0,+1} + 2\sqrt{I_0(r)I_{-1}(r)} \cos \delta_{0,-1} + 2\sqrt{I_{+1}(r)I_{-1}(r)} \cos \delta_{+1,-1} + \dots, \quad (2)$$

где  $\delta_{m;p}$  – разница фаз волн  $m$ -го и  $p$ -го порядков, зависящая от координат.

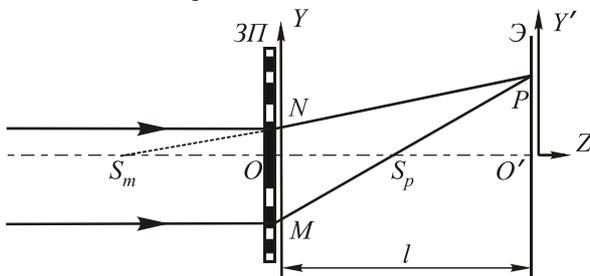


Рис. 1 Принципиальная схема наблюдения интерференционных полос

Вид интерференционной картины обуславливается геометрией распространения волн. На рис. 2 изображена расчётная картина интерференции, наблюдаемой на расстоянии  $l=1,4f$ . Интерференционные полосы параллельны зонам ЗП. В области 1 наблюдается многолучевая интерференция  $+1, 0$  и  $-1$  порядков. В области 2 превалирует двулучевая интерференция  $0$  и  $-1$  порядков, остальные порядки понижают контрастность картины (т.к. возрастает  $I_{\min}$ ) и модулируют яркость. В области 3 проявляются интерференционные полосы  $-1$  порядка с прочими порядками малой интенсивности.

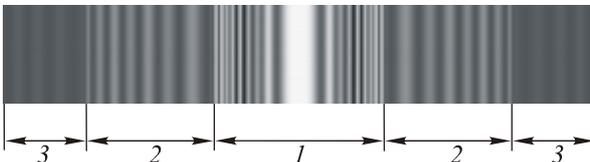


Рис. 2 Расчётная интерференционная картина на расстоянии  $l=1,4f$  от ЗП

Из (2) следует, что световое поле после ЗП можно рассматривать как наложение интерференционных полос, получающихся от разных пар пучков (дифракционных порядков) [4]. Координаты экстремумов полос, получающихся в результате интерференции  $m$ -ого и  $p$ -ого порядков, нетрудно определить стандартным способом. Для этого достаточно рассмотреть интерференцию двух цилиндрических

волн с центрами в точках  $S_m$  и  $S_p$  (см. рис. 1). Условимся нумеровать максимумы и минимумы интенсивности, т.е. светлые и тёмные полосы.  $Y'$ -координата экстремума  $N$ -й полосы определяется разностью хода пары интерферирующих лучей в точке наблюдения  $P$  (см. рис. 1). Вычисления можно упростить, поскольку точки  $S_p$  и  $S_m$  оптически сопряжены с удалённым источником, и в силу условия таутохронизма фазы интерферирующих волн можно отсчитывать от фокусов соответствующих дифракционных порядков. Условие возникновения экстремума запишется в виде

$$\varphi_m - \varphi_p = \pi N, \quad N=0,1,2 \dots \quad (3)$$

где  $\varphi_m, \varphi_p$  – фазы волн  $m$ -го и  $p$ -го порядков в точке  $N$ -го экстремума.

Записывая  $\varphi_m$  в явном виде, получаем формулу для нахождения координат полос:

$$r_N = \tilde{r}_0 \sqrt{N + \varepsilon}, \quad (4)$$

$$\text{где } \tilde{r}_0 = \sqrt{\lambda \frac{|(ml-f)(pl-f)|}{f|p-m|}}, \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{\varphi_m - \varphi_p}{\pi} \text{ в точке } r=0.$$

Отсюда несложно вычислить ширину полосы  $dr_N$ :

$$dr_N \approx \frac{\tilde{r}_0^2}{2r_N}, \quad N \gg 1. \quad (6)$$

Контрастность  $K(m;p)$  интерференционной картины зависит от дифракционной эффективности интерферирующих порядков и расположения экрана и определяется из соотношения

$$K(m;p) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{\mu(m;p)}}{\mu(m;p) + 1}, \quad (7)$$

$$\text{где } \mu(m;p) = \frac{I_m}{I_p} = \frac{|pl/f - 1|\eta_m}{|ml/f - 1|\eta_p}, \quad (8)$$

а дифракционная эффективность

$$\eta_p = \begin{cases} 1/\pi^2 p^2, & p \text{ — целое, } p \neq 0 \\ 1/4, & p = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости контрастности двухлучевых полос при интерференции пар  $(0;+1)$ ,  $(0;-1)$  и  $(-1;+1)$  дифракционных порядков от местоположения экрана  $l$ .

Яркость и контрастность интерференционной картины в большой степени определяются типом источника света. С источником белого света удаётся наблюдать интерференцию лишь существенно ограничивая угловой размер источника [4,8]. Применяя газовые лазеры (например, *He-Ne*), контрастные интерференционные полосы можно наблюдать на расстояниях в несколько десятков метров. Квазимонохроматические

источники излучения, такие как коммерческие полупроводниковые лазеры, вполне пригодны для применения в дифракционных интерферометрах.

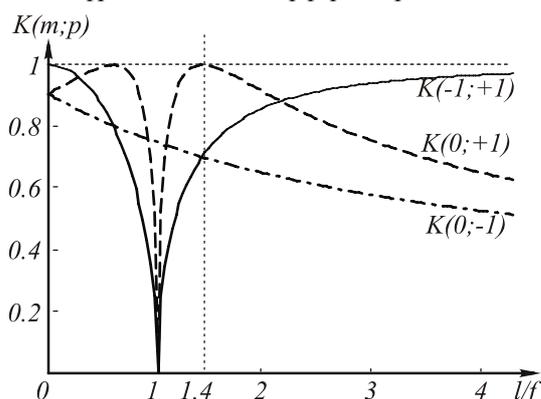


Рис. 3. График зависимости контрастности двухлучевых интерференционных полос от расстояния между экраном и ЗП для основных порядков

Описанные свойства ЗП позволяют использовать их для построения дифракционных интерферометров. В настоящей работе предлагаются схемные решения для двухлучевых дифракционных интерферометров на основе зонных пластинок.

#### Интерферометр на основе одной ЗП

**Анализ оптической схемы.** Наиболее простой дифракционный интерферометр (Z-интерферометр) включает в себя источник излучения, коллиматор, одну зонную пластинку, регистрирующее устройство, которое может быть непосредственно связано с ПЭВМ. Для обеспечения возможности произвольно варьировать направление поляризации излучения между источником излучения и коллиматором можно вставить четвертьволновую пластину и поляризатор. Принцип действия Z-интерферометра поясняется рис. 4, где показан ход интерферирующих лучей через ЗП.

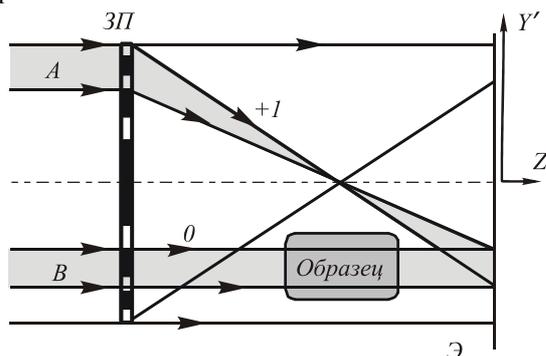


Рис. 4. Ход интерферирующих лучей через ЗП в Z-интерферометре

Пластика делит освещающий коллимированный лазерный пучок по амплитуде на пучки, из которых используются следующие: +1-ого порядка – в качестве опорного (А) и 0-ого – в качестве измерительного (В). Нелокализованные интерференционные полосы регистрируются в любой плоскости Э за ЗП. При помещении испытуемого образца в интерферометр измерительный пучок претерпевает до-

полнительный набег фазы, полосы сдвигаются, и по их сдвигу можно определить неоднородности оптической толщины образца.

В схеме Z-интерферометра порядки дифракции, отличные от +1 и 0, порождают паразитные полосы многолучевой интерференции. При соответствующем выборе местоположения плоскости регистрации можно добиться минимального влияния паразитных порядков и свести интерференцию к двухлучевой. Влияние паразитных порядков может быть малым по трём причинам: паразитные порядки имеют малую интенсивность, или полосы имеют низкий контраст, или ширины паразитных полос сильно отличаются от рабочих и поэтому их влияние проявляется в модуляции яркости рабочих полос с частотой паразитных. Наибольшую помеху представляют полосы, порождённые комбинациями порядков (0;-1) и (-1;+1), – у них максимальная контрастность и яркость. Однако ширины полос (0;-1) и (0;+1) значительно отличаются, и поэтому полосы этих порядков легко различить, в то время как полосы (-1;+1) близки по ширине к полосам (0;+1).

Ширина  $dr_N$  рабочих полос в плоскости регистрации Э (рис.4) согласно (6) зависит от фокусного расстояния ЗП  $f$ , расстояния  $l$  от ЗП до плоскости Э и длины световой волны  $\lambda$ . Максимальная контрастность рабочих интерференционных полос от комбинации порядков (0;+1) наблюдается на расстоянии  $l=1,4f$  (см. рис. 3), где для ЗП с фокусным расстоянием  $f=300$  мм и размером  $20 \times 20$  мм величина  $dr_N=275$  мкм в центре картины и  $dr_N=9$  мкм на краю картины. Последняя величина и определяет необходимую разрешающую способность регистрирующего устройства. При увеличении расстояния  $l$  ширина полос  $dr_N$  увеличивается, однако, во-первых, падает контрастность картины, во-вторых, увеличивается влияние паразитных порядков, в-третьих, начинают сказываться эффекты дифракции на апертуре образца.

В настоящей работе в качестве регистрирующего устройства использовался цифровой фотоаппарат CASIO QV-3500EX с разрешением  $2048 \times 1536$  пикселей. При максимальном увеличении он позволяет регистрировать изображение размером  $40 \times 30$  мм, при этом на 1 пиксель приходится  $\sim 20$  мкм.

Мелкие полосы на краю картины можно разрешить с помощью микроскопа или камеры с более высоким разрешением.

**Обработка интерферограмм Z-интерферометра.** В отсутствие образца координаты двухлучевых полос определяются формулой (4). При наличии образца в интерферометре пучок нулевого порядка претерпевает дополнительный набег фазы  $\delta = kL(n-1)$ , где  $k$  – волновое число,  $L$  – толщина образца,  $n=n_0+dn$  – показатель преломления образца,  $dn$  – неоднородности показателя преломления. Аналогично (4) координаты  $r'_N$  смещённых полос описываются выражением

$$r'_N = \tilde{r}_0 \sqrt{N + \varepsilon + \frac{\delta}{\pi}}. \quad (10)$$

Величины  $r_N$  и  $r'_N$  находятся по интерферограммам путём прямых измерений, и с помощью (10) рассчитывается  $\delta$ :

$$\delta = \pi \frac{r_N'^2 - r_N^2}{\tilde{r}_0^2}. \quad (11)$$

Этот метод позволяет судить лишь о неоднородностях величины  $(n-1)L$ , если нет достоверной информации о степени равнотолщинности образца. Если же образец специально подготовлен, например, грани образца строго параллельны друг другу и величина  $L$  известна из других измерений, то из (11) можно вычислить неоднородности показателя преломления  $dn$ .

Приведём алгоритм расчёта величины  $dn$  по интерферограммам. На рис. 5 показаны принятые обозначения, выбранная система координат и нумерация экстремумов.

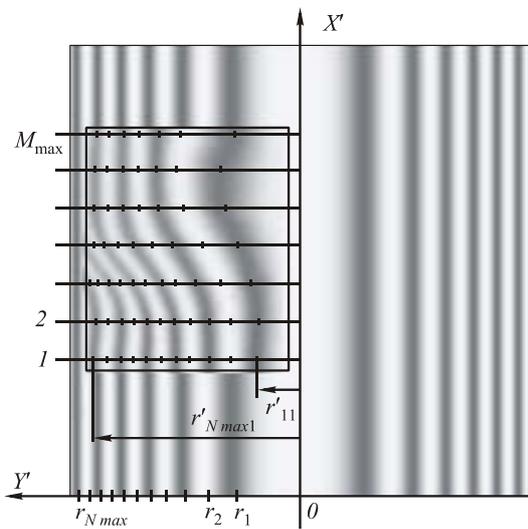


Рис. 5. К алгоритму расчёта  $\delta$ . Граница исследуемого образца обозначена сплошной серой линией

Величину  $\delta$  можно вычислить в точках максимумов и минимумов смещённых интерференционных полос, т.е. вдоль оси  $Y'$  с шагом, равным ширине полосы, и вдоль оси  $X'$  (вдоль полосы) с произвольным шагом. Для подсчёта  $\delta$  в точке  $N$ -го экстремума необходимо сравнить  $r'_N$  с  $r_N$ , т.е. – с координатой несмещённого экстремума того же номера (см.(11)). Однако при длине образца  $L=10$  мм и показателе преломления  $n=1,5$  величина  $\delta \approx 16000 \cdot 2\pi$ , т.е. очень велика, поэтому происходит сдвиг на очень большое число полос. Как легко видеть из (11), результаты сравнения  $r'_N$  с  $r_{N+2}$  и  $r'_N$  с  $r_N$  будут отличаться на  $2\pi$ . Если интерферометр предназначен для измерения малых неоднородностей оптической толщины, а не самой её величины, постоянное слагаемое, кратное  $2\pi$ , входящее в  $\delta$ , можно не учитывать, что позволяет произвольным образом выбирать начало отсчёта смещённых полос. Тогда величина  $\delta'$ , в которую это постоянное слагаемое не входит, будет определять только вариации показателя преломления  $dn$  на фоне неизвестной точно величины  $n_0$ . И алгоритм нахождения  $dn$  сводится к следующему:

1. Измеряются координаты несмещённых полос  $r_N$ , которые не зависят от  $x'$ . Набор координат  $r_N$  образует вектор длиной  $N_{\max}$ , где  $N_{\max}$  – число полос в рабочей области.

2. По найденным  $r_N$  рассчитываются  $\tilde{r}_0$  путём аппроксимации зависимости  $r_N(N)$ , согласно (4), следующей формулой:

$$r_N^2(N) = AN + B, \quad (12)$$

откуда  $\tilde{r}_0 = \sqrt{A}$ .

3. На апертуре образца на интерферограмме проводятся  $M_{\max}$  горизонтальных линий, вдоль каждой из которых измеряются  $N_{\max}$  координат смещённых экстремумов  $r'_{NM}$ . При этом номера полос также отсчитываются от центра картины. В результате получается матрица  $r'_{NM}$  размером  $N_{\max} \times M_{\max}$ . Величина  $dn$  рассчитывается по следующей формуле

$$dn(r'_N) = \frac{\delta'}{kL} = \frac{\lambda(r_N'^2 - r_N^2)}{2L\tilde{r}_0^2}. \quad (13)$$

Результат расчётов является матрицей размером  $N_{\max} \times M_{\max}$ .

4. В промежуточных точках  $dn$  можно интерполировать.

Таким образом, Z-интерферометр позволяет измерять неоднородности оптической толщины относительно любой точки на апертуре образца.

В Z-интерферометре отсутствует возможность варьировать ширины интерференционных полос и отсутствует пространственная фильтрация паразитных порядков, что накладывает существенные ограничения на возможности его применения, однако несомненным преимуществом интерферометра является простота схемы и настройки, а также малая чувствительность к внешним воздействиям.

### Интерферометры на основе двух зонных пластинок

Интерферометры на основе двух зонных пластинок кроме источника излучения, коллиматора, зонной пластинки и регистрирующего устройства включают в себя дополнительную ЗП и узел фильтрации. Предложенные ниже три модификации оптической схемы дифракционного интерферометра на двух ЗП (в дальнейшем Т-интерферометр) дают возможность исключить ограничения, присущие Z-интерферометру. Главным их преимуществом является наличие узла фильтрации, устраняющего все паразитные порядки. Схема Т1-интерферометра позволяет осуществить визуализацию оптических неоднородностей образца, а схема Т2-интерферометра – не только получить незашумлённые полосы двухлучевой интерференции, но и менять ширины полос в широких пределах. Полосы равной ширины реализуются в схеме Т3-интерферометра.

#### Анализ оптической схемы Т1-интерферометра.

В работе [9] предложена схема интерферометра Тальбота на основе двух дополнительных ЗП, расположенных конфокально, где используется свойство

зонной пластинки формировать частичное самоизображение на двойном фокусном расстоянии. Если в этой плоскости расположить соосно с ЗП1 дополнительную к ней (негативную) ЗП2, то структура интерференционных полос проявится в виде муаровой картины. В частности, если объект исследования отсутствует, то светлые интерференционные полосы попадают на непрозрачные зоны ЗП2, и на экране Э наблюдается равномерно затенённое поле. На рис. 6 показан ход лучей через зонные пластинки в предлагаемой нами модификации Т1 интерферометра Тальбота. Схема освещается коллимированным лазерным пучком, который после прохождения ЗП1 разделяется на дифракционные порядки, каждый из которых, в свою очередь, после прохождения ЗП2 вновь разделяется. Рабочими порядками в интерферометре являются  $[0;0]$  и  $[+1;+1]$  (в этом обозначении первая цифра указывает номер порядка после ЗП1, вторая –

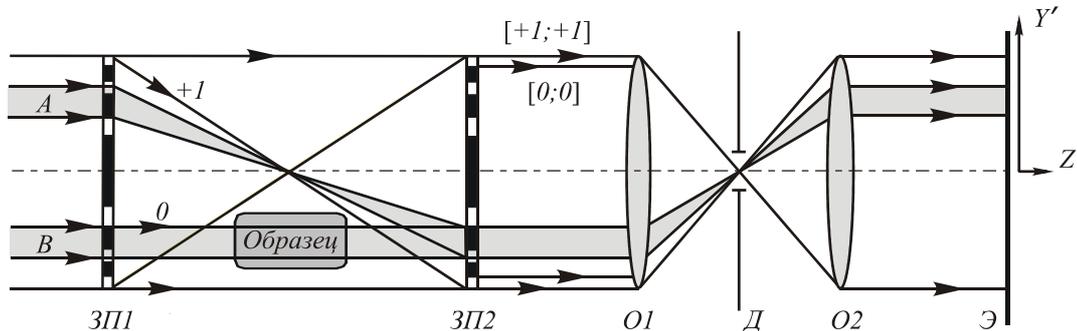


Рис. 6. Ход лучей через зонные пластинки и узел фильтрации Т1-интерферометра

Качественно новым элементом схемы является узел фильтрации, в котором диафрагма определяет и качество интерференционной картины, и чувствительность интерферометра. Размер диафрагмы  $a_D$ , с одной стороны, должен быть существенно меньше, чем размер любого паразитного порядка в плоскости Д; с другой стороны, он должен быть больше, чем размер каждого из рабочих порядков в этой плоскости. Накладываемые ограничения несложно записать в виде неравенства

$$\alpha F < a_D \ll Fd/f, \quad (14)$$

где  $a_D$  – радиус диафрагмы,  $\alpha$  – максимальный угол, на который помещаемый в интерферометр объект отклоняет падающий луч,  $F$  и  $f$  – фокусные расстояния объектива  $O1$  и ЗП соответственно,  $d$  – диаметр ЗП2.

На рис. 6 выделены опорный пучок А и измерительный пучок В, который проходит через испытуемый образец, неся информацию об оптических неоднородностях. В отсутствие объекта разница фаз интерферирующих лучей  $[0;0]$  и  $[+1;+1]$  постоянна в плоскости регистрации Э, где наблюдается равномерно освещённое поле, что соответствует интерференционной полосе бесконечной ширины. При помещении в интерферометр образца лучи пучка В претерпевают дополнительный набег фазы  $\delta = k(n-1)L$ , где  $n$  – показатель преломления образца,  $L$  – его геометрическая длина,  $k$  – волновое число.

после ЗП2). Для устранения паразитных порядков в схему включен узел фильтрации, представляющий собой два конфокально расположенных объектива  $O1$  и  $O2$ , в фокусе которых расположена диафрагма Д.

Среди всех пучков, образованных двумя ЗП, лишь  $[0;0]$  и  $[+1;+1]$  параллельны оси, и поэтому только они сфокусируются в фокальной плоскости объектива  $O1$ . Пучки всех остальных порядков сфокусируются в других плоскостях, образуя в фокальной плоскости Д пятна различного размера. Через диафрагму пройдут лишь малые центральные части паразитных пучков. На экране Э наблюдается картина двухлучевой интерференции, за исключением малой окрестности центра рабочего поля вблизи оси, куда попадают слабые пучки паразитных порядков. Размер интерферограммы в плоскости Э определяется отношением фокусных расстояний объективов  $O2$  и  $O1$ .

Если  $L$  можно считать неизменной на апертуре образца, то внося постоянные величины в  $\delta_0$ , получаем

$$\delta = \delta_0 + kLdn. \quad (15)$$

Если показатель преломления  $n$  на апертуре образца остаётся постоянным, то разница хода интерферирующих лучей постоянна, и экран будет освещён равномерно в области теневой проекции образца. В противном случае на экране в этой области будут видны все неоднородности оптической толщины образца в виде тёмных и светлых пятен или полос. По изменению освещённости экрана можно судить о наличии и расположении неоднородностей показателя преломления вещества и оценить их величину.

Распределение интенсивности света в плоскости регистрации определяется формулой

$$I(x', y') = I_{[0;0]} + I_{[+1;+1]} + 2\sqrt{I_{[0;0]}I_{[+1;+1]}} \cos \delta(x', y'), \quad (16)$$

где величины  $I_{[0;0]}$  и  $I_{[+1;+1]}$  находятся из значений  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$ , измеренных в каждой точке  $(x', y')$  с помощью следующих соотношений

$$\begin{aligned} I_{\max}(x', y') &= I_{[0;0]}(x', y') + I_{[+1;+1]}(x', y') + \\ &+ 2\sqrt{I_{[0;0]}(x', y')I_{[+1;+1]}(x', y')}, \\ I_{\min}(x', y') &= I_{[0;0]}(x', y') + I_{[+1;+1]}(x', y') - \end{aligned} \quad (17)$$

$$-2\sqrt{I_{[0;0]}(x', y')I_{[+1;+1]}(x', y')}. \quad (18)$$

Здесь  $I_{\max}$  соответствует набегу фазы  $\delta=0$ , а  $I_{\min}$  —  $\delta=\pi$ . Интенсивность в выбранной точке  $(x', y')$  легко изменяется от  $I_{\min}$  до  $I_{\max}$  путём небольшой перестройки схемы, например, нарушением соосности зонных пластинок, наклоном или сдвигом одной из них. Величины  $I_{\min}$  и  $I_{\max}$  могут быть измерены в одной точке (например, в центре теневой проекции образца), если величины  $I_{[0;0]}$  и  $I_{[+1;+1]}$  можно считать постоянными в рабочей области интерферограммы. Последнее предположение правомерно, если интенсивности опорного А и измерительного В пучков постоянны в поперечном сечении и поглощение отсутствует как в интерферометре, так и в образце.

Измерив интенсивность  $I(x', y')$  в выбранных точках плоскости регистрации,  $\cos\delta(x', y')$  можно вычислить из (16):

$$\begin{aligned} \cos\delta(x', y') &= \\ &= \frac{2I(x', y') - I_{\max}(x', y') - I_{\min}(x', y')}{I_{\max}(x', y') - I_{\min}(x', y')}. \end{aligned} \quad (19)$$

Выражая  $dn(x', y')$  через  $\delta(x', y')$ , находим

$$\begin{aligned} dn(x', y') &= \frac{\delta(x', y')}{kL} = \frac{1}{kL} \times \\ &\times \arccos\left(\frac{2I(x', y') - I_{\max}(x', y') - I_{\min}(x', y')}{I_{\max}(x', y') - I_{\min}(x', y')}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

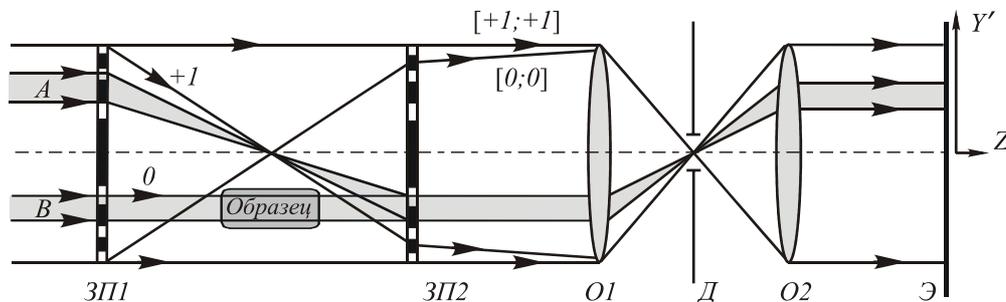


Рис. 7. Ход лучей через зонные пластинки и узел фильтрации T2-интерферометра

Такие же полосы возникают, если не сдвигать ЗП2, а добавить между ЗП1 и ЗП2 плоскопараллельную пластину толщиной  $d = \Delta/(n_0 - 1)$ , где  $n_0$  — показатель преломления пластины.

При помещении в T2-интерферометр образца наблюдается сдвиг полос, по величине которого можно судить о неоднородностях оптической толщины объекта.

Координаты полос легко рассчитать. Пучок  $[+1;+1]$  сходится на расстоянии  $f^2/\Delta$  от ЗП2 (где  $|\Delta| \ll f$ ). При прохождении пучка  $[+1;+1]$  через объективы  $O1$  и  $O2$  он остаётся цилиндрической волной, сходящейся на расстоянии  $l' = \frac{F_1}{F_2} \left( l + \frac{f^2}{\Delta} - F_1 - F_2 \right)$

Из формулы (19) следует, что определению поддается лишь  $\cos\delta(x', y')$ , из которого величину  $\delta(x', y')$ , а, следовательно, и  $dn(x', y')$  можно определить лишь в малых пределах. Это является основным недостатком метода. Схему T1 можно использовать для подсчёта величины неоднородностей лишь при малых вариациях  $\delta(x', y')$ . Однако она имеет то преимущество над другими рассмотренными, что все неоднородности видны без какой бы то ни было обработки интерферограмм. Если фазовая неоднородность велика по величине ( $>2\pi$ ), то на апертуре образца будут видны несколько полос. В этом случае формула (20) даёт неверный результат, однако о величине неоднородности можно судить по количеству полос. Например, данным методом можно измерять угол клина по числу полос на его апертуре.

Основные недостатки схемы T1-интерферометра связаны с тем, что в плоскости регистрации формируются интерференционные полосы бесконечной ширины. Последнее легко преодолимо путём небольшой модификации схемы. Изменяя оптическую толщину промежутка ЗП1–ЗП2 в схеме T1, легко получить в плоскости регистрации интерференционные полосы.

**Анализ оптической схемы T2-интерферометра.** На рис. 7 приведена оптическая схема T2-интерферометра, где ЗП2 смещена вдоль оптической оси и расстояние между зонными пластинками составляет  $2f+\Delta$  (где величина  $\Delta$  может быть как положительной, так и отрицательной). Тогда пучок  $[+1;+1]$  перестаёт быть параллельным пучку  $[0;0]$  и в плоскости регистрации Э наблюдаются интерференционные полосы переменной ширины.

от плоскости Э. Здесь  $F_1, F_2$  — фокусные расстояния объективов  $O1$  и  $O2$  соответственно,  $l$  — расстояние от ЗП2 до плоскости Э. При этом пучок  $[0;0]$  остаётся параллелен оси. Таким образом, как и в схеме Z-интерферометра, в плоскости регистрации наблюдается интерференция плоской и цилиндрической волн.

Формула для определения координат экстремумов аналогична (4) и имеет вид:

$$r_N = \sqrt{\lambda l' (N + \varepsilon)}. \quad (21)$$

Расчёт  $dn$  по сдвигу полос в этой схеме аналогичен расчёту в Z-интерферометре. Сдвиг полос определяется формулой (10), расчёт  $\delta$  и  $dn$  производится по формулам (11) и (13). Однако схема имеет два существенных преимущества. Во-первых, интерферен-

ция в этом случае чисто двухлучевая, т.к. узел фильтрации удаляет все ненужные порядки. Во-вторых, можно контролировать ширины полос и их количество, меняя расстояние между зонными пластинками, что невозможно сделать в Z-интерферометре.

Изменение ширины полос возможно лишь в определённых пределах, которые диктуются размером диафрагмы. Для того чтобы пучок полностью прошёл через диафрагму, должно выполняться соотношение

$$|\Delta| < a_D f^2 / Fd. \quad (22)$$

При  $d=10$  мм,  $F=75$  мм,  $f=300$  мм,  $a_D=0,2$  мм получаем  $|\Delta| < 24$  мм.

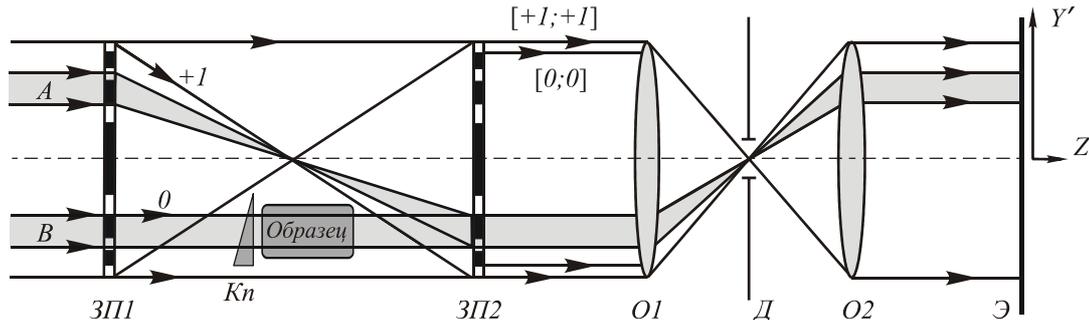


Рис. 8. Ход лучей через зонные пластинки и узел фильтрации интерферометра ТЗ

Часть пучка  $[0;0]$ , прошедшая через клиновидную пластину, отклонится на угол  $\alpha = \alpha_0(n_0 - 1)$ , где  $\alpha_0$  – угол клина,  $n_0$  – показатель преломления вещества, из которого сделан клин. Пучок  $[+1;+1]$  останется параллелен оси. Тогда в отсутствие объекта в плоскости экрана Э будут наблюдаться полосы от интерференции двух плоских волн. При внесении объекта в интерферометр (в дальнейшем – ТЗ) полосы сместятся, и по смещению полос можно будет измерить неоднородности показателя преломления, аналогично тому, как это делается в схеме Т2.

Существует ограничение на угол клина  $\alpha_0$ , т.к. при слишком большом угловом отклонении пучка  $[0;0]$  он не пройдет через диафрагму. Предельный угол отклонения пучка В определяется из соотношения

$$\alpha_0 < \frac{a_D}{F(n_0 - 1)}. \quad (23)$$

При  $F=75$  мм,  $a_D=0,2$  мм,  $n_0 = 1,5$  получаем  $\alpha_0 < 5 \cdot 10^{-3}$  рад. При таком ограничении на угол клина на участке апертуры образца шириной 10 мм может поместиться до 160 полос, т.е. метод позволяет получать полосы шириной 60 мкм и более.

Координаты  $r_N$  экстремумов полос, образовавшихся в результате интерференции двух плоских волн, линейно зависят от номеров полос. В отсутствие образца

$$r_N = \tilde{r}_0(N + \varepsilon). \quad (24)$$

При внесении образца пучок  $[0;0]$  претерпевает дополнительный набег фазы  $\delta = k(n-1)L$ , и полосы смещаются:

При таком ограничении на смещение пластинки на участке апертуры образца шириной 10 мм может поместиться до 50 полос, при этом ширины крайних полос могут составлять 100 мкм и более.

**Анализ оптической схемы ТЗ-интерферометра.** В схеме Т2-интерферометра интерференционные полосы расположены неравномерно, вследствие чего неоднородности оптической толщины образца измеряются в неравномерно расположенных точках. Этого можно избежать и сделать полосы равномерными, если сдвигать ЗП2 в вдоль оси у. Того же результата можно достигнуть, если в схеме Т2 перед объектом расположить клиновидную пластину Кп, как показано на рис. 8.

$$r'_N = \tilde{r}_0(N + \varepsilon \pm \delta / \pi). \quad (25)$$

Знак перед  $\delta$  в этой формуле зависит от ориентации клина. Из формул (24) и (25) следует, что

$$\delta = \pm \pi \frac{r'_N - r_N}{\tilde{r}_0}, \quad (26)$$

откуда получаем

$$dn = \frac{\delta}{kL} = \pm \frac{\lambda(r'_N - r_N)}{2L\tilde{r}_0}. \quad (27)$$

Порядок расчёта  $dn$  в этом случае такой же, как и в схемах Z- и Т2-интерферометров: координаты смещённых полос сравниваем с координатами не смещённых,  $r_0$  определяем графически, затем по формуле (27) находим  $dn$ .

### Эксперимент

Экспериментальная установка состоит из He-Ne лазера ( $\lambda=0,6328$  мкм), коллиматора, блока зонных пластинок, узла фильтрации, экрана и цифрового фотоаппарата. Лазерный пучок расширяется с помощью двухкомпонентного коллиматора, который изображён на рис. 9. Четверть волновая пластинка  $\lambda/4$  и поляризатор П позволяют устанавливать поляризацию пучка. Микрообъектив Мо ( $40\times$ ; 0,65) фокусирует лазерный пучок в плоскости расположения фильтрующей диафрагмы Дк с отверстием диаметром 40 мкм, затем объектив О (И-37), расположенный конфокально с Мо, коллимирует его.

Неоднородности оптической толщины изучались в различных кристаллах, ниже приведены результаты для анизотропного двухосного кристалла калийгадолиниевый вольфрамат (КГВ).

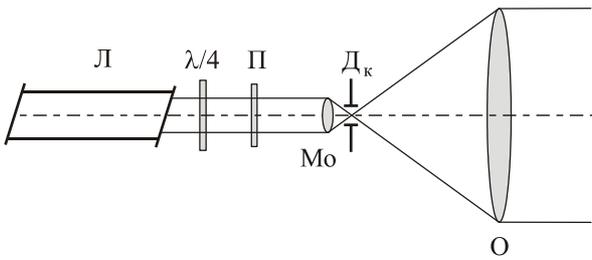


Рис. 9. Ход лучей через коллиматор: Л – лазер,  $\lambda/4$  – четверть волновая пластинка, П – поляризатор, Мо – микрообъектив ( $40\times; 0,65$ ), О – объектив ( $f=300$  мм), Д<sub>к</sub> – диафрагма коллиматора

Расположение кристаллографических осей  $a, b, c$  относительно осей индикатрисы показателя преломления  $p, m, g$  показано на рис. 10, угловые расстояния составляют:  $\angle m, a \approx 24^\circ$ ,  $\angle g, c \approx 20^\circ$ ; оси  $p$  и  $b$  совпадают и перпендикулярны плоскости рисунка 10.

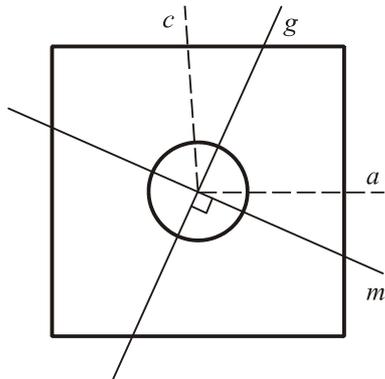


Рис. 10. Ориентация кристаллографических осей  $a, b, c$  относительно осей индикатрисы преломления  $p, m, g$  и граней кристалла КГВ

Образец КГВ размером  $15 \times 15 \times 30$  мм вырезан с точностью  $\sim 1'$  относительно кристаллографических осей. Приблизительно в центре рабочей апертуры вдоль наибольшего размера — ось  $b$  — образца располагается отверстие  $\varnothing 4,5$  мм. Боковые грани и внутренняя поверхность отверстия матированы, полированные торцы взаимно параллельны с точностью  $\sim 10''$  и плоскостность выдержана с точностью  $\sim 0,1$  полосы. Образец помещался в установку таким образом, что ось  $b$  совпадала с оптической осью интерферометра, ось  $c$  — перпендикулярна зонам ЗП. Поляризация лазерного пучка совпадала с осью  $c$ .

Амплитудные зонные пластинки рассчитаны на длину волны  $0,6328$  мкм и имеют фокусное расстояние первого порядка дифракции  $f=300$  мм. В схемах Т1, Т2, и Т3 зонные пластинки крепятся таким образом, чтобы дифракционные структуры на них были обращены друг к другу. Размер диафрагмы  $a_D$  равен  $0,2$  мм, фокусное расстояние объективов узла фильтрации  $O_1$  и  $O_2$  равно  $75$  мм. В плоскости Э помещается вращающийся экран из полупрозрачной бумаги и цифровой фотоаппарат CASIO QV-3500EX с матрицей размером  $2048 \times 1536$  пикселей регистрирует интерферограммы.

Экспериментальные результаты, полученные по схеме Z-интерферометра, представлены и обсуждаются подробно в части 2 настоящей статьи.

Интерферограмма, полученная по схеме Т1, приведена на рис. 11. Кристалл установлен так, чтобы поляризация лазера была для него собственной.

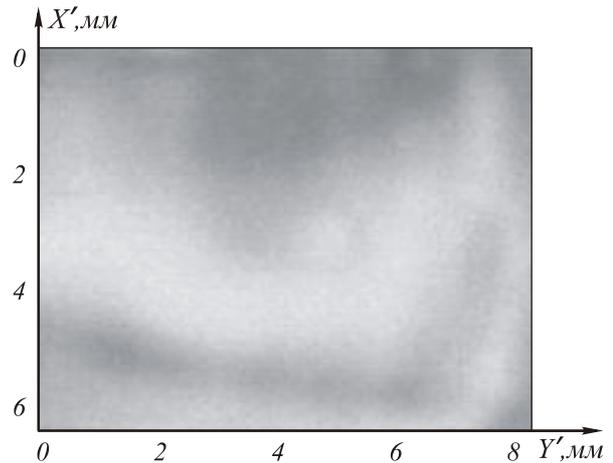


Рис. 11. Фотография интерферограммы кристалла КГВ, полученная по схеме Т1

Фотографии обрабатывались с использованием программы, написанной в системе Matlab 5.3. На рис. 12 приведён двумерное представление зависимости  $dn(x', y')$  в рабочей области апертуры кристалла КГВ.

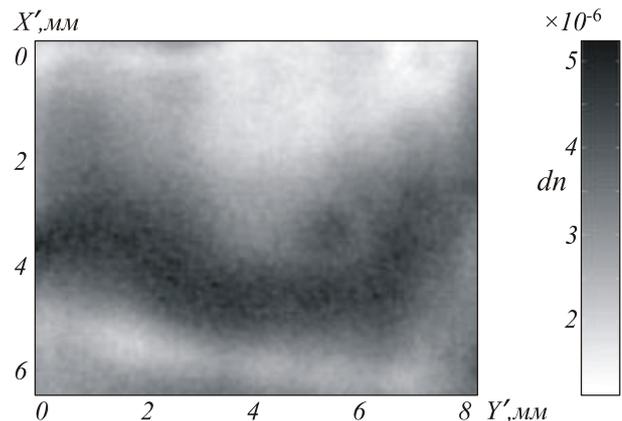


Рис. 12. Зависимость  $dn(x', y')$ , полученная по схеме Т1

Величина  $dn$  меняется в пределах от  $10^{-6}$  до  $5 \cdot 10^{-6}$ . Шкала соответствия почернения количественной величине  $dn$  дана в правой части рис. 12. На апертуре кристалла КГВ помещается одна тёмная полоса, вследствие чего вычисления по формуле (20) не вполне корректны, однако мы приводим эти данные для сравнения с результатами, полученными в схемах Т2 и Т3.

Интерферограмма кристалла КГВ, полученная по схеме Т2, приведена на рис. 13.

Для нахождения координат максимумов и минимумов интенсивности использовалась специально разработанная программа, расчёты  $dn$  проводились в соответствии с алгоритмом, описанным выше, с помощью программы в системе Matlab 5.3. С шагом по  $x'$  равным  $0,3$  мм,  $dn$  определялся в точках экстремумов. В промежуточных точках  $dn$  вычислялся с помощью функции кубической интерполяции.

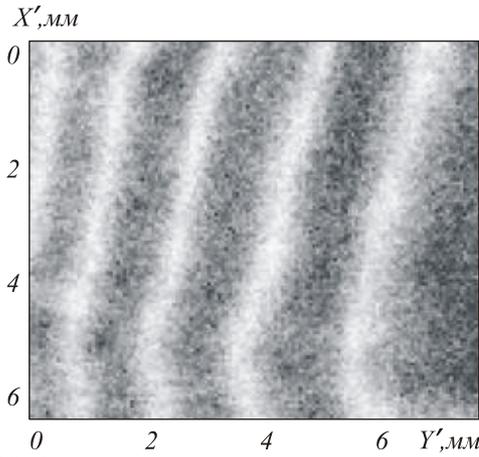


Рис. 13. Фотография интерферограммы кристалла КГВ, полученная по схеме Т2

На рис. 14 приведено двумерное представление  $dn(x',y')$  в рабочей области апертуры кристалла.

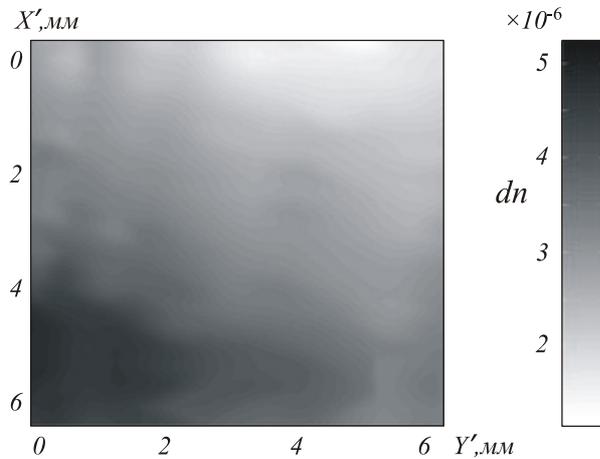


Рис. 14. Зависимость  $dn(x',y')$ , вычисленная из интерферограммы в схеме Т2

**Интерферограмма кристалла КГВ, полученная по схеме Т3**, приведена на рис.15. В данной схеме в качестве дополнительного элемента Кп использовалась клиновидная пластина круглой формы из плавленного кварца с углом клина  $3,6 \cdot 10^{-4}$  рад. Результат измерений  $dn(x',y')$  приведён на рис. 16.

На рис. 17 приведены графики зависимости неоднородности показателя преломления  $dn(y')$  от координаты  $Y'$  при фиксированном значении  $x'=3$  мм, полученные в трёх схемах. Результаты измерений в схемах Т2 и Т3 с хорошей точностью совпадают, однако, как и ожидалось, в большей степени отличаются от результатов измерений в схеме Т1.

**Обсуждение.** В схеме Т1 основным источником неточности измерения является неравномерность освещения рабочего поля, которая связана с несколькими причинами: с гауссовым распределением интенсивности освещающего пучка, с погрешностями изготовления зонных пластинок и неточностью настройки схемы. Погрешность нахождения  $\delta$  в экспериментах можно определить графически. На рис. 18 изображён график зависимости  $\delta(I)$ , определяемой формулой (19).

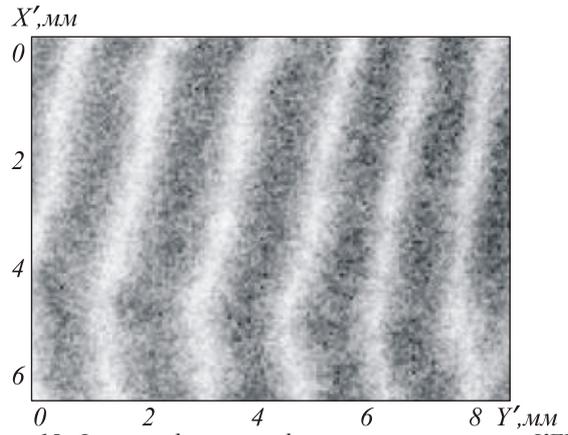


Рис. 15. Фотография интерферограммы кристалла КГВ, полученная в схеме Т3

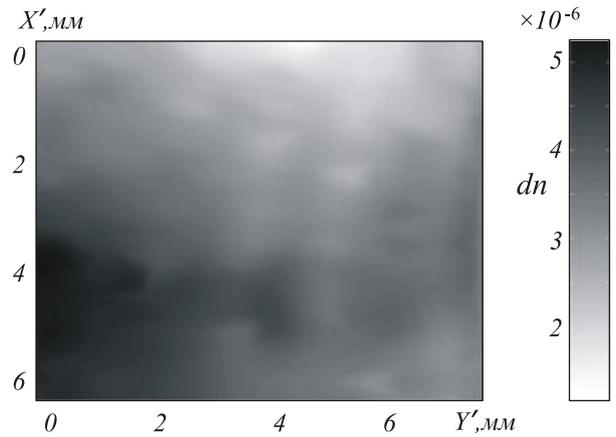


Рис. 16. Зависимость  $dn(x',y')$  для КГВ, полученная в схеме Т3

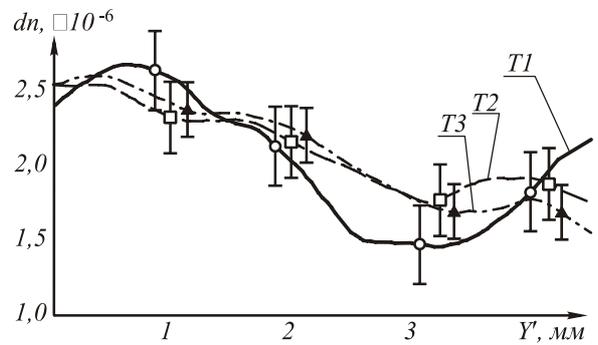


Рис. 17. Графики зависимости  $dn$  от  $Y'$  вдоль линии  $x'=3$  мм, полученные в трёх схемах. Знаком / показаны погрешности измерения в некоторых точках

Из графика легко видеть, что если погрешность определения  $I(x',y')$  составляет 20%, то средняя погрешность нахождения  $\delta$  равна  $\Delta\delta_{T1} \approx 0,6 \text{ рад}$  (0,3 рад и 0,15 рад для 10 и 5% соответственно), что соответствует неоднородности оптической толщины 0,1 $\lambda$  (0,05 $\lambda$  и 0,025 $\lambda$  для 10 и 5% соответственно). Учитывая, что схема Т1 предназначена для визуализации, а не измерения величины оптической неоднородности, то найденная величина погрешности  $\Delta\delta_{T1}$  определяет чувствительность схемы, а именно: неоднородности оптической толщины менее  $\Delta\delta_{T1}$  не могут быть визуализированы с помощью этой схемы.

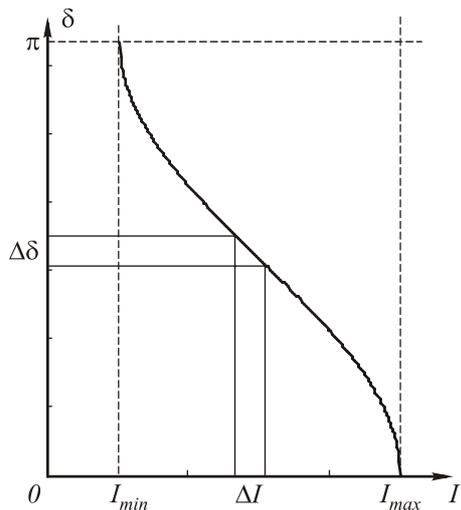


Рис. 18. К оценке погрешности  $\Delta\delta_{T1}$ : график зависимости  $\delta(I)$

В схеме T2 основным источником погрешности являются неточности в изготовлении ЗП и настройке схемы, вследствие чего интерференционные полосы оказываются искривлены даже в отсутствие образца. Связь между ошибкой определения  $\delta$  и  $r_N$  следует из (13):

$$\Delta\delta_{T2} = \frac{2\pi r_N \Delta r_N}{\tilde{r}_0^2} = \pi \frac{\Delta r_N}{dr_N}, \quad (28)$$

где  $\Delta r_N$  – ошибка определения  $r_N$ ,  $dr_N$  – расстояние между соседними экстремумами. То есть  $\Delta\delta_{T2}$  прямо пропорциональна отношению ошибки определения координаты экстремума к ширине полосы, которая зависит как от искривления интерференционной полосы, так и от собственно ошибки измерения координаты экстремума. Проведём оценку для заведомо значительных погрешностей. Среднее отклонение полосы от прямой в 20% от расстояния между соседними экстремумами даёт вклад в  $\Delta\delta_{T2} \approx 0,6 \text{ рад}$  или  $0,1\lambda$ . Если средняя неточность определения координаты экстремума составит около 10% от ширины полосы, то соответствующий вклад  $\Delta\delta_{T2} \approx 0,3 \text{ рад}$  или  $0,05\lambda$ . И полная погрешность определения  $\delta$  равна  $0,7 \text{ рад}$  ( $0,11\lambda$ ).

В схеме T3 возникает дополнительная ошибка в связи с неточностью выставления клина, которая приводит к непараллельности интерференционных полос и зон ЗП. Эта неточность порождает линейно нарастающую по  $x'$  ошибку  $\Delta\delta_{T3}$ . Правильное конструктивное решение интерферометра позволяет исключить эту ошибку. Ошибка измерения, связанная с неточностью определения координаты экстремума, составляет  $0,3 \text{ рад}$  ( $0,05\lambda$ ).

### Заключение

В настоящей работе представлены четыре схемы дифракционных интерферометров френелевского типа с совмещенными ветвями на основе зонных пластинок, предназначенные для визуализации и измерения величины фазовых неоднородностей в прозрачных средах.

Схема Z-интерферометра на основе одной ЗП с наиболее простой конструкцией позволяет определять неоднородности оптической толщины относительно любой точки в рабочей области по сдвигу интерференционных полос в диапазоне, ограниченном лишь размером самой рабочей области, а так же позволяет определить знак  $dn$ . Основное преимущество схемы Z-интерферометра – простота юстировки и чрезвычайно малая чувствительность к внешним воздействиям, таким как вибрации, изменение температуры окружающей среды и пр. Основным её недостатком является отсутствие возможности варьировать ширины полос и наличие шумов, порождаемых нерабочими дифракционными порядками ЗП, что накладывает существенные ограничения на возможности применения.

Предложенный в работе узел пространственной фильтрации позволяет избавиться от нерабочих дифракционных порядков, и тем самым значительно улучшить интерференционную картину в схемах T-интерферометров на основе двух ЗП. Схема T1 предназначена для визуализации оптических неоднородностей, без какой-либо промежуточной обработки интерферограмм. Схемы T2 и T3 позволяют измерять неоднородности оптической толщины в широком диапазоне. В схеме T2 интерференционные полосы не являются эквидистантными, но их шириной можно легко управлять. Схема T3 позволяет промерять неоднородности оптической толщины в узлах равномерной сетки в рабочей области (полосы эквидистантны). Неоднородности оптической толщины образца подсчитываются в пределах, определяемых неточностью настройки выбранной схемы и погрешностями изготовления зонных пластинок.

Описанные интерферометрические схемы позволяют визуализировать оптические неоднородности образца и измерять их с чувствительностью на уровне  $\sim 0,05\lambda$  и могут с успехом применяться для исследования и контроля качества лазерных кристаллов и других оптических материалов.

### Литература

1. Мезенцев А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. Термооптика твердотельных лазеров. – Л.: Машиностроение, 1986.
2. Raymond N. Smart. Zone Plate Interferometer // Applied Optics, 1974. V. 13. N 5. P. 1093–1099.
3. Lohmann A.W. An interferometer with zone plates as beam-splitter // Opt. Acta. 1985. V. 12. P. 1468–1469.
4. Коронкевич В.П., Пальчикова И.Г. Интерференционные свойства зонных пластинок // Автометрия. 1994. № 3. С. 85–100.
5. Коронкевич В.П., Ленкова Г.А., Маточкин А.Е. Синтетическое пробное стекло // Автометрия, 2002. Т. 38, №3. С. 20–25.
6. Arrizon V., Schez-de-la-Llave D. Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters // Optics Letters. 2004. V. 29. N 2. P. 141–143.
7. Коронкевич В.П., Пальчикова И.Г. Современные зонные пластинки // Автометрия. 1992. № 1. С. 86–100.
8. Захарьевский А.Н. Интерферометры. – М.: ГИОП, 1952. 296 с.
9. Пальчикова И.Г., Попова С.С., Смирнов С.В. Сравнительное изучение самоизображения прозрачных решёток // Компьютерная оптика, 2000. Вып. 20. С. 60–70.

# Diffraction interferometers based on zone plates. Part I

S.L. Mikerin<sup>1</sup>, I.G. Palchikova<sup>1</sup>, T.V. Shevtsova<sup>1</sup>, V.D. Ugozhaev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Automation and Electrometry of the Siberian  
Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk)*

## Abstract

The authors have developed four schemes of two-beam Fresnel-type diffraction interferometers with combined branches based on zone plates with the additional functions for visualizing optical inhomogeneities. They propose a unit for filtering non-working diffraction orders and circuit designs allowing to influence the interference field characteristics effectively. The authors describe and compare the characteristics of interferometers, determine procedural and instrumental errors of all designs. They propose the methods for processing interferograms for each of the designs. It is shown that the proposed interferometers allow to visualize optical inhomogeneities of transparent samples and measure them with a sensitivity of  $\sim 0.05$  of the light wavelength, and can be successfully used for research and quality control of laser crystals and other optical materials.

**Keywords:** diffraction interferometer, Fresnel-type diffraction, optical inhomogeneity, non-working diffraction, wavelength, laser crystal, optical material.

**Citation:** Mikerin SL, Palchikova IG, Shevtsova TV, Ugozhaev VD. Diffraction interferometers based on zone plates. Part I. *Computer Optics* 2004; 26: 27-36.

## References

- [1] Mezenov AV, Soms LN, Stepanov AI. Thermooptics of solid-state lasers [In Russian]. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1989.
- [2] Smartt RN. Zone plate interferometer. *Appl Opt* 1974; 13(5): 1093-1099.
- [3] Lohmann AW. An interferometer with zone plates as beam-splitter. *Optica Acta* 1985; 35(12): 1468-1469.
- [4] Koronkevich VP, Palchikova IG. Interference properties of zone plates [In Russian]. *Avtometriya* 1994; 3: 85-100.
- [5] Koronkevich VP, Lenkova GA, Matochkin AE. Synthetic trial glass. *Avtometriya* 2002; 38(3): 20-25.
- [6] Arrizón V, Sánchez-de-la-Llave D. Common-path interferometry with one-dimensional periodic filters. *Opt Lett* 2004; 29(2): 141-143.
- [7] Palchikova IG, Koronkevich VP. Modern zone plates. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing* 1992; 1: 86-100.
- [8] Zakharyevsky AN. Interferometers [In Russian]. Moscow: "GIOP" Publisher; 1952.
- [9] Palchikova IG, Popova SS, Smirnov SV. Comparative study of self-image of transparent grids [In Russian]. *Computer Optics* 2000; 20: 60-70.