

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКОГО ДВУМЕРНОГО ИМПУЛЬСА СВЕТА

Козлова Е.С., Котляр В.В.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

Получено аналитическое решение в виде ряда общей краевой задачи для двунаправленного волнового уравнения для светового поля с ТЕ-поляризацией. Для моделирования прохождения двумерных импульсов света в планарном волноводе с «электрическими стенками» применялось разностное решение волнового уравнения. Численное решение совпадало с аналитическим с погрешностью менее 1%. Полученное разностное решение волнового уравнения на порядок точнее, чем разностное решение уравнений Максвелла, полученное FDTD-методом с помощью программы Fullwave при одних и тех же параметрах. Численно показано, что при отражении и прохождении ультракороткого импульса света (~4 фс) через стеклянную плоскопараллельную пластинку рассчитанные коэффициенты Френеля совпадают с теоретическими с точностью 0,47% (без учёта дисперсии материала). Прошедшие пластину импульсы уширяются больше (в среднем на 3 фс), чем отражённые.

Ключевые слова: волновое уравнение, явная конечно-разностная схема, численное моделирование, ультракороткий импульс, коэффициенты Френеля, эффект уширения.

Введение

Задачи моделирования процессов распространения электромагнитных волн в различных средах были и остаются актуальными в связи с широким практическим применением различных оптических устройств: световодов, волноводов, ДОЭ. Численное моделирование прохождения света в среде позволяет решать как прямые задачи (расчёт электромагнитного поля в некоторой области), так и обратные (подбор параметров ДОЭ для формирования заданного распределения интенсивности).

Сам процесс распространения волны может описываться различными способами. Наиболее общее представление даёт система уравнений Максвелла. Однако их решение – трудоёмкий процесс. Вторым наиболее распространённым вариантом является применение волнового уравнения. В случае, когда не интересуют временная динамика процесса, а требуется рассчитать стационарное электромагнитное поле, используют уравнение Гельмгольца или уравнение Шрёдингера.

Для каждой физической модели применяется свой численный метод расчёта. Так, для уравнений Максвелла характерно применение метода FDTD [1], [2]. Данный метод реализован, например, в коммерческом пакете FullWave компании RSoft. Для случая решения уравнения Гельмгольца или уравнения Шрёдингера применяют метод BPM, который реализован, например, в коммерческом пакете BeamProp компании RSoft [3]. Применяют и различные гибридные методы, к примеру, для решения однонаправленного волнового уравнения используют метод TD-BPM [4] - [6].

Отдельно стоит отметить большой интерес к вопросу моделирования прохождения ультракоротких импульсов через различные оптические системы [7] - [9]. Современные лазеры способны генерировать световые импульсы длительностью несколь-

ко циклов оптического поля [10] - [11], обеспечивая инструменты для контроля самых быстрых движений атомов в молекулярных системах.

В данной статье рассматривается процесс распространения ультракороткого импульса в планарном волноводе, в основу описания которого положено волновое уравнение. В первой части для первой краевой задачи в общем виде с помощью метода разделения переменных находится аналитическое решение. Во второй части производится построение явной конечно-разностной схемы и сравнение численных решений, рассчитанных с помощью разработанной схемы и коммерческого пакета FullWave, и аналитического решения. В третьей части проводится моделирование процесса прохождения ультракороткого импульса через тонкую плёнку. Сравняются теоретические и расчётные коэффициенты отражения и преломления.

1. Аналитическое решение

Общий случай

Рассмотрим следующую краевую задачу для волнового уравнения в двумерном пространстве [11]:

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial^2 E_y}{\partial \tau^2} - \frac{1}{n^2} \Delta_{xz} E_y = f(x, z, \tau), \\ &x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ &E_y|_{x=a_x} = \varphi_1(z, \tau), \quad z \in (a_z; b_z), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ &E_y|_{x=b_x} = \varphi_2(z, \tau), \quad z \in (a_z; b_z), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ &E_y|_{z=a_z} = \psi_1(x, \tau), \quad x \in (a_x; b_x), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ &E_y|_{z=b_z} = \psi_2(x, \tau), \quad x \in (a_x; b_x), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ &E_y|_{\tau=a_\tau} = \chi_1(x, z), \quad x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z); \\ &\left. \frac{\partial E_y}{\partial \tau} \right|_{\tau=a_\tau} = \chi_2(x, z), \quad x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где $\Delta_{xz} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, E_y – проекция вектора напряжённости (ТЕ-поляризация) электрического поля на ось y , В/м; n – коэффициент преломления; x и z – пространственные координаты, м; $\tau = ct$ – аналог времени распространения, м; t – время, с, c – скорость света, м/с; $[a_x; b_x]$ и $[a_z; b_z]$ – границы расчётной области в пространстве, а $[a_\tau; b_\tau]$ – во времени, пары функций $\varphi_1(z, \tau)$ и $\varphi_2(z, \tau)$, а также и $\psi_1(x, \tau)$ и $\psi_2(x, \tau)$ – граничные условия, а $\chi_1(x, z)$ и $\chi_2(x, z)$ – начальные условия, $f(x, z, \tau)$ – функция источников.

Для её решения перейдём к краевой задаче с однородными краевыми условиями, используя следующие замены:

$$\begin{cases} E_y(x, z, \tau) = E(x, z, \tau) + U(x, z, \tau) + V(x, z, \tau); \\ U(x, z, \tau) = \frac{b_z - z}{b_z - a_z} (\psi_1(x, \tau) - V|_{z=a_z}) + \\ + \frac{a_z - z}{a_z - b_z} (\psi_2(x, \tau) - V|_{z=b_z}); \\ V(x, z, \tau) = \frac{(b_x - x)}{b_x - a_x} \varphi_1(z, \tau) + \frac{(a_x - x)}{a_x - b_x} \varphi_2(z, \tau). \end{cases} \quad (2)$$

Стоит отметить, что должно выполняться условие согласованности граничных функций:

$$U(a_x, z, \tau) = U(b_x, z, \tau) = 0. \quad (3)$$

После подстановки выражений (2) в систему (1) получим:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} - \frac{1}{n^2} \Delta_{xz} E = \hat{f}(x, z, \tau), \\ x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ E|_{x=a_x} = E|_{x=b_x} = 0, \quad z \in (a_z; b_z), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ E|_{z=a_z} = E|_{z=b_z} = 0, \quad x \in (a_x; b_x), \quad \tau \in (a_\tau; b_\tau); \\ E|_{\tau=a_\tau} = \hat{\chi}_1(x, z), \quad x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z); \\ \frac{\partial E}{\partial \tau} \Big|_{\tau=a_\tau} = \hat{\chi}_2(x, z), \quad x \in (a_x; b_x), \quad z \in (a_z; b_z), \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\hat{f}(x, z, \tau) = f(x, z, \tau) - \frac{\partial^2 (V+U)}{\partial \tau^2} + \frac{\Delta_{xz} (V+U)}{n^2}; \quad (5)$$

$$\hat{\chi}_1(x, z) = \chi_1(x, z) - (V+U)|_{\tau=a_\tau}; \quad (6)$$

$$\hat{\chi}_2(x, z) = \chi_2(x, z) - \frac{\partial (V+U)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=a_\tau}. \quad (7)$$

Используя метод разделения переменных Фурье, найдём решение краевой задачи (4):

$$\begin{cases} E(x, z, \tau) = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M T_{lm}(\tau) X_l(x) Z_m(z); \\ X_l(x) = \cos \alpha_l a_x \cdot \sin \alpha_l x - \sin \alpha_l a_x \cdot \cos \alpha_l x; \\ Z_m(z) = \cos \beta_m a_z \cdot \sin \beta_m z - \sin \beta_m a_z \cdot \cos \beta_m z; \\ T_{lm}(\tau) = C_1(\tau) \cos \gamma_{lm} \tau + C_2(\tau) \sin \gamma_{lm} \tau, \end{cases} \quad (8)$$

где $X_l(x)$, $Z_m(z)$, $T_{lm}(\tau)$; $\alpha_l = \pi l / (b_x - a_x)$, $\beta_m = \pi m / (b_z - a_z)$, $\gamma_{lm} = \sqrt{\alpha_l^2 + \beta_m^2} / n$ – собственные функции и собственные числа оператора Лапласа по переменным x , z и τ , соответственно.

Коэффициенты $C_1(\tau)$ и $C_2(\tau)$ найдём с помощью метода неопределённых коэффициентов Лагранжа:

$$\begin{cases} C_1(\tau) = -\frac{1}{\gamma_{lm}} \int F_{lm}(\tau) \cdot \sin \gamma_{lm} \tau \cdot d\tau + C_1(a_\tau); \\ C_2(\tau) = \frac{1}{\gamma_{lm}} \int F_{lm}(\tau) \cdot \cos \gamma_{lm} \tau \cdot d\tau + C_2(a_\tau), \end{cases} \quad (9)$$

$$F_{lm}(\tau) = \frac{4 \int_{a_x}^{b_x} \int_{a_z}^{b_z} \hat{f}(x, z, \tau) X_l(x) Z_m(z) dx dz}{(b_x - a_x)(b_z - a_z)}$$

– коэффициенты разложения в ряд Фурье правой части уравнения системы (4); константы $C_1(a_\tau)$ и $C_2(b_\tau)$ определяются из начальных условий.

Таким образом, решение исходной задачи представимо в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_y(x, z, \tau) = & \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M T_{lm}(\tau) X_l(x) Z_m(z) + \\ & + U(x, z, \tau) + V(x, z, \tau). \end{aligned} \quad (10)$$

Частный случай

Рассмотрим планарный волновод, оболочка которого выполнена из материала, идеально отражающего излучение. В волновод подаётся импульс, но в начальный момент времени источник выключен. Запишем математическую модель представленной задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_y}{\partial \tau^2} - \frac{1}{n^2} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \right) = 0, \\ x \in \left(-\frac{l_x}{2}; \frac{l_x}{2} \right), \quad z \in (0; l_z), \quad \tau \in (0; T]; \\ E_y|_{x=-\frac{l_x}{2}} = E_y|_{x=\frac{l_x}{2}} = 0, \quad z \in (0; l_z), \quad \tau \in (0; T]; \\ E_y|_{z=0} = \Psi(x, \tau), \quad x \in \left(-\frac{l_x}{2}; \frac{l_x}{2} \right), \quad \tau \in (0; T]; \\ E_y|_{z=l_z} = 0, \quad x \in \left(-\frac{l_x}{2}; \frac{l_x}{2} \right), \quad \tau \in (0; T]; \\ E_y|_{\tau=0} = \frac{\partial E_y}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} = 0, \quad x \in \left(-\frac{l_x}{2}; \frac{l_x}{2} \right), \quad z \in (0; l_z). \end{cases} \quad (11)$$

где l_x и l_z – ширина и длина волновода (в метрах), соответственно, T – время моделирования (в секундах), $\psi(x, \tau)$ – напряжённость электрического поля на входе в волновод в момент времени τ , (В/м).

Зададим начальное условие следующим образом:

$$\psi(x, \tau) = \sin \omega \tau \cdot \cos \alpha_1 x, \tag{12}$$

где $\omega = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ – несущая частота, рад/с;

λ_0 – длина волны в свободном пространстве, м.

Найдём решение задачи (11) в виде ряда, воспользовавшись вышеизложенным методом:

$$E_y(x, z, \tau) = \sum_{m=1}^M (B \sin \omega \tau + C \sin \gamma_{1m} \tau) \times \cos \alpha_1 x \sin \beta_m z, \tag{13}$$

где $C = -\frac{2\omega(1+A)}{\beta_m l_z \gamma_{1m}}$; $B = \frac{l_z + 2A}{\beta_m l_z}$; $A = \frac{\omega^2 n^2 - \alpha_1^2}{n^2(\gamma_{1m}^2 - \omega^2)}$.

Стоит отметить, что полученный ряд является медленно сходящимся.

Заметим также, что частное решение (13) задачи было получено ранее и другими авторами [12, 13], в то время как решение (10) краевой задачи для волнового уравнения в наиболее общей постановке (1) получено впервые в этой статье, но с использованием известных методов.

2. Конечно-разностная схема

Построение конечно-разностной схемы

Построим на равномерной сетке явную конечно-разностную схему [14]:

$$\begin{cases} \Lambda_\tau \hat{E}_{ij}^k = \frac{1}{n_j^2} \Lambda_x \hat{E}_{ij}^k + \frac{1}{n_i^2} \Lambda_z \hat{E}_{ij}^k, \\ i = \overline{1, I-1}; \quad j = \overline{1, J-1}; \quad k = \overline{1, K-1}; \\ \hat{E}_{ij}^k|_{i=0} = \hat{E}_{ij}^k|_{i=I} = 0, \quad j = \overline{1, J-1}, \quad k = \overline{2, K}; \\ \hat{E}_{ij}^k|_{j=0} = \hat{\psi}_i^k, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad k = \overline{2, K}; \\ \hat{E}_{ij}^k|_{j=J} = 0, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad k = \overline{2, K}; \\ \hat{E}_{ij}^k|_{k=0} = 0, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = \overline{0, J}; \\ \frac{\hat{E}_{ij}^{k+1} - \hat{E}_{ij}^k}{h_\tau} = 0, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = \overline{0, J}, \end{cases} \tag{14}$$

где \hat{E}_{ij}^k и $\hat{\psi}_i^k$ – сеточная функция, взятая в узле (i, j, k) ; $\Lambda \hat{E}_i = \frac{\hat{E}_{i+1} - 2\hat{E}_i + \hat{E}_{i-1}}{h^2}$ – разностный оператор Лапласа; I, J, K – количество интервалов разбиения по переменным x, z и τ ; $h_x = \frac{l_x}{I}$, $h_z = \frac{l_z}{J}$, $h_\tau = \frac{T}{K}$ – шаги аппроксимации по переменным x, z и τ .

Представленная конечно-разностная схема обладает вторым порядком аппроксимации по всем шагам дискретизации, а также обладает следующим условием устойчивости:

$$\frac{h_\tau^2}{n^2} \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_z^2} \right) \leq 1. \tag{15}$$

Сравнение аналитического и разностных решений

Для оценки практической сходимости численного решения, получаемого с помощью схемы (14), проводилось сравнение результатов моделирования с аналитическим решением, а также с результатами моделирования, полученными с помощью коммерческого пакета FullWave, в котором решаются уравнения Максвелла.

Стоит отметить, что вследствие медленной сходимости ряда (13) необходимо брать не менее $M=900$ членов ряда для получения приемлемой точности, которая характеризуется средней квадратичной ошибкой (СКО) 0,01% (максимальное отклонение $4 \cdot 10^{-3}$ В/м, т.е. 0,4%) в сравнении с решением, полученным путём учёта 1500 членов ряда. В случае $M=300$ погрешность характеризуется величиной в 0,3% (максимальное отклонение 0,01 В/м, т.е. 1%).

На рис. 1 приведены графики численных решений, полученных с помощью разработанной схемы и коммерческого пакета FullWave, в сравнении с аналитическим решением, полученным по формуле (13). Расчёты проводились для сеток, представленных в табл. 1, и при следующих параметрах: $\lambda_0 = 0,633$ мкм, $l_x = 3$ мкм, $l_z = 10$ мкм, $n = 1$, $T = 9$ мкм.

Таблица 1. Значения погрешностей

D	h_x	h_z	h_τ
1	$\lambda_0/6,33$	$\lambda_0/63,3$	$\lambda_0/1266$
2	$\lambda_0/6,33$	$\lambda_0/633$	$\lambda_0/1266$

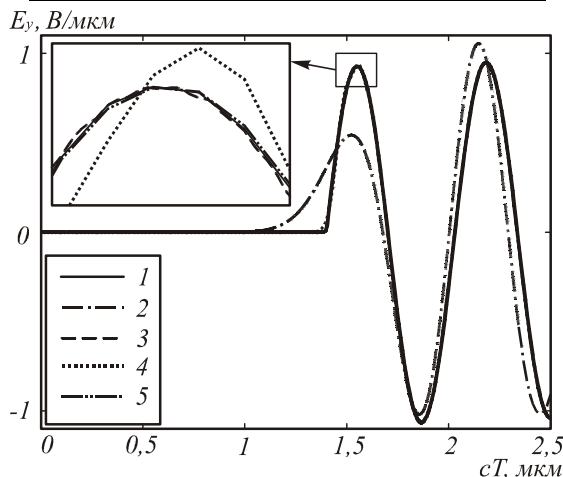


Рис. 1. Напряжённость электрического поля, рассчитанная аналитически (кривая 1), пакетом FullWave на сетке $D = 1$ (кривая 2) и сетке $D = 2$ (кривая 3), разностной схемой на сетке $D = 1$ (кривая 4) и сетке $D = 2$ (кривая 5)

Из графиков видно, что даже на достаточно крупной сетке схема (14) даёт совпадение порядка 99%, в то время как FullWave на аналогичной сетке даёт решение со смещением, вследствие чего совпадение характеризуется величиной лишь 10%. Однако на мелких сетках оба численных решения совпадают с аналитическим. СКО для численного решения, полученного с помощью схемы (14), составляет 0,014%, а для решения, полученного с помощью пакета FullWave, СКО = 1%.

Также численные эксперименты показали, что схема (14) менее чувствительна к величине шага по времени, нежели к величине шага по пространственной переменной z . Таким образом, для достижения эквивалентной точности предложенному методу требуются сетки меньшей размерности, нежели методу FDTD, реализованному в пакете FullWave, вследствие чего сокращается требуемый объём оперативной памяти и время расчёта самого решения.

Для схемы (14) было проведено численное исследование сходимости. Результаты исследования сходимости представлены на рис. 2 и в табл. 2, где D – номер сетки с соответствующими шагами дискретизации, а ξ – среднеквадратическая погрешность аппроксимации, %. Расчёты производились при вышеприведённых параметрах.

Таблица 2. Значения погрешностей

D	h_x	h_z	h_τ	$\xi, \%$
1	$\lambda_0/128$	$\lambda_0/2024$	$\lambda_0/2400$	0,0053
2	$\lambda_0/64$	$\lambda_0/1024$	$\lambda_0/1200$	0,0144
3	$\lambda_0/32$	$\lambda_0/512$	$\lambda_0/600$	0,0382
4	$\lambda_0/16$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/300$	0,0937
5	$\lambda_0/8$	$\lambda_0/128$	$\lambda_0/150$	0,1837

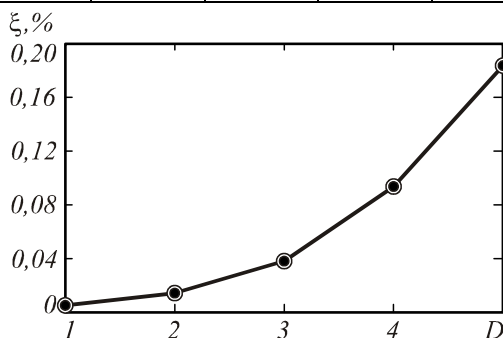


Рис. 2. Погрешность в среднеквадратической норме

Из приведённых выше результатов очевидна сходимость численного решения к аналитическому. Порядок сходимости близок к квадратичному.

3. Моделирование ультракороткого импульса

В настоящее время актуально исследование поведения в различных оптических системах коротких и ультракоротких импульсов. Смоделируем прохождение ультракороткого импульса через стеклянную плоскопараллельную пластинку, считая, что среда обладает мгновенным откликом (без учёта дисперсии материала).

Зададим начальное условие следующим образом:

$$\Psi(x, \tau) = g_{up}(\tau) \cdot g_{down}(\tau) \cdot \sin \omega \tau \cdot \cos \frac{\pi x}{l_x}, \quad (16)$$

где

$$g_{up}(\tau) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2\tau_u}\tau\right), & \tau \in [0, \tau_u]; \\ 1, & \tau \in (\tau_u, T]; \end{cases}$$

$$\text{и } g_{down}(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \in [0, \tau_s - \tau_d]; \\ \sin\left(\frac{\pi[\tau_s - \tau]}{2\tau_d}\right), & \tau \in (\tau_s - \tau_d, \tau_s]; \end{cases}$$

– функции вхождения и затухания сигнала, τ_u – время нарастания амплитуды сигнала; τ_d – время спада амплитуды сигнала; τ_s – время подачи сигнала.

Расположим стеклянную пластинку шириной b на расстоянии a от источника. На рис. 3 представлена мгновенная картина амплитуды поля, полученная вследствие прохождения ультракороткого импульса через тонкую пластину. Расчёты производились при следующих значениях параметров: $n_1 = 1$, $n_2 = 1,55$, $a = 14,367$ мкм, $b = 1,266$ мкм, $\lambda_0 = 0,633$ мкм, $l_x = 3$ мкм, $l_z = 30$ мкм, $T = 9$ мкм, $h_x = \lambda_0/6,33$ мкм, $h_z = \lambda_0/633$ мкм, $h_\tau = \lambda_0/1266$ мкм, $\tau_u = 0,633$ мкм; $\tau_d = 0,633$ мкм; $\tau_s = 1,266$ мкм.

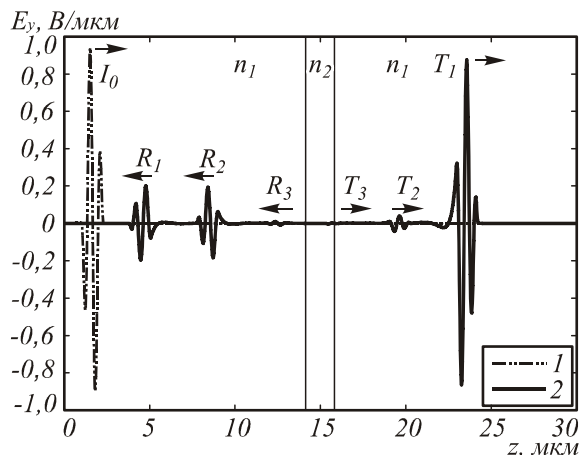


Рис. 3. Мгновенная картина амплитуды поля на оптической оси в момент времени $t = 88,898$ фс для импульса длиной $4,223$ фс: входящий импульс (кривая 1) и результирующее поле (кривая 2)

На рис. 3 можно наблюдать явление многократного отражения и прохождения импульса от поверхности плёнки, где I_0 – входящий импульс, R_1 , R_2 и R_3 – отражённые импульсы, T_1 , T_2 и T_3 – прошедшие импульсы [15].

В табл. 2 приведены теоретические и расчётные коэффициенты отражения/пропускания для соответствующих отразившихся/прошедших волн, где \mathcal{R}_i и \mathcal{I}_i – коэффициенты отражения и преломления соответствующего i -го импульса.

Таблица 3. Коэффициенты для прошедших и отражённых импульсов

Тип импульса	Теоретические \Re_i / \Im_i	Расчётные \Re_i / \Im_i	Длина, фс
R_1	0,0465	0,0421	8,7494
R_2	0,0423	0,0430	10,3405
R_3	$9,1563 \cdot 10^{-5}$	$5,1596 \cdot 10^{-5}$	
T_1	0,9091	0,9081	12,5554
T_2	0,0020	0,0021	13,3492
T_3	$4,2601 \cdot 10^{-6}$	$1,5996 \cdot 10^{-5}$	
Всего	1	0,9953	

Из таблицы видно, что результаты численного эксперимента хорошо согласуются с теорией. СКО составила 0,47%. Отражение и прохождение ультра-

короткого импульса от тонкой пластины подчиняется законам Френеля. Также замечено уширение отразившихся и прошедших импульсов по сравнению с входным сигналом (четвёртый столбец табл. 3).

Известно, что при полном внутреннем отражении ультракороткого импульса происходит фазовый сдвиг, который приводит к изменению распределения интенсивности отразившегося импульса [16]. Смоделируем полное отражение ультракороткого импульса от границы раздела двух сред.

Пусть импульс падает на поверхность под углом θ . Расчёты производились при следующих значениях параметров: $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1$, $\theta = 60^\circ$, $\lambda_0 = 0,633$ мкм, $l_x = 6$ мкм, $l_z = 6$ мкм, $T = 6$ мкм, $h_x = \lambda_0/10$ мкм, $h_z = \lambda_0/422$ мкм, $h_\tau = \lambda_0/528$ мкм, $\tau_u = 0,3165$ мкм; $\tau_d = 0$ мкм; $\tau_s = 0$ мкм.

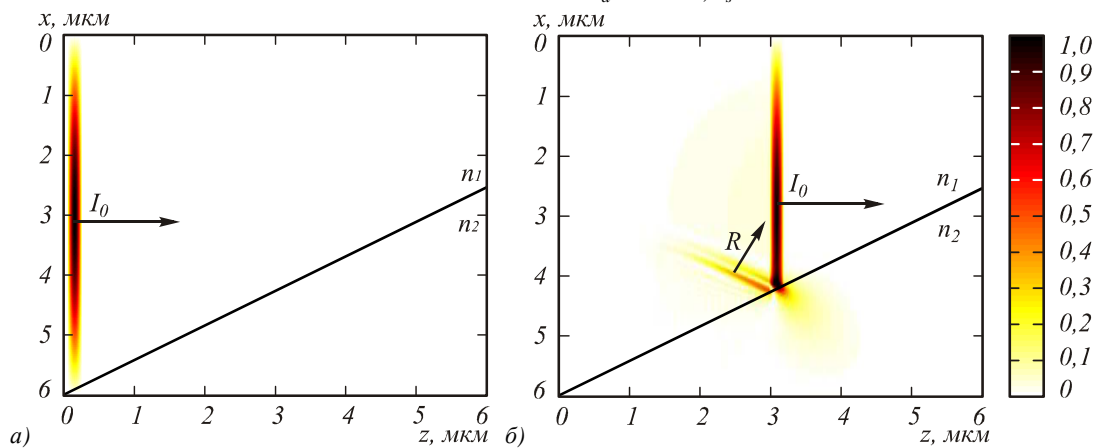


Рис. 4. Картина дифракции для импульса длиной 1 фс в момент времени: 1,3609 фс (до отражения) (а); 15,971 фс (часть импульса отразилась) (б)

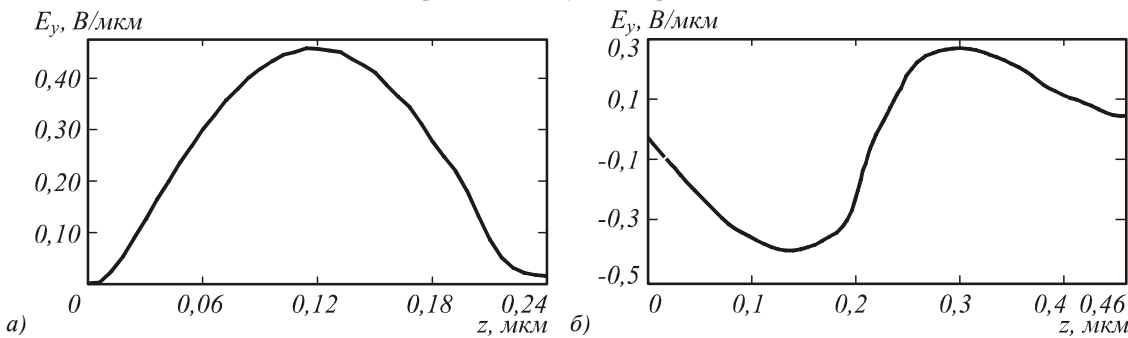


Рис. 5. Сечение импульса в момент времени 15,971 фс: падающего, I_0 (а); отражённого, R (б)

На рис. 4 можно наблюдать явление полного внутреннего отражения от границы двух сред: оптического стекла и воздуха (граница представлена чёрной линией), где I_0 – падающий импульс, R – отражённый импульс, а направление распространения импульсов указано стрелками. Из рис. 4 видно, что отражённый импульс искажил свою форму и состоит из двух «лепестков», вместо одного падающего «лепестка». Сравним распределения интенсивности падающего и отразившегося импульсов.

На рис. 5 видно, что формы отразившегося и падающего импульсов различны, что согласуется с экспериментальными результатами, представлен-

ными в работе [16]. Стоит отметить и значительное (практически в два раза) уширение отражённого импульса по сравнению с падающим.

Заключение

Получены следующие результаты:

1. Для общей постановки краевой задачи для волнового уравнения получено аналитическое решение в виде ряда (10).
2. Построена и численно исследована явная схема для краевой задачи (11). Скорость сходимости схемы близка к квадратичной.
3. В частном случае получено совпадение между численным и аналитическим решением.

4. Показано, что разностное решение волнового уравнения на порядок точнее, чем разностное решение уравнений Максвелла FDTD-методом с помощью программы Fullwave при одних и тех же параметрах сетки (СКО 0,014% и 1%).
5. Произведено сравнение теоретических и расчётных коэффициентов отражения и пропускания для ультракороткого импульса света длиной 4,223 фс при прохождении через стеклянную пластину; СКО составила 0,47%.
6. Численно показано, что при полном внутреннем отражении ультракороткого импульса (1 фс) от раздела двух сред даже без учёта дисперсии материала происходит искажение и уширение импульса.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (госконтракт № 14.740.11.0016), гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-4128.2012.2) и гранта РФФИ (12-07-00269).

Литература

1. **Zhou, G.** Wave Equation-Based Semivectorial Compact 2-D-FDTD Method for Optical Waveguide Modal Analysis / G. Zhou, X. Li // *J. Lightwave Technol.* – 2004. – V. 22(2). – P. 677-683.
2. **Головашкин, Д.Л.** Применение метода конечных разностей для решения задачи дифракции Н-волны на двумерных диэлектрических решётках / Д.Л. Головашкин, Н.Л. Казанский, В.Н. Сафина // *Компьютерная оптика.* – 2003. – Т. 25 – С. 36-40.
3. **Khai, Q.L.** Wide-angle Beam Propagation Method without Using Slowly Varying Envelope Approximation / Q.L. Khai, P. Bienstman // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2009. – V. 26(2) – P. 353-356.
4. **Koshiba, M.** Time-Domain Beam Propagation Method and Its Application to Photonic Crystal Circuits / M. Koshiba, Y. Tsuji, M. Hikari // *J. Lightwave Technol.* – 2000. – V. 18(1). – P. 102-109.
5. **Shibayama, J.** Efficient Time-Domain Finite-Difference Beam Propagation Methods for the Analysis of Slab and Circularly Symmetric Waveguides / J. Shibayama, T. Takahashi, J. Yamauchi, H. Nakano // *J. Lightwave Technol.* – 2000. – V. 18(3). – P. 437-442.
6. **Masoudi, H.M.** A Novel Nonparaxial Time-Domain Beam-Propagation Method for Modeling Ultrashort Pulses in Optical Structures / H.M. Masoudi // *J. Lightwave Technol.* – 2007. – V. 25(10). – P. 1-10.
7. **Horvath, Z.L.** Diffraction of Short Pulses with Boundary Diffraction Wave Theory / Z.L. Horvat, Zs. Bor // *Phys. Rev. E.* – 2001. – V. 63(2) – P. 1-11.
8. **Kempe, M.** Spatial and Temporal Transformation of Femtosecond Laser Pulses by Lenses and Lens Systems / V. Kempe, U. Stamm, B. Wilhelmi, W. Rudolph // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1992. – V. 9(7). – P. 1158-1165.
9. **Piglosiewicz, B.** Ultrasmall Bullets of Light – Focusing Few-Cycle Light Pulses to Diffraction Limit / B. Piglosiewicz, D. Sadiq, M. Masxheck, S. Schmidt, M. Silies, P. Vasa, C. Lienau // *Optic Express.* – 2011. – V. 19(7). – P. 14451-14463.
10. **Hecht, J.** Spectral Broadening Advances Quest for Single-Cycle Pulses / J. Hecht // *Laser Focus World.* – 2011. – V. 47(8). – P. 65-70.
11. **Yamane, K.** Optical Pulse Compression to 3.4 fs in the Monocycle Region by FeedBack Phase Compensation / K. Yamane, Z. Zhang, K. Oka, R. Morita, M. Yamashita // *Optics Letters.* – 2003. – V. 28(22). – P. 2258-2260.
12. **Неганов, В.А.** Линейная макроскопическая электродинамика / В.А. Неганов, С.Б. Раевский, Г.П. Яровой. – М.: Радио и связь, 2000. – Т. 1. – 509 с.
13. **Самарский, А.А.** Уравнения математической физики / А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
14. **Самарский, А.А.** Численные методы / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1958. – 812 с.
15. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
16. **Cheung, K.P.** Distortion of Ultrashort Pulses on Total Internal Reflection / K.P. Cheung, D.H. Auston // *Optic Letters.* – 1985. – V. 10(5). – P. 218-219.
17. **Адамс, М.** Введение в теорию оптических волноводов / М. Адамс. – М.: Мир, 1984. – 512 с.

References

1. **Zhou, G.** Wave Equation-Based Semivectorial Compact 2-D-FDTD Method for Optical Waveguide Modal Analysis / G. Zhou, X. Li // *J. Lightwave Technol.* – 2004. – V. 22(2). – P. 677-683.
2. **Golovashkin, D.L.** Application of the finite difference method for solving the problem of diffraction of H-waves on two-dimensional dielectric lattices / D.L. Golovashkin, N.L. Kazanskiy, V.N. Safina // *Computer Optics.* – 2003. – V. 25. – P. 36-40. – (In Russian).
3. **Khai, Q.L.** Wide-angle Beam Propagation Method without Using Slowly Varying Envelope Approximation / Q.L. Khai, P. Bienstman // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2009. – V. 26(2) – P. 353-356.
4. **Koshiba, M.** Time-Domain Beam Propagation Method and Its Application to Photonic Crystal Circuits / M. Koshiba, Y. Tsuji, M. Hikari // *J. Lightwave Technol.* – 2000. – V. 18(1). – P. 102-109.
5. **Shibayama, J.** Efficient Time-Domain Finite-Difference Beam Propagation Methods for the Analysis of Slab and Circularly Symmetric Waveguides / J. Shibayama, T. Takahashi, J. Yamauchi, H. Nakano // *J. Lightwave Technol.* – 2000. – V. 18(3). – P. 437-442.
6. **Masoudi, H.M.** A Novel Nonparaxial Time-Domain Beam-Propagation Method for Modeling Ultrashort Pulses in Optical Structures / H.M. Masoudi // *J. Lightwave Technol.* – 2007. – V. 25(10). – P. 1-10.
7. **Horvath, Z.L.** Diffraction of Short Pulses with Boundary Diffraction Wave Theory / Z.L. Horvat, Zs. Bor // *Phys. Rev. E.* – 2001. – V. 63(2) – P. 1-11.
8. **Kempe, M.** Spatial and Temporal Transformation of Femtosecond Laser Pulses by Lenses and Lens Systems / V. Kempe, U. Stamm, B. Wilhelmi, W. Rudolph // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1992. – V. 9(7). – P. 1158-1165.
9. **Piglosiewicz, B.** Ultrasmall Bullets of Light – Focusing Few-Cycle Light Pulses to Diffraction Limit / B. Piglosiewicz, D. Sadiq, M. Masxheck, S. Schmidt, M. Silies, P. Vasa, C. Lienau // *Optic Express.* – 2011. – V. 19(7). – P. 14451-14463.
10. **Hecht, J.** Spectral Broadening Advances Quest for Single-Cycle Pulses / J. Hecht // *Laser Focus World.* – 2011. – V. 47(8). – P. 65-70.
11. **Yamane, K.** Optical Pulse Compression to 3.4 fs in the Monocycle Region by FeedBack Phase Compensation / K. Yamane, Z. Zhang, K. Oka, R. Morita, M. Yamashita // *Optics Letters.* – 2003. – V. 28(22). – P. 2258-2260.

12. **Neganov, V.A.** Linear macroscopic electro-dynamics / V.A. Neganov, S.B. Raevsky, G.P. Yarvoi – Moscow: "Radio I svyaz" Publisher, 2000. – V. 1. – 509 p. – (In Russian).
13. **Samarsky, A.A.** Equations of Mathematical Physics / A.A. Samarsky, A.N. Tihonov. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1966. – 724 p. – (In Russian).
14. **Samarsky, A.A.** Numerical methods / A.A. Samarsky. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1958. – 812 p. – (In Russian).
15. **Born, M.** Fundamentals of optics / M. Born, E. Wolf. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1973. – 720 p. – (In Russian).
16. **Cheung, K.P.** Distortion of Ultrashort Pulses on Total Internal Reflection / K.P. Cheung, D.H. Auston // Optic Letters. – 1985. – V. 10(5). – P. 218-219.
17. **Adams, M.** Introduction to the theory of optical waveguides / M. Adams. – Moscow: "Mir" Publisher, 1984. – 512 p. – (In Russian).

SIMULATION OF ULTRAFAST 2D LIGHT PULSE

*E. S. Kozlova, V.V. Kotlyar
Image Processing Systems Institute of the RAS,
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University*

Abstract

An analytical solution of the general boundary value problem for two-way wave equation for the light field with the TE-polarization is found. Finite difference solution of the wave equation used for simulation of 2D light pulses in a planar waveguide with the "electric walls". The numerical solution and the analytical coincides with with the accuracy of 0.0005%. The resulting difference solution of the wave equation more accurate than the finite difference solution of Maxwell's equations, obtained by FDTD-method using Fullwave with the same parameters. Numerically shown that calculated and the theoretical Fresnel coefficients coincide with the accuracy of 0.47% during the reflection and transmission of ultrashort light pulse (≈ 4 fs) through a glass plane-parallel plate. Pasted plate pulses broaden more (an average of 3 fs) than reflected pulses.

Key words: wave equation, an explicit finite-difference scheme, simulation, ultrashort pulse, the Fresnel coefficients, the broadening effect.

Сведения об авторах



Козлова Елена Сергеевна, магистр прикладной математики и информатики, аспирант кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы.

E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

Elena Sergeevna Kozlova, Master of Mathematics and Computer Science. Currently studies at Samara State Aerospace University. Research interests are diffractive optics and numerical methods.



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и, по совместительству, профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

E-mail: kotlyar@smr.ru.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science Department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in physics and mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE and OSA member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, optical vortices.

Поступила в редакцию 8 февраля 2012 г.