

А.В. Гончарский

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ПЛОСКИХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Введение

В работе рассматриваются следующие обратные задачи синтеза оптических элементов:

Задача 1. Формирование заданного изображения в заданной плоскости.

Задача 2. Формирование заданной диаграммы направленности.

Задача 3. Задача фокусировки электромагнитного излучения в заданную кривую.

Задача 4. Создание плоских оптических элементов на основе дифракционных решеток (ответвители, делители пучка).

Охарактеризуем те математические проблемы, которые возникают при решении перечисленных задач синтеза. С математической точки зрения все эти задачи сводятся к решению операторного уравнения

$$A\varphi = F. \quad (1)$$

Здесь F - характеристики изображения, φ - характеристики оптического элемента, реализующего изображение с характеристиками F . Оператор A в выбранной математической модели осуществляет соответствие между φ и F (φ и F - элементы некоторого функционального, для определенности нормированного пространства).

Проблема 1. Проблема выбора математической модели.

С одной стороны, модель должна быть достаточно простой, с другой - она должна с требуемой точностью отвечать реальным процессам, происходящим в оптической системе.

Проблема 2. Проблема разрешимости задачи синтеза.

Задача синтеза (1) разрешима, если для любого F найдется элемент $\varphi \in Q$, такой, что

$$\inf ||A\varphi - F|| = 0$$

$\varphi \in Q$

Здесь Q - множество возможных реализаций. На самом деле необходимо реализовать элемент φ_ϵ , который с заданной точностью ϵ решает задачу синтеза, то есть $||A\varphi_\epsilon - F|| \leq \epsilon$. В этом случае будем говорить об ϵ -разрешимости задачи синтеза.

Проблема 3. Проблема единственности решения задачи синтеза.

Отметим сразу, что в большинстве случаев рассматриваемые задачи синтеза имеют неединственное решение. Однако, в отличие от задач диагностики, неединственность решения в задачах синтеза играет в каком-то смысле положительную роль: ее можно использовать для оптимизации дополнительных характеристик элементов.

Проблема 4. Проблема создания эффективных алгоритмов решения обратных задач синтеза оптических элементов.

Здесь необходимо отметить, что требуется построить устойчивые алгоритмы, с заданной точностью решающие задачи синтеза.

Проблема 5. Создание программно-аппаратных средств для решения задач автоматизированного проектирования оптических элементов.

Математические модели в задачах синтеза ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Приближение Френеля.

Одной из наиболее распространенных моделей в задачах синтеза оптических элементов является приближение Френеля. В этом приближении распространение излучения в вакууме описывается волновой функцией

$$U(x, y, z, t) = u(x, y, z) e^{-i\omega t}$$

Здесь $u(x, y, z)$ - комплексное волновое поле, удовлетворяющее уравнению Гельмгольца

$$\Delta u + k^2 u = 0.$$

Пусть плоский оптический элемент расположен в плоскости $z = 0$ и $u(\xi, \eta, 0 - 0)$ - комплексное волновое поле падающего излучения в плоскости $z = 0$. Пусть $u(\xi, \eta, 0 + 0)$ - волновое поле на выходе плоского оптического элемента. Не уменьшая общности, будем считать, что плоский оптический элемент перпендикулярен падающей волне (рис. 1) (например, падающее излучение - плоская электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси z). В приближении плоского элемента комплексная волновая функция $u(\xi, \eta, 0 + 0)$ на выходе элемента связана с полем $u(\xi, \eta, 0 - 0)$ соотношением

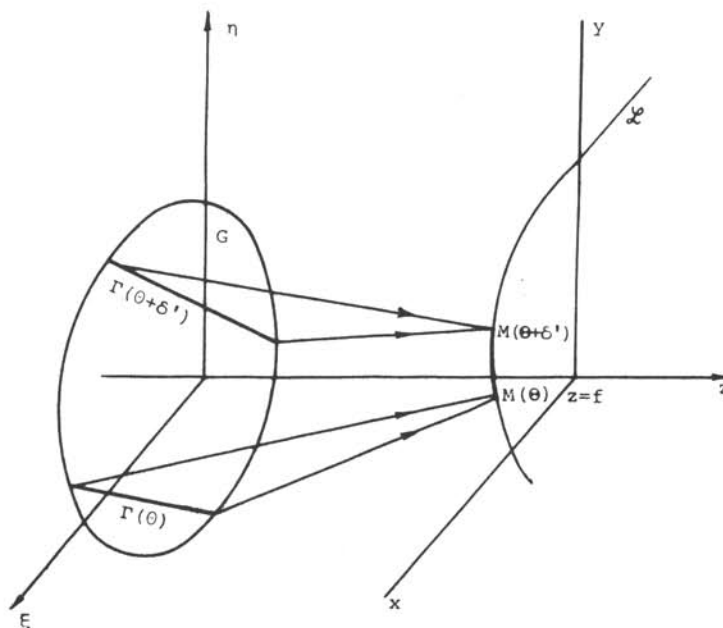


Рис. 1. Геометрия расположения плоского оптического элемента и области формирования изображения (задачи 1, 3)

$$u(\xi, \eta, 0 + 0) = u(\xi, \eta, 0 - 0) C(\xi, \eta). \quad (2)$$

В (2) $C(\xi, \eta)$ - комплексная функция пропускания элемента. Если $|C(\xi, \eta)| \equiv 1$ в области G , то элемент является фазовым. Если $\text{Im } C(\xi, \eta) = 0$ в G , то элемент называется амплитудным. Из соотношения (1) следует, что, зная $u(\xi, \eta, 0 - 0)$ и $u(\xi, \eta, 0 + 0)$, можно (если это допускает соотношение (2)) найти пропускную способность $C(\xi, \eta)$ и изготовить оптический элемент, решающий задачу синтеза [1]. Таким образом, проблема сводится к расчету комплексного волнового поля $u(\xi, \eta, 0 + 0)$ сразу за оптическим элементом, решающим задачу синтеза. Пусть $u(\xi, \eta, 0 + 0) = A(\xi, \eta) e^{ik\phi(\xi, \eta)}$. Здесь $A(\xi, \eta)$ - действительная функция. В приближении Френеля модуль комплексного волнового поля $u(x, y, f)$ в плоскости $z = f$ находим как

$$|u(x, y, f)| = \left| \frac{k}{2\pi} \iint_G e^{ik\left(\frac{x\xi}{f} + \frac{y\eta}{f}\right)} e^{ik\frac{\xi^2 + \eta^2}{2f}} \right|.$$

$$\cdot A(\xi, \eta) e^{ik\phi(\xi, \eta)} d\xi d\eta| = B(x, y). \quad (3)$$

В задаче синтеза (1) задана функция $B(x, y)$ и требуется найти функции $A(\xi, \eta)$, $\phi(\xi, \eta)$ из соотношения (3). Если пару функций A , ϕ обозна-

чить за Φ , то соотношение (3) можно переписать в операторном виде

$$T \Phi = B. \quad (4)$$

Если оптический элемент фазовый, то $A(\xi, \eta)$ известна и неизвестной является лишь функция $\Phi(\xi, \eta)$.

Задача 2 - задача формирования диаграммы направленности - на самом деле сводится к задаче 1. Рассмотрим формулу (3) в приближении, что $f \rightarrow \infty$ так, что $\frac{x}{f} = \alpha$; $\frac{y}{f} = \beta$.

Здесь α, β - синусы направляющих углов вектора нормали. Тогда

$$\lim_{f \rightarrow \infty} |fu(x, y, f)| = \frac{k}{2\pi} \left| \iint_G A(\xi, \eta) e^{ik\Phi(\xi, \eta)} \cdot e^{ik(\xi\alpha + \eta\beta)} d\xi d\eta \right| = R(\alpha, \beta). \quad (5)$$

Функция $R(\alpha, \beta)$ зависит лишь от α и β и является амплитудной диаграммой направленности оптического элемента. Ясно, что задачи (1) и (2) связаны между собой. Так, если функции $A(\xi, \eta)$ и $\Phi(\xi, \eta)$ решают задачу (1), то функции $A(\xi, \eta)$ и

$$\tilde{\Phi}(\xi, \eta) = \Phi(\xi, \eta) + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2f} \quad (6)$$

решают задачу формирования диаграммы направленности с $R(\alpha, \beta) = \lim_{f \rightarrow \infty} |fu(\alpha f, \beta f, f)|$. Ясно, что $\tilde{\Phi}$ отличается от Φ добавлением в оптическую систему линзы с фокусным расстоянием f .

Теорема о разрешимости задач синтеза 1. 2

Пусть $B(x, y)$ - заданная функция, суммируемая с квадратом в области G . Обозначим через $\Delta(A, \Phi)$

$$\Delta(A, \Phi) = \iint_G \{B(x, y) - |u(x, y, f)|\}^2 dx dy. \quad (7)$$

Интегрирование ведется по всей плоскости $z = f$. Справедлива теорема 1.

Т е о р е м а 1. *Существуют такие функции $B(x, y)$, суммируемые с квадратом на плоскости, что*

$$\inf_{\Phi, A} \Delta(A, \Phi) = \Delta_0 > 0.$$

З а м е ч а н и е 1. Последнее означает, что задача синтеза оптических элементов, формирующих в плоскости $z = f$ заданное изображение, разрешима далеко не всегда даже в рамках амплитудно-фазовых оптических элементов, а тем более для фазовых оптических элементов. Можно построить оценку снизу для величины Δ_0 , которая будет характеризовать тот уровень приближения, лучше которого в принципе нельзя сформировать заданное изображение F . Те же результаты относятся к задаче 2.

З а м е ч а н и е 2. Примером такой функции является любая разрывная функция, например:

$$B(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq R^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > R^2. \end{cases}$$

Можно показать, что при падении плоской монохроматической волны на оптический элемент ($u(\xi, \eta, z) = e^{ikz}$) фокусное расстояние $f \sim 50$ см, круглая апертура ~ 1 см, диаметр изображения ~ 1 см и $\lambda = 10.6\mu$, величина Δ составляет в процентном отношении 1-2%.

Алгоритмы решения задач 1, 2 в рамках приближения Френеля

Все существующие алгоритмы решения задач 1, 2 в рамках приближения Френеля так или иначе сводятся к задаче минимизации функционала невязки

$$\Delta(A, \varphi) = \iint \{B(x, y) - |u(x, y, f)|\}^2 dx dy.$$

Обычно [2] используются различные итерационные алгоритмы. Отметим сразу, что оператор T в соотношении (4) нелинейно зависит от A и φ , поэтому задача минимизации функционала $\Delta(A, \varphi)$ - задача невыпуклого программирования. Построение итерационных алгоритмов, гарантирующих сходимость к точке минимума функционала $\Delta(A, \varphi)$ - задача чрезвычайно сложная.

В настоящее время в литературе по оптике широкое распространение получили итерационные алгоритмы, предложенные в работе [3]. Введем обозначения $v(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) e^{ik\varphi(\xi, \eta)}$. Тогда

$$u(x, y, f) = \gamma_0 e^{ik \frac{x^2 + y^2}{2f}} \mathcal{F}(v(\xi, \eta) e^{ik \frac{\xi^2 + \eta^2}{2f}}). \quad (8)$$

Здесь $\mathcal{F}$ - двумерное Фурье-преобразование от аргумента, γ_0 - постоянный коэффициент. Таким образом, для построения последовательности, минимизирующей функционал $\Delta(A, \varphi)$, можно использовать хорошо разработанную технику Фурье-методов (быстрого Фурье-преобразования, спецпроцессоры и т.п.). Не уменьшая общности, можно считать, что задачи 1, 2 для фазовых элементов сводятся к решению следующей математической проблемы. Пусть две функции $u(\xi, \eta)$, $v(\xi, \eta)$ связаны соотношением $u = \mathcal{F} v$, причем известны $|u(\xi, \eta)| = B(\xi, \eta)$ и $|v(\xi, \eta)| = A(\xi, \eta)$. Задача заключается в том, чтобы найти фазу одной из функций, например $u(\xi, \eta)$. Алгоритм, предложенный в работе, является по сути дела алгоритмом простой итерации для минимизации функционала $\Delta(A, \varphi)$ и заключается в следующем. Пусть на k -м шаге алгоритма $u_k(\xi, \eta)$ найдена. Тогда вычислим u'_{k+1} по следующему правилу: фаза функции u_k приписывается амплитуде $B(\xi, \eta)$, то есть $u'_{k+1}(\xi, \eta) = \frac{u_k}{|u_k|} B(\xi, \eta)$. Теперь $v'_{k+1} = \mathcal{F} u'_{k+1}$. Функция v_{k+1} находится

тем же способом: $v_{k+1} = \frac{v'_{k+1}}{|v'_{k+1}|} A(x, y)$. И, наконец, $u_{k+1} = \mathcal{F} v_{k+1}$ и т.п.

Для алгоритмов подобного типа доказано, что они являются релаксационными, то есть невязка $\|A - |v_k|\|_{L_2}^2$ является монотонной функцией от итерации k . Заметим, что это вовсе не означает, что последовательность u_k , построенная по этому алгоритму, является сходящейся.

Для минимизации функционала $\Delta(A, \varphi)$ можно использовать и традиционные алгоритмы, например метод наискорейшего спуска и т.п. Вычисление градиента функционала $\Delta(A, \varphi)$ не представляет сложности.

Отметим, что для оптического диапазона, как правило, очень хорошим приближением является приближение геометрической оптики [4]. Приближение Френеля лишь незначительно улучшает результаты, полученные в приближении геометрической оптики. Так, для характерной геометрии: диаметр $G \sim 1$ см, диаметр изображения ~ 1 см, $\lambda = 10,6 \mu$, $f \sim 50$ см, функционал невязки $\Delta(A, \varphi)$ с начального приближения, получаемого в рамках геометрической оптики, удается улучшить обычно лишь в $1,2 \div 1,5$ раза.

Математические модели в обратных задачах синтеза оптических элементов.

Приближение геометрической оптики

Приближение геометрической оптики можно получить из формулы Френеля

$$u(x, y, f) = \frac{k e^{ikf}}{2\pi i} \iint_G A(\xi, \eta) e^{ik \left[\frac{(x-\xi)^2}{2f} + \frac{(y-\eta)^2}{2f} + \varphi(\xi, \eta) \right]} d\xi d\eta$$

при $k \rightarrow \infty$.

Простейший случай, когда для каждой точки (x, y) из некоторой области D , где формируется изображение, существует лишь одна стационарная точка (ξ_0, η_0) , являющаяся решением уравнения стационарной фазы

$$\begin{cases} \varphi'_\xi + \left[\frac{(x-\xi)^2}{2f} + \frac{(y-\eta)^2}{2f} \right]'_\xi = 0 \\ \varphi'_\eta + \left[\frac{(x-\xi)^2}{2f} + \frac{(y-\eta)^2}{2f} \right]'_\eta = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Система (9) определяет отображение области G плоскости $O\xi\eta$ на плоскость $z = f$ (рис. 2):

$$I_\varphi : \begin{cases} x = \xi + f \varphi'_\xi \\ y = \eta + f \varphi'_\eta \end{cases} \quad (10)$$

Обозначим за $\|I_\varphi\|$ матрицу $\begin{vmatrix} x'_\xi & x'_\eta \\ y'_\xi & y'_\eta \end{vmatrix}$. Нетрудно убедиться, что при $k \rightarrow \infty$ $u(x, y, f)$ имеет асимптотику

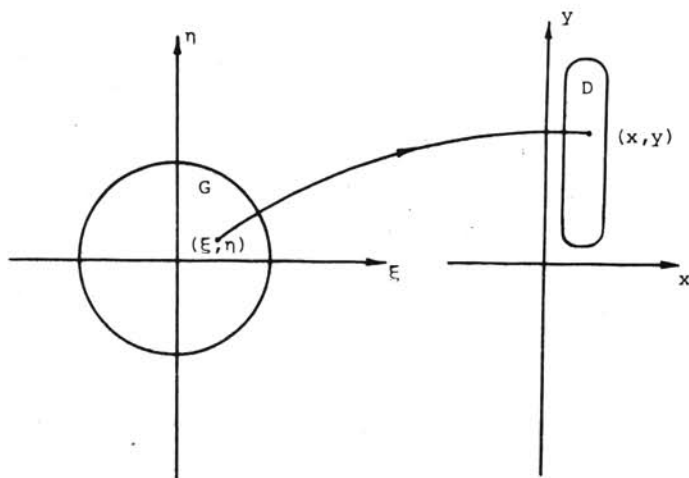


Рис. 2. К постановке задачи 1
в рамках геометрической оптики

$$u(x, y, f) = A(\xi_0, \eta_0) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \right|^{-\frac{1}{2}} + O\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right). \quad (11)$$

Здесь $\frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)}$ - якобиан преобразования (10), взятый в точке (ξ_0, η_0) .

Теперь задачу синтеза (1) можно в рамках геометрической оптики переформулировать в следующем виде. Требуется найти взаимнооднозначные отображения $I: x = x(\xi, \eta); y = y(\xi, \eta)$, удовлетворяющие условиям: $IG=D$, причем

$$\begin{aligned} x'_\eta &= y'_\xi; \\ \left| x'_\xi y'_\eta - x'_\eta y'_\xi \right| &= g_0(\xi, \eta). \end{aligned}$$

Здесь $g_0(\xi, \eta)$ - заданная функция, определенная интенсивностями падающего и создаваемого изображений.

Пусть теперь решение уравнения (9) неединственно. Этот случай соответствует наличию фокусировки излучения. Рассмотрим задачу фокусировки (задача 3) в фокальную кривую $L: x = x_0(\theta), y = y_0(\theta), z = f$, θ - натуральный параметр. Будем считать, что для каждой точки $(x_0(\theta), y_0(\theta), f) \in L$ множество точек стационарной фазы (решение уравнения (9)) есть гладкая кривая $\Gamma(x_0(\theta), y_0(\theta)) = \Gamma(\theta)$, а для точек $(x, y, f) \notin L$ $\Gamma(\theta) = \emptyset$.

Справедлива теорема 2 (необходимое условие фокусировки) [5].

Пусть $I_\varphi G = L$, а $\text{rang } \|I_\varphi\| \equiv 1$ везде в области G (G - строго выпуклое множество). Тогда $\Gamma(\theta)$ - отрезок кривой с нормалью $\{\dot{x}_0(\theta), \dot{y}_0(\theta)\}$. Последняя теорема существенно упрощает решение обратной задачи синтеза в рамках приближения геометрической оптики.

Для поля на кривой $(x, y, f) \in L$ можно получить асимптотику при $k \rightarrow \infty$

$$u(x, y, f) = \sqrt{\frac{k}{2\pi}} e^{ik(f+S_0)} e^{i\frac{\pi}{4}} \int_{\Gamma(\theta)} \frac{A(\xi, \eta) d\Gamma}{\sqrt{\|S_p\| \|I_\varphi\|}} + o(\sqrt{k}). \quad (11')$$

Здесь $S_p \| \cdot \|$ след матрицы $\| \cdot \|$. Видно, что при $k \rightarrow \infty$ амплитуда поля на кривой стремится к бесконечности. Для амплитуды поля вне кривой (исключая концы) можно получить представление

$$u(x, y, f) = \frac{c(x, y)}{\sqrt{k}} + o\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right).$$

Пусть в точке $x_0 = 0, y_0 = 0$ кривая $\mathcal{L}$ имеет касательную - ось OY . Рассмотрим поле $u(x, 0, f)$ на оси OX . В реальном эксперименте измеряется усредненная по некоторому отрезку интенсивность

$$I_{\text{набл}} = \int_{-\delta}^{\delta} |u(x, 0, f)|^2 dx.$$

Справедлива теорема 3. При $k \rightarrow \infty$ величина $I_{\text{набл}}$ имеет асимптотику

$$I_{\text{набл}} = \int_{\Gamma(\theta)} \frac{A^2(\xi, \eta) d\Gamma}{\|S_p\| \|I_\varphi(\xi, \eta)\|} + o(1). \quad (12)$$

Результат теоремы можно переформулировать следующим образом (см. рис. 1).

$$\begin{aligned} I_{\text{набл}} &= \lim_{\delta' \rightarrow 0} \frac{1}{\delta'} \int_{I_\varphi^{-1}(M(\theta)M(\theta+\delta'))} A^2(\xi, \eta) d\xi d\eta + \\ &+ o(1) = P_{I_\varphi}(\theta) + o(1). \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, величина $I_{\text{набл}}$ при достаточно большом k есть просто средняя энергия, "закачиваемая" в бесконечно малую дугу $M(\theta)M(\theta+\delta')$. Этим определением интенсивности сфокусированного излучения и будем пользоваться в дальнейшем.

Задача фокусировки в линию

Теперь можно перейти к математической формулировке обратной задачи фокусировки излучения в линию $\mathcal{L}$. Пусть $p(\theta)$ - произвольная кусочно-непрерывная функция $0 < \theta < 1_0$. В рамках фазовых оптических элементов требуется найти функцию $\varphi(\xi, \eta)$, такую, что отображение I_φ

$$I_\varphi : \begin{cases} x = \xi + f\varphi'_\xi \\ y = \eta + f\varphi'_\eta \end{cases} \quad (\xi, \eta) \in G$$

переводит область G в кривую $\mathcal{L}$, то есть $I_\varphi G = \mathcal{L}$.

Кроме того, $P_{I_\varphi}(\theta) = p(\theta)$, то есть задается распределение интенсивности сфокусированного излучения $p(\theta)$. Возникает вопрос о существовании гладких решений задачи фокусировки в линию. Оказывается, что гладкие

решения существуют не всегда. Можно утверждать необходимое и достаточное условие (условие на кривизну кривой [5] и функции $p(\theta)$), гарантирующее возможность существования гладкого решения φ . Если говорить о единственности гладкого решения, то их существует не более двух.

Ослабим условия на гладкую функцию φ в G . Пусть $\varphi \in C_2$ везде в G , за исключением некоторой гладкой кривой γ_{def} . Справедлива теорема [6].

Т е о р е м а 4. Пусть $\mathcal{L}$ - кусочно-гладкая кривая, а $p(\theta)$ - произвольная кусочно-непрерывная функция. Тогда поставленная задача синтеза разрешима, то есть существует функция $\varphi \in C_2(G/\gamma_{\text{def}})$, такая, что $I_\varphi G = \mathcal{L}$, а $P_{I_\varphi}(\theta) = p(\theta)$.

Алгоритмы решения задачи фокусировки в линию

Основываясь на вышеприведенных результатах, можно разработать алгоритмы решения задачи синтеза оптических элементов для фокусировки излучения в линию. Сначала необходимо проверить достаточное условие существования гладких решений [5]. Если такие решения существуют, строится стационарное семейство $\{\Gamma(\theta)\}$ [1]. В противном случае находится кривая γ_{def} и стационарное семейство строится в области $G \setminus \gamma_{\text{def}}$ [6]. Когда стационарное семейство найдено, это означает, что найдено отображение I_φ в области G . Задача восстановления функции φ из соотношений

$$\begin{cases} x = \xi + f\varphi'_\xi \\ y = \eta + f\varphi'_\eta \end{cases} \quad (\xi, \eta) \in G$$

не составляет трудности. На рис. 3 и 4 приведены соответственно стационарные семейства для случаев, когда гладкое решение существует и когда его нет. На рис. 5 и 6 приведены маски оптических элементов, фокусирующих гауссов пучок в кривую с равномерным распределением сфокусированного излучения.

Расчет плоских оптических элементов на основе дифракционных решеток (делители пучка, ответвители и т.п.)

Задача создания таких оптических систем, как ответвители, делители пучка, является одной из важных задач современной оптики лазеров. Поскольку расчет дифракционных решеток можно проводить в хорошем приближении как расчет двумерных конструкций, здесь можно применять более сложные модели, основанные на уравнениях Максвелла.

В подобных приближениях можно учитывать влияние поляризации падающего излучения, краевые эффекты, эффекты, связанные с ограниченной проводимостью, и т.п. Аккуратная математическая постановка задачи требует достаточно большого объема. Поэтому ограничимся лишь сравнительными характеристиками результатов, полученных в приближении Френеля и в

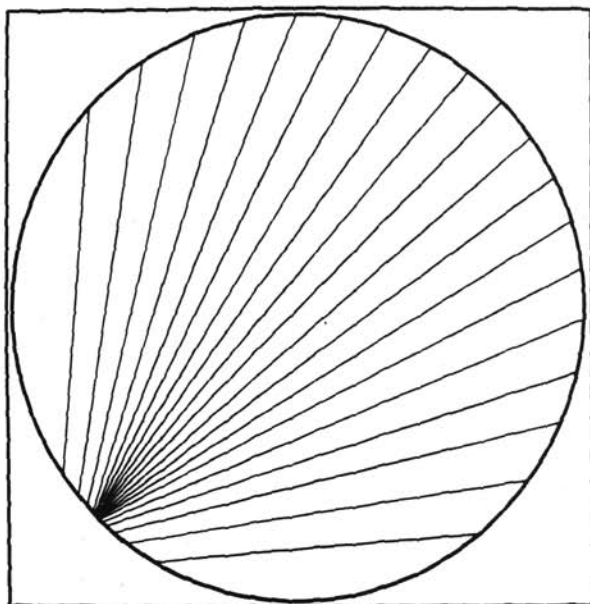


Рис. 3. Стационарное семейство $\{\Gamma(\theta)\}$ для случая, когда существует гладкое решение задачи фокусировки

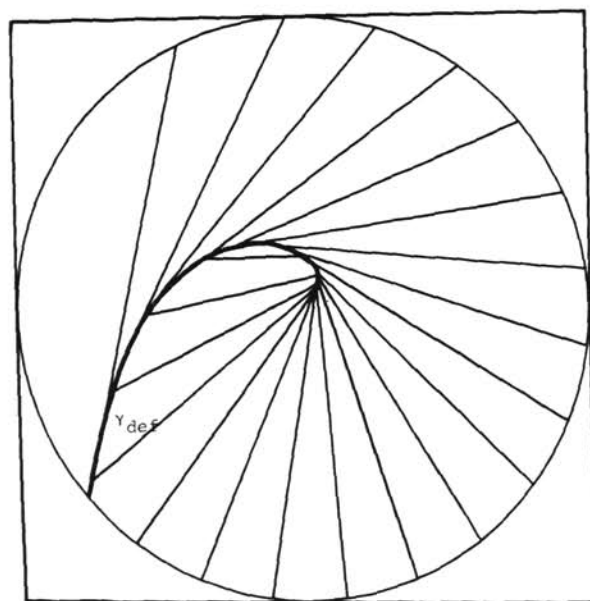


Рис. 4. Стационарное семейство $\{\Gamma(\theta)\}$ для случая, когда гладкого решения нет; функция $\varphi(\xi, \eta)$ терпит разрыв на кривой γ_{def}

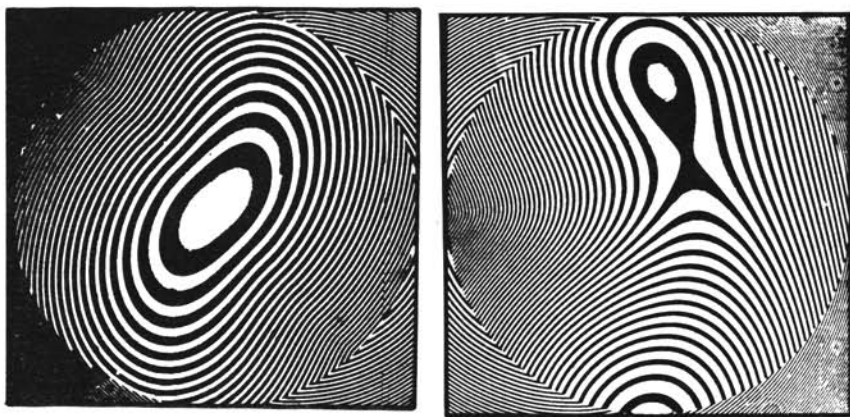


Рис. 5. Маски оптических элементов (плотность почернения пропорциональна высоте рельефа фазового оптического элемента) для фокусировки в линию с равномерным распределением интенсивности сфокусированного излучения. Гладкое решение существует

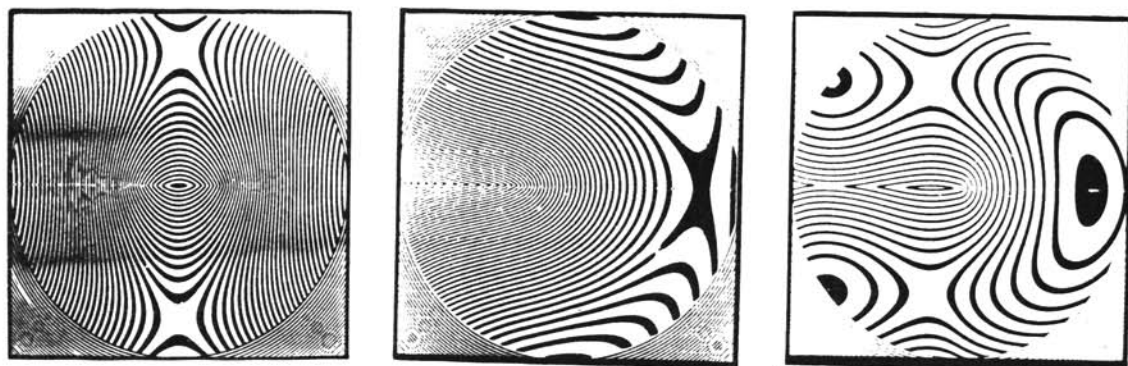
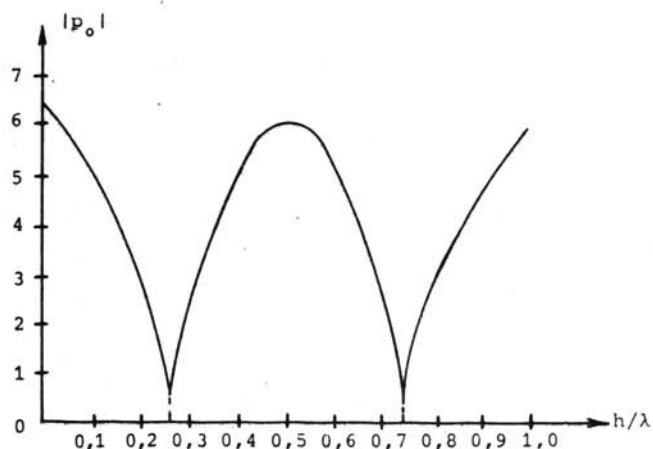
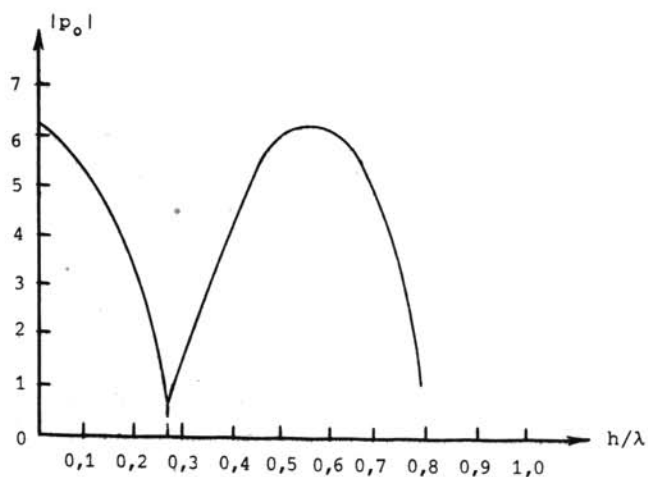


Рис. 6. Маски оптического элемента для фокусировки в линию. Гладкого решения нет

рамках модели, использующих приближение Максвелла. Результаты показывают, что если в период решетки укладывается достаточно большое число длин волн, то приближения дают очень близкие результаты. Если период решетки d сопоставим с длиной волны, то модели, основанные на приближении Френеля, уже не являются состоятельными. Для иллюстрации на рис. 7 приведем графики амплитуды отражения ρ_0 при $\theta = 0$ (нормально к решетке) как функции от h — глубины решетки (λ — фиксировано). Видно, что при $d/\lambda = 9,6$ наименьшее отражение в нулевой порядок будет при $h/\lambda = 0,25$.



а



б

Рис. 7. Амплитуда отраженной волны при $\theta = 0$ (нормально к плоскости решетки) как функция от h/λ :

а) $\frac{d}{\lambda} = 9,6$; б) $\frac{d}{\lambda} = 2,6$

При $d/\lambda = 2,6$ происходит смещение минимума (которого нет в приближении Френеля), и минимальное отражение будет при $h/\lambda = 0,28$.

Л и т е р а т у р а

1. Гончарский А.В., Данилов В.А., Прохоров А.М. и др. - ДАН СССР, т. 273, № 3, с. 605.
2. Lease L.B., Hirsch P.M., Jordan J.A. - IBM J. Res. Dev., 1969, vol. 13, p. 150.
3. Gallagher N.C., Lin B. - Appl. Opt., 1973, vol. 12, p. 2328.

4. Гончарский А.В., Данилов В.А., Попов В.В. и др. - Квантовая электроника, 1986, т. 13, с. 660.

5. Гончарский А.В., Степанов В.В. - ДАН СССР, 1984, т. 279, с. 778.

6. Гончарский А.В., Сисакян И.Н., Степанов В.В. - ДАН СССР, 1984, т. 279, с. 30.
