

В.А. Данилов, Б.Е. Кинбер, А.В. Шишлов

ТЕОРИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ФОКУСАТОРОВ

Введение

В последнее время для решения ряда технических и научных задач стали использоваться оптические приборы нового типа – фокусаторы, назначение которых – фокусировка излучения не в точку, а в линию. Теория фокусаторов [1-4] ставит своей целью определить поверхности линз, зеркал, зонных пластинок и т.д., преобразующих заданное первичное поле U_0 в поле U , фокусирующееся в требуемую фокальную линию $\vec{F}(\sigma)$, вдоль которой задано распределение интенсивности поля $I(\sigma)$. Естественно, что в силу эффектов дифракции ширина зоны фокусировки (диаметр трубки, ось которой –

фокальная линия) конечна и определяется отношением поперечного размера фокусатора к длине волны.

Интенсивность поля на фокальной линии можно понимать двояко: или как интегральную величину – поток энергии на единицу ее длины по поперечному сечению зоны фокусировки (ширине фокального пятна), или как локальную величину – квадрат амплитуды поля на самой фокальной линии. Неоднозначность определения интенсивности, различие в конструктивных особенностях фокусаторов, а также ряд дополнительных обстоятельств приводят к различным вариантам формулировки теории фокусаторов.

В любом случае, если не учитывать дифракционные эффекты, связанные с концами фокальной линии, задача определения поверхности фокусатора, то есть функции двух переменных, может быть сведена к определению функции одной переменной – закона изменения эйконала $s(\sigma)$ вдоль самой фокальной линии (σ – длина вдоль фокальной линии). Функции $s(\sigma)$ и $\vec{F}(\sigma)$ определяют лучевую структуру поля фокусировки.

Ниже на нескольких примерах показано, что во всех вариантах теории задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения относительно $s(\sigma)$. Различие в определении интенсивности и конструкции фокусатора приводит к отличию дифференциальных уравнений относительно $s(\sigma)$.

Лучевая структура поля, фокусируемого в фокальную линию

Через каждую точку фокальной линии проходит круговой конус лучей (рис. 1)*. Одна половина конуса соответствует лучам, приходящим к фокальной линии, другая – уходящим от нее. Ось конуса касательна к фокальной линии, угол раствора $\omega(\sigma)$ определяется производной $ds/d\sigma$ [5]:

$$\cos \omega(\sigma) = \frac{ds}{d\sigma}. \quad (1)$$

Для последующих расчетов удобно использовать систему координат σ, ψ, ρ , связанную с лучевой структурой, в которой ψ – угол, характеризующий луч в конусе σ (далее ψ – угол, отсчитываемый от соприкасающейся (с фокальной линией) плоскости Λ , ρ – расстояние вдоль луча от вершины конуса до рассматриваемой точки ($\rho \geq 0$ на конусе приходящих лучей и $\rho \leq 0$ на конусе лучей, уходящих от фокальной линии)).

Система координат σ, ψ, ρ не является лучевой, так как поверхности $\rho = \text{const}$ отличны (см. формулу (5)) от поверхностей $s = \text{const}$.

*Возможны случаи, когда через точку фокальной линии проходит не один, а несколько (n) конусов лучей. Такие случаи соответствуют n -значным функциям зависимости эйконала $s(\sigma)$. В последующих выкладках предполагается, что $s(\sigma)$ – однозначная функция σ , то есть через каждую точку фокальной линии проходит только один конус лучей.

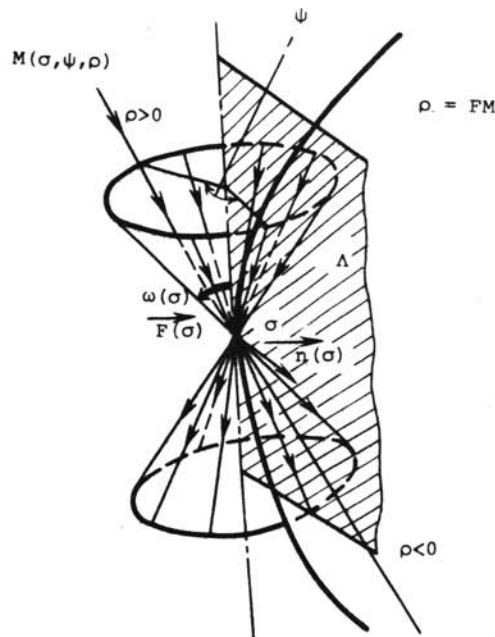


Рис. 1

Координаты σ , ψ , ρ однозначно определяют положение точки M . Обратное утверждение в общем случае несправедливо. В многолучевых областях пространства, где через точку M проходит n лучей, каждой точке соответствует n наборов координат σ , ψ , ρ . В областях, где лучей нет, координаты σ , ψ , ρ комплексны.

Вектор $\vec{M}(\sigma, \psi, \rho)$ связан с вектором $\vec{F}(\sigma)$ точки на фокальной линии и ортом $\vec{q}_0(\sigma, \psi)$ луча в конусе соотношением:

$$\vec{M}(\sigma, \psi, \rho) = \vec{F}(\sigma) + \vec{q}_0(\sigma, \psi) \cdot \rho. \quad (2)$$

В соответствии с приведенными определениями σ и ψ

$$\vec{q}_0(\sigma, \psi) = \vec{t}(\sigma) \cdot \cos \omega(\sigma) + \vec{n}(\sigma) \cdot \sin \omega(\sigma) \cdot \cos \psi + \vec{b}(\sigma) \cdot \sin \omega(\sigma) \cdot \sin \psi, \quad (3)$$

где

$\vec{t}$, $\vec{n}$, $\vec{b}$ - орты касательной, нормали и бинормали к $\vec{F}(\sigma)$.

Поскольку и ориентация оси конусов, и их угол раствора являются функциями σ , семейство конусов по параметру σ имеет огибающую - каустическую поверхность рассматриваемого лучевого поля*. Уравнение этой поверхности [5]:

$$\kappa(\sigma, \psi) = \left[\frac{s''(\sigma)}{\sin^2 \omega(\sigma)} - \frac{\cos \psi}{\varepsilon(\sigma) \cdot \sin \omega(\sigma)} \right]^{-1}, \quad (4)$$

где

κ - расстояние от точки $\vec{F}(\sigma)$ фокальной линии вдоль луча σ , ψ до каустической поверхности;

*Вторая каустическая поверхность вырожденная - это сама фокальная линия.

$\varepsilon(\sigma)$ - радиус кривизны фокальной линии.

Значение эйконала S лучевого поля в точке σ, ψ, ρ :

$$S(\sigma, \psi, \rho) = s(\sigma) - \rho(\sigma, \psi).$$

(5)

Связь поля на поверхности фокусатора и интенсивности $I(\sigma)$

На поверхности фокусатора Σ первичное поле U_0 преобразуется в поле $U(\sigma, \psi, \rho)$, фокусирующееся на линии $\vec{F}(\sigma)$. Будем считать известными поверхность фокусатора Σ и распределение поля U на ней, а также $\vec{F}(\sigma)$ и значение на ней эйконала $s(\sigma)$. В окрестности Σ справедлива геометрическая оптика. Поэтому поле U на Σ можно записать в геометрической форме*:

$$U = A_1(\sigma^*, \psi^*) e^{ik S_1(\sigma^*, \psi^*)}.$$

Контур Γ поверхности фокусатора будем считать заданным в форме (рис. 2):

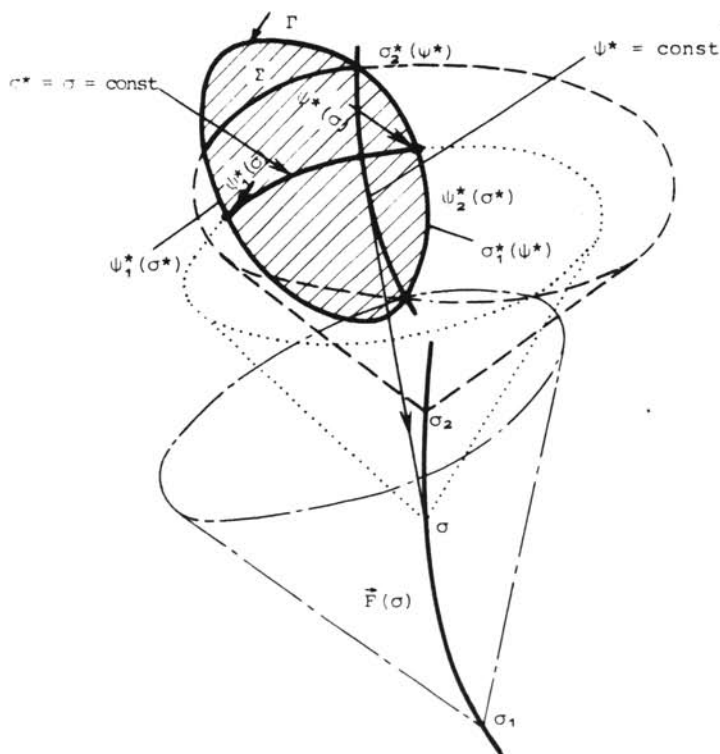


Рис. 2

Координаты точек, принадлежащих Σ , будем отмечать звездочками, то есть на Σ $\sigma = \sigma^$, $\psi = \psi^*$. Используем также обозначение $\rho(\sigma^*, \psi^*) = r$.

$\sigma_1^*(\psi^*) \leq \sigma^* \leq \sigma_2^*(\psi^*)$; $(\psi_{\min}^* \leq \psi^* \leq \psi_{\max}^*)$,
а также $\psi_1^*(\sigma^*) \leq \psi \leq \psi_2^*(\sigma^*)$; $(\sigma_{\min}^* \leq \sigma^* \leq \sigma_{\max}^*)$.

В окрестности фокальной линии, где геометрическая оптика неприменима, поле $U(\sigma, \psi, \rho)$ будем определять, используя формулу Грина-Кирхгофа по полю $U(\sigma^*, \psi^*)$ на Σ . Будем считать, что функция $s(\sigma)$ такова, что через каждую точку Σ проходит только один луч, то есть каустическая поверхность $\kappa(\sigma, \psi)$ не пересекает Σ , что возможно, если $\kappa < 0$ (каустическая поверхность мнимая) или $\kappa > r$ (Σ расположена до каустической поверхности).

Поле $U(\sigma)$, записанное с помощью формулы Грина-Кирхгофа в переменных интегрирования σ^*, ψ^* для точки наблюдения $\vec{F}(\sigma)$, расположенной на фокальной линии, имеет вид:

$$U(\sigma) = \frac{ik}{2\pi} \int_{\psi_{\min}^*}^{\psi_{\max}^*} d\psi^* \int_{\sigma_1^*(\psi^*)}^{\sigma_2^*(\psi^*)} A_1(\sigma^*, \psi^*) \cdot \frac{\cos\alpha(\sigma^*, \psi^*) + \cos\beta(\sigma, \sigma^*, \psi^*)}{2} \times \\ \times \frac{e^{ik[S_1(\sigma^*, \psi^*) + d(\sigma, \sigma^*, \psi^*)]}}{d(\sigma, \sigma^*, \psi^*)} \times J(\sigma^*, \psi^*) d\sigma^*, \quad (6)$$

где α - угол между лучом и нормалью к Σ в точке σ^*, ψ^* ;

β - угол между той же нормалью к Σ и вектором, соединяющим точку наблюдения $\vec{F}(\sigma)$ и точку интегрирования $r(\sigma^*, \psi^*)$;

d - расстояние между точкой интегрирования и точкой наблюдения;

J - якобиан в координатах σ^*, ψ^* .

Используем для вычисления интеграла по σ^* метод стационарной фазы. Точкой стационарной фазы, в силу принципа Ферма, является точка $\sigma^* = \sigma$, из которой в $\vec{F}(\sigma)$ приходит луч геометрической оптики (см. рис. 2). Вычисляя при $\sigma^* = \sigma$ величины α, β, d, J , входящие в (6), и пренебрегая вкладом краевых (контурных) слагаемых, то есть заменяя конечные пределы интеграла по σ^* бесконечными, получим [6]:

$$U(\sigma) = \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \int_{\psi_1^*(\sigma)}^{\psi_2^*(\sigma)} A_1(\sigma, \psi^*) \sqrt{\frac{|\kappa(\sigma, \psi^*) - r(\sigma, \psi^*)|}{|\kappa(\sigma, \psi^*)|}} \times \\ \times e^{i[k(S_1(\sigma, \psi^*) + d(\sigma, \sigma^*, \psi^*)) - \text{sgn}(s''(\sigma))]} \times \sqrt{r(\sigma, \psi^*)} d\psi^*.$$

В силу (2), (3)

$$\kappa = \kappa(\psi^*, \sigma, s'(\sigma), s''(\sigma)),$$

$$r = r(\psi^*, \sigma, s'(\sigma)).$$

Поскольку в точку $F(\sigma)$ приходит конус лучей, соответствующих линии стационарной фазы $\sigma^* = \sigma$, то в соответствии с (5)

$$S_1(\sigma, \psi^*) + d(\sigma, \sigma, \psi^*) = s(\sigma)$$

и, следовательно,

$$U(\sigma) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi}} e^{i[ks(\sigma) + \text{sgn}(s(\sigma))]} \times \frac{\psi_2^*(\sigma)}{\psi_1^*(\sigma)} A_1(\sigma, \psi^*) \sqrt{\frac{|r-\kappa|}{|\kappa|}} \cdot r \cdot d\psi^*. \quad (7)$$

Поэтому искомая связь между интенсивностью $I_1(\sigma)$, понимаемой как локальная величина, то есть квадрат амплитуды поля на самой фокальной линии, выражается через интеграл на Σ по линии $\sigma^*=\sigma$

$$I_1(\sigma) = |U|^2 = \frac{k}{2\pi} \left\{ \int_{\psi_1^*(\sigma)}^{\psi_2^*(\sigma)} A_1 \sqrt{\frac{|r-\kappa|}{|\kappa|}} \cdot r \cdot d\psi^* \right\}^2 \quad (8)$$

или, в символической форме,

$$I_1(\sigma) = N_1[\sigma, s'(\sigma), s''(\sigma), \psi_1^*(\sigma, s'(\sigma)), \psi_2^*(\sigma, s'(\sigma))]. \quad (8')$$

Вычислим далее интенсивность $I_2(\sigma)$, используя другое, интегральное ее определение [1], то есть полагая ее равной потоку энергии, проходящей через площадку шириной, равной диаметру фокального пятна, и высотой $d\sigma$. В силу закона сохранения энергии этот поток равен потоку энергии через ленту на Σ , края которой - линии σ и $\sigma+d\sigma$. При таком определении

$$\begin{aligned} I_2(\sigma) &= \int_{\psi_1^*(\sigma)}^{\psi_2^*(\sigma)} A_1^2(\sigma, \psi^*) \cdot J(\sigma, \psi^*) \cdot \cos \alpha(\sigma, \psi^*) d\psi^* = \\ &= \sin \omega(\sigma) \cdot \int_{\psi_1^*(\sigma)}^{\psi_2^*(\sigma)} A_1^2 \frac{|r-\kappa|}{|\kappa|} r \cdot d\psi^*, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{то есть } I_2(\sigma) = N_2[\sigma, s'(\sigma), s''(\sigma), \psi_1^*(\sigma), \psi_2^*(\sigma)]. \quad (9')$$

Уравнение для $S_1(\sigma^*, \psi^*)$

В предыдущем разделе рассматривались прямые задачи, то есть функция $s(\sigma)$ на фокальной линии считалась заданной. Поэтому была известна и координатная сетка σ^*, ψ^* на поверхности Σ , а также функции $S_1(\sigma^*, \psi^*)$, $A_1(\sigma^*, \psi^*)$, задающие поле $U_1 = A_1 e^{ik S_1}$, прошедшее фокусатор. Интенсивность же, то есть функции $I_1(\sigma)$ или $I_2(\sigma)$, являлась искомой.

Ниже решается обратная задача: задается $I(\sigma)$, а определить необходимо функцию $S_1(\sigma^*, \psi^*)$. Как следует из вышеизложенного, для этого достаточно определить функцию $s(\sigma)$. Функцию A_1 на Σ будем считать известной. Такой постановке обратной задачи соответствует фокусатор в виде тонкой (в том числе и зонированной) линзы, которую можно трактовать как фазовый трансформатор, преобразующий падающее на Σ первичное поле $U_0 = A_0 e^{ik S_0}$ в поле $U_1 = A_1 e^{ik S_1}$ без изменения амплитуды. Изменение эйконала при прохождении фазового трансформатора

$$\varphi(\sigma^*, \psi^*) = S_1(\sigma^*, \psi^*) - S_0(\sigma^*, \psi^*)$$

и определяет структуру фокусатора, то есть зависимость его оптической толщины от координат.

Решение поставленной задачи сводится к решению уравнений (8') или (9') (в зависимости от используемого определения интенсивности $I(\sigma)$) относительно функции $s(\sigma)$. Эти уравнения являются обыкновенными дифференциальными уравнениями (не разрешенными относительно старшей производной, то есть $s''(\sigma)$). Поскольку и в (8'), и в (9') входят лишь s' и s'' , а сама функция s не входит, то относительно функции $\eta(\sigma) \equiv s'(\sigma)$ (8') и (9') являются уравнениями первого порядка вида:

$$c_1 \cdot I_1(\sigma) = H_1(\sigma, \eta, \eta'); \quad (10)$$

$$c_2 \cdot I_2(\sigma) = H_2(\sigma, \eta, \eta'), \quad (10')$$

в которых интенсивности I_1 или I_2 заданы с точностью до нормирующих множителей c_1, c_2 . Эти множители, а также начальные значения $\eta_{\min}$ определяются из граничных условий: конуса лучей, исходящие из двух концов фокальной линии, то есть $\sigma_{\min}$ и $\sigma_{\max}$, должны касаться (не пересекая) контура Γ поверхности фокусатора Σ (рис. 3).

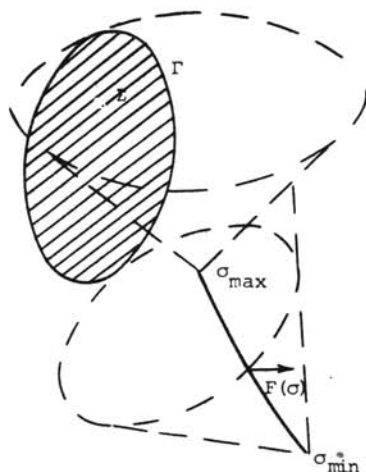


Рис. 3

Решение дифференциального уравнения (10 или 10') при указанных граничных условиях дает распределение эйконала $s(\sigma)$ вдоль фокальной линии*, что определяет лучевую структуру поля U . Это позволяет записать уравнение для поверхности Σ в форме $r=r(\sigma, \psi)$. Далее с помощью (5) рассчитывается $S_1(\sigma^*, \psi^*)$, что достаточно для определения толщины тонкого зонированного фокусатора. Существенно, что физически реализуемы лишь те решения, в которых каждой точке Σ соответствует лишь один луч. В случае, когда решение не обладает этим свойством, постановку задачи следует модифицировать — или изменить взаимное положение фокальной линии и фокусатора, или сделать на Σ дополнительный разрез, то есть модифицировать контур Γ [7].

*решение $s(\sigma)$ должно быть однозначной функцией σ , то есть через каждую точку σ должен проходить лишь один конус лучей.

Решение уравнений (10) и (10') производится в общем случае численно. Для применения численных алгоритмов интегрирования дифференциальных уравнений необходимо на каждом шаге определять численное значение производной η' , рассматривая (10) и (10') как трансцендентные уравнения относительно нее.

Различие (10) и (10'), связанное с разной трактовкой интенсивности, приводит к различию решений для $s'(\sigma)$, а следовательно, к разным $S_1(\sigma^*, \psi^*)$. Иными словами, структуры фокусаторов при разном понимании интенсивности отличаются друг от друга. Проиллюстрируем различие решений на простейшем примере фокусатора, геометрия которого показана на рис. 4. Фокусатор – плоский, его контур Γ – равнобедренная трапеция с основаниями 1; 0,1 и высотой 1. Фокальная линия – прямая, расположенная параллельно плоскости фокусатора симметрично относительно его боковых сторон. Расстояние f от фокальной линии до фокусатора 10 или 100. Ее длина 0,5 ($\sigma_1 = -0,25$; $\sigma_2 = 0,25$). Распределение амплитуды по плоскости фокусатора $A(y) = [\alpha y + \beta]^{-\frac{1}{2}}$ ($\alpha = 0,45$; $\beta = 0,275$) соответствует (см. ниже) линейному закону отображения для интегрального определения интенсивности. Поскольку в примере $f \gg 1$, то справедливо параксиальное приближение, то есть можно положить $r \approx f$; $\kappa \approx (s'')^{-1}$ и записать (9) в виде:

$$s'' \cdot f = \frac{C_2}{f} - 1. \quad (11)$$

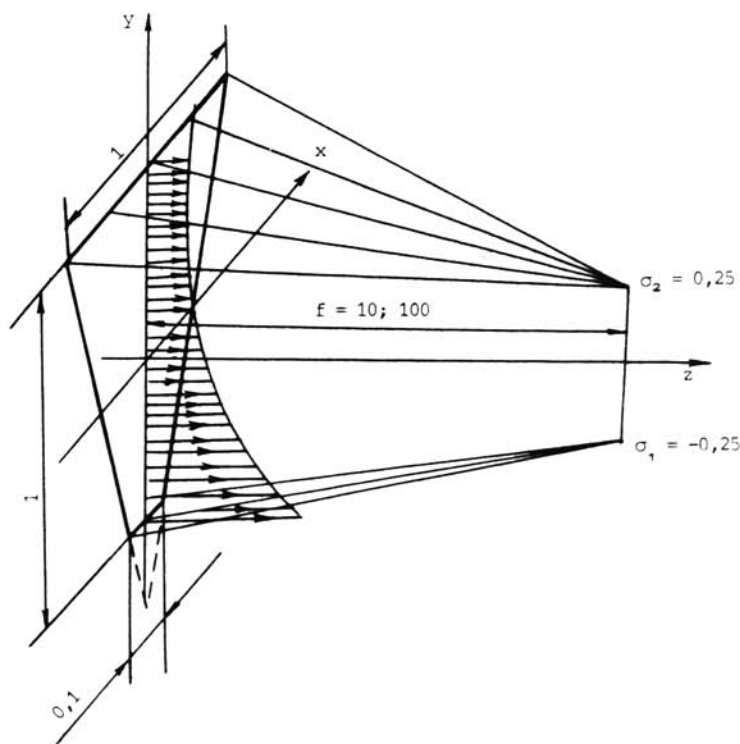


Рис. 4

Две константы, входящие в решение (11) (c_2 и константа, возникающая при интегрировании), определяются из граничных условий: конуса, соответствующие концам фокальной линии, должны излучаться нижним и верхним основаниями трапеции.

Решение (11) является линейной функцией:

$$s'(\sigma) = A_2(\sigma - \sigma_1) + B_2, \quad (12)$$

где

$$A_2 = \frac{1}{\sigma_2 - \sigma_1} \left[\frac{Y_2 - \sigma_2}{\sqrt{(Y_2 - \sigma_2)^2 + f^2}} - \frac{Y_1 - \sigma_1}{\sqrt{(Y_1 - \sigma_1)^2 + f^2}} \right]; \quad B_2 = \frac{Y_2 - \sigma_2}{\sqrt{(Y_2 - \sigma_2)^2 + f^2}}.$$

Уравнение (8), соответствующее другому - локальному - определению интенсивности

$$(1 + f \cdot s'') \cdot (\sigma + f \cdot s') = \frac{2\pi c_1}{kfa}, \quad (13)$$

дает решение

$$s' = [A_1 \cdot (\sigma - \sigma_1) + B_1]^{1/2} - \sigma/f, \quad (14)$$

отличное от (12).

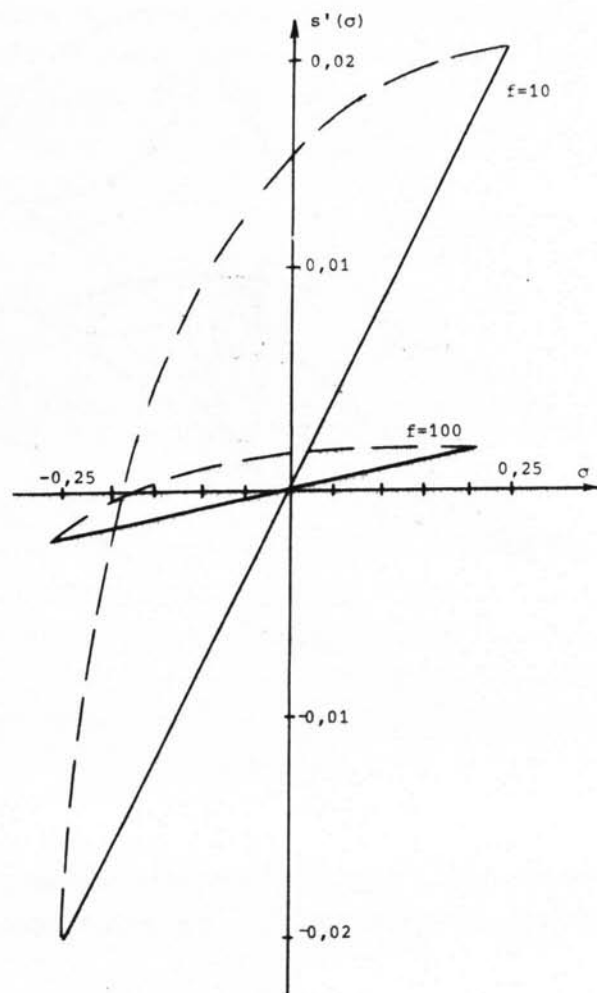
Заметим, что в силу граничных условий решения (12) и (14) (рис. 5) совпадают в точках $\sigma = \pm 0,25$, соответствующих концам фокальной линии. Наибольшее различие между (12) и (14) наблюдается в середине фокальной линии. Различие более существенно для короткофокусной системы ($f = 10$).

Отметим, что в параксиальном приближении функция $s'(\sigma)$ не зависит от формы поверхности Σ , а зависит лишь от формы контура Γ (точнее - его проекции на плоскость фронта первичной волны). Однако от формы поверхности зависит так же, как и от функции $s'(\sigma)$, фазовая структура фокусатора $\varphi(\sigma^*, \psi^*)$.

Синтез поверхности зеркального фокусатора

В рассмотренной выше постановке задачи фокусатор предполагался тонким (например, зонированным), а его поверхность Σ - заданной. Это приводило к дифференциальным уравнениям для $s(\sigma)$, содержащим только производные $s'(\sigma)$ и $s''(\sigma)$. В случае, если глубина фокусатора велика, наряду с s' и s'' в уравнение входит и сама функция s .

Покажем это на примере задачи синтеза зеркального фокусатора (рис. 6), в которой искомая функция $R(\sigma, \psi)$ - поверхность зеркала, преобразующая первичную сферическую волну (центр волны - точка $\vec{Q}$ на рис. 6) в поле U , фокусирующееся в фокальную линию $\vec{F}(\sigma)$, вдоль которой задана интенсивность $I(\sigma)$. Первичное поле U_0 - направленное. Оно отлично от нуля в телесном угле, граница которого - конус Ω (эквивалент контура Γ в предыдущей задаче), в котором оно характеризуется диаграммой $\Phi(\theta, \varphi)$. Как и ранее, вначале решим прямую задачу, то есть интенсивность $I(\sigma)$ будем считать искомой, а функцию $s(\sigma)$ - заданной.



- Для интегрального определения интенсивности
 --- Для локального определения интенсивности

Рис. 5

Рассмотрим линию (полосу) $\mathcal{L}$ зеркала, преобразующую лучи первичной сферической волны в конус лучей, приходящих в точку на фокальной линии. Линия $\mathcal{L}$ образована пересечением этого конуса с эллипсоидом вращения $T(\sigma)$ (рис. 6), фокусы которого расположены в точках $\vec{Q}$ и $F(\sigma)$. Длина оптического пути, то есть большая ось эллипсоида, равна сумме $s(\sigma)$ и произвольной константы h [8].

Положение одного фокуса, то есть $\vec{F}(\sigma)$, и оптическая длина $s(\sigma)+h$ являются, таким образом, функциями σ . Семейство (по параметру σ) линий $\mathcal{L}$ и образует поверхность зеркала.

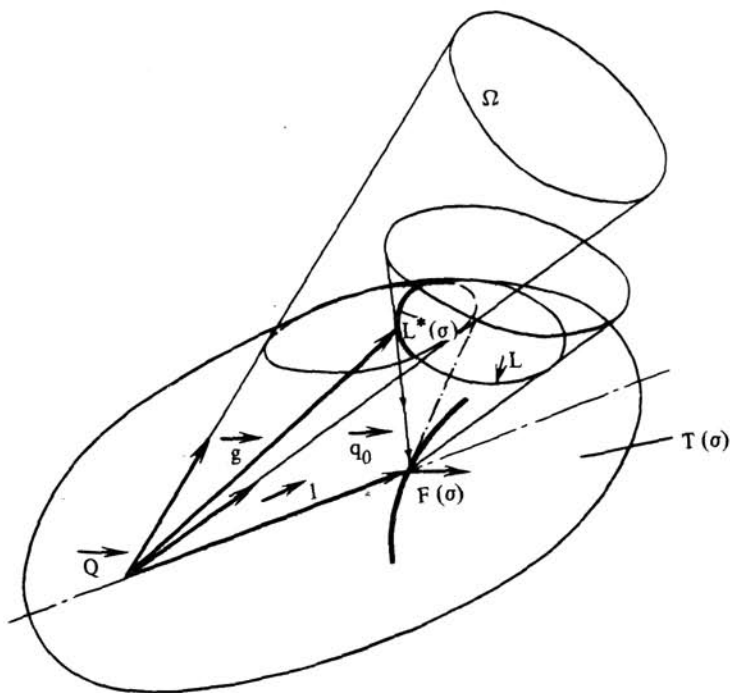


Рис. 6

Очевидно, что имеет смысл использовать для зеркала лишь участок $\mathcal{L}^*$ линии $\mathcal{L}$, расположенный внутри конуса Ω , где амплитуда первичного поля отлична от нуля.

Параметрическое представление поверхности зеркала в координатах σ, ψ имеет вид:

$$R(\sigma, \psi, s(\sigma), s'(\sigma)) = \frac{p(\sigma)}{1 - e(\sigma) \cdot (\vec{I}_0(\sigma) \cdot \vec{q}_0(\sigma, \psi))}, \quad (15)$$

где $R(\sigma, \psi)$ - расстояние от точки $\vec{F}(\sigma)$ фокальной линии вдоль луча ψ до зеркала;

$p(\sigma) = [(s(\sigma) + h)^2 - l(\sigma)^2] / 2[s(\sigma) + h]$ - фокальный параметр эллипсоида;

$e(\sigma) = |l(\sigma)| / [s(\sigma) + h]$ - его эксцентриситет;

$|\vec{I}(\sigma)| = |\vec{F}(\sigma) - \vec{Q}|$ - межфокусное расстояние эллипсоида;

$\vec{q}_0(\sigma, \psi)$ - орт отраженного луча в конусе (3);

$\vec{I}_0(\sigma) = \vec{I}(\sigma) / |\vec{I}(\sigma)|$ - орт оси эллипсоида.

Проводя выкладки, аналогичные приведенным выше, запишем интенсивность $I(\sigma)$ на фокальной линии с помощью формулы Грина-Кирхгофа:

$$I(\sigma) = \frac{k}{2\pi} \left\{ \frac{\psi_2^*(\sigma)}{\psi_1^*(\sigma)} \int \frac{\Phi[\theta(\sigma, \psi^*), \varphi(\sigma, \psi^*)]}{|s(h) + h - R(\sigma, \psi^*)|} \sqrt{R(\sigma, \psi^*) \frac{|\kappa(\sigma, \psi^*) - R(\sigma, \psi^*)|}{\kappa(\sigma, \psi^*)}} d\psi^* \right\}^2 \quad (16)$$

Угловые координаты θ, φ , в которых задана диаграмма, выражаются через координаты σ, ψ с помощью закона зеркального отражения (см. рис. 6):

$$\vec{g}(\theta, \varphi) = \vec{I}(\sigma) - \vec{q}_0(\sigma, \psi) \cdot R(\sigma, \psi), \quad (17)$$

где

$\vec{g}(\theta, \varphi)$ - вектор, проведенный из точки источника в точку зеркала.

Таким образом, решение прямой задачи дается совокупностью формул (15), (16)*.

Перейдем к решению обратной задачи. Теперь $I(\sigma)$ не искомая, а заданная функция. Используем для решения формулу (16), полагая в ней $s(\sigma)$ не известной, а искомой функцией. Ясно, что в этом случае (16) следует рассматривать как дифференциальное уравнение второго порядка относительно $s(\sigma)$, заданное в неявной форме:

$$c_3 \cdot I(\sigma) = H_3(\sigma, s, s', s''). \quad (18)$$

В отличие от (8'), (9'), оно содержит не только первую и вторую производные, но и само значение эйконала, то есть является дифференциальным уравнением второго порядка, не разрешенным относительно старшей производной. Искомое решение $s(\sigma)$ должно удовлетворять граничным условиям - линии зеркала, соответствующие концам фокальной линии $\sigma = \sigma_1, \sigma = \sigma_2$, должны касаться граничного конуса Ω первичного поля, не пересекая его. Это условие определяет значения $s(\sigma_1), s'(\sigma_1)$ и $s(\sigma_2), s'(\sigma_2)$. Константа c_3 вычисляется через $s(\sigma_2), s'(\sigma_2)$. При указанном выборе начальных условий для $s(\sigma)$ полученная поверхность фокусатора расположена внутри конуса Ω , причем ее граничный контур Γ лежит на самом конусе Ω .

Для интегрального определения интенсивности задача синтеза зеркального фокусатора также сводится к дифференциальному уравнению второго порядка относительно $s(\sigma)$. Начальные условия и константа c_3 определяются из условия равенства потоков энергии в конусе Ω первичной волны и через фокальную линию.

Л и т е р а т у р а

1. Г о л у б М.А., К а р п е е в С.В., П р о х о - р о в А.М., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. - Письма в ЖТФ, 1981, т. 7, вып. 10, с. 618-623.

2. Д а н и л о в В.А., П о п о в В.В., П р о х о - р о в А.М., С а г а т е л я н Д.М., С и с а к я н Е.В., С и - с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Препринт ФИАН, № 69, М., 1983.

*Решение (15), (16) содержит свободный параметр h , то есть неоднозначно.

3. Гончарский А.В., Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Соифер В.А., Степанов В.В. - ДАН СССР, 1983, т. 273, № 3, с. 605-608.

4. Минаков А.А. - Радиотехника и электроника, 1985, т. 30, № 4, с. 653.

5. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. - М.: Связь, 1978.

6. Федорюк М.В. Метод перевала. - М.: Наука, 1977.

7. Гончарский А.В., Степанов В.В. - ДАН СССР, 1984, т. 279, № 4, с. 788-792.

8. Кинбер Б.Е. Препринт ИРЭ АН СССР, № 38 (410), М., 1984.
