

М.А. Голуб, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер

ЭЛЕМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ АБЕРРАЦИЙ ИЗОБРАЖАЮЩИХ СИСТЕМ

Существенное расширение возможностей коррекции сферической и полевых аберраций объективов дают оптические системы с фазовыми слоями [1, 2]. Однако нанесение фазовых слоев по зонам с требуемым рельефом до последнего времени наталкивалось на значительные сложности, преодолеваемые с появлением современной технологии компьютерной оптики для синтеза корректоров волновых фронтов [3]. Возможности изготовления осесимметричных голографических оптических элементов рассмотрены в работах [4, 5]. В данной работе для, вообще говоря, неосесимметричных корректоров рассматривается влияние дискретизации и квантования фазы корректора на качество формирования изображения. В качестве примера приведены оценки числа Штреля и разрешения синтезированного корректора аберраций одиночной линзы. Для упрощения формул расчеты проводятся в случае бесконечно удаленного объекта.

1. Пусть некоторый тонкий оптический элемент установлен в области G плоскости $\vec{u}=(u, v)$, а изображение формируется в области D плоскости $\vec{x}=(x, y)$, отстоящей на расстояние f_0 .

Введем угловые координаты объекта $\vec{\vartheta}=(\vartheta_x, \vartheta_y)$,

$$\vartheta_x=\sin\vartheta_1, \quad \vartheta_y=\sin\vartheta_2, \quad (1)$$

где $\pi/2 - \vartheta_1$, $\pi/2 - \vartheta_2$ - углы луча с осями u и v соответственно. Обозначим $b(\vec{u}, \vec{\vartheta})$ функцию пропускания тонкого оптического элемента по эйконалу, т.е. $b(\vec{u}, \vec{\vartheta})$ дает изменение оптической длины пути луча при прохождении точки $\vec{u}$ под углом $\vec{\vartheta}$.

Геометрический центр или гауссово изображение точки $\vec{\xi}$ бесконечно удаленного предмета находится в точке

$$\vec{x}_\theta = R_\theta \vec{\xi}, \quad (2)$$

где

$$R_\theta = f_0 / \sqrt{1 - \vec{\xi}^2} \quad (3)$$

- радиус опорной сферы Гаусса.

Используя уравнение эйконала [6], нетрудно получить для вектора поперечной аберрации соотношение

$$\vec{\eta}(\vec{u}, \vec{\xi}) = \vec{u} - \vec{x}_\theta + f_0 \frac{\vec{\xi} + \nabla_u b(\vec{u}, \vec{\xi})}{\sqrt{1 - [\vec{\xi} + \nabla_u b(\vec{u}, \vec{\xi})]^2}}, \quad (4)$$

где $\nabla_u = (\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v})$.

Волновая аберрация, как известно [6, 7], восстанавливается по формуле

$$B(\vec{u}, \vec{\xi}) = B_0 + \frac{1}{R_\theta} \int_{\vec{u}_0}^{\vec{u}} \kappa(\vec{u}', \vec{\xi}) d\vec{u}', \quad (5)$$

где интеграл берется по любой кривой, проходящей через точки $\vec{u}_0$ и $\vec{u}$.

Легко видеть, что в параксиальном приближении, когда $\vec{\xi} \rightarrow 0$, $|\nabla_u b| \ll 1$, имеем:

$$\vec{\eta}(\vec{u}, \vec{\xi}) \approx \vec{u} + f_0 \nabla_u b(\vec{u}, \vec{\xi}), \quad (6)$$

то есть

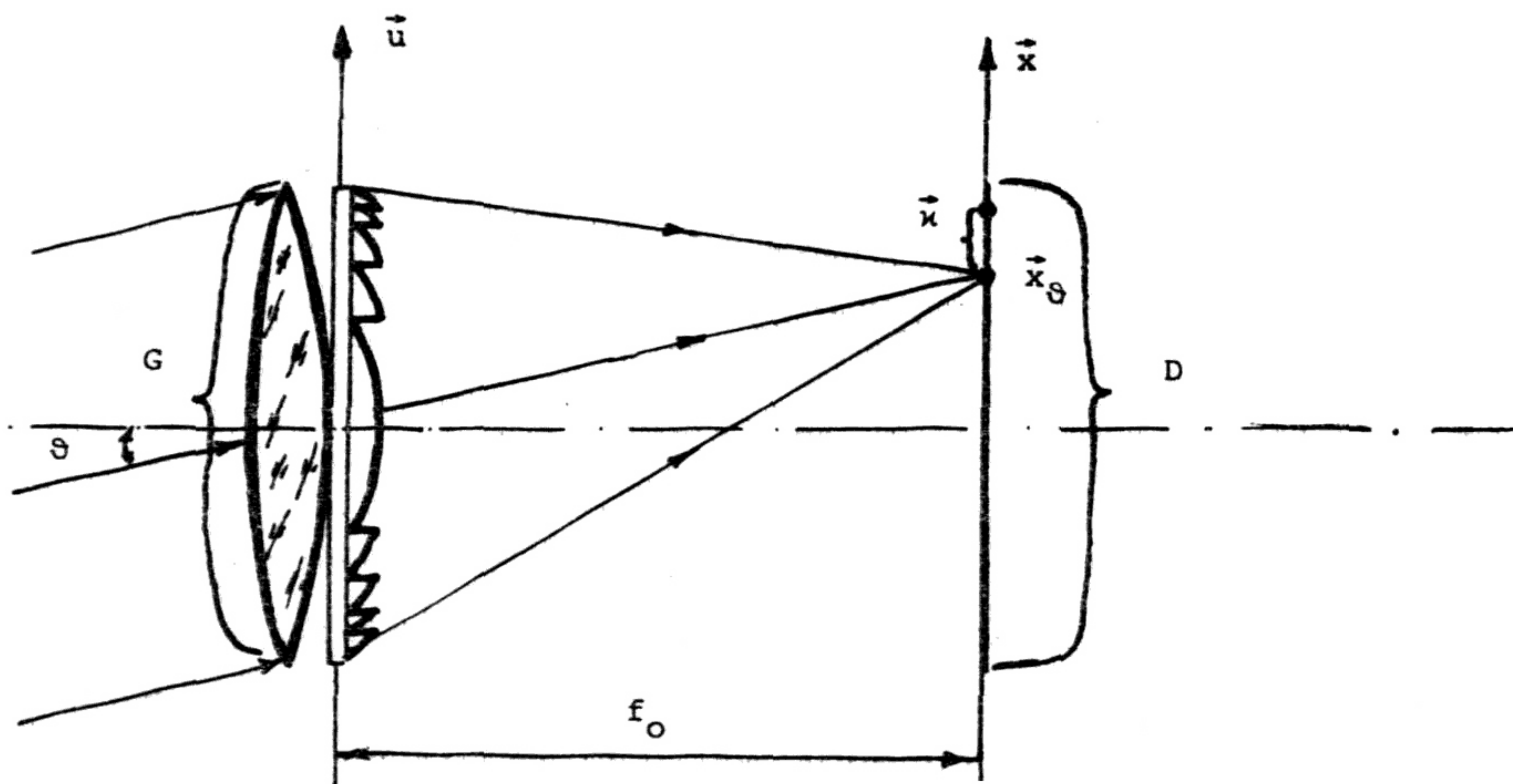
$$B(\vec{u}, \vec{\xi}) = B_0 + \frac{\vec{u}^2}{2f_0} + b(\vec{u}, \vec{\xi}). \quad (7)$$

Таким образом, параксиальная волновая аберрация тонкого элемента совпадает с функцией пропускания $b(\vec{u}, \vec{\xi})$ этого оптического элемента по эйконалу, из которой вычтена функция пропускания $(-\vec{u}^2/2f_0)$ параксиальной линзы.

2. Пусть тонкий оптический элемент состоит из тонкого объектива с фокусным расстоянием f_0 (например, одиночная линза или склейка), состыкованного вплотную с синтезированным корректором (см. рисунок). Если $b_\pi(\vec{u}, \vec{\xi})$ - волновая аберрация объектива, то для волновой аберрации корректора $B_K(\vec{u}, \vec{\xi})$ получим уравнение

$$B_K(\vec{u}, \vec{\xi}) \approx -b_\pi(\vec{u}, \vec{\xi}), \quad (8)$$

где аппроксимация понимается обычно как равенство при некотором $\vec{\xi}$ для всех $\vec{u}$.



В приближении теории aberrаций третьего порядка функция $V_k(\vec{u}, \vec{\theta})$ для осесимметричных оптических систем светового диаметра $2a$ может быть записана в виде [6]:

$$V_k(\vec{u}, \vec{\theta}) = b_{k0} + \frac{1}{4}B\left(\frac{\vec{u}^2}{a^2}\right)^2 + C\left(\frac{\vec{\theta}\vec{u}}{a\theta_m}\right)^2 + \frac{1}{2}D\frac{\vec{\theta}^2\vec{u}^2}{\theta_m^2 a^2} - E\frac{\vec{\theta}^2(\vec{\theta}\vec{u})}{\theta_m^3 a} - F\frac{(\vec{\theta}\vec{u})\vec{u}^2}{\theta_m a^3}, \quad (9)$$

где B, C, D, E, F - aberrационные коэффициенты, соответствующие сферической aberrации, астигматизму, кривизне поля, дисперсии, коме; $2\theta_m$ - максимальный угол поля зрения.

При применении методов компьютерной оптики корректор характеризуется дискретной структурой с $N_1 \times N_2$ отсчетами, разрешением

$$\delta_1 = \frac{2a}{N_1}; \delta_2 = \frac{2a}{N_2} \quad (10)$$

и числом m_0 двоичных разрядов, используемых для кодирования одного отсчета. При этом пропускание корректора по эйконалу имеет $M=2^{m_0}$ градаций. Дискретизация по аргументам и квантование по уровням являются для синтезированных корректоров специфичными принципиально неустраняемыми эффектами, определяющими их предельные характеристики.

3. В силу отличия реальной волновой aberrации корректора $\hat{V}_k(\vec{u}, \vec{\theta})$ от требуемой согласно уравнению (8) система из объектива и синтезированного корректора является не полностью скоррегированной и имеет остаточную aberrацию:

$$\tilde{V}(\vec{u}, \vec{\theta}) = \hat{V}_k(\vec{u}, \vec{\theta}) - V_k(\vec{u}, \vec{\theta}). \quad (11)$$

При этом функция рассеяния точки (ФРТ) меняет свой вид по сравнению с ФРТ идеальной безaberrационной системы. В частности, интенсивность I в центре $\vec{x}_0$ кружка рассеяния становится меньше в

$$S_{\text{ш}} = \frac{I}{I_0} \quad (12)$$

раз интенсивности

$$I_0 = |E_0|^2 \frac{a^4}{\lambda^2 f_0} \quad (13)$$

безaberrационной системы [6], а размер Δ кружка рассеяния по уровню $0 < \theta < 1$ становится больше, чем соответствующее значение

$$\Delta_0 = 2E_0 \frac{f_0}{ka} , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (14)$$

безaberrационной системы (например, $E_{0,1} = 2,73$; $E_{0,8} = 0,94$). При малых остаточных aberrациях, как известно, [6]:

$$S_{\text{ш}} = \exp(-k^2 \bar{V}^2) \approx 1 - k^2 \bar{V}^2, \quad (15)$$

где $\bar{V}^2$ - среднеквадратичная aberrация.

При этом, приравнявая световой поток, проходящий через кружки рассеяния безaberrационной и рассматриваемой систем получаем

$$\Delta = \Delta_0 \frac{1}{\sqrt{S_{\text{ш}}}}. \quad (16)$$

В случае параксиального приближения остаточная aberrация является невязкой кусочно-постоянной аппроксимацией и может быть оценена математическими методами [3]

$$\bar{V}^2 = \frac{\lambda^2}{12M^2} + \frac{\delta^2}{12G} \int |\nabla_u b_{\text{л}}(\vec{u}, \vec{\theta})|^2 d^2 \vec{u}, \quad (17)$$

где $\delta = \max(\delta_1, \delta_2)$.

Проводя простые, но громоздкие выкладки для случая аберрации третьего порядка, из формул (9), (17) получим

$$\bar{B}^2 = \frac{\lambda^2}{12M^2} + \frac{\delta^2}{6a^2} \left\{ \frac{B^2}{8} + \frac{\vartheta_m^2}{\vartheta_m^2} \left[\frac{B(C+D)}{3} + \frac{5F^2}{6} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\vartheta_m^4}{\vartheta_m^4} \left(\frac{D^2+2DC-2C^2}{4} + EF \right) + \frac{\vartheta_m^6}{\vartheta_m^6} \frac{E^2}{6} \right\} . \tag{18}$$

Рассмотрим пример. Корректор аберраций к тонкой плоско-выпуклой линзе с радиусом кривизны R_1 и показателем преломления n . Используя формулы для аберрационных коэффициентов тонкой линзы, получим

$$\bar{B}^2 = \frac{\lambda^2}{12M^2} + \frac{\delta^2}{6} \left\{ \frac{1}{32(1-\nu)^4} \frac{a^6}{f_0^2} + \frac{4,5+\nu}{12(1-\nu)} \frac{a^4}{f_0^4} \vartheta_m^2 + \right. \\ \left. + \frac{(2+\nu)^2+1}{16} \frac{a^2}{f_0^2} \vartheta_m^4 \right\} , \tag{19}$$

$$\text{где } \nu = \frac{1}{n} ; \tag{20}$$

$$f_0 = \frac{R_1}{n-1} . \tag{21}$$

Формулы (12)-(18) и, в частности, формула (19) позволяют связать параметры дискретизации корректора (δ и M), параметры оптической системы (поле зрения ϑ_m , относительное отверстие $2a/f_0$, фокусное расстояние f_0 , λ , n) с такими характеристиками качества оптической системы, как угловое разрешение Δ/f_0 и число Штреля $S_{ш}$. Приведенные в табл. 1, 2 расчетные данные позволяют проследить зависимость характеристик оптической системы с корректором от всех параметров и дать рекомендации по выбору разрешения устройства формирования фотошаблона, а также правильно подобрать количество бинарных масок ($M-I$), используемых при фотолитографическом изготовлении плоского корректора аберраций. Например, из табл. 1 видно, что для получения углов поля зрения до 30° с угловым разрешением $1,5'$

Таблица 1

δ , мкм	5	10	15	25	35	50
Δ/f_0	0,92'	0,95'	0,99'	1,17'	1,48'	2,48'
$S_{ш}$	0,93	0,88	0,79	0,58	0,36	0,13
Δ , мкм	13,1	13,4	14,2	16,7	21,1	35,8
B	$\lambda/24$	$\lambda/17$	$\lambda/13$	$\lambda/8$	$\lambda/6$	$\lambda/4$

$$(\vartheta_m = 30^\circ, 2a/f_0 = 1:5, M=8, f_0=50 \text{ мм}).$$

Таблица 2

M	2	4	6	8
Δ/f_0	1,38'	1,04'	0,97'	0,95'
$S_{ш}$	0,41	0,75	0,84	0,88
Δ , мкм	19,9	14,9	13,8	13,5
B	$\lambda/7$	$\lambda/12$	$\lambda/15$	$\lambda/17$

$$(\vartheta_m = 30^\circ, 2a/f_0 = 1:5, \delta = 10 \text{ мкм}, f_0 = 50 \text{ мм}).$$

при относительном отверстии 1:5 достаточно обеспечить $\delta=25$ мкм и $M=8$, что соответствует возможностям современной технологии компьютерной оптики. С использованием пакета прикладных программ обработки изображений и цифровой голографии [8] синтезирован плоский корректор aberrаций плосковыпуклой линзы с указанными выше параметрами ($n=1,6$).

Л и т е р а т у р а

1. С л ю с а р е в Г.Г. / ДАН СССР. 1957. Т. 113. С. 780-783.
 2. М і у а м о т о К. JOSA. 1961. Vol. 51, N 1. P. 21-24.
 3. Г о л у б М.А., Ж и в о п и с ц е в Е.С., П р о х о -
р о в А.М., К а р п е е в С.В., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. /
ДАН СССР. 1980. Т. 251, № 6. С. 1104-1108.
 4. Г а н М.А. // Оптика и спектроскопия. 1979. Т. 47, вып. 4.
С. 759-763.
 5. Б о б р о в С.Т., Г р е й с у х Г.И., П р о х о р о в М.А.,
Т у р к е в и ч Ю.Г., Ш и т о в В.Г. // Оптика и спектроскопия.
1979. Т. 46, вып. 1. С. 153-157.
 6. Б о р н М., В о л ь ф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
720 с.
 7. Т у д о р о в с к и й А.И. Теория оптических приборов. М.:
АН СССР. 1952. Т. 2. 568 с.
 8. Пакет прикладных программ обработки изображений и цифровой го-
лографии. Программы синтеза искусственных оптических элементов / Под
ред. В.А. Сойфера. Куйбышев: КуАИ, 1984. 40 с.
-