

ИНФОРМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ЗОННОЙ ПЛАСТИНЫ

Простейшим фокусирующим элементом компьютерной оптики является зонная пластина (ЗП) Френеля или Релея-Вуда, принцип работы которой основан на кодировании фазы волнового фронта в виде определенных фазовых задержек. В настоящее время такие элементы находят самое широкое применение в различных спектральных диапазонах длин волн: от рентгеновского до сантиметрового [1], предполагается использовать их и в качестве специальных телескопов [2].

В настоящее время достаточно подробно изучены фокусирующие и частотные свойства ЗП в осесимметричных пучках для плоского [3] и сферического [4] падающих волновых фронтов. В то же время остается открытым вопрос об информативности формируемого изображения, которая определяется, главным образом, числом разрешаемых элементов изображения в кадре, "качеством" изображения внеосевого источника излучения, предельным частотным диапазоном, в котором сохраняется работоспособность ЗП и т.п.

Основной целью данной работы является изучение информативных возможностей светосильной ЗП, определение ее поля зрения, числа элементов изображения в кадре, связь этих характеристик с частотными свойствами. Приведены результаты исследований, полученных в начале 80-х годов.

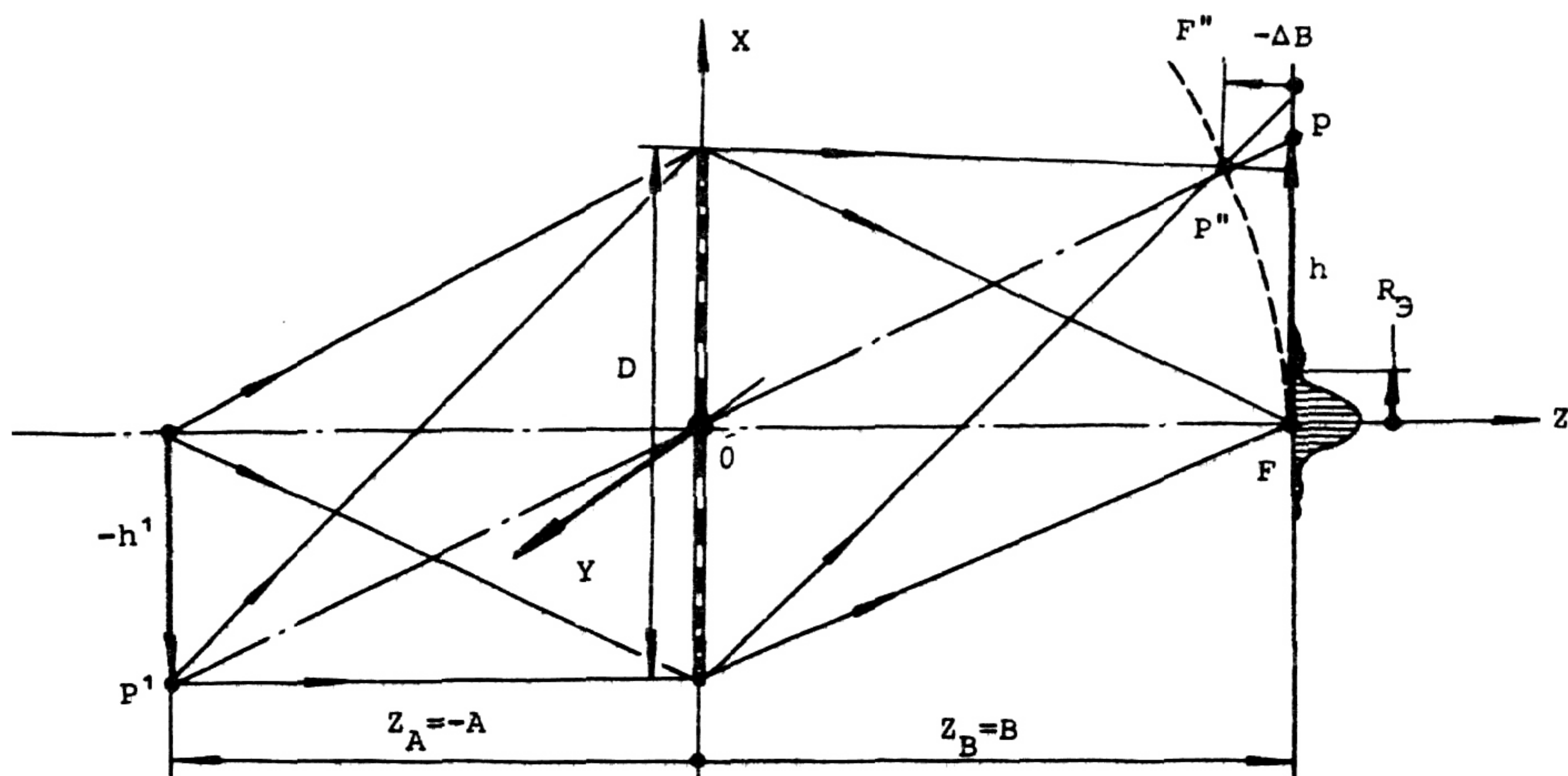
Расчетные соотношения. Геометрия задачи поясняется на рис. 1. Центр ЗП совмещен с началом прямоугольной системы координат (x, y, z) , ось OZ направлена по нормали к пластине и совпадает с оптической осью радиообъектива. ЗП рассчитана для осевых положений излучателя с координатой $Z_A = -A < 0$ и точки фокусировки с $Z_B = B > 0$; радиусы зон определяются по формуле [4]:

$$R_n = \left[\frac{1}{4} \left(A + B + \frac{n\lambda_0}{2} + \frac{A^2 - B^2}{A + B + \frac{n\lambda_0}{2}} \right)^2 - A^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где λ_0 - длина волны, расчетная для ЗП и отличающаяся в общем случае от длины волны λ , дифрагирующей на ЗП. Если D - заданный диаметр ЗП, наибольший номер $n_{\max} = N$ выбирается из условия $R_N \geq D/2$.

В плоскости $Z = Z_A$ вдоль прямой, параллельной оси OX , заданы L когерентных излучателей в точках $P_l^1(-h_l^1, 0, z_A)$, где $l = 1, 2, \dots, L$; h_l^1 - высота, отсчитыва-

емая вдоль отрицательного направления оси OX (на рис. 1 показан лишь один из излучателей). Положения изображений точек P'_1 задаются двояко: либо в сопряженных с P'_1 точках $P_1(h_1, 0, z_B)$, где $h_1 = B/A \cdot h'_1$, либо на некоторой дуге $\widehat{FF''}$, являющейся линией наилучшей фокусировки. В последнем случае в точке пересечения дуги $\widehat{FF''}$ и прямой $\overline{P'_1P_1}$ выбрана местная система прямоугольных координат (x'', y'', z'') , так что ось OY'' направлена вдоль оси OY , ось OZ'' - вдоль прямой $\overline{P'_1P_1}$, ось OX'' - по касательной к дуге $\widehat{FF''}$. Тогда изображение излучателя P'_1 есть точка $P''_1(x''_1, 0, z''_1)$.



1. Расчет дифракционного объектива

Дифракционное поле определялось численно посредством интеграла Френеля-Кирхгофа, представленного в следующем виде

$$U(P) = c \sum_{l,n} \int_{R_{n-1}}^{R_n} \rho d\rho \int_0^{2\pi} f \exp(i2\pi\psi) d\varphi, \quad (2)$$

где $f = (z'_1/r'_1 - z_1/r_1)/r'_1r_1$; $\psi = (r'_1 + r_1)/\lambda$,

ρ , φ - радиус и угол в полярной системе координат в плоскости $Z=0$; r_1 - расстояние от точки с координатами $(\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi, 0)$ до точки P'_1 , P_1 соответственно.

Аналогично вычисляется поле в точке P''_1 при замене в (2) координат точки P_1 на P''_1 ; C - константа нормировки, $n = N, N-2, N-4, \dots, q$, где q равно 1 и 0 при четном и нечетном N соответственно. Использовалась методика расчета, предложенная в [4].

Сопоставление расчетов по (2) с экспериментами проводилось по интенсивности дифракционного поля $W = U \cdot U^*$.

Экспериментальная техника. ЗП, рассчитанная согласно (1) при $D = 200\lambda_0$, $B = A = 2D$, изготовлялась из фольгированного гетинакса по методике, изложенной в [4].

В качестве генератора электромагнитных колебаний служила лампа обратной волны, нагруженная на волновод сечением $1,6 \times 0,8 \text{ мм}^2$, открытый срез которого являлся одиночным точечным источником излучения.

Сканирование распределения интенсивности дифракционного поля в свободном пространстве осуществлялось открытым концом волновода сечением $1,6 \times 0,8 \text{ мм}^2$, нагруженным на детектор излучения на барьере Шоттки, сигнал с которого усили-

вался и подавался на регистрирующее устройство. Перемещение приемного устройства в различных направлениях производилось микрометрическим механизмом, установленным на оптической стойке. Задавая различные положения приемного конца открытого волновода с детектором относительно ЗП и снимая в этих точках показания регистрирующего устройства, можно было построить экспериментальные зависимости интенсивности дифракционного поля от координат.

Одиночный точечный источник излучения

Для оценки поля зрения и числа элементов изображения в кадре для объектива на основе ЗП была проведена серия вычислительных и физических экспериментов по исследованию качества изображения точечного источника излучения. Из геометрии задачи ясно, что при удалении точечного источника излучения от оптической оси его изображение будет перемещаться не в плоскости, а вдоль некоторой поверхности - назовем ее поверхностью наилучшей фокусировки (ПНФ) $\widehat{FF''}$ (см. рис. 1)

В первом приближении профиль образующей ПНФ можно определить из условия равенства оптических путей лучей, проходящих от источника излучения до его изображения через центр ЗП и границу n -й зоны Френеля. Учитывая также геометрию задачи, можно записать:

$$\begin{cases} \sqrt{(x_1 - x_n)^2 + z_1^2} + \sqrt{(x_2 - x_n)^2 + z_2^2} = \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} + n\frac{\lambda}{2}, \\ x_1 z_2 = x_2 z_1, \end{cases} \quad (3)$$

где (x_1, z_1) , (x_2, z_2) - координаты источника излучения и его изображения соответственно, x_n - расстояние от центра ЗП до некоторой точки на границе n -й зоны Френеля. При записи системы (3) было предположено, что $y_1 = y_2 = 0$, что не снижает общности задачи. Приведенная система уравнений (3) решалась численно, причем для лучшего совпадения с точными расчетами по (2) проводилось усреднение величин (x_2, z_2) для крайних значений $n:n = 1$ и $n=N$. Найденные таким образом величины (x_2, z_2) являлись начальным приближением для определения их точного значения по (2).

Результаты исследований. Для $D \geq 200\lambda$, $A = B = 2D$ были выполнены эксперименты по определению разрезов дифракционной картины от одиночного источника ($L = 1$) при различных отношениях $h = (0, 16, 20, 24)$ к R_z на поверхности наилучшей фокусировки в виде разрезов $W(x'')$ при $y=0$ и $W(y'')$ при $x''=x''_0$. Эти результаты приведены на рисунках 2 и 3. Каждая точка на графике есть результат усреднения 15 - 20 измерений. На рисунках 2 и 3 нанесены также расчеты по (2) в виде различных линий. Аргументы функций $W(x'')$ или $W(y'')$ отсчитываются относительно положения центра изображения в точке $P'(x''_0, 0, z''_0)$, где x''_0, z''_0 - координаты пересечения прямой $\overline{P'P}$ с дугой $\widehat{FF''}$ при заданном $h' = B/A \cdot h$.

Как видно из приведенных рисунков, эксперименты совпадают с расчетами вполне удовлетворительно: среднеквадратичное отклонение всей серии измерений от расчетов составляет $\sim 3\%$.

Приведенные результаты исследований показывают, что ЗП с относительным отверстием $D/B \sim 1/2$ и апертурой $D/\lambda \sim 200$ обеспечивает разрешение в кадре на ПНФ порядка 50×50 дифракционных элементов. В случае плоского кадра изображения, как показали исследования, число элементов изображения уменьшается до $\sim 30 \times 30$ [5].

Проводились также численные и экспериментальные исследования, аналогичные вышеизложенным, но при других длинах волн, отличающихся от расчетной λ_0 на $\pm 10\%$.

$W(x'')$, отн.ед.

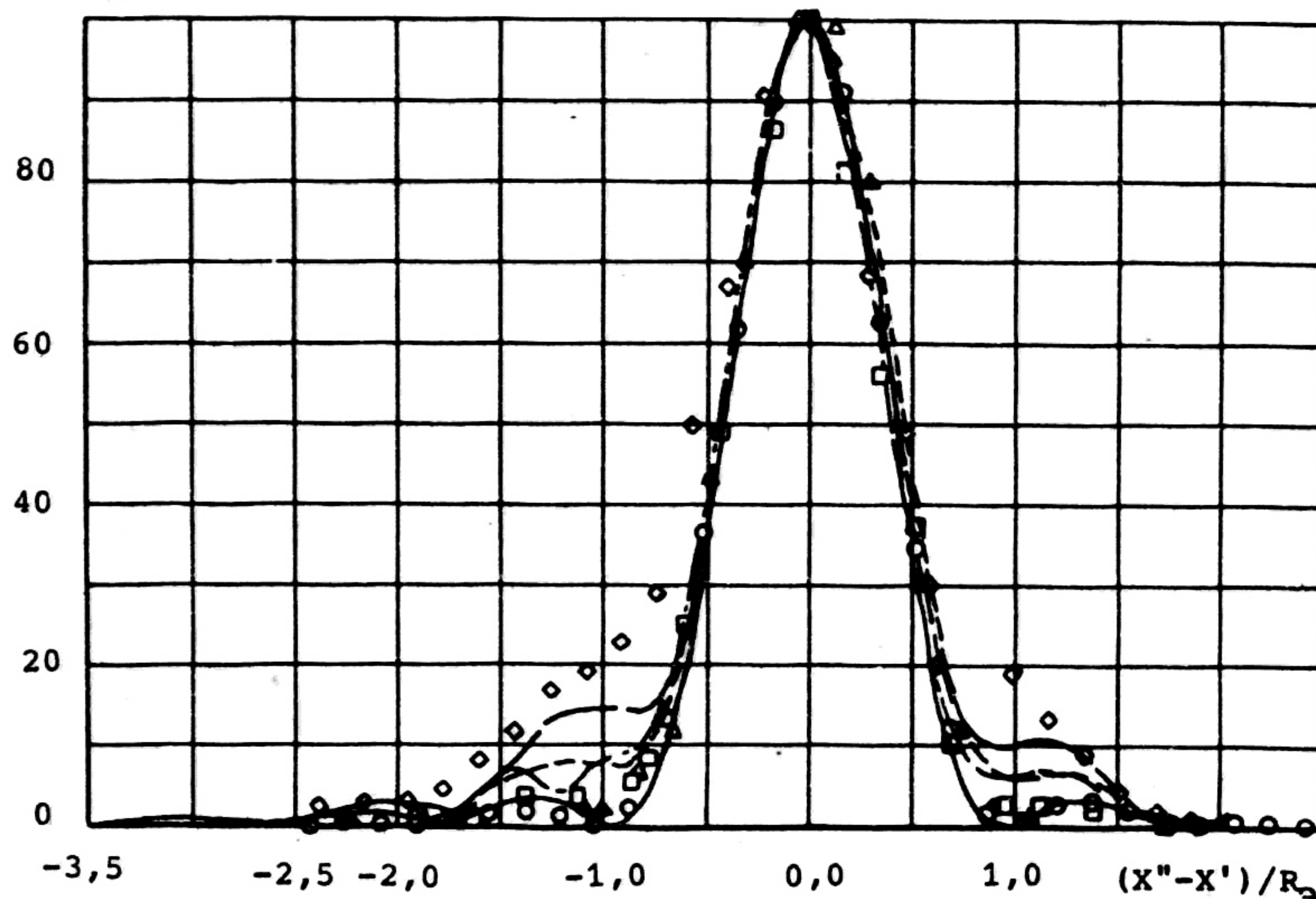


Рис. 2. Распределение интенсивности поля для внеосевого источника излучения на поверхности наилучшей фокусировки:

Теория	Эксперимент	$(x''-x')/R_3$
—	○ ○ ○	0
- - -	□ □ □	16
— · — · —	◇ ◇ ◇	20
— — —	△ △ △	24

$W(y'')$, отн.ед.

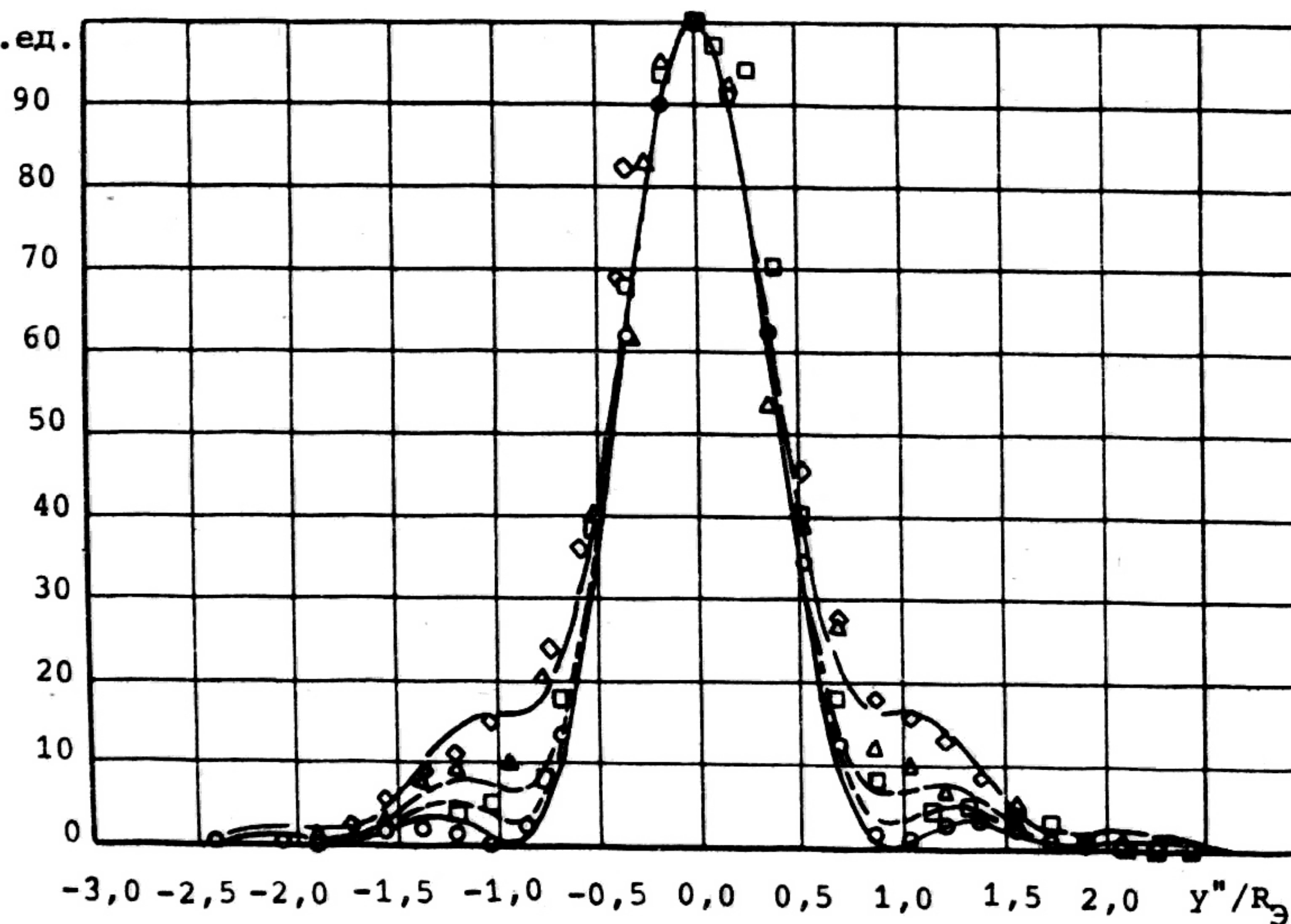


Рис. 3. Распределение интенсивности поля для внеосевого источника излучения на поверхности наилучшей фокусировки:

Теория	Эксперимент	y''/R_3
—	○ ○ ○	0
- - -	□ □ □	16
— · — · —	◇ ◇ ◇	20
— — —	△ △ △	24

Получено при этом, что в соответствии с результатами работы [4] положение фокальной плоскости (и поверхности наилучшей фокусировки) смещается в зависимости от λ ; в остальном - при соответствующем представлении данных - описанные свойства ЗП сохраняются. Форма ПНФ в указанном спектральном диапазоне не изменяется.

Система точечных когерентных излучателей

Для изучения вопроса о влиянии интерференции между системой точечных когерентных синфазных излучателей на форму ПНФ и число элементов разрешения в кадре были проведены соответствующие вычислительные эксперименты. Расчет по (2) проводился одновременно для $L=9$ источников, высота которых выбиралась с равномерным шагом

$$h_l = B/A \cdot 8R_3 \cdot (l-1); \quad l=1, \dots, 9, \quad (4)$$

где $R_3 = 1,2197\lambda B/D$ - радиус Эйри.

Расчеты интенсивности поля $W=|U|^2$ были выполнены в различных точках плоскости XOY и выводились на экран полутонного дисплея. В результате получалась визуализированная область сходящихся волн, которая представлена на рис. 4 (на рисунке пучок от осевого источника с номером $l=1$ показан только для полупространства $x \geq 0$).

В этих исследованиях было также подтверждено предположение о возможности расширения поля зрения радиообъектива на основе ЗП при увеличении D и сохранении на постоянном уровне относительного отверстия $D/B=1/2$.

Из рис. 4 следует, что при $D \approx 300\lambda$ изображение источника с номером $l=5$ еще удовлетворительно на некоторой дуге наилучшей фокусировки. Следовательно, максимальное число разрешаемых по критерию Рэлея элементов изображения на криволинейной строке составит ~ 64 .

При увеличении D вдвое число разрешаемых элементов в строке возрастает до 80-90, однако размеры антенны при этом весьма велики.

Расчеты, выполненные для условий эксперимента $D=200\lambda$, дают ~ 50 элементов изображения в строке.

Далее из рис. 4 следует, что поверхность наилучшей фокусировки обладает значительной кривизной и вогнута в сторону ЗП. Профиль дуги $\widehat{FF''}$ (см. рис. 1) приближенно описывается дробностепенной зависимостью

$$\Delta B = H \cdot h^3/2, \quad (4)$$

где ΔB - стрелка прогиба дуги $\widehat{FF''}$ относительно плоскости $Z=Z_B$ в мм; h - высота в мм. Оценки константы H для $D/\lambda=300, 450$ и 600 , полученные из рис. 4 с учетом (4), для $l=5, 6$ и 7 дают значения, близкие к $1,9 \cdot 10^{-2}; 1,7 \cdot 10^{-2}; 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^{-1/2}$ соответственно.

Рабочий спектральный диапазон ЗП. В работе [4] подробно исследованы частотные свойства ЗП при осевом точечном источнике излучения. Показано, что ее частотные свойства удовлетворительно описываются аналитической зависимостью, полученной в [4] из выражения для радиусов зон Френеля:

$$B(\lambda) = \frac{A^2 + (A + n\frac{\lambda}{2})^2 - 2\sqrt{A^2 + R_n^2} \cdot (A + n\frac{\lambda}{2})}{2\sqrt{A^2 + R_n^2} - 2A - n\lambda}. \quad (5)$$

Из приведенного выражения легко оценить рабочий спектральный диапазон ЗП, рассчитанной на преобразование расходящегося сферического волнового фронта в

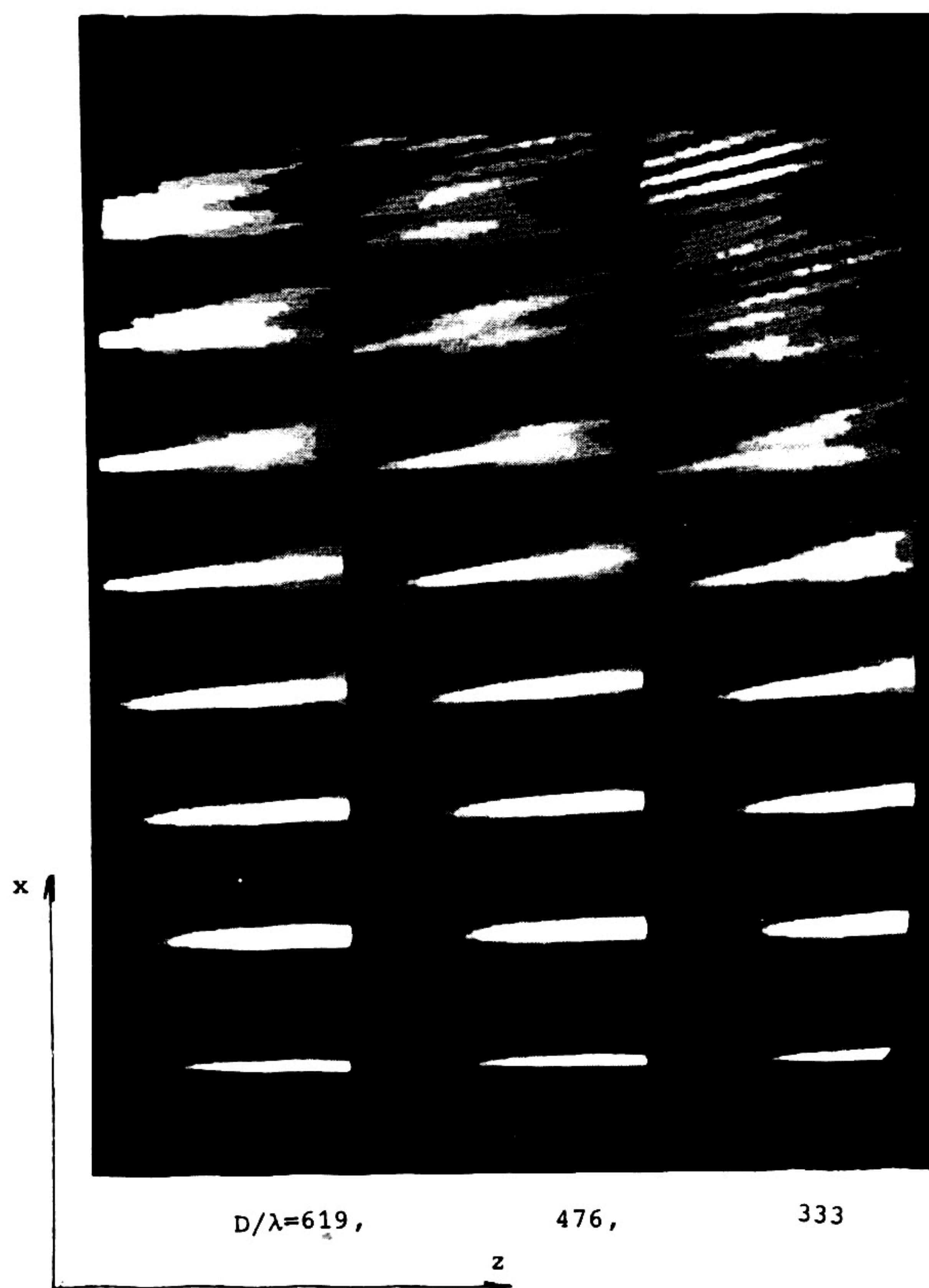


Рис. 4. Визуализированная область сходящихся пучков для апертуры $D/\lambda=619, 476, 333$

сходящийся сферический. Минимально допустимая длина волны $\lambda_{\min}$ определяется из условия $B \rightarrow \infty$; приравнивая в (5) знаменатель к нулю, имеем:

$$\lambda_{\min} = \frac{2}{n}(\sqrt{A^2 + R_n^2} - A). \quad (6)$$

Аналогично при максимально допустимой длине волны $\lambda_{\max}$, $B \rightarrow 0$, отсюда с учетом (6) из (5) имеем

$$\lambda_{\max} = \lambda_{\min} + \sqrt{\lambda_{\min}^2 + 2A(A + \sqrt{A^2 + R_n^2}) \frac{4}{n^2}}.$$

Учитывая, что обычно $\lambda_{\min} \ll \lambda_{\max}$, имеем

$$\lambda_{\max} \approx \frac{2}{n} [2A(A + \sqrt{A^2 + R_n^2})]^{1/2}. \quad (7)$$

Полученные соотношения (6), (7) определяют рабочий спектральный диапазон ЗП. В случае ЗП, преобразующей плоский падающий волновой фронт в сходящийся сферический, аналогичным образом легко получить, что

$$\lambda_{\min} = 0, \quad \lambda_{\max} = \frac{2}{n} R_n.$$

Это указывает на большую широкополосность данного типа ЗП.

Оценим добротность дифракционного объектива. Для этого рассмотрим ход лучей от точечного осевого источника излучения до его изображения через крайнюю зону ЗП. На пути

$$m = m_1 + m_2 = \sqrt{A^2 + D^2}/4 + \sqrt{B^2 + D^2}/4$$

уложится n_0 длин волн: $n_0 = (m_1 + m_2) / \lambda_0$. При расстройке длины волны λ_0 на малую величину $\Delta\lambda$, значение n_0 изменится на Δn . Пусть $\Delta n = 1$, тогда

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda, & n = n_0 - \Delta n, \\ n_0 - 1 = (m_1 + m_2) / (\lambda_0 + \Delta\lambda), \\ n_0 = (m_1 + m_2) / \lambda_0. \end{cases}$$

Отсюда следует, что $\Delta\lambda / \lambda_0 = \lambda_0 / (m_1 + m_2 - \lambda_0)$. Учитывая, что $\lambda = c/f$, $d\lambda = -cdf/f^2$, имеем

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \frac{c}{f_0 (m_1 + m_2) - c}.$$

Таким образом, для разности хода, равной λ_0 , расстройка по частоте составляет $\Delta f \approx -c / (m_1 + m_2)$. Пусть $f_0 \approx 150$ ГГц, $m_1 = m_2 = 50$ см, тогда $\Delta f \approx 300$ МГц. Отсюда эффективная добротность ЗП составляет

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0 (m_1 + m_2)}{c} \approx 1 \approx \frac{m_1 + m_2}{\lambda_0} = 500.$$

Следствием полученного выражения является очевидный факт, заключающийся в том, что добротность дифракционного объектива пропорциональна его относительной апертуре $Q \approx (D/\lambda)$, т.к. $m_{1,2} \approx D$. Кроме того, с этой точки зрения предпочтительнее длиннофокусные системы, поскольку $Q \approx A, B$.

Рассматривая аналогичным образом значение добротности для внеосевого положения источника излучения и его изображения, легко получить, что, например, при $A \approx B \approx 2D$ и смещении точечного источника излучения от оптической оси на границу поля зрения ($\Delta x \approx D/4$), отношение добротностей для внеосевого и осевого положений источников излучения составляет величину, близкую к единице. Отсюда следует важный вывод о том, что добротность дифракционного объектива при фокусировке электромагнитной волны от точечного источника излучения слабо зависит от его положения в фокальной плоскости.

Заключение

Приведенные результаты исследований осесимметричной зонной пластины показали следующее:

- она сохраняет свои фокусирующие свойства для внеосевых положений источников излучения и может быть использована в качестве дифракционного объектива в широком спектральном диапазоне;

- ЗП с относительным отверстием $\approx 1/2$ и апертурой $\approx 200\lambda$ обеспечивает до $\approx 50 \times 50$ элементов разрешения по критерию Рэлея на поверхности наилучшей фокусировки, образуемая которой может быть описана кривой вращения вида $y \approx x^{3/2}$;

- в плоском кадре число элементов изображения уменьшается примерно в два раза;

- при увеличении апертуры ЗП D/λ вдвое (при постоянном относительном отверстии) число элементов изображения в кадре увеличивается в $\approx 1,6$ раза.

Получены соотношения, описывающие рабочий спектральный диапазон ЗП, оценена ее добротность для осевого и внеосевого положения точечного источника излучения.

Л и т е р а т у р а

1. С и с а к я н И.Н. Компьютерная оптика. Достижения и перспективы // Тез. док. Всес. конф. "Современные проблемы физики и ее приложений". Ч. I. М.: ВДНХ, 1987. С. 3-4.
 2. Д е м к о в Ю.Н. Длиннофокусные всеволновые телескопы со сверхзвуковым угловым разрешением // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6, № 12, С. 756-760.
 3. S a n y a l G.S., S i n g h M. Fresnel zone plate antenna // Journ. of Institution of Tellecommunications. 1968. Vol. 14, N 2. P. 265-281.
 4. Б а й б у л а т о в Ф.Х., М и н и н И.В., М и н и н О.В. Исследование фокусирующих свойств зонной пластины Френеля // Радиотехника и электроника, 1985. Т. 30, № 9. С. 372-380.
 5. М и н и н И.В., М и н и н О.В. Дифракционные радиооптические системы СВЧ диапазона // Тез. док. 6 Всес. конф. по методам и средствам измерений электромагнитных характеристик материалов на ВЧ и СВЧ. Новосибирск. 1987. С. 169-170.
-