В.В. Котляр

РАЗЛОЖЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ПОЛЯ ПО ОРТОГОНАЛЬНОМУ БАЗИСУ

Актуальной задачей является восстановление амплитудно-фазовых характеристик когерентных световых полей. В последних работах, например [1, 2], показано, как можно однозначным образом восстановить фазу светового поля с использованием амплитудно-фазовых фильтров.

Пропускание фильтров в [1] описывается экспоненциальной амплитудной, или гауссовыми амплитудной или фазовой функциями. Это порождает некоторые неудобства. Во-первых, упомянутые фильтры позволяют получать разложение искомой комплексной амплитуды светового поля по плоским волнам, или, другими словами, получать амплитудно-фазовые характеристики пространственного спектра. Однако разложение по плоским волнам не всегда является оптимальным в смысле минимального количества членов в этом разложении. Например, световые поля, возбуждаемые в оптических градиентных световодах удобно разлагать по модам Гаусса-Лагерра [3]. Поэтому представляет интерес постановка задачи о поиске амплитудно-фазовых фильтров, согласованных с базисом разложения исходного поля. Во-вторых, использование упомянутых выше фильтров [1] приводит к достаточно сложным в вычислительном плане выражениям для искомого распределения фазы через измеренные распределения интенсивности света. Хотелось бы использовать фильтры, так трансформирующие падающее на них исходное световое поле, чтобы численная обработка измеренных данных, отсчетов интенсивности света была бы сведена к минимуму.

В данной работе предлагается метод восстановления фазы когерентного светового поля, свободный от перечисленных выше недостатков. В [3, 4] предложено использовать синтезированные на ЭВМ фазовые фильтры, с помощью которых могут быть измерены амплитуды коэффициентов разложения когерентного светового поля по произвольному базису ортогональных функций.

Пусть комплексная амплитуда исходного поля описывается функцией $f(x)$ и предполагается, что оптимальным будет разложение по набору функций $\Psi_n(x)$, для которых имеет место соотношение ортогональности

$$\int_{-a}^{a} \Psi_n(x)\Psi^*_m(x)\,dx=\delta_{mn}, \qquad (1)$$

где

$*$ - знак комплексного сопряжения;

δ_{mn} - символ Кронекера.

Если поле $f(x)$ проходит через фильтр с комплексной амплитудой пропускания

$$\tau(x) = \sum_{m=1}^{N} \Psi^*_m(x)e^{i\alpha_m x},$$

то в Фурье-плоскости в точках с пространственной частотой $y_k=\alpha_k$ интенсивность света I_k будет пропорциональна квадрату модуля соответствующего коэффициента C_k в разложении исходного поля

$$f(x) = \sum_{k=1}^{N} C_k\Psi_k(x).$$

Действительно, предположим, что амплитуду и фазу поля $f(x)$, ограниченного диафрагмой размером $[-a, a]$, можно хорошо аппроксимировать полиномами степени M и N ($M \le N$). И пусть функция $\Psi_N(x)$ также аппроксимируется полиномом степени N. И если все N нулей полинома лежат в пределах отрезка $[-a, a]$, то можно ввести понятие минимального периода T модуляции амплитуды и фазы поля $f(x)$, как удвоенное расстояние между двумя ближайшими нулями полиномов. Тогда эффективной шириной пространственного Фурье-спектра поля $f(x)\Psi^*_N(x)$ можно считать величину, равную $2\lambda z/T$, где λ - длина волны света, z - расстояние между плоскостью фильтрации и Фурье-плоскостью.

Тогда для пространственного разделения спектров полей соседних порядков $f(x)\Psi^*_m(x)$ и $f(x)\Psi^*_{m+1}(x)$ требуется, чтобы α_m удовлетворяло неравенству

$$\alpha_m \ge \frac{4\pi}{T}\, m. \qquad (2)$$

При этом условии имеет место приближенное равенство в точках с пространственной частотой $y_k=\alpha_k$

$$I_k = \left| \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} C_m \int_{-a}^{a} \Psi_m(x)\Psi^*_n(x)e^{-i(\alpha_n-\alpha_k)x}dx \right|^2 \simeq |C_k|^2. \qquad (3)$$

Для того, чтобы восстановить фазы φ_n коэффициентов разложения $C_n=|C_n|e^{i\varphi_n}$, исходное поле $f(x)$ пропускается через фильтр

$$\tau(x) = \sum_{m=1}^{N} \{\Psi^*_m(x)e^{i\alpha_m x} + [\Psi^*_m(x) + \Psi^*_{m+1}(x)]e^{i\beta_m x} + \qquad (4)$$

$$+ [\Psi^*_m(x) + i\Psi^*_{m+1}(x)]e^{i\gamma_m x}\},$$

где $\beta_m=\alpha_N+\alpha_m$; $\gamma_m=2\alpha_N+\alpha_m$.

Действительно, тогда в точках Фурье-спектра с пространственной частотой $y_k=\beta_k$ интенсивность W_k будет равна выражению

$$W_k = |C_k|^2 + |C_{k+1}|^2 + 2|C_k||C_{k+1}|\cos(\varphi_k-\varphi_{k+1}),$$

а в точках с пространственной частотой $y_k=\gamma_k$ интенсивность Q_k будет равна выражению

$$Q_k = |C_k|^2 + |C_{k+1}|^2 + 2|C_k||C_{k+1}|\sin(\varphi_k-\varphi_{k+1}).$$

Тогда для искомых фаз φ_k имеет место рекурсивные соотношения

$$\varphi_k-\varphi_{k+1}=\begin{cases} A_k; & B_k>0, \quad D_k>0 \\ -A_k; & B_k<0, \quad D_k>0 \\ \pi-A_k; & B_k>0, \quad D_k<0 \\ -\pi+A_k; & B_k<0, \quad D_k<0, \end{cases} \tag{5}$$

где

$\varphi_1=0;$

$$A_k = \arccos\left(\frac{|W_k-I_k-I_{k+1}|}{2\sqrt{I_kI_{k+1}}}\right);$$

$B_k=Q_k-I_k-I_{k+1};$

$D_k=W_k-I_k-I_{k+1}.$

Таким образом, показано, что можно однозначным образом с достаточной точностью найти оптическим методом коэффициенты разложения комплексной амплитуды света по произвольному ортогональному базису и тем самым восстановить амплитуду и фазу этого светового поля.

Физически фильтр (4) может быть реализован по методике, предложенной в [4]. Численно рассчитывается распределение амплитудной маски с пропусканием

$$\tau_o(x) = S\{|\tau(x)|\}\cos[\arg \tau(x)-\nu x],$$

где

S - известное нелинейное предыскажение амплитуды фильтра $\tau(x)$;

ν - пространственная частота несущей.

Далее эту амплитудную маску переносят на физический носитель и переводят амплитуду в распределение показателя преломления фоточувствительного вещества или в распределение высот рельефа его поверхности. Тогда в первом порядке дифракции поля $f(x)$ на фильтре $\tau_o(x)$ получится поле $f(x)\tau(x)$.

Заметим, что реализация на одном физическом носителе L базисных функций с несущими, удовлетворяющими условию (2), представляет существенные трудности, если $L>3$. Это связано с тем, что устройства, реализующие описанную выше технологию изготовления пространственных фильтров, не обеспечивают требуемого разрешения в видимом диапазоне частот (около 1000 л/мм).

Заметим также, что все вышеописанное справедливо для двумерных полей $f(x,y)$, если требуется найти коэффициенты разложения

$$f(x,\ y) = \sum_{m=1}^{N}\ \sum_{n=1}^{N} C_{mn}\Psi_m(x)\Psi_n(y).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г., Котляр В.В., Малов А.Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, 1987, № 3, с. 7.
2. Абрамочкин Е.Г., Котляр В.В., Малов А.Н. Препринт ФИАН, 1988, № 1. - 18 с.
3. Голуб М.А., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Сойфер В.А. Квантовая электроника, 1982, т. 9, с. 1866.
4. Голуб М.А., Карпеев С.В., Казанский Н.Л., Мирзов А.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Уваров Г.В. Квантовая электроника, 1988, т. 15, с. 617.