

# ЭЛЕМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

A. V. Тихонравов, Н. В. Гришина

## СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ МНОГОСЛОЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### ВВЕДЕНИЕ

Проектирование и создание многослойных оптических систем с заданными спектральными свойствами представляют собой один из разделов современной компьютерной оптики, объединивший в себе те направления оптической науки, в которых теоретические разработки и их практическая реализация немыслимы без использования мощной вычислительной техники.

Многослойные оптические системы чаще всего реализуются в виде тонкопленочных покрытий, наносимых в вакуумных напылительных установках. Последние являются сложным комплексом приборов и устройств, управляемым специализированной ЭВМ. Непосредственному созданию покрытий предшествует этап их проектирования (синтеза). Успешное решение проблем этого этапа во многом предопределяет возможности создания широкого класса отдельных устройств и сложных физических систем в передовых областях современной техники.

Ряд актуальных проблем проектирования многослойных оптических покрытий перечислен в работе [1], там же описаны решения некоторых из них. В настоящей работе основное внимание уделяется рассмотрению математических подходов к решению задач синтеза многослойных оптических систем и численному проектированию конкретных типов покрытий на ЭВМ.

#### 1. МНОГООБРАЗИЕ ПОДХОДОВ К ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА

В целом проблема синтеза состоит в определении структуры слоистой системы, обладающей заданными спектральными свойствами (заданными коэффициентами пропускания, отражения). Она является обратной по отношению к проблеме анализа, в которой ставится задача вычисления спектральных коэффициентов (так называемая прямая задача) и исследования их свойств по известным параметрам многослойной системы.

Один из возможных подходов к проблеме синтеза - это синтез путем анализа. При исследовании прямой задачи устанавливается ряд свойств слоистых покрытий, которые могут быть непосредственно использованы для решения некоторых задач синтеза. Так, например, простые формулы для четвертьволновых диэлектрических зеркал [2] позволяют легко определить число слоев зеркала и их оптические толщины, обеспечивающие заданный уровень отражения при заданной длине волны падающего света.

Однако путем анализа могут быть решены лишь некоторые задачи, причем в ряде случаев далеко не оптимальным образом. Поэтому очень большое внимание уделяется развитию собственно методов синтеза. Несмотря на огромное число работ в данной области, следует констатировать, что до сих пор не существует универсального метода синтеза, способного оптимальным образом разрешить все возникающие на практике проблемы. Можно выделить около десятка методов, доказавших свою практическую значимость и достаточно широко используемых при проектировании многослойных оптических систем [3-5]. Использование многих из них требует большого личного опыта и искусства проектировщика. Основные трудности при использовании любого из известных подходов возникают тогда, когда отсутствуют хорошие начальные приближения к искомому решению.

С нашей точки зрения для успешного решения проблемы синтеза необходимо использовать сочетание различных методов, в котором основными являются методы, базирующиеся на минимизации оценочных функций (то есть функций, оценивающих близость спектральных коэффициентов синтезируемых систем к заданным характеристикам). Обоснование этой точки зрения состоит в следующем. Если неизвестно хорошее начальное приближение к искомой системе, любая совокупность методов дает качественное решение при числе слоев не более 6-8. При таком числе слоев методы, основанные на минимизации оценочных функций, позволяют достаточно надежно найти глобальный минимум (оптимальное решение) на любой современной ЭВМ. Различными методами синтезированы покрытия с общим числом слоев, заметно большим 6-8 (отрезающие фильтры, поляризаторы и др.). Однако их получение всегда было связано с использованием каких-либо начальных конструкций. При наличии начальных приближений методы минимизации также позволяют получить очень хорошие результаты при большом числе слоев покрытия. Таким образом, методы, основанные на минимизации оценочных функций, сами по себе имеют наиболее широкие возможности. Кроме того, они значительно проще для широкого освоения и использования.

Серьезные трудности для всех методов возникают тогда, когда число слоев синтезируемого покрытия должно быть велико, а хорошие начальные конструкции неизвестны. Эти трудности удается в значительной степени преодолеть за счет использования специфических методов минимизации оценочных функций, о которых будет сказано ниже.

## 2. ВЫБОР ОЦЕНОЧНОЙ ФУНКЦИИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Современные методы проектирования многослойных оптических систем мы рассмотрим преимущественно на примере так называемых двухкомпонентных покрытий, состоящих из слоев с чередующимися показателями преломления  $n_H$  и  $n_B$  ( $n_H < n_B$ ). В общем виде структура двухкомпонентного покрытия изображена на рис. 1. При числе слоев, равном  $m$ , она полностью описывается толщиной слоев  $d_1, d_2, \dots, d_m$ . Нумерация слоев произведена в направлении от подложки, на которую нанесено покрытие, к внешней среде, из которой падает плоская электромагнитная волна. При синтезе двухкомпонентных покрытий искомыми параметрами являются толщины его слоев.

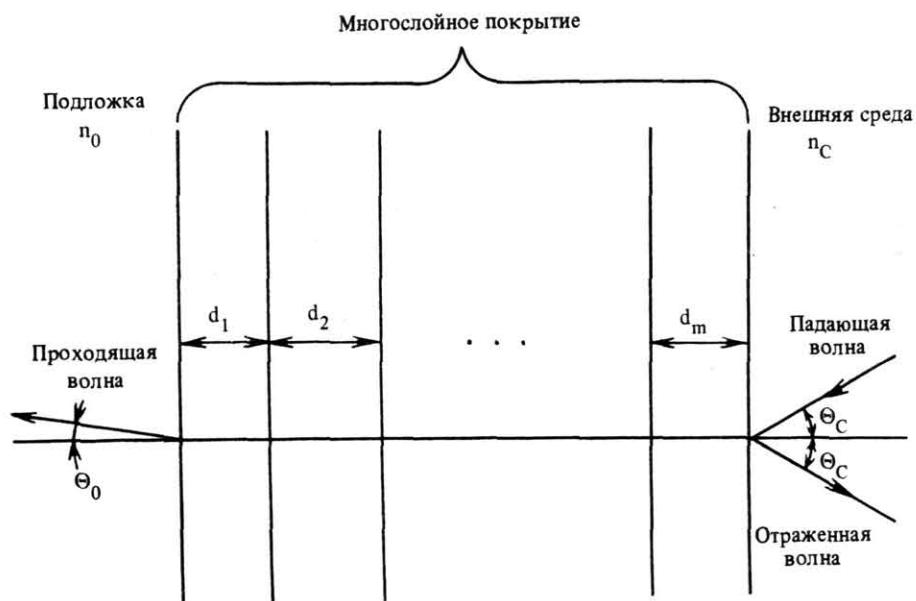


Рис. 1

Двухкомпонентные покрытия являются наиболее технологичными при использовании современной напылительной техники. Кроме того, как показывает специальное математическое исследование [6-8], именно среди них следует во многих случаях искать оптимальные решения задачи синтеза.

Рассмотрим сначала проблему синтеза двухкомпонентных покрытий при нормальном падении света. Интересующей нас при синтезе спектральной характеристикой будем считать энергетический коэффициент отражения. Пусть  $\hat{R}(k)$  – требуемый вид спектральной зависимости этого коэффициента. В качестве спектрального параметра далее будем использовать волновое число падающей волны в вакууме  $k$ , связанное с длиной волны  $\lambda$  равенством  $k = 2\pi/\lambda$ . В общем случае не существует многослойного покрытия, обладающего в точности требуемым коэффициентом отражения  $\hat{R}(k)$  [9]. Поэтому можно ставить вопрос лишь о синтезе многослойного покрытия, коэффициент отражения которого в каком-то смысле близок к  $\hat{R}(k)$ .

Введем  $m$ -мерное пространство искомых параметров системы. Его элементами являются векторы  $X = (d_1, d_2, \dots, d_m)$ . Коэффициент отражения многослойной системы, описываемой вектором  $X$ , обозначим  $R(X, k)$ . Пусть  $k_H$ ,  $k_B$  - нижняя и верхняя границы интересующего нас при синтезе спектрального диапазона. Для оценки близости коэффициента отражения покрытия, описываемого вектором  $X$ , к требуемой зависимости  $\hat{R}(k)$  наиболее широко используется среднеквадратичная метрика:

$$F(X) = \int_{k_H}^{k_B} [R(X, k) - \hat{R}(k)]^2 dk.$$

В среднеквадратичную оценку часто вводят весовую функцию  $v(k)$ :

$$F(X) = \int_{k_H}^{k_B} v(k) [R(X, k) - \hat{R}(k)]^2 dk.$$

Введение весовой функции позволяет по-разному оценивать близость  $R(X, k)$  и  $\hat{R}(k)$  на разных участках спектра и за счет этого добиваться большей близости  $R(X, k)$  и  $\hat{R}(k)$  на наиболее важных участках спектра за счет возможного ухудшения точности аппроксимации на других. Весовую функцию часто целесообразно корректировать в процессе синтеза по промежуточным результатам минимизации оценочной функции.

Так как при численном решении задачи синтеза невозможно рассчитать спектральную характеристику  $R(X, k)$  во всех точках рассматриваемого спектрального диапазона, то в этом диапазоне вводится некоторая сетка волновых чисел и вычисления производятся только для значений  $k$  из этой сетки. Пусть общее число точек сетки равно  $L$ . Сами точки обозначим  $k_1, k_2, \dots, k_L$  (при этом  $k_1 = k_H, k_L = k_B$ ). Интегралы на ЭВМ всегда вычисляются по некоторым квадратурным формулам, сводящим их к суммам по заданной сетке волновых чисел. Поэтому оценочную функцию можно сразу задавать в виде

$$F(X) = \sum_{i=1}^L v_i [R(X, k_i) - \hat{R}(k_i)]^2, \quad (1)$$

где  $v_i$  - неотрицательные весовые множители.

В начале решения задачи весовые множители, как правило, полагают равными единице. В дальнейшем они могут корректироваться (см. выше).

В соответствии с изложенным в предыдущем разделе мы формулируем задачу синтеза как задачу минимизации оценочной функции:

$$F(X) \rightarrow \min. \quad (2)$$

В процессе решения этой задачи обязательно учитываться конструктивные ограничения на параметры синтезируемой слоистой системы. У двухкомпонентных систем показатели преломления слоев фиксированы и ограничения следует положить лишь на толщины слоев. Очевидно, что  $d_j \geq 0$  для всех  $j = 1, \dots, m$ . Кроме того, практический опыт и ряд теоретических соображений говорят о том, что нецелесообразно рассматривать слишком толстые слои (толще характерной длины волны рассматриваемого спектрального диапазона). Таким образом, всегда можно считать, что все толщины слоев ограничены сверху. При этом множество допустимых значений вектора  $X$  представляет собой замкнутое ограниченное множество в конечномерном ( $m$ -мерном) пространстве. Как известно, такое множество является компактным, а рассматриваемая на нем задача минимизации (2) - корректной в смысле А. Н. Тихонова [10].

### 3. ГРАДИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ МИНИМИЗАЦИИ ОЦЕНОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Среди огромного разнообразия методов поиска минимума функций многих переменных [11] мы считаем наиболее рациональным использование для решения задач синтеза многослойных оптических систем различных градиентных методов минимизации. Это связано с возможностью построения эффективных алгоритмов вычисления градиентов оценочных функций. Во всех методах градиентного типа приходится многократно вычислять значения самой оценочной функции и ее градиент. Эти две операции являются основными, поэтому скорость и точность их выполнения в значительной мере определяют вычислительные возможности метода.

Обратимся сначала к оценочной функции. Различные рекуррентные методы расчета спектральных коэффициентов [2-5, 12] обеспечивают высокую скорость и точность ее вычисления. Для наглядности выпишем алгоритм расчета оценочной функции (1). При нормальном падении света и отсутствии поглощения в слое рекуррентная формула для расчета амплитудного коэффициента отражения имеет вид

$$r_j = \frac{\rho_j + r_{j-1} e^{-2i\varphi_j}}{1 + \rho_j r_{j-1} e^{-2i\varphi_j}} \quad (j = 1, \dots, m). \quad (3)$$

Здесь  $r_j$  - коэффициент отражения от системы слоев с 1-го по  $j$ -й,  $\rho_j$  - френелевский коэффициент отражения от границы  $j$ -го и  $j+1$ -го слоев,  $\varphi_j$  - так называемый набег фазы в  $j$ -м слое. Величины  $\rho_j$  и  $\varphi_j$  вычисляются по формулам

$$\rho_j = \frac{n_{j+1} - n_j}{n_{j+1} + n_j}, \quad \varphi_j = kn_j d_j, \quad (4)$$

в которых через  $n_j$  обозначен показатель преломления  $j$ -го слоя (он равен  $n_h$  или  $n_b$ ).

Начальное значение для рекуррентной формулы (3) задается равенством

$$r_0 = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}, \quad (5)$$

в котором  $n_0$  — показатель преломления подложки.

Величина  $r_0$  совпадает с амплитудным коэффициентом отражения от всей многослойной системы (при этом  $n_{m+1}$  полагается равным  $n_c$  — показателю преломления внешней среды).

Энергетический коэффициент отражения находится через  $r_m$  по формуле

$$R = |r_m|^2 = r_m r_m^*. \quad (6)$$

Для того чтобы рассчитать значение оценочной функции (1) при заданном  $X$ , необходимо  $L$  раз при  $k = k_1, \dots, k_L$  произвести вычисления по формулам (3)-(6) (компоненты вектора  $X$  задают значения  $d_j$  в (4)).

Рассмотрим теперь на примере той же оценочной функции один из возможных алгоритмов вычисления ее градиента.

Пусть толщина  $K$ -го слоя покрытия изменяется на малую величину  $\delta$ . Определим главную по  $\delta$  часть приращения амплитудного коэффициента отражения. Очевидно, что при вариации толщины  $K$ -го слоя в рекуррентных формулах (5) изменяются все  $r_j$  с номерами  $j$ , большими или равными  $K$ . При этом, как легко подсчитать, приращение  $r_K$  равно

$$\Delta r_K = -ikn_K r_{K-1} e^{-2i\phi_K} \frac{1 - \rho_K^2}{\left(1 + \rho_K r_{K-1} e^{-2i\phi_K}\right)^2} \delta. \quad (7)$$

При  $j > K$  приращение  $r_j$  выражим через приращение  $r_{j-1}$ , также выписывая лишь его главную линейную часть.

Получим

$$\Delta r_j = e^{-2i\phi_j} \frac{1 - \rho_j^2}{\left(1 + \rho_j r_{j-1} e^{-2i\phi_j}\right)^2} \Delta r_{j-1}. \quad (8)$$

Введем дополнительную переменную  $\psi_j$ , задав для нее рекуррентную формулу пересчета в противоположном относительно  $r_j$  направлении:

$$\psi_{j-1} = e^{-2i\phi_j} \frac{1 - \rho_j^2}{\left(1 + \rho_j r_{j-1} e^{-2i\phi_j}\right)^2} \psi_j \quad (9)$$

Начальное значение  $\psi_m$  для дополнительной переменной зададим позднее.  
Из (8), (9) следует справедливость следующего тождества:

$$\psi_j \Delta r_j = \text{const},$$

то есть независимость данного произведения от номера  $j$ . Из этого тождества, в частности, следует, что

$$\psi_m \Delta r_m = \psi_k \Delta r_k.$$

Подставляя в это равенство выражение (7) для  $\Delta r_k$  и используя формулу (9) при  $j = k$ , получим

$$\psi_m \Delta r_m = - 2ikn_k r_{k-1} \psi_{k-1} \delta. \quad (10)$$

При вариации толщины  $K$ -го слоя на величину  $\delta$  изменяется энергетический коэффициент отражения во всех точках спектра. Приращение  $R$  при  $k = k_1$  обозначим  $\Delta R^{(1)}$ . Ниже все величины, вычисляемые при значении волнового числа  $k_1$ , будем помечать верхним индексом 1 в круглых скобках. В частности,  $r_j^{(1)}$  — это величины, вычисляемые по рекуррентной формуле (3) при условии, что  $k = k_1$  в (4).

Согласно (6)

$$\Delta R^{(1)} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \left( r_m^{(1)} \right)^* \cdot \Delta r_m^{(1)} \right\}. \quad (11)$$

Приращение оценочной функции (2), вызванное вариацией толщины  $K$ -го слоя, с учетом (11) равно

$$\begin{aligned} \Delta F &= 2 \sum_{l=1}^L v_l \left[ R(X, k_1) - \hat{R}(k_1) \right] \Delta R^{(1)} = \\ &= \sum_{l=1}^L R_e \left\{ 4v_l \left[ R(X, k_1) - \hat{R}(k_1) \right] \left( r_m^{(1)} \right)^* \Delta r_m^{(1)} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Зададим теперь  $L$  раз начальные условия для рекуррентной формулы (9):

$$\psi_m = 4v_1 \left[ R(X, k_1) - \hat{R}(k_1) \right] \left( r_m^{(1)} \right)^* \quad (13)$$

и  $L$  раз произведем по ней расчет для всех  $j$  от  $m$  до 1. Дополнительные переменные, полученные при 1-м начальном условии, будем обозначать  $\psi_j^{(1)}$ .

Используя (13), приращение оценочной функции можно записать в виде

$$\Delta F = \sum_{l=1}^L \operatorname{Re} \left\{ \psi_m^{(1)} \Delta r_m^{(1)} \right\}. \quad (14)$$

Равенство (10) справедливо при любом  $k$  и, в частности, при  $k = k_1$ .

Используя его, из (14) получим

$$\Delta F = 2n_k \delta \sum_{l=1}^L k_l \operatorname{Im} \left\{ r_{k-1}^{(1)} \psi_{k-1}^{(1)} \right\}.$$

Поскольку  $\delta$  - произвольно малая вариация толщины  $K$ -го слоя, из данного выражения следует, что частная производная оценочной функции по толщине  $K$ -го слоя равна

$$\frac{\partial F}{\partial d_k} = 2n_k \sum_{l=1}^L k_l \operatorname{Im} \left\{ r_{k-1}^{(1)} \psi_{k-1}^{(1)} \right\} \quad (15)$$

Полученное представление позволяет быстро рассчитывать градиент оценочной функции (2). Действительно, для вычисления всех частных производных по формулам (15) при  $K = 1, \dots, m$  достаточно иметь значения дополнительной переменной, получаемые за  $L$  проходов по рекуррентной формуле (9) от  $m$  до 1. Эта операция эквивалентна по затратам машинного времени однократному вычислению оценочной функции, для которого также требуется  $L$  проходов по рекуррентной формуле (3) от 1 до  $m$ . С математической точки зрения представление (15) для частных производных оценочной функции - абсолютно строгое. Это существенно повышает эффективность используемых методов минимизации.

Аналогичные способы вычисления градиентов применимы и для других, отличных от (2), оценочных функций.

Наш опыт численного решения широкого круга задач синтеза слоистых сред говорит о том, что высокое быстродействие и хорошую точность отыскания локальных минимумов оценочных функций дает сочетание методов градиентного спуска и сопряженных градиентов. Минимизация из данной начальной точки пространства параметров начинается с помощью первого из них, затем при приближении к минимуму используется второй. Целесообразность такого сочетания методов объясняется следующим. В начале процесса минимизации, когда точка в пространстве параметров находится еще далеко от локального минимума, метод градиентного спуска обеспечивает очень быстрое уменьшение оценочной функции всего за несколько одномерных спусков вдоль градиента. В дальнейшем обычно происходит резкое замедление убывания функции, вызванное "топтанием" метода почти на одном месте из-за четко выраженной овражной структуры оценочной функции вблизи ее локальных минимумов. Метод сопряженных градиентов гораздо успешнее преодолевает овражистые структуры и переход к нему обеспечивает значительное ускорение процесса минимизации.

В качестве критерия перехода к методу сопряженных градиентов можно использовать относительное уменьшение оценочной функции в процессе очередной одномерной минимизации. По нашему опыту переход целесообразно производить, когда это уменьшение становится меньше  $5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}$ .

Остановимся еще на вопросе учета ограничений на искомые параметры многослойной системы. Как показывает весь накопленный опыт расчетов, ограничения на толщины слоев сверху в процессе минимизации можно не учитывать, так как значения толщин никогда не принимают чрезмерно больших значений. Фактически эти ограничения принимаются во внимание при задании начальных приближений или при выборе способа минимизации без использования начальных приближений (более подробно об этом см. ниже).

Существенным является учет условия неотрицательности толщин. Вполне подходящим для этих целей является простейший вариант метода проекции градиентов. Он состоит в том, что в процессе одномерной минимизации вдоль данного направления градиента (или сопряженного направления) все толщины слоев, начинающие принимать отрицательные значения, заменяются на нулевые. Точно таким же путем можно учесть условие  $d_j \geq d_{\min} > 0$ , которое часто является существенным, так как слишком тонкие слои трудно реализуемы.

#### 4. ОПТИМАЛЬНЫЕ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

В рассматриваемой нами постановке естественно считать оптимальным решением задачи синтеза при заданном числе слоев покрытия такой вектор  $X$ , при котором достигается глобальный минимум оценочной функции. Однако эта функция является многоэкстремальной и помимо глобального существует еще и большое число других (локальных) минимумов. Число локальных минимумов быстро растет с увеличением числа переменных оценочной функции. Оно может составлять сотни и тысячи даже при относительно небольшом (до десяти) общем числе слоев покрытия. На практике же часто используются покрытия с гораздо большим числом слоев.

Многоэкстремальность оценочной функции чрезвычайно осложняет поиск оптимального решения задачи синтеза. Кроме того, само понятие оптимального решения является достаточно расплывчатым и плохо поддается формализации. Дело в том, что помимо требования высокой точности аппроксимации заданной спектральной характеристики существует и ряд других противоречивых требований. Наиболее важное из них связано с числом слоев покрытия. Чем это число меньше, тем проще покрытие реализуется на практике. С уменьшением числа слоев падает его стоимость, растет точность воспроизведения расчетных спектральных зависимостей. Поэтому естественно желание синтезировать покрытие с возможно меньшим числом слоев. Но здесь сразу же возникает вопрос, что лучше: покрытие с большим числом слоев и лучше аппроксимирующее требуемую спектральную зависимость  $\hat{R}(k)$  или покрытие с меньшим числом слоев, но несколько хуже приближающее  $\hat{R}(k)$ ? Это тем более не ясно, поскольку заранее невозможно указать связь между числом слоев покрытия и точностью аппроксимации требуемой спектральной зависимости.

При решении любой задачи синтеза приходится учитывать еще и такие моменты, как необходимость затрат на ее решение рабочего времени

исследователя и счетного времени на ЭВМ. Ясно, что бессмысленно тратить десятки и сотни часов машинного времени на поиск глобального минимума оценочной функции, если за несколько минут мы можем найти "достаточно глубокий" локальный минимум, обеспечивающий требуемую точность аппроксимации заданной спектральной характеристики и хорошие конструктивные свойства покрытия. Мы будем называть такое решение задачи квазиоптимальным.

Часто квазиоптимальное решение удается найти за счет выбора хорошего начального приближения при минимизации оценочной функции. Ряд общих рекомендаций по заданию начальных приближений и конкретные примеры их использования при синтезе приведены в разд. 5.

### 5. СИНТЕЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЗВЕСТНЫХ НАЧАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Хорошие начальные приближения удается обычно задавать при синтезе различного рода отрезающих и широкополосных фильтров. Идеализированные спектральные зависимости  $\hat{R}(k)$  таких фильтров представлены на рис. 2. Все они имеют соседствующие области высокого отражения и высокого пропускания. В качестве начальных приближений при их проектировании целесообразно использовать четвертьвольновые диэлектрические зеркала или комбинации таких зеркал.

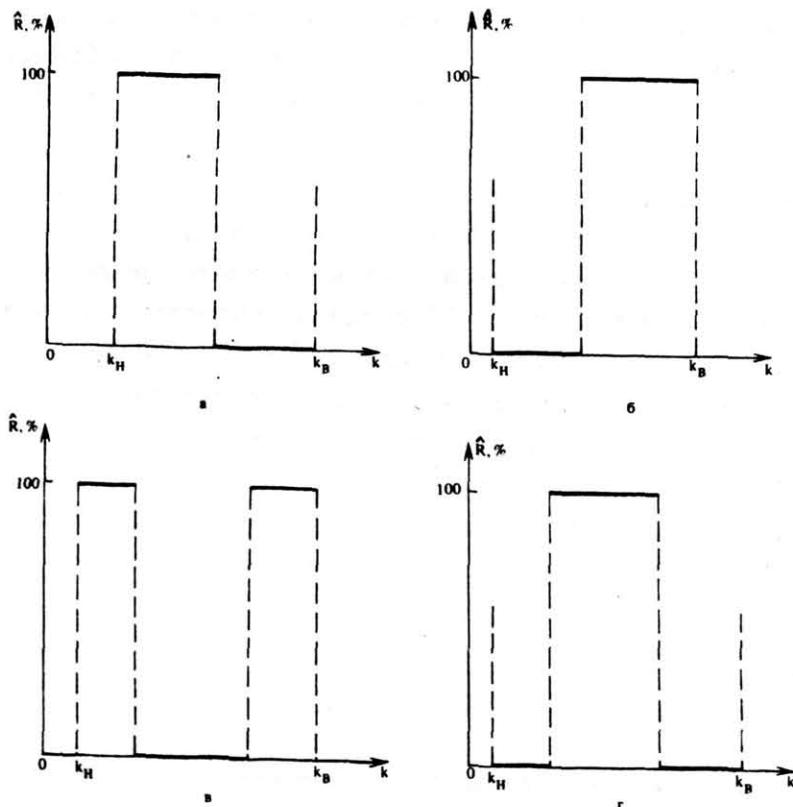


Рис. 2

Четвертьволновые диэлектрические зеркала представляют собой двухкомпонентные многослойные системы с чередующимися показателями преломления слоев  $n_H$  и  $n_B$ . К подложке примыкает слой с высоким показателем преломления  $n_B$ . Оптические толщины (произведение геометрической толщины на показатель преломления) всех слоев одинаковы. В силу этого геометрические толщины всех слоев также чередуются. Обозначим их соответственно  $d_H$  и  $d_B$ . Четвертьволновые зеркала имеют широкую область отражения, центр которой приходится на длину волны  $\lambda_0$ , связанную с параметрами слоев равенством  $n_H d_H = n_B d_B = \lambda_0/4$ . При нечетном числе слоев величина энергетического коэффициента отражения в окрестности центральной длины волны  $\lambda_0$  дается следующей приближенной формулой

$$R \approx 1 - 4 \frac{n_0 n_c}{n_H n_B} \left( \frac{n_H}{n_B} \right)^m . \quad (16)$$

Здесь, как и ранее,  $n_c$  и  $n_0$  — показатели преломления внешней среды и подложки.

Верхняя и нижняя границы области высокого отражения (на оси длин волн) определяются через  $\lambda_0$  по формулам:

$$\lambda_H = \frac{\lambda_0 \pi}{\pi - \arccos \gamma}; \quad \lambda_B = \frac{\lambda_0 \pi}{\pi + \arccos \gamma}, \quad (17)$$

где

$$\gamma = \frac{6 n_H n_B - n_H^2 - n_B^2}{(n_H + n_B)^2}.$$

Пользуясь формулами (16), (17), легко подобрать параметры зеркала (число слоев  $m$  и центральную длину волны  $\lambda_0$ ) так, чтобы обеспечить достаточный уровень отражения в требуемой спектральной области. Если эта область оказывается шире области отражения зеркал, для ее перекрытия можно составить комбинацию наложенных друг на друга четвертьволновых зеркал со смещенными одна относительно другой центральными длинами волн. Возможность использования таких зеркал или их комбинаций в качестве начальных приближений при синтезе фильтров связана со следующим теоретически установленным фактом. Оказывается, что вариации толщин слоев зеркал слабо влияют на их спектральные характеристики в области отражения, но значительно сильнее сказываются в соседних областях. Поэтому варьирование в процессе минимизации толщин слоев приводит к значительному повышению пропускания вне областей отражения без существенного ухудшения при этом отражающих свойств.

Рассмотрим в качестве примеров несколько актуальных прикладных задач, в которых использование специальных начальных приближений позволяет успешно синтезировать многослойные покрытия с требуемыми спектральными свойствами.

Первая из них - это задача синтеза цветных фильтров, работающих на пропускание и являющихся разновидностью систем типа б, в (рис. 2). Такие фильтры синтезировались для напыления на стеклянные колбы источников света с целью создания эффективных цветных ламп накаливания. Обычно в серийно выпускаемых цветных лампах накаливания коррекция спектра излучения вольфрама проводится за счет использования колб из цветного стекла. Иными словами, применяются абсорбционные фильтры, характеризующиеся большими потерями за счет поглощения. (Коэффициент пропускания цветных электровакуумных стекол в зоне высокой прозрачности не превышает 30-35%). Использование прозрачных колб с многослойными покрытиями весьма перспективно с точки зрения повышения эффективности источников света. Для замены абсорбционных фильтров на многослойные диэлектрические фильтры синтезировались покрытия для ламп желтого, красного, синего и зеленого цветов. Коэффициенты пропускания синтезированных покрытий приведены на рис. 3 (сплошные кривые). Прямыми линиями обозначены идеальные требуемые коэффициенты пропускания. В качестве материалов слоев использовались  $Tl_2O_3$  (с показателем преломления  $n_B = 2,30$ ) и  $MgF_2$  (с показателем преломления  $n_H = 1,40$ ). Показатель преломления подложки  $n_0 = 1,52$  (стекло). В качестве начальных приближений использовались наборы четвертьволловых зеркал с областями высокого отражения, приходящимися на требуемые участки спектра.

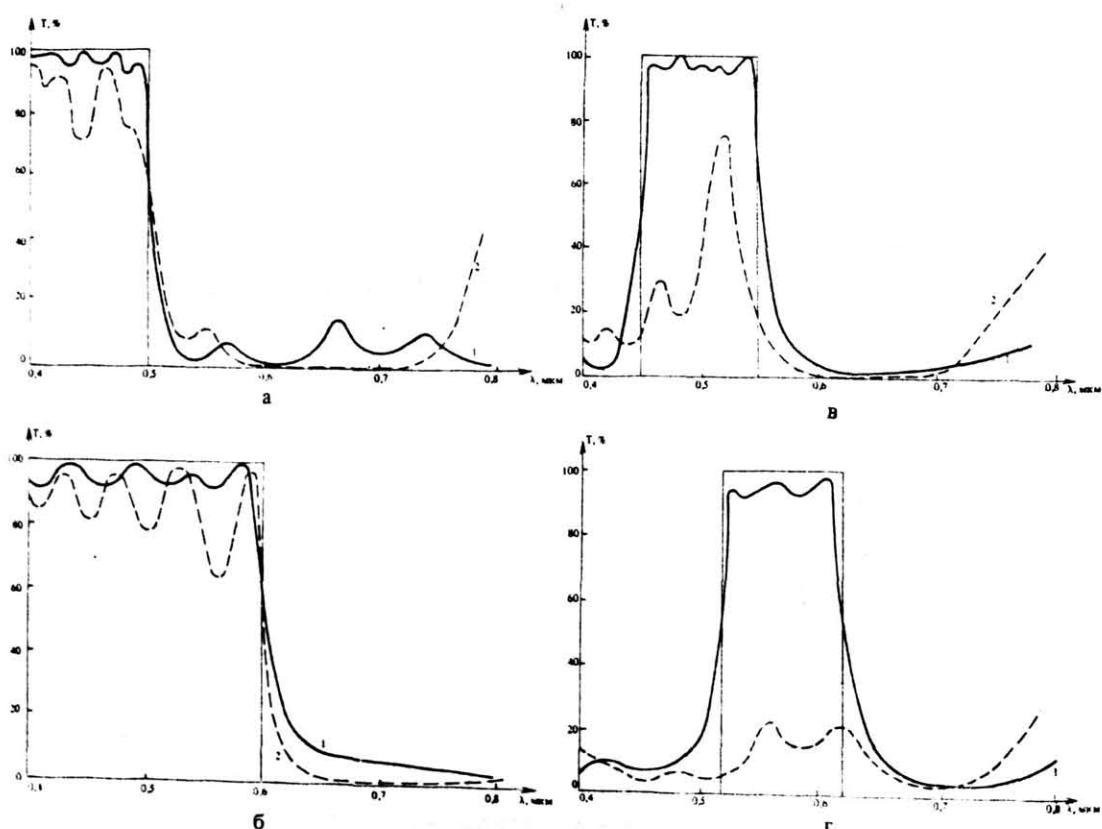


Рис. 3

Весовая функция при синтезе выбиралась тождественно равной единице. Интервал длин волн 0,40-0,78 мкм, в котором проводился синтез, разбивался равномерно по длине волны с шагом 0,01 мкм (всего 39 точек). Геометрические толщины слоев синтезированных покрытий приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер слоя	Толщины слоев цветных ламп, нм			
	Желтая, рис. За	Красная, рис. 3б	Синяя, рис. 3в	Зеленая, рис. 3г
1	75,0	106,0	63,0	89,1
2	123,1	197,8	137,9	140,4
3	160,0	110,4	79,7	90,4
4	112,1	124,7	96,9	125,4
5	73,8	89,7	63,1	68,9
6	97,8	106,8	147,8	133,3
7	169,9	93,5	70,8	100,8
8	110,9	100,3	91,2	136,7
9	68,0	94,3	64,1	51,1
10	118,5	102,1	165,9	79,4
11	74,1	96,0	63,4	35,0
12	138,7		71,0	78,0
13	85,9		31,8	40,6
14	111,0		66,3	76,1
15	85,8		44,9	42,7
16			52,4	
17			28,5	

Рассмотрим более подробно процесс синтеза, начнем с покрытия для лампы желтого света (рис. За). Оно должно обладать высоким пропусканием в области длин волн 0,40-0,50 мкм и низким пропусканием в области 0,50-0,78 мкм. Для указанных выше материалов относительная ширина области отражения четвертьволновых зеркал  $\lambda_B/\lambda_H$  (она вычисляется с использованием формул (17)) составляет примерно 1,4. То есть одно зеркало не перекрывает всей требуемой области низкого пропускания. Поэтому в качестве начальных приближений выбирались наборы четвертьволновых зеркал с центральными длинами волн из области 0,50-0,78 мкм. Синтез проводился последовательно при числе слоев  $m = 11, 13, \dots$ . При этом к подложке всегда примыкал слой с высоким показателем преломления. Использование систем с четным числом слоев и с другим порядком чередования их показателей преломления нецелесообразно по следующим соображениям. Разница между показателями преломления стекла ( $n_0 = 1,52$ ) и фтористого магния ( $n_H = 1,40$ ) невелика. Поэтому интерференционные эффекты, связанные с границей раздела таких материалов, незначительны и спектральные характеристики системы, у которой к подложке примыкает слой с  $n_H = 1,40$ , будут мало изменяться при исключении этого слоя. Разумеется, уменьшение числа слоев всегда желательно. Из сказанного следует, что к подложке должен примыкать слой с высоким показателем преломления. Если при этом система будет иметь четное число слоев, внешним окажется слой с низким показателем преломления. Легко

показать, что четвертьволновые зеркала такой структуры обладают худшим отражением, чем зеркала с уменьшенным на единицу числом слоев (и значит - с высоким показателем преломления внешнего слоя). Как будет видно из дальнейшего описания процесса расчетов, основной проблемой при синтезе рассматриваемых фильтров является достижение в требуемой области достаточного уровня отражения. Именно для этого приходится увеличивать общее число слоев системы. Поэтому целесообразно, чтобы и внешний слой имел высокий показатель преломления. Это означает, что число слоев должно быть нечетно. При  $m = 11$  полученная система имела слишком высокое пропускание в области  $0,50-0,78 \text{ мкм}$  (значение оценочной функции для этой системы равно  $7,7 \cdot 10^{-2}$ ). При числе слоев  $m = 13$  коэффициент пропускания в этой области уменьшился, но осталось два пика величиной порядка 33% и 25% ( $F = 6,9 \cdot 10^{-2}$ ). В окончательном варианте система имеет 15 слоев (рис. 3а, кривая 1), значение оценочной функции равно  $2,7 \cdot 10^{-2}$ . Для сравнения на этом же рисунке (кривая 2) отложен коэффициент пропускания для системы, которая использовалась в качестве начального приближения - объединения семислойного четвертьволнового зеркала с центральной длиной волны  $\lambda_0 = 0,7 \text{ мкм}$  и восьмислойного четвертьволнового зеркала с центральной длиной волны  $\lambda_0 = 0,6 \text{ мкм}$  (второе зеркало является внешним).

Для создания лампы красного света необходимо покрытие, обладающее высоким пропусканием в области длин волн  $0,40-0,60 \text{ мкм}$  и низким пропусканием в области  $0,60-0,78 \text{ мкм}$ . Кривая пропускания синтезированной одиннадцатислойной системы для такой лампы приведена на рис. 3б (кривая 1), значение оценочной функции для нее равно  $4,7 \cdot 10^{-2}$ . На этом же рисунке (кривая 2) приведен коэффициент пропускания начального приближения: одиннадцатислойного зеркала с центральной длиной волны  $0,72 \text{ мкм}$  ( $F = 8,8 \cdot 10^{-2}$ ).

Покрытие для лампы синего света должно иметь высокий коэффициент пропускания в области длин волн  $0,45-0,55 \text{ мкм}$  и низкий в областях  $0,40-0,45 \text{ мкм}$  и  $0,55-0,78 \text{ мкм}$ . На рис. 3в приведен расчетный спектр пропускания синтезированного семнадцатислойного покрытия (кривая 1). Значение оценочной функции для этой системы равно  $3,5 \cdot 10^{-2}$ . Для сравнения приведен коэффициент пропускания начального приближения (кривая 2), в качестве которого использовалось объединение трех зеркал с центральными длинами волн  $0,69 \text{ мкм}$  (5 слоев),  $0,59 \text{ мкм}$  (5 слоев) и  $0,38 \text{ мкм}$  (7 слоев). Начальное значение  $F$  равно  $5,8 \cdot 10^{-1}$ .

Для создания лампы зеленого света необходимо покрытие с высоким пропусканием в области длин волн  $0,52-0,62 \text{ мкм}$  и низким пропусканием в областях  $0,40-0,52 \text{ мкм}$  и  $0,62-0,78 \text{ мкм}$ . Расчетная кривая коэффициента пропускания синтезированного пятнадцатислойного покрытия приведена на рис. 3г (кривая 1) ( $F = 4,8 \cdot 10^{-2}$ ). Начальное приближение для этой системы (кривая 2) - объединение трех зеркал с центральными длинами волн  $0,72 \text{ мкм}$

(7 слоев), 0,48 мкм (4 слоя) и 0,44 мкм (4 слоя), начальное значение  $F$  равно  $8,6 \cdot 10^{-1}$ .

Другим характерным примером синтеза с заданным начальным приближением является проектирование покрытий для лазерных установок. Лазерные покрытия, как правило, должны обладать заданными спектральными коэффициентами на нескольких (двух-трех) изолированных длинах волн. Рассмотрим несколько примеров синтеза таких систем. Толщины слоев синтезированных покрытий для лазерных установок приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер слоя	Толщины слоев, нм			
	Система 1	Система 2	Система 3	Система 4
1	120,0	59,9	86,6	192,0
2	197,0	85,3	124,8	104,0
3	111,0	60,9	90,9	181,0
4	199,0	85,2	132,0	95,0
5	107,0	61,7	94,6	180,0
6	204,0	85,2	127,4	104,0
7	107,0	62,2	91,0	192,0
8	205,0	85,2	132,1	252,0
9	103,0	62,3	97,6	194,0
10	202,0	85,2	128,9	109,0
11	102,0	62,0	89,5	185,0
12	201,0	85,2	130,3	104,0
13	110,0	61,4	97,0	187,0
14	202,0	85,2	129,6	115,0
15	120,0	60,6	87,0	197,0
16		85,2	126,3	
17		59,6	92,0	

Для лазера на гранате с накачкой полупроводниковым и аргоновым лазерами требуется покрытие с высоким коэффициентом отражения на длине волны 1,06 мкм и низким коэффициентом отражения на длинах волн 0,51 мкм и 0,81 мкм. При синтезе такого покрытия в качестве начальных приближений выбирались четвертьволновые зеркала с числом слоев  $m = 9, 11, 13, 15, 17, 19$  с центральной длиной волны 1,06 мкм из материалов с показателями преломления  $n_B = 2,35$  ( $ZnS$ ) и  $n_H = 1,35$  ( $Na_3AlF_6$ ) на подложке из стекла ( $n_0 = 1,52$ ). Наилучшие результаты были получены при числе слоев  $m = 15$ . У пятнадцатислойного четвертьволнового зеркала коэффициент отражения на длинах волн 0,51 мкм и 0,81 мкм был равен 11,39% и 5,68% соответственно, а на длине волны 1,06 - 0,05%. При синтезе весовые коэффициенты в (1) были взяты соответственно равными 9,0; 9,0 и 1,0. У синтезированного покрытия коэффициент отражения на длинах волн 0,51 мкм и 0,81 мкм стал 0,67% и 0,47%, а на длине волны 1,06 мкм остался равным 0,05%; при этом значение оценочной функции уменьшилось от значения  $1,5 \cdot 10^{-3}$  до  $6,0 \cdot 10^{-6}$ . Значения толщин слоев синтезированного покрытия приведены в табл. 2 (система 1).

В качестве другого примера можно рассмотреть синтез пары дополняющих друг друга покрытий, необходимых для экспериментов по удвоению частоты

лазерного излучения. Одно из них должно иметь низкий коэффициент отражения на длине волны 0,255 мкм и высокий на длине волны 0,510 мкм, а второе наоборот - высокий коэффициент отражения на длине волны 0,255 мкм и низкий - на длине волны 0,510 мкм. При синтезе использовались материалы с показателями преломления  $n_B = 2,1$  ( $ZrO_2$ ) и  $n_H = 1,4$  ( $MgF_2$ ), подложка из стекла ( $n_0 = 1,52$ ).

В первом случае в качестве начальных приближений использовались четвертьволновые зеркала с числом слоев  $m = 13, 15, 17, 19$  с центральной длиной волны 0,510 мкм, весовые коэффициенты в (1) были взяты равными 9,0 и 1,0. Значение коэффициента отражения и оценочной функции для начальных приближений и синтезированных систем приведены в табл. 3.

Таблица 3

Число слоев	Начальное приближение			Полученная система		
	Коэффициент отражения, %		Значение оценочной функции	Коэффициент отражения, %		Значение оценочной функции
	$\lambda=0,255$ мкм	$\lambda=0,510$ мкм		$\lambda=0,255$ мкм	$\lambda=0,510$ мкм	
13	2,51	98,95	$2,9 \times 10^{-4}$	0,35	98,95	$4,3 \times 10^{-5}$
15	2,48	99,53	$2,8 \times 10^{-4}$	0,30	99,53	$9,0 \times 10^{-6}$
17	2,48	99,78	$2,8 \times 10^{-4}$	0,25	99,78	$3,1 \times 10^{-6}$
19	2,50	99,90	$2,8 \times 10^{-4}$	0,28	99,90	$3,6 \times 10^{-6}$

Для покрытия второго типа с обратными требованиями на спектральные характеристикиказалось бы целесообразным в качестве начальных приближений использовать четвертьволновые зеркала с центральной длиной волны 0,255 мкм. Однако для некоторых типов напылительных установок толщины слоев таких зеркал оказываются слишком малыми и труднореализуемыми при напылении. Поэтому в качестве начальных приближений задавались 13-, 15-, 17- и 19-слойные зеркала с оптическими толщинами слоев  $\lambda_0/4$ , где  $\lambda_0 = 3 \times 0,255$  мкм = 0,765 мкм. Возможность их использования в качестве начальных приближений связана с наличием у зеркал помимо основной области отражения (с центральной длиной волны  $\lambda_0$ ) серии более узких побочных областей, расположенных в окрестностях точек  $\lambda_0/3, \lambda_0/5, \lambda_0/7, \dots$ . Для зеркала с  $\lambda_0 = 0,765$  мкм центр первой побочной области отражения будет приходиться как раз на длину волны 0,255 мкм. Весовые коэффициенты в (1) полагались равными 1,0 и 5,0. Значения коэффициента отражения и оценочной функции для начальных приближений и полученных систем приведены в табл. 4. Для обоих типов покрытий наилучшими следует признать семнадцатислойные системы. Их толщины слоев приведены в табл. 2 (системы 2 и 3 соответственно).

В качестве еще одного примера синтеза покрытий с заданным начальным приближением рассмотрим создание одного из оптических элементов установки

Таблица 4

Число слоев	Начальное приближение			Полученная система		
	Коэффициент отражения, %		Значение оценочной функции	Коэффициент отражения, %		Значение оценочной функции
	$\lambda=0,255 \text{ мкм}$	$\lambda=0,510 \text{ мкм}$		$\lambda=0,255 \text{ мкм}$	$\lambda=0,510 \text{ мкм}$	
13	97, 15	5, 09	$6,9 \times 10^{-4}$	97, 05	0, 60	$5,3 \times 10^{-5}$
15	98, 36	15, 58	$6,8 \times 10^{-3}$	99, 20	0, 68	$4,3 \times 10^{-6}$
17	99, 05	1, 91	$9,5 \times 10^{-5}$	99, 51	0, 23	$2,5 \times 10^{-6}$
19	99, 45	16, 28	$6,6 \times 10^{-3}$	98, 11	0, 31	$2,0 \times 10^{-5}$

для анализа рассеянного из атмосферы лазерного излучения. Это покрытие должно иметь высокое пропускание на длине волны 1,08 мкм и низкое пропускание в диапазоне длин волн 0,9-1,0 мкм. В этой задаче в качестве начального приближения целесообразно использовать узкополосные интерференционные фильтры. Узкополосные интерференционные фильтры состоят из двух четвертьволновых зеркал, разделенных слоем с полуволновой (или кратной полуволновой) оптической толщиной. Такие системы имеют узкий пик пропускания на центральной длине волны  $\lambda_0$  и низкое пропускание в прилежащих областях спектра, обладая крутым фронтом изменения коэффициента пропускания. В качестве начальных приближений для нашей задачи рассматривались тринадцатисторонние фильтры (четвертьволновые зеркала имели по шесть слоев), пятнадцатисторонние фильтры (зеркала имели по семь слоев) и семнадцатисторонние фильтры (зеркала имели по восемь слоев). Во всех случаях разделительный слой был полуволновым. Материалы слоев имели показатели преломления  $n_B = 2,30$  ( $TiO_2$ ) и  $n_H = 1,40$  ( $MgF_2$ ). Показатель преломления подложки  $n_0 = 1,52$  (стекло). Расчеты проводились на равномерной сетке длин волн в диапазоне от 0,9 мкм до 1,0 мкм с шагом 0,02 мкм (шесть точек) и на длине волны 1,08 мкм, то есть всего на семи длинах волн. Весовые коэффициенты во всех точках спектра брались равными единице. В табл. 5 приведены значения оценочной функции для начальных приближений и полученных систем при разном числе слоев и разном порядке чередования материалов. Лучшей оказалась пятнадцатисторонняя система, у которой показатель преломления прилежащего к подложке слоя  $- n_H = 1,4$ . На рис. 4 представлены коэффициент пропускания этой системы (кривая 1) и коэффициент пропускания пятнадцатистороннего интерференционного фильтра, использовавшегося в качестве начального приближения (кривая 2). Толщины слоев синтезированного покрытия приведены в табл. 2 (система 4).

Как видно из приведенных примеров, при наличии хорошего начального приближения градиентные методы синтеза оказываются очень эффективными. Причем в процессе синтеза значение оценочной функции может уменьшаться очень существенно, иногда на несколько порядков.

Таблица 5

Число слоев	Показатель преломления нечетных слоев	Показатель преломления четных слоев	Значение оценочной функции	
			начального приближения	полученной системы
13	1, 4	2, 3	$4, 9 \times 10^{-4}$	$1, 9 \times 10^{-4}$
	2, 3	1, 4	$1, 7 \times 10^{-4}$	$8, 8 \times 10^{-5}$
15	1, 4	2, 3	$2, 1 \times 10^{-4}$	$2, 0 \times 10^{-5}$
	2, 3	1, 4	$1, 5 \times 10^{-4}$	$4, 8 \times 10^{-5}$
17	1, 4	2, 3	$1, 5 \times 10^{-4}$	$8, 2 \times 10^{-5}$
	2, 3	1, 4	$1, 8 \times 10^{-4}$	$9, 5 \times 10^{-5}$

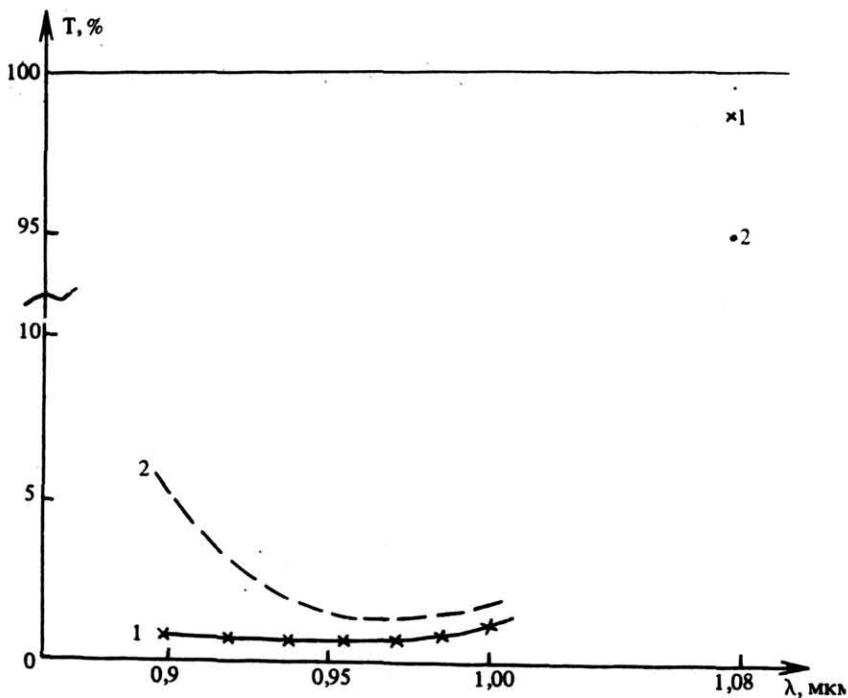


Рис. 4

## 6. СИНТЕЗ СО СЛУЧАЙНЫМ ЗАДАНИЕМ НАЧАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

При проектировании многих важных с практической точки зрения многослойных покрытий выбор начальных приближений неясен. Таковыми являются задачи синтеза просветляющих покрытий, светоделителей, многослойных систем с нестандартными спектральными свойствами. Многоэкстремальность оценочной функции является основным препятствием как

при поиске глобального минимума, так и при поиске квазиоптимального решения, если для последнего неизвестно хорошее начальное приближение.

Заметим, что, хотя, в принципе, существуют методы поиска глобального минимума многоэкстремальных функций [13], при числе переменных функции, большем одной-двух, они практически не применяются. Это связано с необходимостью совершенно нереальных затрат машинного времени для их численной реализации. Поэтому при минимизации многоэкстремальных функций в большинстве случаев используют методы, которые со строгой математической точки зрения не гарантируют безусловного нахождения глобального минимума, но зато достаточно хорошо оправдывают себя при решении тех или иных практических задач. Очевидно, что приведенные выше рассуждения о целесообразности поиска квазиоптимального решения лежат в русле такого подхода.

В задачах синтеза многослойных оптических покрытий хорошие результаты дает многократная минимизация оценочной функции при серии случайно заданных начальных приближений. В качестве квазиоптимального решения берется вектор параметров покрытия, соответствующий самому глубокому из найденных локальных минимумов. Иногда по результатам многократной минимизации целесообразно выделить несколько решений, особенно в том случае, если соответствующие им минимумы примерно одинаковы по глубине. Окончательный отбор наилучшего решения может производиться исходя из дополнительных критериев, например, наименьшей чувствительности к ошибкам в параметрах слоев или по результатам пробной реализации.

Для задания серии начальных приближений обычно используется генератор равномерно распределенных случайных чисел. Соответствующая подпрограмма или оператор имеются практически на любой ЭВМ или персональном компьютере. Пусть подпрограмма выдает равномерно распределенные на сегменте  $[0, 1]$  числа. Обозначим их  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ . Координаты вектора, задающего первое начальное приближение, получаются путем умножения первых  $m$  случайных чисел на некоторый нормирующий множитель  $D$ :

$$d_1 = D \cdot \xi_1, \dots, d_m = D \cdot \xi_m.$$

Выбор нормирующего множителя будет обсужден ниже. Для задания второго начального приближения используются следующие  $m$  случайных чисел  $\xi_{m+1}, \dots, \xi_{2m}$  и т. д.

Рассмотрим теперь вопрос о выборе нормирующего множителя. Пусть  $n$  — показатель преломления какого-нибудь слоя. Можно показать (см., например, [14]), что при изменении толщины этого слоя на  $\lambda/(2n)$  спектральные характеристики покрытия на длине волны  $\lambda$  не изменятся. Таким образом, если бы речь шла о синтезе покрытия с заданным коэффициентом отражения в одной точке спектра, использование более толстых, чем  $\lambda/(2n)$ , слоев было бы просто бессмысленно. Разумеется, с той

же категоричностью нельзя утверждать этого, если синтез проводится в спектральном диапазоне. Тем не менее практический опыт показывает, что и в этом случае рационально использовать те же ограничения на толщины слоев начальных приближений. В результате имеем следующую оценку для выбора нормирующего множителя:

$$D \approx \lambda / (2n)$$

В качестве  $\lambda$  сюда можно подставить среднюю длину волны рассматриваемого спектрального диапазона, а в качестве  $n$  - среднее значение показателей преломления света.

Заметим также, что с увеличением толщин слоев растет чувствительность спектральных характеристик к изменению длины волны (или волнового числа). Поэтому в целом с увеличением толщин слоев спектральные зависимости становятся все более осциллирующими. Такая же картина наблюдается и в отношении оценочной функции. При продвижении в пространстве параметров в сторону векторов с большими значениями координат структура оценочной функции все более усложняется. Этим, кстати, объясняется отмеченная выше несущественность ограничений на толщины слоев сверху. В процессе минимизации точка в пространстве параметров движется от заданного начального приближения к ближайшему локальному минимуму. Из-за «плохой» структуры оценочной функции при больших значениях толщин слоев она не может слишком далеко продвинуться от начального приближения в эту сторону. Все эти рассуждения имеют, конечно, качественный характер. Тем не менее они полностью подтверждаются всем опытом численного решения задач синтеза многослойных покрытий.

Число задаваемых начальных приближений не может быть бесконечным. Его можно ограничивать либо какой-то конкретной величиной, либо же ограничивая время счета задачи. Для того чтобы за отведенное на решение задачи время найти как можно более глубокий локальный минимум, целесообразно производить их поиск в два этапа. Сначала для серии случайно заданных начальных приближений проводится довольно грубая (и соответственно более быстрая, чем точная) минимизация оценочной функции. Критерием остановки для нее может служить относительное уменьшение оценочной функции вдоль очередного направления спуска на величину  $5 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$ . Дальнейшая более точная минимизация проводится лишь для 5-10 вариантов, в которых на первом этапе были получены наименьшие значения оценочной функции.

Перейдем к рассмотрению конкретных примеров синтеза. В этом разделе мы ограничимся примерами синтеза для одного из важнейших классов многослойных покрытий - широкополосных просветляющих покрытий. Для других типов покрытий синтез со случайным заданием начальных приближений проводится аналогично. Широкополосные просветляющие покрытия широко используются на практике. Их важнейшая характеристика - относительная ширина области просветления, равная отношению граничных длин волн  $\lambda_B / \lambda_H$ .

(или волновых чисел  $k_B/k_H$ ) области высокого пропускания. В видимом диапазоне спектра эта область, как правило, определяется из условия  $T(\lambda) \geq 99\%$  или эквивалентного условия на остаточный коэффициент отражения  $R(\lambda) \leq 1\%$ . Понятие относительной ширины области просветления вводится в связи с тем, что спектральная кривая коэффициента пропускания покрытия, рассчитанного для одного диапазона длин волн, может быть смешена в другой диапазон пропорциональным изменением толщин всех слоев (если, конечно, в этом диапазоне могут использоваться материалы с теми же показателями преломления). При этом относительная ширина области просветления и вид спектральной кривой не изменяются.

Из литературы известен ряд высококачественных просветляющих покрытий с числом слоев от 3 до 8 и относительной шириной области просветления до 2 [4, 18-25]. Синтез покрытий с большей относительной шириной области просветления представляет значительную сложность. Вместе с тем для многих практических приложений необходимы покрытия с очень широкой областью пропускания. Например, для астрофизических и космических исследований требуются просветляющие покрытия для области 0,4-0,9 мкм ( $\lambda_B/\lambda_H = 2,25$ ). Поскольку хорошие начальные приближения для широкополосных просветляющих покрытий неизвестны, их синтез приходится проводить со случайным заданием начальных приближений.

В рассматриваемом нами примере синтеза использовались материалы слоев с показателями преломления  $n_B = 2,30$  (ZnS) и  $n_H = 1,45$  ( $\text{SiO}_2$ ), подложка с  $n_0 = 1,52$  (стекло). Весовая функция во всей области была взята тождественно равной единице. Нормирующий множитель при задании начальных приближений в соответствии с вышеуказанным был выбран равным 0,15 (при задании толщин слоев в мкм). В классе четырехслойных и пятислойных систем достаточно хороших покрытий найдено не было. Расширение области просветления требует в общем случае увеличения числа слоев синтезируемых систем. Далее синтез проводился при числе слоев  $m = 6$ . На первом этапе синтез прекращался при относительном уменьшении оценочного функционала на очередном спуске на величину менее  $\epsilon = 5 \cdot 10^{-3}$ . Из более чем 150 вариантов было отобрано 12 лучших систем, которые в дальнейшем использовались в качестве начальных приближений при синтезе с критерием остановки  $\epsilon = 5 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$ . На рис. 5 приведены коэффициенты пропускания для двух синтезированных шестислойных систем. Толщины слоев первой системы в мкм: 0,0173, 0,0293, 0,1075, 0,0092, 0,0204, 0,0948; толщины слоев второй системы в мкм: 0,0185, 0,0337, 0,0600, 0,0172, 0,0384, 0,1048. Как следует из этих данных, хотя спектральные свойства систем очень близки, их структуры существенно различаются. Именно поэтому целесообразно представить как результат синтеза обе системы. Простота и точность их практической реализуемости могут оказаться различными.

Еще один пример - создание просветляющих покрытий в инфракрасной области спектра. Здесь требования к коэффициенту пропускания значительно

ниже, чем в видимой области спектра:  $T(\lambda) \geq 95\%$  (то есть  $R(\lambda) \leq 5\%$ ). Это вызвано тем, что материалы, используемые в качестве подложек в данном диапазоне длин волн, имеют высокие показатели преломления, а следовательно - высокий коэффициент отражения без просветления, и снижение остаточного отражения до уровня 5% уже является большим достижением. При синтезе брались материалы с показателями преломления  $n_B = 1,95$  (нечетные слои),  $n_H = 1,45$  (четные слои), показатель преломления подложки  $n_0 = 3,45$ . Сетка длин волн выбиралась равномерной, весовой множитель в (1) - тождественно равным единице, нормирующий множитель при выборе начальных приближений  $D = 0,4$  (при задании толщин слоев в мкм). Синтезировались системы с числом слоев  $m=4$  и  $m=6$ . В обоих случаях на первом этапе синтеза было рассмотрено более ста вариантов систем с критерием остановок  $\epsilon = 5 \cdot 10^{-3}$ . Затем было выбрано по 10 лучших систем, которые использовались в качестве начальных приближений на втором этапе, при этом значение  $\epsilon$  равнялось  $1 \cdot 10^{-4}$ . При рассмотрении четырехслойных систем наилучшей оказалась система, у которой в процессе синтеза толщина одного из внутренних слоев обратилась в нуль, при этом два прилегающих к нему слоя слились и число слоев уменьшилось на 2. В окончательном варианте система имеет 2 слоя с толщинами 0,1263 мкм и 0,1358 мкм, относительную ширину области просветления  $\lambda_B/\lambda_H = 1,7$ . Ее коэффициент пропускания представлен на рис. 6 (кривая 1). При синтезе шестислойных систем лучшая система имеет толщины слоев в мкм: 0,1718, 0,2683, 0,0595, 0,0728, 0,1908, 0,2325. Относительная ширина области просветления для нее  $\lambda_B/\lambda_H = 2,0$ . Коэффициент пропускания этой системы представлен на рис. 6 (кривая 2). Отметим, что без нанесенных слоев коэффициент пропускания составляет 69,7% (то есть коэффициент отражения от подложки равен 30,3%).

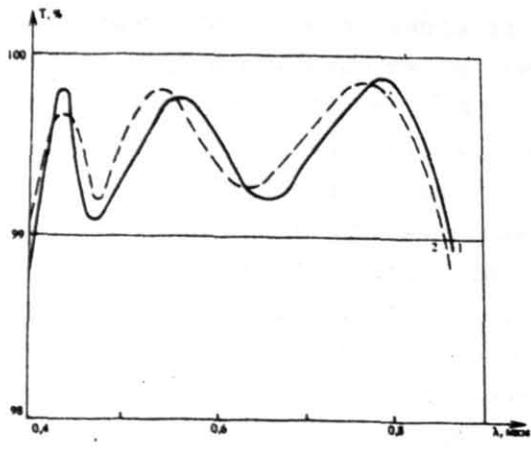


Рис. 5

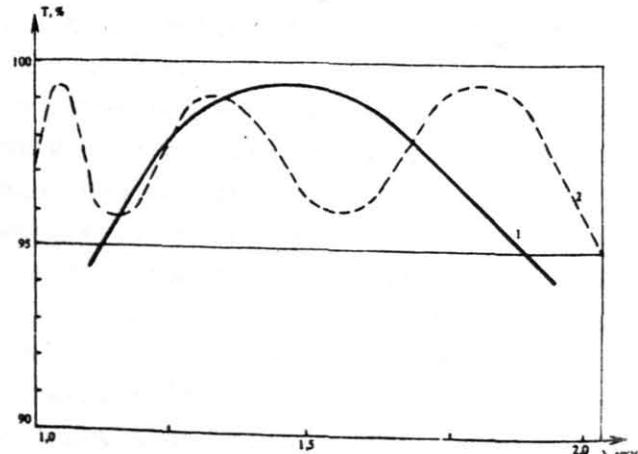


Рис. 6

## 7. МЕТОДЫ СИНТЕЗА, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ ИГОЛЬЧАТЫЕ ВАРИАЦИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотренный в предыдущем разделе синтез со случайным заданием начальных приближений надежно дает хорошие результаты при относительно небольшом числе слоев синтезируемых покрытий. Но и при этом, как следует из его описания, он требует значительных затрат машинного времени. С ростом числа слоев резко возрастает и число локальных минимумов оценочной функции, поэтому для поиска достаточно глубокого среди них необходимо генерировать огромное количество начальных приближений. При числе слоев более 8-10 на современных ЭВМ, как правило, не удается просчитать достаточное количество вариантов для получения результатов высокого класса.

Методы, рассмотренные в настоящем разделе, значительно расширяют возможности синтеза. С их помощью удается синтезировать покрытия с весьма сложными спектральными характеристиками, для которых неизвестны хорошие начальные приближения (см. разд. 9). При этом часто для получения требуемых спектральных свойств приходится использовать слоистые покрытия с достаточно большим числом слоев. В тех случаях, когда синтезируемые системы имеют небольшое число слоев (как, например, при расчетах многих просветляющих покрытий), результаты часто удается получить значительно быстрее, чем при синтезе со случайным заданием начальных приближений. Примеры расчетов, иллюстрирующие сказанное, приведены в следующих разделах.

При изложении материала настоящего раздела мы не стремились к полной математической строгости. Строгие математические обоснования приводимых ниже выкладок во многом аналогичны тем, которые приводятся в теории оптимального управления для доказательства соответствующих утверждений [15, 16].

До сих пор мы описывали многослойное покрытие конечным набором параметров: толщинами и показателями преломления его слоев. Однако описать то же самое покрытие можно и другим способом, вводя функцию распределения показателя преломления вдоль нормали к покрытию. Пусть эта нормаль совпадает с осью  $z$ , которая направлена от подложки в сторону внешней среды (см. рис. 1). Примем координату границы покрытия с подложкой за ноль, а координату его границы с внешней средой за  $z_c$ . Координаты границ слоев обозначим  $z_1, z_2, \dots, z_n$  (рис. 7). При этом  $z_n$  совпадает с внешней границей покрытия  $z_c$ . Функция  $n(z)$ , задающая распределение показателя преломления вдоль нормали к покрытию, является кусочно-постоянной и принимает значение  $n_j$  внутри  $j$ -го слоя ( $n_j$  - показатель преломления  $j$ -го слоя).

\* Отметим, что определенные возможности продвижения в сторону систем с большим числом слоев связаны с перспективой использования ЭВМ с параллельным процессом вычислений.

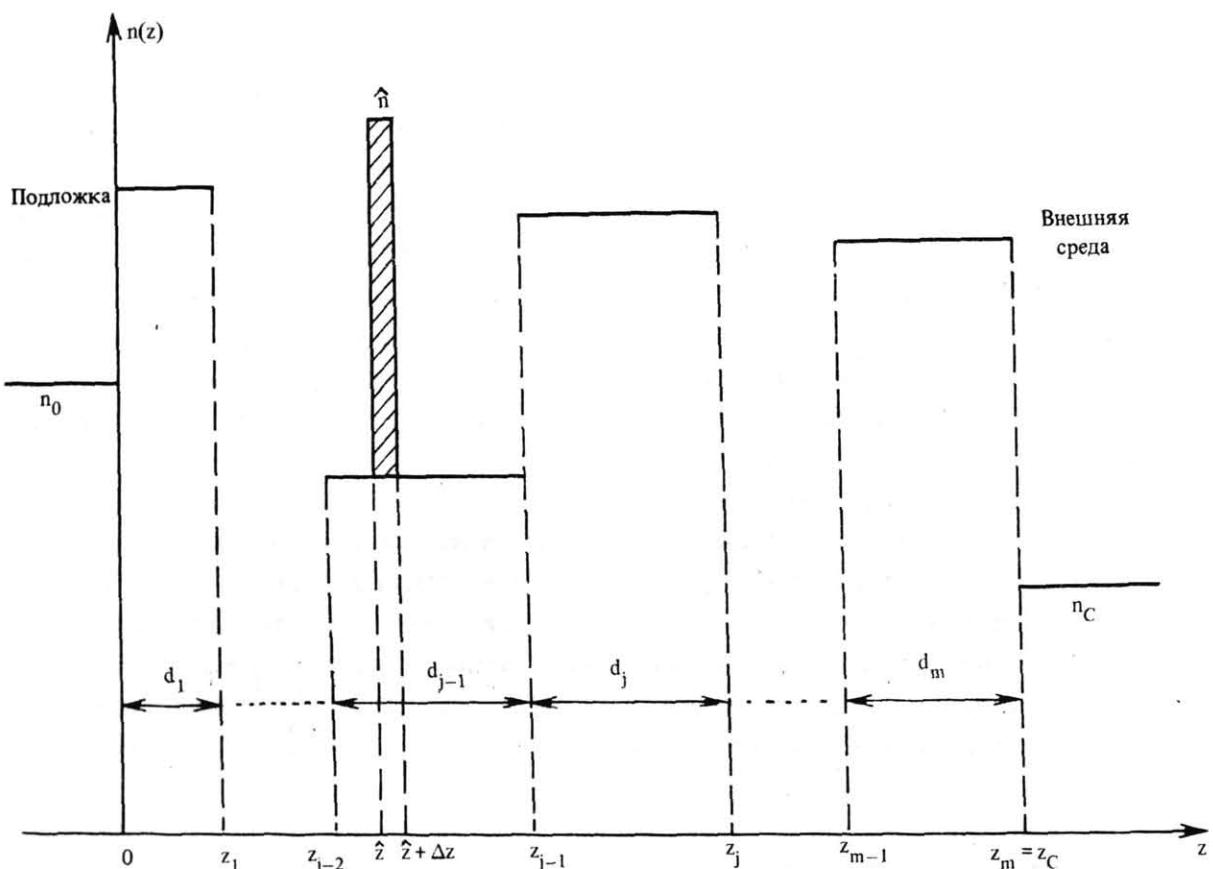


Рис. 7

Выберем некоторую точку  $\hat{z}$  на  $[0, z_c]$  и рассмотрим расположенный справа от нее малый отрезок  $[\hat{z}, \hat{z} + \Delta z]$ . Изменим на этом отрезке функцию  $n(z)$ , положив ее равной  $\hat{n}$ . Полученную таким образом новую функцию обозначим  $\tilde{n}(z)$ . Очевидно, что она описывает уже некоторое другое многослойное покрытие. Например, для изображенного на рис. 7 случая новая функция

$$\tilde{n}(z) = \begin{cases} n(z), & z \in [0, \hat{z}] \cup [\hat{z} + \Delta z, z_c] \\ \hat{n}, & z \in [\hat{z}, \hat{z} + \Delta z] \end{cases}$$

описывает покрытие с числом слоев на два больших, чем у исходного. Внутри этого покрытия имеется тонкий слой с показателем преломления  $\hat{n}$ . Описанное изменение распределения показателя преломления называется игольчатой вариацией функции  $n(z)$ . Происхождение названия ясно из рис. 7. Вариация  $n(z)$  имеет вид иголки (она заштрихована на рис. 7): величина  $\Delta z$  по условию мала, а высота иголки  $\hat{n} - n(\hat{z})$  может быть велика.

Существенным для дальнейшего фактом является то, что мы в состоянии определить изменение оценочной функции при игольчатом варьировании показателя преломления, то есть при переходе от многослойной системы, описываемой функцией  $n(z)$ , к новой многослойной системе, описываемой функцией  $\tilde{n}(z)$ . Для того чтобы сделать это, рассмотрим несколько иной по

сравнению с разд. 3 алгоритм вычисления оценочной функции. При этом для простоты мы будем считать падение света нормальным.

Обозначим через  $A$  адмитанс, то есть отношение комплексных амплитуд магнитного и электрического полей. Из уравнений Максвелла для адмитанса в слоистой системе может быть получено следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dA}{dz} = ik \left[ n^2(z) - A^2(z, k) \right]. \quad (18)$$

Адмитанс удовлетворяет этому уравнению во всех точках непрерывности  $n(z)$ . В точках разрыва  $n(z)$ , то есть на границах слоев, адмитанс должен быть непрерывен. В уравнение (18) входит параметр - волновое число  $k$ . Поэтому в аргументах функций мы в явном виде указываем зависимость от этого параметра.

Начальное условие для уравнения (18) задается на границе покрытия с подложкой следующим образом:

$$A(0, k) = n_0. \quad (19)$$

Оно возникает из наличия в подложке только одной проходящей волны и из условия непрерывности адмитанса в точке  $z = 0$ . Везде далее будем считать  $A(z, k)$  решением уравнения (18) с начальным условием (19). При этом условии величину  $A(z_c, k)$  принято называть входным адмитансом слоистого покрытия. Амплитудный коэффициент отражения выражается через входной адмитанс по следующей формуле:

$$r(k) = \frac{n_c - A(z_c, k)}{n_c + A(z_c, k)}. \quad (20)$$

Определив  $r(k)$ , мы можем затем найти энергетический коэффициент отражения

$$R(k) = |r(k)|^2 = r(k) \cdot r^*(k). \quad (21)$$

Пусть оценочная функция в задаче синтеза по-прежнему имеет вид

$$F = \sum_{i=1}^L v_i [R(k_i) - \hat{R}(k_i)]^2, \quad (22)$$

где  $\hat{R}(k)$  - требуемая зависимость энергетического коэффициента отражения.

Для расчета оценочной функции необходимо найти решения уравнения для адмитанса при значениях  $k$ , равных  $k_1, \dots, k_L$ . Решения уравнения (18) при каждом конкретном значении  $k$  можно получить по простым рекуррентным формулам. Пока же будет удобнее проводить рассуждения, используя непосредственно дифференциальное уравнение (18).

При игольчатом варьировании показателя преломления меняется коэффициент в уравнении (18). Теперь оно будет иметь вид

$$\frac{dA}{dz} = ik \left[ \tilde{n}^2(z) - A^2(z, k) \right]. \quad (23)$$

Начальное условие для адmittанса остается тем же. Обозначим  $\tilde{A}(z, k)$  решение уравнения (23) с начальным условием (18).

В результате проведения игольчатой вариации  $n(z)$  входной адmittанс изменяется и становится равным  $\tilde{A}(z_c, k)$ . В силу этого изменяются и оба коэффициента отражения, а вслед за ними и оценочная функция. Определим последовательно все эти изменения.

На участке  $[0, \hat{z}]$  функции  $n(z)$  и  $\tilde{n}(z)$  одинаковы, поэтому вплоть до точки  $\hat{z}$  решения уравнений (18) и (23) совпадают. В частности, в точке  $\hat{z}$  выполняется равенство  $\tilde{A}(\hat{z}, k) = A(\hat{z}, k)$ . На участке  $[\hat{z}, \hat{z} + \Delta z]$  коэффициенты в уравнениях (18) и (23) различны, и их решения начинают расходиться. В первом приближении по  $\Delta z$  мы можем оценить приращение каждого из решений на  $[\hat{z}, \hat{z} + \Delta z]$  по методу ломаных Эйлера [17]. Получим

$$\begin{aligned} A(\hat{z} + \Delta z, k) - A(\hat{z}, k) &= ik[n^2(\hat{z}) - A^2(\hat{z}, k)]\Delta z, \\ \tilde{A}(\hat{z} + \Delta z, k) - \tilde{A}(\hat{z}, k) &= ik[\tilde{n}^2 - \tilde{A}^2(\hat{z}, k)]\Delta z. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь мы учли, что на  $[\hat{z}, \hat{z} + \Delta z]$  функция  $\tilde{n}(z)$  равна  $\hat{n}$ . Пользуясь равенствами (24) и учитывая, что  $\tilde{A}(\hat{z}, k) = A(\hat{z}, k)$ , получим следующую оценку для величины расхождения решений уравнений (18) и (23) на участке  $[\hat{z}, \hat{z} + \Delta z]$ :

$$\tilde{A}(\hat{z} + \Delta z, k) - A(\hat{z} + \Delta z, k) = ik[\hat{n}^2 - n^2(\hat{z})]\Delta z. \quad (25)$$

На всем остальном участке от  $\hat{z} + \Delta z$  до  $z_c$  коэффициенты в уравнениях (18), (23) вновь совпадают. Однако решения уравнений будут различны из-за различия значений  $\tilde{A}$  и  $A$  в точке  $\hat{z} + \Delta z$ . Эти значения можно рассматривать как начальные для уравнений (18) и (23) на участке  $[\hat{z} + \Delta z, z_c]$ . В силу теоремы о непрерывной зависимости решений дифференциальных уравнений от начальных условий [17] и малости разности (25) отличие  $\tilde{A}(z, k)$  от  $A(z, k)$  будет малым (пропорциональным  $\Delta z$ ) и на всем остальном участке покрытия вплоть до точки  $z_c$ .

Представим  $\tilde{A}(z, k)$  в виде

$$\tilde{A}(z, k) = A(z, k) + \delta A(z, k). \quad (26)$$

При этом величина  $\delta A(z, k)$ , как показано выше, является малой.

Подставим (26) в (23). На  $[\hat{z} + \Delta z, z_c]$  будем иметь

$$\frac{d(A + \delta A)}{dz} = ik \left\{ n^2(z) - \left[ A(z, k) + \delta A(z, k) \right]^2 \right\}. \quad (27)$$

Вычитая (18) из (27) и пренебрегая членами второго порядка малости, получим следующее уравнение для вариации адmittанса  $\delta A(z, k)$

$$\frac{d(\delta A)}{dz} = -2ik A(z, k) \delta A(z, k). \quad (28)$$

Начальным условием для уравнения (28) служит равенство (25). В дальнейшем удобно считать уравнение (28) заданным не на  $[\hat{z} + \Delta z, z_c]$ , а на  $[\hat{z}, z_c]$  и отнести начальное условие в точку  $\hat{z}$ . Вносимая при этом ошибка пропорциональна  $(\Delta z)^2$  и не существенна для последующих выкладок. Итак, запишем начальное условие для уравнения (28) в виде

$$\delta A(\hat{z}, k) = ik[n^2 - n^2(\hat{z})]\Delta z. \quad (29)$$

Получив решение дифференциального уравнения (28) с начальным условием (29), мы можем определить изменение входного адmittанса при игольчатом варьировании показателя преломления в точке  $\hat{z}$ . Мы, однако, не будем сейчас этого делать, а лишь примем во внимание такую возможность.

Выразим теперь изменения всех остальных интересующих нас величин через вариацию входного адmittанса  $\delta A(z_c, k)$ . Из формулы (20) получим

$$\delta r(k) = -\frac{[1+r(k)]^2}{2n_c} \delta A(z_c, k).$$

Далее, согласно (21),

$$\delta R(k) = 2\operatorname{Re}\left[r^*(k)\delta r(k)\right] = -n_c^{-1}\operatorname{Re}\left\{r^*(k)[1+r(k)]^2\delta A(z_c, k)\right\}.$$

Учитывая последнее равенство, изменение оценочной функции (22) можно представить в виде

$$\delta F = -2n_c^{-1} \sum_{i=1}^L v_i [R(k_i) - \tilde{R}(k_i)] \cdot \operatorname{Re}\left\{r^*(k_i)[1+r(k_i)]^2 \delta A(z, k_i)\right\}. \quad (30)$$

Для преобразования равенства (30) к более удобному виду введем в рассмотрение так называемое сопряженное уравнение:

$$\frac{d\Psi}{dz} = 2ikA(z, k)\Psi(z, k). \quad (31)$$

При  $k = k_1, \dots, k_L$  зададим для него граничные условия в точке  $z_c$  следующими равенствами:

$$\Psi(z_c, k_i) = 2n_c^{-1} v_i [R(k_i) - \tilde{R}(k_i)] r^*(k_i) [1+r(k_i)]^2. \quad (32)$$

Используя (32), равенство (30) можно записать в виде

$$\delta F = -\sum_{i=1}^L \operatorname{Re}\left\{\Psi(z_c, k_i) \delta A(z_c, k_i)\right\}. \quad (33)$$

Заметим теперь, что при любом  $k$  произведение  $\Psi(z, k)\delta A(z, k)$  не зависит от  $z$ . Для того чтобы убедиться в этом, достаточно проинтегрировать данное произведение по  $z$  и воспользоваться уравнениями (28) и (31). В силу данного обстоятельства равенство (33) можно еще раз переписать следующим образом:

$$\delta F = - \sum_{l=1}^L \operatorname{Re} \left\{ \Psi \left( \hat{z}_c, k_l \right) \delta A \left( \hat{z}, k_l \right) \right\} .$$

Подставим сюда значения  $\delta A(\hat{z}, k_l)$  из формулы (29). Получим

$$\delta F = \sum_{l=1}^L k_l \operatorname{Im} \left\{ \Psi \left( \hat{z}_c, k_l \right) \right\} \left[ \hat{n}^2 - n^2(z) \right] \Delta z . \quad (34)$$

Это и есть необходимое нам выражение для изменения оценочной функции при игольчатом варьировании показателя преломления. Теперь мы можем перейти к непосредственному описанию одного из методов синтеза. Рассматриваемый метод предназначен для синтеза двухкомпонентных покрытий.

У двухкомпонентных покрытий функция  $n(z)$  принимает всего два возможных значения:  $n_H$  и  $n_B$ . Далее мы будем рассматривать игольчатые вариации показателя преломления лишь вполне определенного вида. Договоримся, что там, где  $n(z) = n_H$ , варьирование  $n(z)$  может производиться лишь вверх до значения  $n_B$ , а там, где  $n(z) = n_B$  — лишь вниз до значения  $n_H$ . При проведении таких игольчатых вариаций двухкомпонентное покрытие всегда будет оставаться двухкомпонентным. Разумеется, число его слоев может изменяться. При проведении вариации внутри какого-либо слоя оно будет увеличиваться на два. Если же игольчатые вариации указанного вида производятся на границах слоев, их общее число не увеличивается, а изменяются толщины двух соседних слоев.

Введем «дополнительную» по отношению к  $n(z)$  функцию  $\hat{n}(z)$ , которая принимает значение  $n_B$  там, где  $n(z) = n_H$ , и  $n_H$  там, где  $n(z) = n_B$ . Пусть  $\Psi(z, k_l)$  — решения сопряженного уравнения, соответствующие заданному двухкомпонентному покрытию, то есть заданному распределению  $n(z)$ . Введем функцию

$$P(z) = \sum_{l=1}^L k_l \operatorname{Im} \left\{ \Psi \left( z, k_l \right) \right\} \left[ \hat{n}^2(z) - n^2(z) \right] . \quad (35)$$

Согласно (34) она характеризует изменение оценочной функции при проведении в точке  $z$  игольчатой вариации указанного выше специального вида. При ширине иголки  $\Delta z$

$$\Delta F = P(z) \Delta z + o(\Delta z) . \quad (36)$$

Здесь через  $o(\Delta z)$  обозначены все отброшенные при выводе формулы (34) поправки более высокого порядка малости, чем  $\Delta z$ .

Обсудим пути конкретного вычисления функции  $P(z)$ . Для того чтобы получить входящие в (35) решения сопряженного уравнения, необходимо сначала найти решения уравнения (18) для адмитанса при всех  $k = k_1, \dots, k_L$ .

Непосредственной проверкой легко убедиться в том, что в  $j$ -м слое адмитанс может быть найден по формуле

$$A(z, k) = \frac{\sin kn_j(z - z_{j-1}) + A(z_{j-1}, k) \cos kn_j(z - z_{j-1})}{\cos kn_j(z - z_{j-1}) + \sin^{-1} A(z_{j-1}, k) \sin kn_j(z - z_{j-1})}.$$

Вычисления с ее помощью производятся последовательно от слоя к слою (слева направо) с использованием начального условия (19).

После определения  $A(z, k)$  при всех  $k$  становятся известными коэффициенты в (31) и граничные условия (32). Сопряженное уравнение решается справа налево - от точки  $z_c$  к точке  $o$ . Вычисление функций  $\Psi(z, k)$ , а значит - и  $P(z)$  не представляет больших сложностей, так как решение сопряженного уравнения также может быть получено с помощью достаточно простых рекуррентных формул.

Формула для определения  $\Psi(z, k)$  в  $j$ -м слое имеет вид

$$\Psi(z, k) = \Psi(z_j, k) \left[ \frac{\cos kn_j(z - z_{j-1}) + \sin^{-1} A(z_{j-1}, k) \sin kn_j(z - z_{j-1})}{\cos kn_j d_j + \sin^{-1} A(z_{j-1}, k) \sin kn_j d_j} \right]^2.$$

При синтезе двухкомпонентных покрытий описанными в предыдущих разделах методами оптимальные толщины слоев ищутся с помощью какого-либо эффективного метода поиска минимума функций многих переменных. Обратим внимание на то, что осуществляющее во всех этих методах последовательное варьирование толщин слоев покрытия эквивалентно проведению серии игольчатых вариаций, описывающей покрытие функции  $n(z)$  на границах слоев.

Пусть введенная выше функция  $P(z)$  положительна в окрестностях граничных точек слоев. Это означает, что оценочная функция не может быть уменьшена за счет варьирования толщин слоев, то есть данное распределение  $n(z)$  соответствует локальному минимуму  $F$ . Предположим теперь, что функция  $P(z)$  положительна в окрестностях границ слоев, но при этом имеется внутренний участок какого-либо слоя, на котором она отрицательна. С точки зрения минимизации  $F$  как функции многих переменных (толщин слоев) мы находимся в локальном минимуме. Однако вид функции  $P(z)$  указывает на то, что оценочная функция может быть уменьшена за счет проведения игольчатой вариации показателя преломления на внутреннем участке данного слоя. Проведение такой вариации означает уменьшение функционала за счет перехода к слоистой системе из пространства большей размерности. Таким образом,

функция  $P(z)$  содержит более широкую информацию, чем та, которая используется при минимизации  $F$  как функции многих переменных. С ее помощью может проводиться синтез оптических покрытий путем последовательного проведения серии игольчатых вариаций.

Игольчатые вариации определенной ширины  $\Delta z$  приводят к тем более сильному уменьшению функционала, чем больше функция  $-P(z)$  в данной точке. Поэтому для проведения игольчатой вариации целесообразно выбирать то место, где функция  $P(z)$  отрицательна и максимальна по модулю.

Можно предположить, что данный метод ведет к постоянному увеличению числа слоев синтезируемого покрытия. В целом это действительно так. Но заметим, что при игольчатых вариациях число слоев может и уменьшиться. Кроме того, чтобы предотвратить быстрый рост числа слоев, можно увеличить количество вариаций на границах слоев, вводя при выборе места проведения игольчатой вариации дополнительный весовой множитель перед  $P(z)$  в граничных точках. Опыт практических расчетов показал, что в разных задачах целесообразно введение весового множителя в пределах 1,5-20. Это приводит к тому, что в ходе синтеза на одну внутреннюю игольчатую вариацию приходится 5-15 вариаций на границах слоев. За счет этого достигается эффективная минимизация оценочной функции по толщинам слоев при их фиксированном общем числе.

Таким образом, описанный нами метод синтеза содержит в себе в качестве составной части определенный алгоритм минимизации в пространстве фиксированного числа параметров. При этом он имеет возможность переходить в процессе минимизации из пространства одной размерности в пространство другой размерности. Фактически за счет такого перехода осуществляется выход из локального минимума функции многих переменных. Заметим, что в выражении (36) для изменения оценочной функции могут быть выписаны не только линейные, но и квадратичные по  $\Delta z$  члены [26]. Это позволяет не только определять место проведения игольчатой вариации, но и оценивать ее оптимальную ширину  $\Delta z$ .

Мы рассмотрели выше один из вариантов метода синтеза с использованием игольчатых вариаций показателя преломления. В другом варианте [18] минимизация в пространстве фиксированной размерности осуществляется обычными методами, а переход от одного пространства к другому происходит за счет проведения внутренних игольчатых вариаций.

Методы рассмотренного типа широко применяются и для синтеза при наклонном падении света [27]. С их помощью оказалось возможным решить задачи синтеза принципиально нового типа, в которых требуется получить не только заданные энергетические, но и фазовые спектральные характеристики покрытия [28]. Мы не имеем возможности останавливаться здесь на особенностях этих методов. Ряд примеров решения с их помощью актуальных задач синтеза многослойных покрытий приведен в разд. 9.

## 8. ПРОЦЕСС СИНТЕЗА ШИРОКОПОЛОСНОГО ПРОСВЕТЛЯЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИГОЛЬЧАТЫХ ВАРИАЦИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Для лучшего понимания основных моментов синтеза с использованием игольчатых вариаций мы рассматриваем в настоящем разделе процесс синтеза широкополосного просветляющего покрытия, предназначенного для работы в наклонно падающем свете [27].

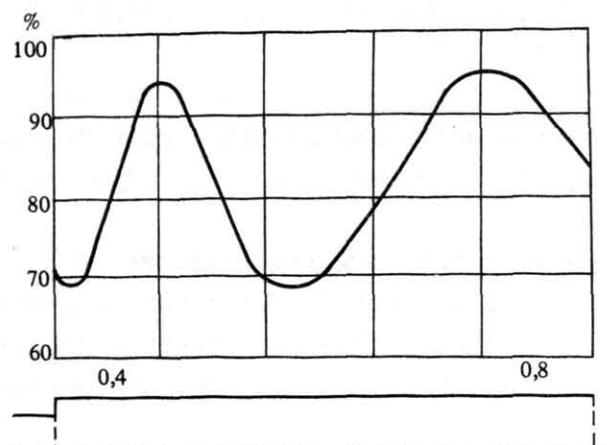
Рассматриваемое покрытие рассчитывалось для угла падения  $45^\circ$  и для неполяризованного света. Так как энергетический коэффициент отражения в неполяризованном свете равен полусумме энергетических коэффициентов отражения для волн двух основных поляризаций ( $R_s$  и  $R_p$ ), оценочная функция была выбрана в виде

$$F = \sum_{l=1}^L v_l \left[ R_s(k_l) + R_p(k_l) \right]^2.$$

Алгоритмы вычисления  $R_s$  и  $R_p$  аналогичны описанным выше алгоритмам вычисления  $R$ , и мы их здесь не приводим. Подложка, на которую наносится покрытие, имеет показатель преломления  $n_0 = 1,52$ , материалы слоев - показатели преломления  $n_H = 1,40$  и  $n_B = 2,30$ . Отношение граничных длин волн спектральной области высокого пропускания равно 2. На иллюстрирующих процесс синтеза рисунках эта область заключена в пределах от 0,4 мкм до 0,8 мкм. Толщины слоев на рисунках также указаны в микрометрах. Сетка волновых чисел в соответствующей указанному волновому диапазону области изменения волнового числа  $k$  была взята равномерной. Число точек сетки  $L$  равнялось при этом 21.

Процесс синтеза был начат с задания однослоистых покрытий с показателем преломления  $n_B = 2,30$  и несколькими значениями геометрической толщины слоя: 2500 Å, 2800 Å, 3000 Å, 3300 Å, 3500 Å. Дело в том, что в процессе проведения игольчатых вариаций показателя преломления общая толщина покрытия практически не изменяется (исключение составляют игольчатые вариации на внешних границах покрытия). Поэтому выбор общей толщины покрытия имеет большое значение. Расчет каждого варианта занимал 3-7 мин машинного времени на ЭВМ БЭСМ-6. Наилучшие результаты были получены при значении геометрической толщины слоя 3300 Å. На рис. 8а изображен коэффициент пропускания в неполяризованном свете для этого покрытия. Заметим, что пропускание для данного однослоистого покрытия намного хуже, чем просто для границы раздела воздух-подложка (при  $n_0 = 1,52$  последняя величина порядка 94,7 при угле падения  $45^\circ$ ). Тем не менее, как покажет последующее рассмотрение процесса синтеза, начиная с него, удается получить просветляющее покрытие с очень высоким коэффициентом пропускания во всей требуемой области спектра.

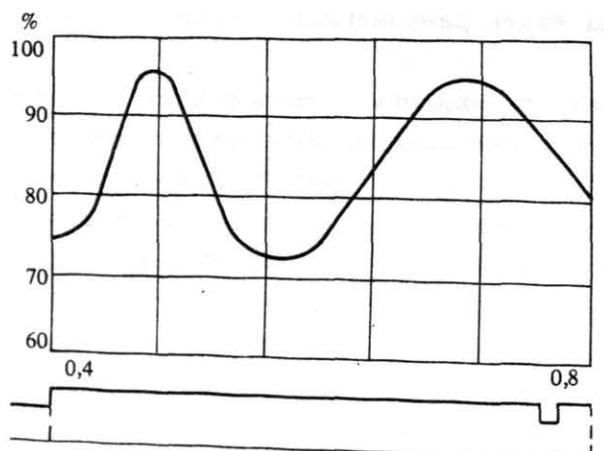
На первом шаге синтеза для заданного однослоистого покрытия рассчитывается функция  $P(z)$  и определяется наиболее благоприятное место проведения игольчатой вариации. Это место оказалось внутри слоя, ближе к



j	d <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>
1	0,3300	2,30

Рис. 8а

его внешней границе. Полученное в результате трехслойное покрытие схематически изображено в нижней части рис. 8б, его коэффициент пропускания (кривая) - в верхней части этого рисунка. Заметим, что масштабы схематических изображений толщин слоев на рис. 8а-з различны. Поэтому данные рисунки иллюстрируют лишь пропорциональное соотношение между толщинами слоев. Точные значения толщин указаны в табличках в нижних правых углах рисунков. Направление слева направо совпадает с направлением от подложки к внешней среде.



j	d <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>
1	0,3054	2,30
2	0,0080	1,40
3	0,0166	2,30

Рис. 8б

Толщина появившегося внутреннего слоя с показателем преломления 1,40 равна 80 Å. Это ширина проводившейся игольчатой вариации. Начальное значение ширины игольчатой вариации является входным параметром метода и задается в начале синтеза. В последующем ширина игольчатой вариации может автоматически уменьшаться с тем, чтобы при ее проведении обязательно происходило уменьшение оценочной функции (см. разд. 7). Уменьшение ширины игольчатой вариации производится следующим образом. Если при проведении игольчатой вариации значение оценочной функции не убывает, то ширина вариации  $\Delta z$  уменьшается в 2 раза, если и при этом значение оценочной

функции не убывает, величина  $\Delta z$  вновь уменьшается в 2 раза и так далее. В результате такой процедуры в процессе синтеза значение  $\Delta z$  убывает от величины порядка  $10^2 \text{ \AA}$  до значений порядка  $1 \text{ \AA}$ .

Рисунок 8в иллюстрирует ситуацию после проведения еще нескольких игольчатых вариаций. Все они осуществлялись на границах слоев. Поэтому общее число слоев осталось равным трем, а их толщины изменились. Как мы видим, при этом существенно увеличилась толщина внутреннего слоя с показателем преломления 1,40. Коэффициент пропускания покрытия заметно возрос по сравнению с рис. 8б.

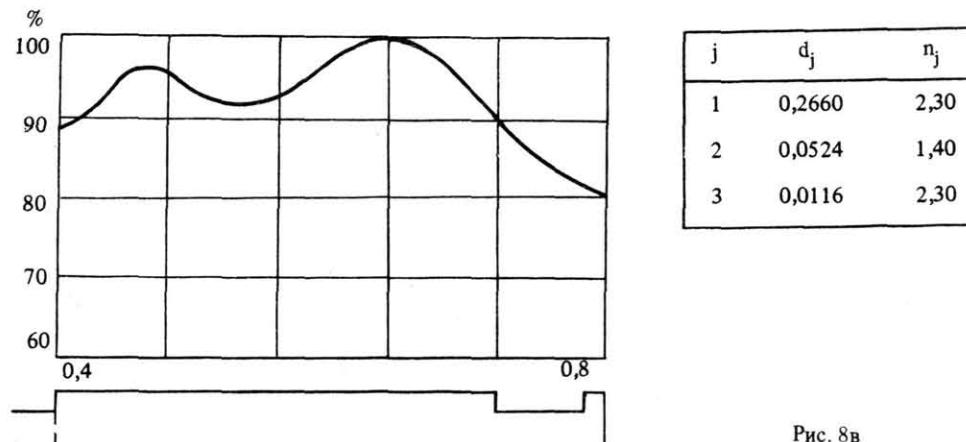


Рис. 8в

Следующая игольчатая вариация вновь оказалась внутренней. В результате покрытие стало пятислойным (рис. 8г). Отметим, что масштаб, в котором изображен коэффициент пропускания на рис. 8г, увеличился в два раза. В среднем коэффициент пропускания стал близок к значению, соответствующему границе раздела внешняя среда-подложка.

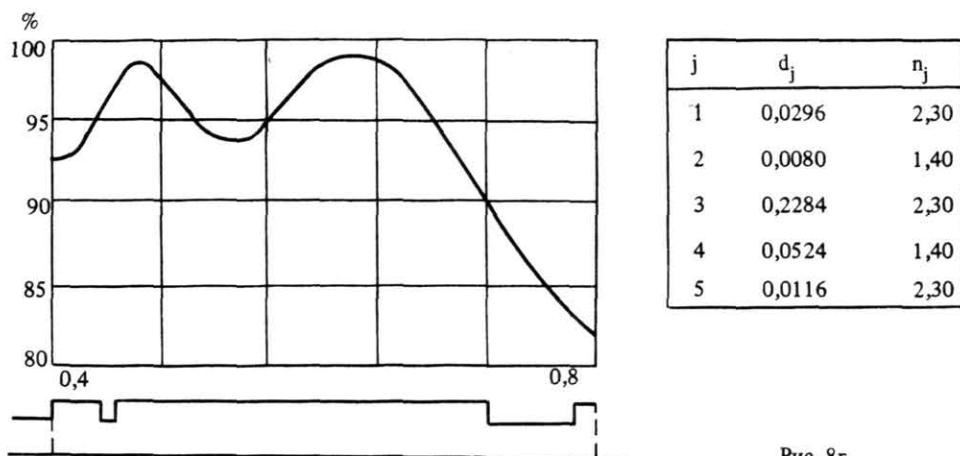
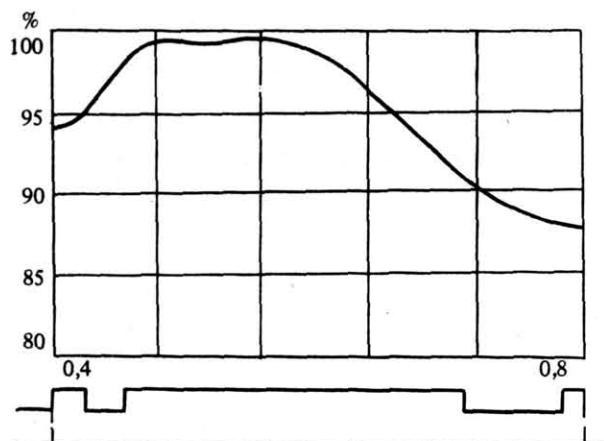


Рис. 8г

Серия последующих игольчатых вариаций на границах слоев приводит к заметному увеличению коэффициента пропускания в основной части видимой

области спектра (рис. 8д). Это происходит, как легко видеть, за счет изменения толщин слоев пятислойного покрытия.

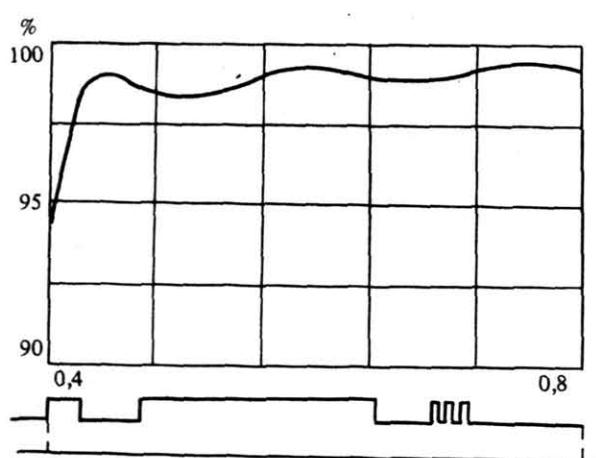


j	$d_j$	$n_j$
1	0,0197	2,30
2	0,0259	1,40
3	0,2106	2,30
4	0,0632	1,40
5	0,0106	2,30

Рис. 8д.

На рис. 8е отражена ситуация, сложившаяся в результате проведения еще нескольких как внутренних, так и граничных игольчатых вариаций. Масштаб изображения  $T(\lambda)$  вновь увеличен в два раза по сравнению с двумя предыдущими рисунками. В целом коэффициент пропускания значительно возрос, и полученное покрытие уже обладает хорошими просветляющими свойствами. Обратим внимание на то, что внешний слой (самый правый) имеет теперь низкий показатель преломления; в результате проведения игольчатых вариаций толщина наружного слоя с  $n = 2,30$  постепенно уменьшилась до нуля.

Суммарная толщина полученного десятислойного покрытия отличается от исходной толщины 3300 Å. Теперь она составляет 3139 Å. Это произошло в результате проведения нескольких игольчатых вариаций на внешних границах покрытия (игольчатые вариации на внутренних границах не приводят к изменению общей толщины покрытия, а вызывают лишь перераспределение толщин



j	$d_j$	$n_j$
1	0,0177	2,30
2	0,0379	1,40
3	0,1376	2,30
4	0,0367	1,40
5	0,0024	2,30
6	0,0024	1,40
7	0,0024	2,30
8	0,0024	1,40
9	0,0024	2,30
10	0,0720	1,40

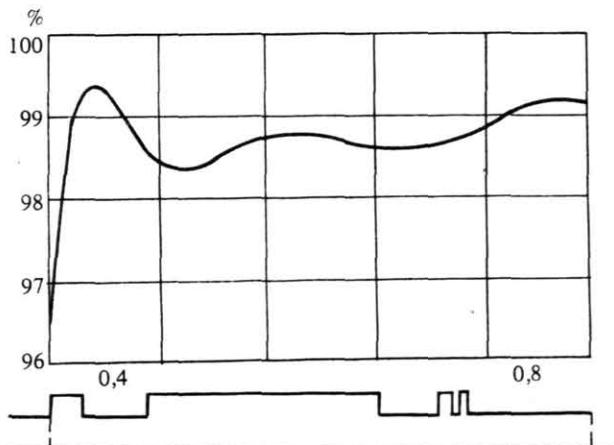
Рис. 8е

составляющих его слоев). Разумеется, амплитуда таких вариаций равна разности показателей преломления наружного слоя и внешней среды или первого слоя и подложки.

Изображенное на рис. 8е покрытие обладает не очень хорошими конструктивными свойствами. Оно имеет 10 слоев, причем 5 слоев толщиной 24 Å. Такие слои являются слишком тонкими и достаточно сложно реализуемы на практике. Учесть конструктивное требование отсутствия слишком тонких слоев можно различными способами, о которых мы скажем чуть ниже. В ряде же случаев они исчезают сами собой в последующем процессе синтеза. Это происходит либо в результате их полного исчезновения, либо путем слияния нескольких тонких слоев в один за счет проведения соответствующих игольчатых вариаций. Таким образом, в процессе синтеза с использованием игольчатых вариаций число слоев может и уменьшаться. Именно такая ситуация имела место в рассматриваемом нами примере.

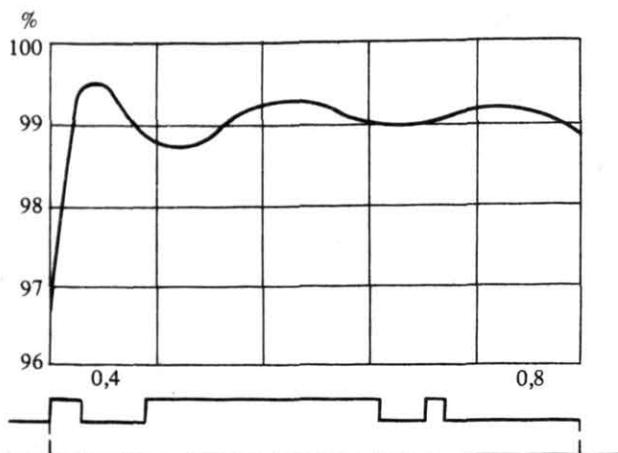
На рис. 8ж приведен еще один промежуточный (восьмислойный) вариант покрытия, а на рис. 8з - окончательный шестислойный результат синтеза. Спектральные зависимости энергетического коэффициента пропускания изображены на этих рисунках в еще более крупном по сравнению с предыдущими рисунками масштабе. Достигнутый уровень пропускания (порядка 99% во всей требуемой области спектра) соответствует самым лучшим результатам синтеза не только при наклонном, но и при нормальном падении света. Наиболее тонкий слой имеет толщину 70 Å и вполне реализуем на практике. Общая геометрическая толщина покрытия составляет 3101 Å.

В тех случаях, когда в процессе синтеза все же сохраняются слишком тонкие слои, могут быть применены различные искусственные приемы. В методе работы [18] был, например, использован специальный блок проекции на пространство меньшей размерности, с помощью которого все слои с толщиной, меньшей некоторого  $d_{min}$ , исключались. Исключение слишком тонких слоев может производиться и «вручную» в окончательном результате синтеза. После



j	d <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>
1	0,0177	2,30
2	0,0379	1,40
3	0,1376	2,30
4	0,0321	1,40
5	0,0070	2,30
6	0,0024	1,40
7	0,0024	2,30
8	0,0769	1,40

Рис. 8ж



j	d <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>
1	0,0177	2,30
2	0,0379	1,40
3	0,1356	2,30
4	0,0301	1,40
5	0,0070	2,30
6	0,0818	1,40

Рис. 8з

этого целесообразно использовать программу минимизации оценочной функции по толщинам слоев для корректировки структуры покрытия. Кроме того, после исключения нескольких слоев можно использовать полученный результат для проведения новых игольчатых вариаций.

#### 9. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ СИНТЕЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИГОЛЬЧАТЫХ ВАРИАЦИЙ

Для иллюстрации возможностей рассматриваемой нами группы методов синтеза мы приводим в этом разделе несколько результатов, полученных по основным и наиболее актуальным направлениям проектирования многослойных покрытий. Сразу же отметим, что в ряде случаев методы синтеза с использованием игольчатых вариаций разрабатывались именно потому, что возникавшие прикладные задачи не могли быть решены другими способами. В целом можно смело утверждать, что методы данного класса являются самыми перспективными для решения наиболее сложных задач синтеза многослойной оптики.

Начнем с наиболее распространенного случая нормального падения света. Как и в приведенном ранее примере синтеза, в качестве начальных приближений использовались однослойные покрытия с несколькими различными значениями геометрических толщин. При этом получались серии покрытий с улучшающимися спектральными характеристиками и в общем случае - с изменяющимся числом слоев. Из них и выбиралась подходящая система с требуемыми спектральными свойствами и приемлемым числом слоев. Отметим, что при нормальном падении света время счета одного варианта меньше, чем при наклонном падении света (при наклонном падении расчеты ведутся для волн двух поляризаций), и составляет обычно 1-4 мин. Весовой множитель для увеличения значения  $P(z)$  на границах слоев был равен 1,5-2,0, при этом на одну внутреннюю вариацию приходилось 7-15 краевых. Геометрические толщины слоев для рассмотренных ниже результатов синтеза приведены в табл. 6.

В разд. 6 обсуждался синтез широкополосных просветляющих покрытий с использованием градиентных методов со случайным заданием начальных

Таблица 6

Номер слоя	Толщины слоев, нм					
	Рис. 9	Рис. 10, кривая 1	Рис. 10, кривая 2	Рис. 11, кривая 2	Рис. 12	Рис. 13
1	8,5	22,5	13,6	14,0	28,0	15,9
2	43,6	22,7	42,5	22,7	20,2	26,0
3	25,4	30,5	143,1	316,2	73,8	125,9
4	13,8	67,2	38,4	12,4	113,1	35,7
5	73,2	98,5	41,3	132,5	61,9	38,7
6	15,3	62,0	23,3	14,7		25,2
7	24,1		74,8	220,9		80,9
8	49,1		99,2	13,8		108,3
9	5,4		63,6	217,2		60,8
10	114,7			15,5		
11	13,8			135,9		
12	37,5			12,3		
13	33,4			249,6		
14	27,8			11,8		
15	23,2			139,0		
16	93,0			13,4		
17				306,9		

приближений. Были приведены примеры систем с относительной шириной области просветления  $\lambda_b/\lambda_h \approx 2,2$ . Для многих исследований требуется системы с еще большей относительной шириной области просветления. Как уже упоминалось, расширение области просветления приводит к увеличению числа слоев в системе, а следовательно - и к резкому возрастанию затрат машинного времени. Поэтому использование градиентных методов синтеза для получения таких просветляющих покрытий требует огромных затрат машинного времени. Для решения этой задачи использовался метод игольчатых вариаций показателя преломления. Материалы слоев имели показатели преломления  $n_b = 2,30$  ( $TiO_2$ ) и  $n_h = 1,45$  ( $SiO_2$ ), показатель преломления подложки -  $n_0 = 1,52$  (стекло).

На рис. 9 приведен коэффициент пропускания полученного шестнадцатислойного покрытия. Синтез начинался с однослойного покрытия с показателем преломления 2,30 и геометрической толщиной 6000 Å. В области длин волн 0,30-0,88 мкм остаточное отражение полученной системы менее 1,4%, относительная ширина области просветления превышает значение 2,9. До сих пор качественных покрытий со столь широкой областью просветления получено не было.

Еще одним широко распространенным на практике классом покрытий являются 50%-ные светоделители - системы, у которых коэффициент отражения и коэффициент пропускания равны друг другу (~ 50%) в некотором спектральном диапазоне. Для них одной из основных характеристик также является относительная ширина рабочей области  $\lambda_b/\lambda_h$ . Причем границы области традиционно определяются из условия  $R = 50\% \pm 5\%$ . В ряде работ были получены светоделители с числом слоев от 3 до 9 и с относительной

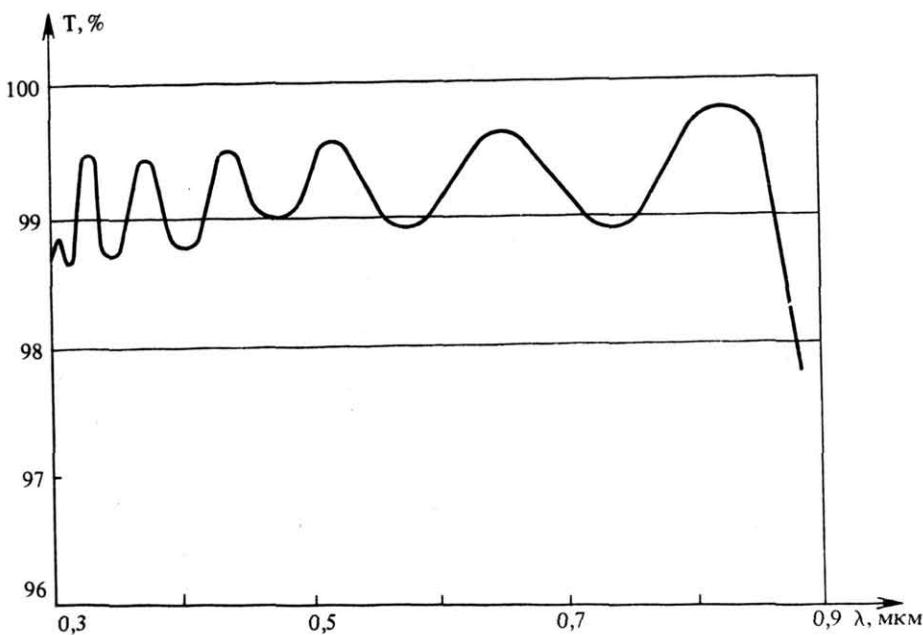


Рис. 9

ширины рабочей области, не превосходящей значения 2 [4, 18, 20, 24, 29]. С развитием оптической техники требования к точности реализации условия  $R \approx 50\%$  возросли, в то же время во многих областях возникла потребность в системах, работающих в более широких спектральных диапазонах. Так как для синтеза широкополосных светофильтров хорошие начальные приближения неизвестны, то и здесь целесообразно использовать метод игольчатых вариаций показателя преломления.

На рис. 10 (кривая 1) приведен коэффициент пропускания синтезированного шестислойного светофильтра с показателями преломления материалов:  $n_H = 1,45$  ( $\text{SiO}_2$ ),  $n_B = 2,30$  ( $\text{TiO}_2$ ),  $n_0 = 1,52$ . Относительная ширина полученной рабочей области равна 1,7. Это наиболее качественное покрытие с такой рабочей областью из всех известных: в диапазоне длин волн  $\lambda_B/\lambda_H = 1,5$ , отклонение спектральных характеристик от 50% не превосходит 1%.

При синтезе светофильтра с более широкой рабочей областью использовались материалы с показателями преломления:  $n_B = 2,30$  ( $\text{TiO}_2$ ),  $n_H = 1,40$  ( $\text{MgF}_2$ ),  $n_0 = 1,52$ . Коэффициент пропускания полученной девятислойной системы для области длин волн 0,4-0,9  $\mu\text{м}$  представлен на рис. 10 (кривая 2). Относительная ширина рабочей области равна 2,2. Это самое широкополосное из всех известных покрытий такого типа. К тому же это светофильтр очень высокого качества: в диапазоне длин волн с относительной шириной  $\sim 2,0$  его спектральные характеристики отклоняются от 50% не более чем на 1%.

Методы синтеза с использованием игольчатых вариаций особенно ярко проявляют свои преимущества при создании покрытий с нетрадиционными

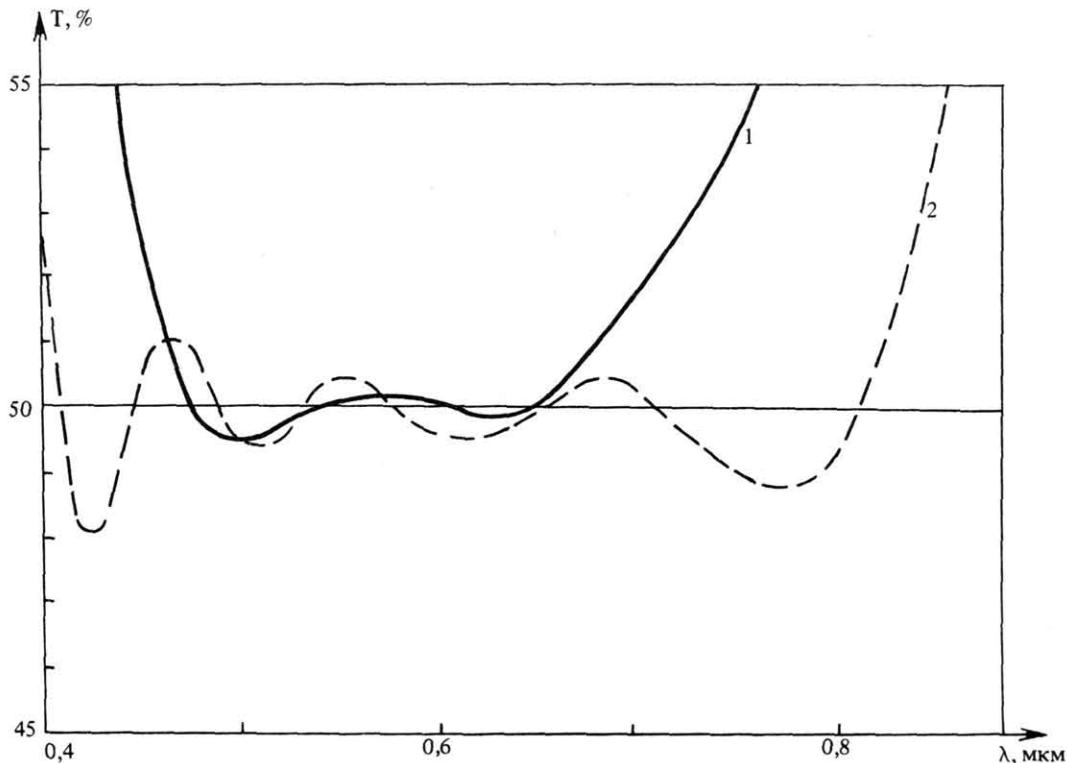


Рис. 10

спектральными свойствами. Примером системы с такими свойствами может служить покрытие, имитирующее спектр пропускания неодимового стекла. Лампы из неодимового стекла обладают нежным теплорозовым излучением. Они применяются как в быту, так и для специальных целей. Однако такие лампы весьма дороги и сложны в производстве. Для создания источника света, имитирующего излучение неодимовой лампы, необходимо синтезировать интерференционное покрытие на стеклянную колбу лампы с близким к неодимовому стеклу коэффициентом пропускания в видимой области спектра. Спектральная кривая пропускания неодимового стекла имеет весьма сложный осциллирующий вид (рис. 11, кривая 1), начальное приближение для синтеза такого покрытия неизвестно. В то же время для аппроксимации столь сложной спектральной кривой требуется покрытие с достаточно большим числом слоев, что делает неприменимыми традиционные методы синтеза. Для решения этой задачи использовался метод игольчатых вариаций.

На рис. 11 (кривая 2) приведен коэффициент пропускания синтезированного семнадцатислойного покрытия. В качестве материалов слоев использовались  $ZnS$  ( $n_B = 2,35$ ) и  $MgF_2$  ( $n_H = 1,38$ ), подложка-стекло ( $n_0 = 1,52$ ).

Приведем теперь некоторые примеры синтеза при наклонном падении света. Процесс проектирования широкополосного просветляющего покрытия при наклонном падении света рассматривался в разд. 8. Остановимся на синтезе 50%-ных светоделителей при угле падения света  $45^\circ$ . Требования, предъявляемые к светоделителям в этом случае такие же, как и при

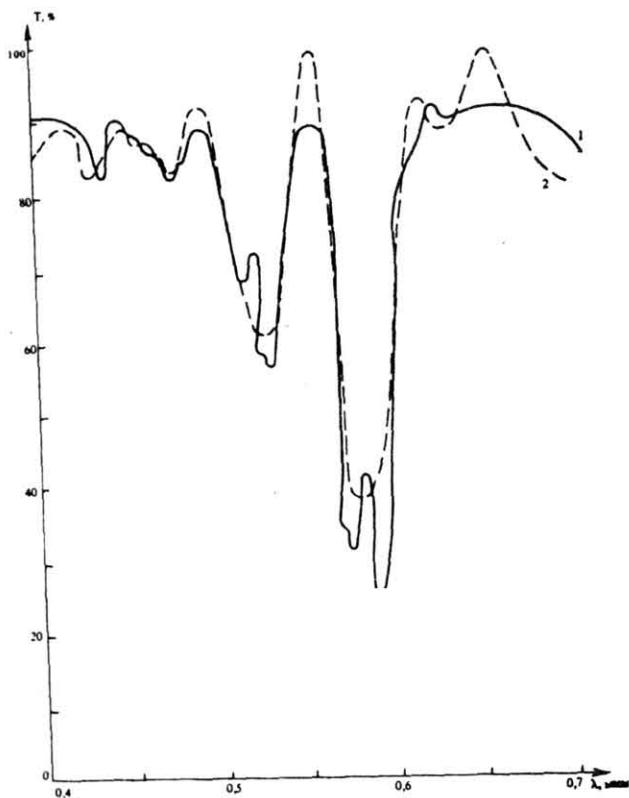


Рис. 11

нормальном падении света. Однако синтез осложняется необходимостью рассматривать волны двух поляризаций, что приводит к возрастанию времени счета и делает традиционные методы синтеза для таких задач еще менее эффективными. В то же время, при использовании игольчатых вариаций для получения подходящей системы достаточно рассмотреть несколько вариантов с различными толщинами начального слоя, расчет каждого из которых требует 3-7 мин машинного времени ЭВМ БЭСМ-6. Процесс синтеза может быть ускорен, если прерывать проведение игольчатых вариаций, когда их ширина становится малой (порядка нескольких ангстрем), а затем лучшую из найденных систем оптимизировать градиентными методами (это позволяет и несколько «подправить» общую толщину системы).

На рис. 12 приведен коэффициент отражения в неполяризованном свете полученного пятислойного 50%-ного светофильтра. Кривая 1 - коэффициент отражения системы, синтезированной с использованием игольчатых вариаций, кривая 2 - коэффициент отражения этой системы после ее улучшения градиентными методами. В диапазоне 0,405-0,745 мкм коэффициент отражения для окончательного варианта лежит в пределах от 47,0% до 50,5%. По ширине рабочей области, конструктивной простоте и близости спектральной

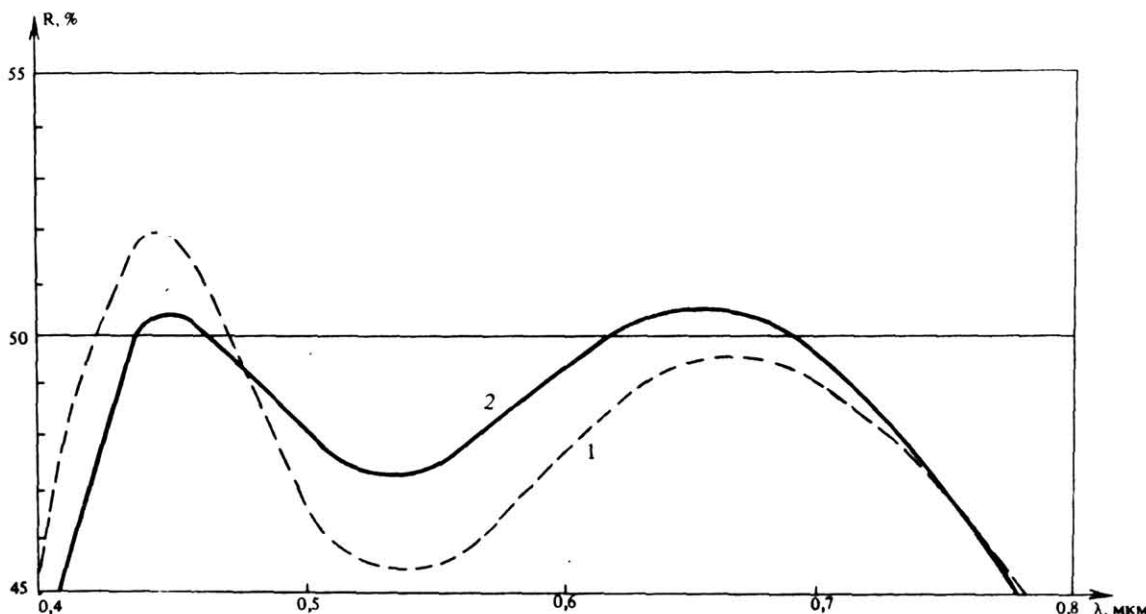


Рис. 12

характеристики к заданному значению полученный светофильтр превосходит все известные аналоги при наклонном падении света [7, 30].

На рис. 13 приведен коэффициент отражения в неполяризованном свете синтезированного девятислойного светофильтра. Кривая 1 - коэффициент отражения системы, полученной в результате проведения жгольчатых вариаций; кривая 2 - коэффициент отражения этой системы после ее улучшения

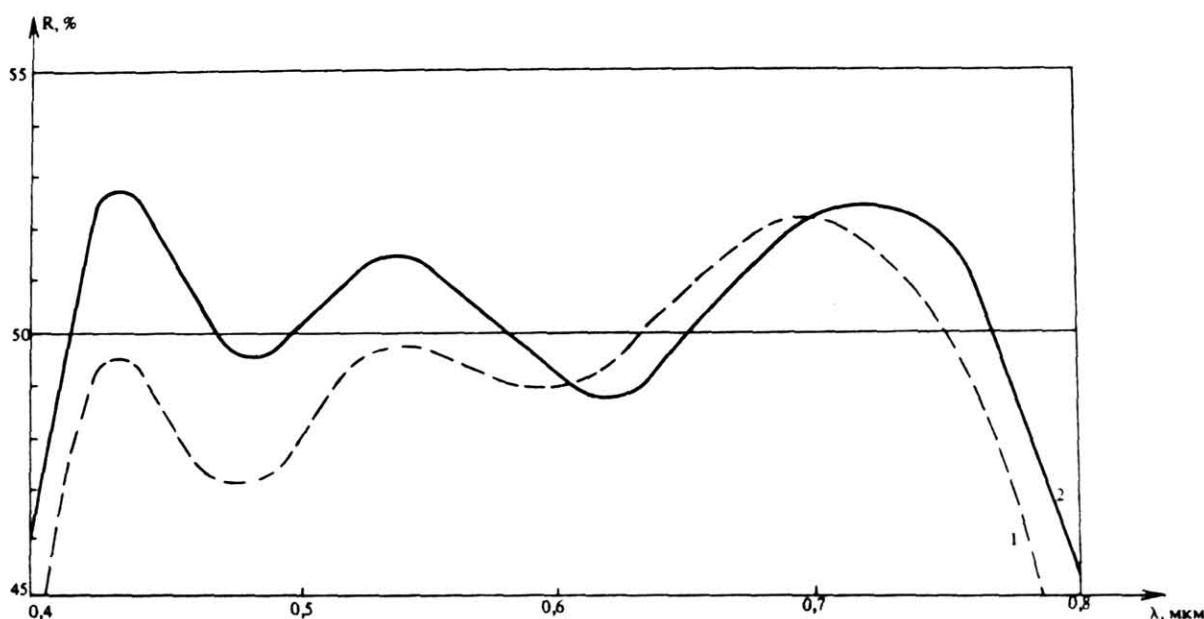


Рис. 13

градиентными методами. В диапазоне длин волн 0,40-0,79 мкм, то есть более широком, чем во всем видимом диапазоне, коэффициент отражения в неполяризованном свете лежит в пределах от 46,6% до 52,6%. Данное покрытие имеет большее число слоев, чем предыдущее, и в то же время превосходит его по ширине рабочей области и близости спектральной характеристики к 50%. По своим спектральным качествам и ширине рабочей области оно превосходит все известные аналоги не только при наклонном, но и при нормальном падении света, за исключением покрытия приведенного ранее на рис. 10 (кривая 2).

Одной из важных задач, возникших в связи с развитием лазерной физики, является создание фазосдвигающих устройств - высокоотражающих зеркал при наклонном падении света (как правило, при угле падения  $45^0$ ) с заданным значением разности фаз  $\Delta\phi$  между s- и p-компонентами отраженного поля. Такие задачи связаны с использованием лазеров при обработке материалов (при резке, сварке, травлении и т. п.), с созданием измерительной аппаратуры (частотометров, измерителей скоростей, гирокомпасов). Например, для качественной обработки поверхности свет должен быть поляризован по кругу ( $\Delta\phi = \pm 90^0$ ). Для апертурной и частотной стабилизации таких систем желательно, чтобы они имели заданный сдвиг фаз не на одной частоте, а в некотором спектральном диапазоне.

Использование четвертьволновых зеркал в качестве начальных приближений при синтезе градиентными методами не позволяет создать требуемые системы. Синтез градиентными методами со случаем выбором начальных приближений неприменим, так как требует колоссальных затрат машинного времени (высокоотражающие системы имеют большое число слоев). В то же время с использованием игольчатых вариаций удается получить системы с самыми разнообразными значениями сдвига фаз. В этих задачах оказалось целесообразным в качестве начальных систем использовать не однослойные покрытия, а четвертьволновые зеркала. Четвертьволновые системы уже имеют высокое отражение, и проведение игольчатых вариаций приводит к формированию заданной разности фаз с незначительным понижением коэффициента отражения системы. Еще одна особенность синтеза систем с заданными энергетическими и фазовыми свойствами состоит в том, что полученные результаты практически не удается улучшить градиентными методами. Это связано с исключительно сложной (многоэкстремальной) структурой функционалов для таких систем. Для того чтобы число слоев существенно не увеличивалось в процессе проведения игольчатых вариаций, значение весового множителя на границах слоев для этих задач выбиралось в пределах 1,2-20.

Рассмотрим результаты синтеза зеркал со сдвигом фаз -  $90^0$ . Материалы слоев имели показатели преломления  $n_B = 2,30$  ( $TiO_2$ ),  $n_H = 1,38$  ( $MgF_2$ ). В качестве подложки использовалось стекло ( $n_0 = 1,52$ ) или металл, при этом значение показателя преломления подложки задавалось на длине волны  $\lambda_0 = 0,633$  мкм. У всех полученных систем коэффициент отражения для

$s$ -поляризованной волны превосходит 99,9%. Толщины слоев, отличные от четвертьволновых, приведены в табл. 7 в долях  $\lambda_0/4$ . Для удобства слои в таблице отсчитываются от воздуха.

Таблица 7

Номер слоя от воздуха	Толщины слоев в четвертьволновых долях		
	Рис. 14, кривая 1	Рис. 14, кривая 2	Рис. 14, кривая 3
1	0,108	0,099	0,097
2	0,164	1,377	0,177
3	1,122	0,414	1,055
4	0,277	1,022	0,298
5	1,456	0,215	1,498
6	0,152	0,066	0,382
7	0,053	0,180	1,237
8	0,224	1,174	0,222
9	1,189	0,445	1,365
10	0,295	1,215	0,361
11	1,332	0,320	1,228
12	0,347	1,284	0,320
13	1,280	0,402	1,326
14	0,268	1,239	0,650
15	1,323	0,977	1,111
16	0,719	0,995	
17	1,079		

На рис. 14 приведены отклонения сдвига фаз от  $-90^\circ$  для трех синтезированных систем. Первая из них (кривая 1) синтезировалась на основе 31-слойного четвертьволнового зеркала на стеклянной подложке. Полученная система имеет 34 слоя, коэффициент отражения для  $p$ -компоненты поля  $R_p \geq 99,8\%$ . Вторая синтезированная система (кривая 2) получена из

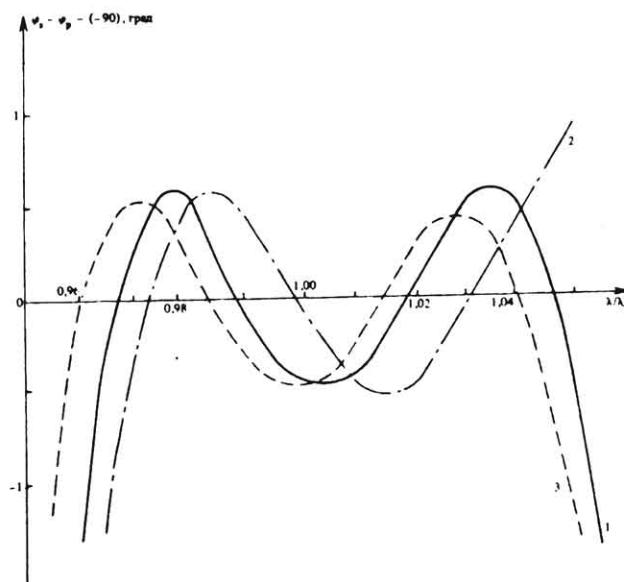


Рис. 14

28-слойного покрытия: 27-слойного четвертьволнового зеркала, на которое положен двадцать восьмой слой толщиной  $d_{28} = 0,3$  мкм. Подложка в этом случае также стекло. В процессе проведения игольчатых вариаций число слоев увеличивалось до 32, а затем последний слой пропал. В окончательном варианте система имеет 31 слой, коэффициент отражения для р-компоненты поля  $R_p \geq 99,7\%$ . Третья система (кривая 3) синтезировалась на основе 21-слойного четвертьволнового зеркала на подложке из серебра ( $n_0 = 0,06 + 4,00 i$ ). Полученная система имеет 22 слоя,  $R_p \geq 99,5\%$ . У первой и третьей систем отклонение разности фаз от  $-90^\circ$  менее одного градуса в диапазоне длин волн  $\Delta\lambda/\lambda_0 \approx 10\%$ , у второй системы - в диапазоне  $\Delta\lambda/\lambda_0 \approx 8\%$ .

Как показали исследования, добавление пары четвертьволновых слоев на подложку практически не влияет на сдвиг фаз. Так что во всех приведенных системах коэффициенты отражения могут быть повышенны при увеличении числа слоев системы. И, напротив, число слоев систем может быть уменьшено при одновременном понижении коэффициента отражения системы.

### Литература

1. Тихонравов А.В., Гришина Н.В., Яншин С.А. Новые методы автоматизированного проектирования многослойных оптических покрытий // Компьютерная оптика. М.: МЦНТИ, вып. 4, 1989, с. 104-113.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
3. Delano E., Pegis R. Methods of Synthesis for Dielectric Multilayer Filters // Progress in Optics. Amsterdam: North-Holland, v. 7, 1969, p. 67-137.
4. Фурман Ш.А. Тонкослойные оптические покрытия. Л.: Машиностроение, 1977.
5. Thelen A. Design of Optical Interference Coatings. N.Y.: McGraw-Hill, 1989.
6. Тихонравов А.В. О задачах оптимального управления, связанных с синтезом слоистых сред // Дифференциальные уравнения, 1985, т. 21, № 9, с. 1516-1523.
7. Свешников А.Г., Тихонравов А.В., Яншин С.А. Синтез оптических покрытий при наклонном падении света // Журнал вычисл. матем. и матем. физики, 1983, т. 23, № 4, с. 929-936.
8. Бабэ Г.Д., Гусев Е.Л. Математические методы оптимизации интерференционных фильтров. Новосибирск: Наука, 1987.
9. Тихонравов А.В. Синтез слоистых сред. М.: Знание. Сер. математика-кибернетика, 1987, № 5.
10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
11. Хуммельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975.
12. Кард П.Г. Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. Таллинн: Валгус, 1971.
13. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. М.: Наука, 1975.

14. Тихонравов А.В. Синтез слоистых оптических систем с заданным амплитудным коэффициентом отражения монохроматической волны // Компьютерная оптика. М.: МЦНТИ, вып. 7, 1990.
15. Понtryгин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.
16. Мусеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
17. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
18. Баскаков А.Н., Тихонравов А.В. Синтез двухкомпонентных оптических покрытий. Оптика и спектроскопия, 1984, т. 56, № 5, с. 915-919.
19. Bloom A.L. Refining and Optimization in Multilayers. - Appl. Optics, 1981, v. 20, N 1, p. 66-73.
20. Holm C. Optical Film Production with Continuous Reoptimization of Layer Thicknesses. - Appl. Opt., 1979, v. 18, N 2, p. 1978-1981.
21. Nagendra C.L., Thyputalli G.K.M. Design of Threelayer Antireflection Coatings: a Generalized Approach. - Appl. Opt., 1988, v. 27, N 11, p. 2320-2333.
22. Rabinovitch K., Regis A. Multilayer Antireflection Coatings: Theoretical Model and Design Parameters. - Appl. Opt., 1975, v. 17, N 6, p. 1326-1334.
23. Rabinovitch K., Drucker M. Parameters for Optimization of Multilayer Antiflection Coatings. - Appl. Opt., 1979, v. 18, N 4, p. 553-558.
24. Tang J.F., Zheng Q. Automatic Design of Optical Thinfilm Systems-merit Function and Numerical Optimization Method. - JOSA, 1982, v. 72, N 11, p. 1522-1525.
25. Zheng Y.-F., Tang J.F. New Automatic Design Technique for Optical Coatings. - Appl. Opt., 1987, v. 26, N 8, p. 1546-1549.
26. Гришина Н.В. Синтез двухкомпонентных оптических покрытий на основе необходимых условий оптимальности. - Вестник моск. ун-та. Сер. физика-астрономия, 1986, т. 27, № 5, с. 26-31.
27. Гришина Н.В., Тихонравов А.В. Синтез оптических покрытий при наклонном падении света с использованием необходимых условий оптимальности. - Оптика и спектроскопия, 1988, т. 65, вып. 5, с. 1170-1174.
28. Гришина Н.В. Синтез широкополосных фазосдвигавших устройств. - Математическое моделирование, 1990, т. 2, № 7, с. 39-47.
29. Vidal B., Formier A., Pelletier E. Wideband Optical Monitoring of Nonquaterwave Multilayer Filters. - Appl. Opt., 1979, v. 18, N 12, p. 3851-3855.