# РАСЧЕТ ДОЭ ДЛЯ АНАЛИЗА МОДОВОГО СОСТАВА ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

С. В. Карпеев, В.С. Павельев, В.А. Сойфер Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

#### Аннотация

Анализ амплитудно-фазовых характеристик лазерного пучка в режиме реального времени является актуальной задачей для экспериментальной физики и большого числа практических приложений лазеров, например, лазерной обработки материалов. Задача анализа амплитудно-фазовой структуры пучка может быть интерпретирована как задача анализа модового состава, если под этим понимать как анализ индивидуальных модовых мощностей, так и межмодовых фазовых сдвигов. Данная статья посвящена решению этой задачи с помощью специального дифракционного оптического элемента (ДОЭ) – МОДАНА, согласованного с группой мод лазерного излучения. Такой оптический элемент, например, может быть реализован в виде микрорельефа, нанесенного непосредственно на оптический материал выходного окна лазера. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие перспективность такого подхода.

#### Введение

Анализ амплитудно-фазовых характеристик лазерного пучка в режиме реального времени является актуальной задачей для экспериментальной физики и большого числа практических приложений лазеров, например, лазерной обработки материалов [1,2,3]. Данная статья посвящена решению этой задачи с помощью специального дифракционного оптического элемента - МОДАНА, согласованного с группой мод лазерного излучения. Под модами лазерного излучения понимают пучки, распределения комплексной амплитуды в сечении которых описываются собственными функциями оператора распространения света в среде [3]. Наиболее известны моды Бесселя [4] – моды свободного пространства, и моды Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра (Гауссовы моды) [3,5].

Отметим фундаментальное свойство Гауссовых мод, заключающееся в способности Гауссовых мод распространяться, не меняя своей структуры и сохраняя взаимную ортогональность, в свободном пространстве и линзоподобной среде [3,5].

Гауссовы моды описывают моды открытого пассивного резонатора со сферическими зеркалами и моды градиентного волокна с параболическим профилем [3,5].

Моды когерентного света могут быть интерпретированы как "обобщенные спектральные компоненты" так как они распространяются в своей среде с собственным модовым числом и индивидуальной поперечной амплитудно-фазовой структурой, приобретая лишь фазовую добавку [3], значение которой пропорционально пройденному оптическому пути.

Имея концепцию мод, мы можем представить любое амплитудно-фазовое распределение света  $W(\mathbf{u})$  как суперпозицию множества мод  $\psi_{\mathbf{n}}(\mathbf{u})$  с определенными комплекснозначными коэффициентами  $C_{\mathbf{n}}$  [3].

$$W(\mathbf{u}) = \sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty} C_{\mathbf{n}} \psi_{\mathbf{n}}(\mathbf{u}), \qquad (1)$$

где  $\mathbf{n}=(n,m)$ ,  $\mathbf{u}=(u,v)$ . Таким образом, задача анализа амплитудно-фазовой структуры пучка может быть интерпретирована как задача анализа модового состава, если под этим понимать как измерение индивидуальных модовых мощностей  $|C_{\mathbf{n}}|^2$ , так и межмодовых фазовых сдвигов  $\Delta \varphi_{\mathbf{n}} = \arg C_{\mathbf{n}} - \arg C_{\mathbf{n}-1}$ . Тогда по измерениям, сделанным для  $N_{\mathrm{mod}} = (N+1)(M+1)$  мод  $(\mathbf{N}=(\mathbf{N},\mathbf{M}))$ , можно построить оценку исходного амплитудно-фазового распределения с точностью до постоянного сдвига фазы  $\arg C_0 = \varphi_0$ :

$$\begin{split} W(\mathbf{u}) &\cong |C_0| \exp(\mathrm{i} \cdot \varphi_0) \psi_0(\mathbf{u}) + \\ &+ \sum_{n'=1}^{N_{\mathrm{mod}} - 1} |C_{n'}| \psi_{n'}(\mathbf{u}) \exp[\mathrm{i} (\Delta \varphi_{n'} + \arg C_{n'-1})], \end{split}$$

$$\arg C_{n'} = \arg C_{n'-1} + \Delta \varphi_{n'}. \tag{2}$$

Вопросы точности оценки (2) ряда (1) рассмотрены в [3]. Отметим лишь, что в большинстве практических задач известно максимальное значение номера моды с ненулевым значением коэффициента  $C_{\mathbf{n}}$  в (1).

Используя измеренные индивидуальные мощности мод и межмодовые фазовые сдвиги для мод от фундаментальной до моды отсечки резонатора, можно восстановить амплитудно-фазовое распределение в сечении пучка лазера.

Численные методы, описанные в [6,7] дают возможность восстановить распределение мощности по модам, а методы [8,9] — непосредственно амплитудно-фазовое распределение в сечение пучка с помощью численной обработки результатов измерения интенсивности пучка в разных плоскостях. Однако, такой подход требует высокоточного измерения интенсивности, аналого-цифрового преобразования и дальнейшей численной обработки распределений интенсивности или интерферограмм. К тому же, итерационное восстановление фазы [8,9] по результатам измерения интенсивности принципиально не может гарантировать сходимости итерационной процедуры.

В [3,10] показано, что использование фундаментальных свойств мод лазерного излучения позволяет синтезировать дифракционные оптические элементы – МОДАНЫ для анализа модового состава.

Современное развитие новых технологий изготовления ДОЭ, в том числе для мощных лазеров [11], открывает широкие перспективы для использования таких элементов в целях исследования поперечной структуры пучка лазера. Однако, для того, чтобы использовать такие элементы для анализа пучка в режиме реального времени, необходимо использовать дополнительные оптические компоненты для деления исходного пучка минимум на два других с сохранением исходной амплитуднофазовой структуры в каждом и заданным распределением энергии между ними.

Энергетические потери, связанные с делением пучка и Френелевским отражением на каждой границе <*воздух-оптическая среда*>, могут привести к существенным проблемам, особенно в случае анализа пучка мощного лазера.

В качестве решения этой проблемы может быть рассмотрен синтез элемента, сочетающего в себе функции делителя пучка и модового корреляционного фильтра для того, чтобы уменьшить число границ <воздух-оптическая среда> (к тому же такая система будет намного компактней).

Таким образом, целесообразно рассмотреть расчет оптического элемента, позволяющего измерять индивидуальные мощности мод и межмодовые сдвиги, используя только малую часть энергии освещающего пучка в то время, когда основная часть пучка проходит через оптический элемент без сколько-нибудь значимого изменения исходной амплитудно-фазовой структуры.

Такой оптический элемент, например, может быть реализован в виде микрорельефа, нанесенного непосредственно на оптический материал выходного окна лазера.

# 1. Постановка задачи расчета ДОЭ для анализа модового состава пучка в режиме реального времени

В [3] рассмотрен расчет фазовых моданов для анализа модового состава когерентного пучка.

Для перехода от комплекснозначной функции пропускания (в общем случае) к чисто фазовой были разработаны как аналитические [3] (основанные на внесении кодирующей несущей в фазу элемента), так и высокоэффективные итерационные методы кодирования [9].

Однако, описанные в [3,9] элементы не позволяли измерять модовый состав пучка в режиме реального времени без использования дополнительного делителя пучка.

Для того, чтобы реализовать разделение пучка на "основной" (с той же амплитудно-фазовой структурой, как у исходного пучка) и "вспомогательные" (или "информационные" –т.е. предназначенные для измерения модового состава) пучки с помощью од-

ного элемента, можно использовать стратегию "связанных" или "виртуальных " субапертур (Рис. 1).

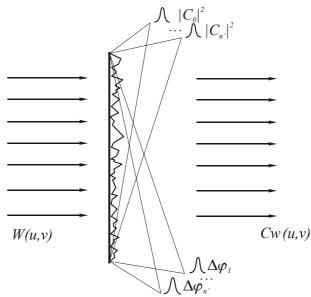


Рис. 1. Постановка задачи анализа модового состава пучка в режиме реального времени

Для этого функцию комплексного пропускания ДОЭ необходимо искать в виде суперпозиции функций комплексного пропускания "виртуальных" субапертур с соответствующими весовыми коэффициентами.

Одна из таких "виртуальных" субапертур соответствует пропусканию основного пучка без изменений амплитудно-фазовой структуры  $W(\mathbf{u})$  с точностью до некоторого коэффициента C < 1, описывающего снижение энергии, другие — оптическим фильтрам, согласованным с модами и предназначенным для получения информации о модовых мощностях  $|C_{n'}|^2$  и/или межмодовых фазовых сдвигах  $\Delta \varphi_{n'}$ .

Рассмотрим расчет функции комплексного пропускания такого элемента подробно. В [3] было показано, что взаимодействие пучка с поперечным комплекснозначным распределением  $W(\mathbf{u})$  с фильтром, имеющим функцию комплексного пропускания  $\psi^*\mathbf{n}(\mathbf{u})$ , где  $\psi_{\mathbf{n}}(\mathbf{u})$  - мода с номером  $\mathbf{n}$ , \*- знак комплексного сопряжения, на входе Фурьекаскада приводит к формированию комплексного распределения вида

$$w(\mathbf{0}) = \iint_{D} W(\mathbf{u}) \psi^*_{\mathbf{n}}(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u} = C_{\mathbf{n}}$$
 (3)

в центре выходной плоскости Фурье-каскада, где  $C_{\mathbf{n}}$  - модовый коэффициент  $\mathbf{n}$ -ой моды в разложении (1), D –апертура элемента.

Измерение точечным датчиком значения интенсивности в центре выходной плоскости  $|C_{\mathbf{n}}|^2$  позволит получить информацию о энергетическом вкладе моды с номером  $\mathbf{n}$  в пучке  $W(\mathbf{u})$ .

Для измерения мощностей  $N_{\rm mod}$  мод одновременно в [3] был рассмотрен элемент с функцией комплексного пропускания вида

$$T(\mathbf{u}) = \sum_{n'=1}^{N_{\text{mod}}} \zeta_{n'} \psi^*_{n'}(\mathbf{u}) \exp(i\mathbf{v}_{n'}\mathbf{u}).$$
 (4)

Экспоненциальные добавки  $\exp(\mathrm{i}\mathbf{v}_{n'}\mathbf{u})$  вводятся для пространственного разделения каналов, соответствующих различным модам, в плоскости элемента,  $\zeta_{n'}$  - весовые коэффициенты, вводимые для заданного перераспределения энергии между субапертурами.

Взаимодействие пучка с фильтром с функцией комплексного пропускания вида (4) на входе Фурьекаскада с фокусным расстоянием f приведет к возникновению в выходной плоскости значений комплексного распределения  $w(\lambda f \mathbf{v}_{n'}) \sim \zeta_{n'} C_{n'}$ . Попробуем выписать формулу для функции комплексного пропускания элемента, использующего для анализа распределения индивидуальных мощностей мод только часть энергии освещающего пучка. В этом случае необходимо ввести в формулу функции комплексного пропускания ДОЭ (4) дополнительное слагаемое, соответствующее пропусканию освещающего пучка без изменения его амплитуднофазового распределения:

$$T(\mathbf{u}) = \zeta_0 + \sum_{n'=1}^{N \bmod} \zeta_{n'} \psi^*_{n'}(\mathbf{u}) \exp(i\mathbf{v}_{\mathbf{n}'}\mathbf{u}).$$
 (5)

Соотношение значений модулей весов  $|\zeta_0|$  и  $|\zeta_{n'}|$  определяет соотношение долей энергии, приходящихся на пучок, распространяющийся нормально, без изменения амплитудно-фазового распределения, и на "информационные" пучки  $\zeta_{\mathbf{n}'}\psi^*_{n'}(\mathbf{u})\exp(\mathrm{i}\mathbf{v}_{\mathbf{n}'}\mathbf{u})$  . Освещение такого элемента пучком с поперечным комплекснозначным распределением  $W(\mathbf{u})$  на входе Фурье-каскада с фокусом f приведет к появлению пучка с поперечным распределением  $CW(\mathbf{u})$  в плоскости сразу за элементом и значений комплексного распределения  $w_{n'} = w(\lambda f v_{n'}) \cong \zeta_{n'} C_{n'}$  в выходной плоскости, где величины, пропорциональные индивидуальным модовым мощностям  $|\zeta_{n'}C_{n'}|^2$ , могут быть измерены с помощью точечных датчиков. Для измерения межмодовых фазовых сдвигов  $\Delta \varphi_{n'}$  с помощью модовых оптических корреляционных фильтров в [3] было предложено введение в фазу модана дополнительных виртуальных субапертур с функциями пропускания вида

$$\zeta_k[\psi_{n'}(\mathbf{u}) + \psi_{n'+1}(\mathbf{u})] \exp(i\mathbf{v}_k \mathbf{u})$$
 (6)

И

$$\zeta_s \left[ \psi_{n'}(\mathbf{u}) + \psi_{n'+1}(\mathbf{u}) \cdot \exp(i\Delta \widetilde{\varphi}) \right] \exp(i\mathbf{v}_s \mathbf{u}), (7)$$

где  $\Delta \widetilde{\varphi}$  - некоторый вводимый фазовый сдвиг. Можно показать [3], что значения интенсивности

 $w_k = w(\lambda f \mathbf{v}_k)$  и  $w_s = w(\lambda f \mathbf{v}_s)$  определяются следующим образом:

$$|\mathbf{w}_{k}|^{2} \sim |\mathbf{w}_{n'}|^{2} + |\mathbf{w}_{n'+1}|^{2} + 2 \cdot |\mathbf{w}_{n}| \cdot |\mathbf{w}_{n'+1}| \cos(\Delta \varphi_{n'})$$
 (8)

$$|\mathbf{w}_{s}|^{2} \sim |\mathbf{w}_{n'}|^{2} + |\mathbf{w}_{n'+1}|^{2} + 2 \cdot |\mathbf{w}_{n'}| \cdot |\mathbf{w}_{n'+1}| \times$$

$$[\cos(\Delta \varphi_{n'}) \cos\Delta \widetilde{\varphi} - \sin(\Delta \varphi_{n'}) \sin\Delta \widetilde{\varphi}].$$
(9)

Тогда, как показано в [3], значение межмодовых фазовых сдвигов  $\Delta \varphi_{n'}$  можно определить из соотношений (8) и (9).

Зная максимально допустимый номер высшей моды в исследуемом пучке, мы можем выписать формулу для функции комплексного пропускания фильтра, предназначенного для анализа амплитудно-фазового состава пучка в режиме реального времени:

$$T(\mathbf{u}) = \zeta_0 + \sum_{n'=1}^{N_{\text{mod}}} \zeta_{n'} \psi^*_{n'}(\mathbf{u}) \exp(i\mathbf{v}_{n'}\mathbf{u}) + \sum_{n'=1}^{N_{\text{mod}}-1} \zeta_k [\psi_k(\mathbf{u}) + \psi_{k+1}(\mathbf{u})] \exp(i\mathbf{v}_k \mathbf{u}) + \sum_{s=1}^{N-1} \zeta_s [\psi_s(\mathbf{u}) + \psi_{s+1}(\mathbf{u}) \cdot \exp(i\Delta\widetilde{\varphi})] \exp(i\nu_s \mathbf{u})$$

$$(10)$$

# 2. Аналитический расчет дифракционного оптического элемента

Найденную функцию комплексного пропускания элемента (10) (в общем случае, конечно, не являющуюся чисто фазовой) можно привести к чисто фазовой с помощью хорошо известных методов кодирования [3], основанных на введении несущей в фазу пучка, например, методом Кирка-Джонса [3,12]. На рис. 2 представлено распределение амплитуды в рабочем (нулевом) дифракционном порядке элемента, предназначенного для анализа наличия в освещающем пучке мод Гаусса-Эрмита (1,0) и Гаусса-Эрмита (0,1) в режиме реального времени. Элемент рассчитывался с помощью метода Кирка-Джонса. Моделировалось освещение элемента модой Гаусса-Эрмита (1,0). В центре –прошедший через ДОЭ "основной" пучок (мода Гаусса-Эрмита (1,0)), справа – корреляционный пик, соответствующий наличию моды Гаусса-Эрмита (1,0). Слева – область формирования корреляционного пика, соответствующего моде Гаусса-Эрмита (0,1). В центре области – нулевое значение амплитуды, соответствующее отсутствию моды Гаусса-Эрмита (0,1) в освещающем пучке. Отметим, что чем больше доля энергии, приходящаяся на основной пучок, тем больше будет дифракционная эффективность кодирования, так как дифракционная эффективность синтетической голограммы Кирка-Джонса тем больше, чем ближе амплитуда ее функции комплексного пропускания к константе [3]. В численных экспериментах, поставленных авторами, доля энергии, приходящейся на невозмущенный пучок доходила до 85%.

Тем не менее, введение несущей в фазу приводит к неизбежным энергетическим потерям, связанным

с формированием паразитных дифракционных порядков.

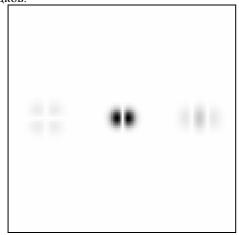


Рис.2. Результат моделирования рассчитанного ДОЭ

#### Заключение

В статье рассмотрен расчет дифракционного оптического элемента для анализа амплитуднофазового состава пучка лазерного излучения в режиме реального времени. В дальнейшем авторы предполагают построить эффективную численную процедуру расчета таких ДОЭ. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие перспективность такого подхода.

## Литература

- "In-process sampling and analysis of the far-field of a 21kW CO<sub>2</sub> laser beam "B.A. Ward in *Laser Beam Characterization*, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 53-64.
- "Diagnostic tools for laser beam characterization"
   E. A. Teppo in *Laser Beam Characterization*, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 23-30.

- 3. Soifer V.A., Golub M.A. Laser Beam Mode Selection by Computer Generated Holograms .- 1994.-CRC Press. 215 p.
- J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. And J.H. Eberly, "Diffraction-Free Beams", Physical Review Letters 58 (15), pp. 1499-1501.
- 5. Yariv A., Optical electronics, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1985.
- "Measurement of the mode content of a laser beam" Antonello Cutolo, Tommaso Isernia Rocco Pierri, Luigi Zeni in *Laser Beam Characterization*, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 263-273.
- 7. "Measurement of the mode coherence coefficients" K.-M. Du, G. Herziger, P. Loosen, F. Ruhl, Optical and Quantum Electronics, 24, (1992), S1119-S1127.
- 8. Stark H., *Image Recovery: Theory and Application*, Academic Press Inc., 1987.
- V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, L.L. Doscolovich "Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation", "Taylor&Francis Ltd.", 1997
- Golub M.A., Prokhorov A.M., Sisakian I.N., Soifer V.A. Synthesis of spatial filters for investigation of transversal modal content of coherent radiation. Quantum Electronics, 1982, V. 9, N 9. pp. 1866-1868.
- 11. В.В. Кононенко, В.И. Конов, С.М. Пименов, А.М. Прохоров, В.С. Павельев, В.А. Сойфер, *Квантовая электроника*, **26**(1), 9-10, (1999)
- 12. Kirk J.P., Jones A.L. Phase-only complex valued spatial filter. JOSA.- 1971.- Vol. 61, N 8 .- P. 1023-1028
- Laser beam characterization by means of optical correlation filters. M. Duparre, V.S. Pavelyev, B. Ludge, V.A. Soifer, R. Kowarschik Proceedings of EOS Topical Meeting in Diffractive Optics DO99, Jena, Germany 23-25 August 1999,284-285.

# Designing DOEs for real-time analysis of beam mode content

S. V. Karpeev, V. S. Pavelyev, V.A. Soifer Image Processing Systems Institute of RAS

#### Abstract

The real-time analysis of amplitude-phase characteristics of a laser beam is a relevant objective for the experimental physics and for a great number of laser applications, such as laser treatment of materials. The task of analyzing the amplitude-phase beam structure may be treated as a task of analyzing the modal composition, if it is understood as both analyzing individual modal powers and intermodal phase shifts. In this paper, the problem is tackled using a special diffractive optical element (DOE) called MODAN, matched to a group of laser radiation modes. By way of illustration, such an optical element may be implemented as a microrelief applied directly onto an optical material of the laser output window. The experimental results reported indicate that such an approach shows promise.

<u>Citation</u>: Karpeev SV, Pavelyev VS, Soifer VA. Designing DOEs for real-time analysis of beam mode content. Computer Optics 1999; 19: 84 - 87.

## References

- [1] "In-process sampling and analysis of the far-field of a 21kW CO2 laser beam "B.A. Ward in Laser Beam Characterization, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 53-64.
- [2] "Diagnostic tools for laser beam characterization" E. A. Teppo in Laser Beam Characterization, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 23-30.
- [3] Soifer V.A., Golub M.A. Laser Beam Mode Selection by Computer Generated Holograms.- 1994.-CRC Press. 215 p.
- [4] J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. And J.H. Eberly, "Diffraction-Free Beams", Physical Review Letters 58 (15), pp. 1499-1501.
- [5] Yariv A., Optical electronics, Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1985.
- [6] "Measurement of the mode content of a laser beam" Antonello Cutolo, Tommaso Isernia Rocco Pierri, Luigi Zeni in Laser Beam Characterization, P. M. Mejias, H. Weber, R. Martinez-Herrero and A. Gonzales-Urena, editors, (SEDO, Madrid, 1993), 263-273.
- [7] "Measurement of the mode coherence coefficients" K.-M. Du, G. Herziger, P. Loosen, F. Ruhl, Optical and Quantum Electronics, 24, (1992), S1119- S1127.
- [8] Stark H., Image Recovery: Theory and Application, Academic Press Inc., 1987.
- [9] V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, L.L. Doscolovich "Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation", "Taylor&Francis Ltd.", 1997
- [10] Golub M.A., Prokhorov A.M., Sisakyan I.N., Soifer V.A. Synthesis of spatial filters for investigation of transversal modal content of coherent radiation. Quantum Electronics, 1982, V. 9, N 9. pp. 1866-1868.
- [11] Kononenko VV, Konov VI, Pimenov SM, Prokhorov AM, Pavelyev VS, Soifer VA. Soviet Journal of Quantum Electronics; 1999; 26(1): 9-10
- [12] Kirk J.P., Jones A.L. Phase-only complex valued spatial filter. JOSA.- 1971.- Vol. 61, N 8 .- P. 1023-1028
- [13] Laser beam characterization by means of optical correlation filters. M. Duparre, V.S. Pavelyev, B. Ludge, V.A. Soifer, R. Kowarschik Proceedings of EOS Topical Meeting in Diffractive Optics DO99, Jena, Germany 23-25 August 1999,284-285.