

РАСЧЕТ МОМЕНТА СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ СО СТОРОНЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ГАУССОВА ПУЧКА НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ МИКРОЧАСТИЦУ

А.Г. Налимов^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,

²Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара, Россия

Аннотация

Численно исследована зависимость от угла и смещения углового орбитального момента силы, действующей со стороны цилиндрического непараксиального Гауссова пучка на цилиндрическую микрочастицу с комплексным показателем преломления. Показано, что момент силы, действующий на поглощающую частицу с эллиптическим сечением относительно центра частицы, расположенную по центру перетяжки Гауссова пучка намного меньше момента, действующего на не поглощающую частицу при тех же параметрах, а поглощающая частица с круглым сечением вращается, если ее центр смещен с оптической оси.

Введение

Актуальной задачей является контролируемое вращение микрочастиц разной природы с помощью лазерного излучения. Вращение возможно как при помощи передачи частице орбитального углового момента светового поля [2], так и за счет спинового момента поля, из-за круговой поляризации света [3]. Также можно вращать микрочастицы, если их форма не сферическая [4]. Например, в работе [5] было исследовано вращение цилиндрических объектов с эллиптическим сечением в остро-сфокусированном Гауссовом пучке. Однако не была исследована зависимость момента силы от точки, относительно которой рассчитывается момент, и момент рассчитывался только для не поглощающих диэлектрических частиц. Также было указано, что момент не зависит от точки, относительно которой он рассчитывается, что неверно для случая, когда сила, действующая на объект, равна нулю. В работе [6] приведен аналитический расчет момента силы для двулучепреломляющей сферической частицы в приближении, что размер частицы намного меньше длины волны. Измерение момента силы, как спинового, так и орбитального, рассмотрено в работе [7]. В [8] осуществлено измерение момента со стороны астигматического оптического пучка на диэлектрическую прозрачную частицу, при наблюдении за ее вращением в микроскоп. В статье [9] экспериментально изучена ориентация плоских частиц микронных размеров в линейно-поляризованном свете. В [10] рассмотрены сила и момент силы со стороны электромагнитного поля в классической теории Лоренца. В работе [11] рассмотрены два частных случая давления света в теории Лоренца на макроскопические тела. Коллективом авторов в [12] рассмотрена манипуляция лазерным излучением нано-цилиндров из стекла и показана возможность создания нано-моторов. А в [13] по вращению красных кровяных телец определялось заражение клеток малярией. В работах [14, 15] исследовано вращение круглых шариков в световых пучках с угловыми гармониками, сформированными фазовыми ДОО, и установлена скорость вращения частиц в воде под действием света.

В данной работе в отличие от [5] рассчитывается момент силы, действующий на цилиндрический не поглощающий и поглощающий микрообъекты с эллиптическим и круглым сечениями со стороны сфокусированного непараксиального Гауссова пучка. Приведен расчет момента силы в зависимости от размеров и формы области интегрирования охватывающей исследуемый микрообъект. Рассмотрен момент силы, действующий на микрообъект, расположенный в точке, где сила, действующая со стороны света равна нулю. Так же рассмотрен момент силы, действующий на микрообъект с эллиптическим сечением в стоячей волне.

1. Орбитальный угловой момент для цилиндрической микрочастицы

На рис. 1 представлена схема рассматриваемой задачи.

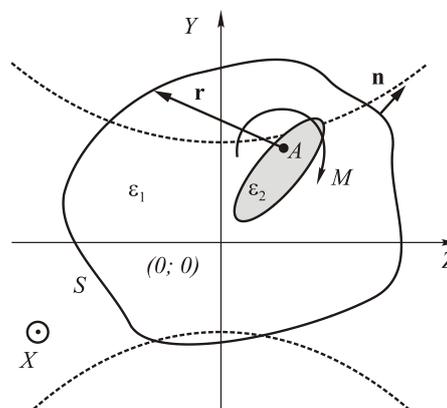


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи

Свет распространяется вдоль оси Z в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и падает на объект с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 . Тогда момент \mathbf{M} в любой точке A можно рассчитать по формуле [5]:

$$\mathbf{M} = \oint_S \left[\mathbf{r} \times (\tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n}) \right] dS, \quad (1)$$

где \mathbf{n} – нормаль к поверхности S, охватывающей рассматриваемый объект, A – точка, в которой рассчитывался момент \mathbf{M} , \mathbf{r} – радиус-вектор из точ-

ки A до поверхности интегрирования S , \tilde{T} – тензор напряжений Максвелла электромагнитного поля.

Произведение Максвелловского тензора напряжений на нормаль можно расписать в виде:

$$\begin{aligned} (\tilde{T} \cdot \mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} T_{ii} & T_{ij} & T_{ik} \\ T_{ji} & T_{jj} & T_{jk} \\ T_{ki} & T_{kj} & T_{kk} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} T_{ii}n_x + T_{ij}n_y + T_{ik}n_z \\ T_{ji}n_x + T_{jj}n_y + T_{jk}n_z \\ T_{ki}n_x + T_{kj}n_y + T_{kk}n_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times (\tilde{T} \cdot \mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} i & j & k \\ r_x & r_y & r_z \\ t_x & t_y & t_z \end{bmatrix} = \mathbf{i}(r_y t_z - r_z t_y) - \\ &- \mathbf{j}(r_x t_z - r_z t_x) + \mathbf{k}(r_x t_y - r_y t_x). \end{aligned} \quad (3)$$

Для двумерного случая (цилиндрический объект) имеет смысл момент только относительно оси X , то есть

$$M_x = \oint_S (r_y t_z - r_z t_y) dS. \quad (4)$$

Компоненты тензора напряжений Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned} T_{ik} &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_1 |\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2}{2} \delta_{ik} - \right. \\ &\left. - \varepsilon_1 E_i E_k - H_i H_k \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Так как $E_y = E_z = H_x = 0$ для ТЕ-поляризации, окончательно получим:

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{1}{4} \oint_S \left[\varepsilon_0 \varepsilon_1 |E_x|^2 + \mu \mu_0 |H_y|^2 - \mu \mu_0 |H_z|^2 \right] \times \\ &\times r_y dy - \frac{1}{2} \oint_S \mu \mu_0 \operatorname{Re} (H_z H_y^*) r_y dz - \\ &- \frac{1}{4} \oint_S \left[\varepsilon_0 \varepsilon_1 |E_x|^2 - \mu \mu_0 |H_y|^2 + \mu \mu_0 |H_z|^2 \right] r_z dz - \\ &- \frac{1}{2} \oint_S \mu \mu_0 \operatorname{Re} (H_y H_z^*) r_z dy. \end{aligned} \quad (6)$$

2. Результаты численного моделирования

Для проверки правильности формулы (6) был проведен расчет момента силы, действующего на эллиптическую микрочастицу со стороны непараксиального Гауссова пучка, при различных размерах квадратного контура интегрирования S . На рис. 2б представлен график изменения момента M_x от контура интегрирования, параметры которого указаны на рис. 2а. Падающий непараксиальный Гауссов пучок рассчитывался по формуле [16]:

$$\begin{aligned} E_x(y, z) &= \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{\xi^2}{4\sigma_0^2} + ik(y\xi + z\sqrt{1-\xi^2}) \right\} d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

где σ_0 – параметр Гауссова пучка, связанный с радиусом его перетяжки ω_0 соотношением: $\sigma_0 = \frac{1}{k\omega_0}$,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, λ – длина волны в вакууме.

Перетяжка Гауссова пучка расположена в центре координат, свет распространяется в положительном направлении вдоль оси Z . Расчет поля дифракции производился методом, описанным в [17]. Интегрирование проводилось по квадратному контуру S , число отсчетов 254×254 (рис. 2а). Это удобно тем, что не надо рассчитывать нормаль \mathbf{n} в каждой точке контура – интеграл по контуру (6) распадается на сумму интегралов, часть из которых берется по сторонам контура, параллельным оси Y , а другая часть по сторонам контура, параллельным оси Z . Мощность падающего излучения равнялась $P=100$ мВт/м, длина волны $\lambda=1$ мкм, диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon_1=1$, диэлектрическая проницаемость частицы $\varepsilon_2=2$. Точка A , относительно которой рассчитывался момент, совпадает с центром эллиптической частицы.

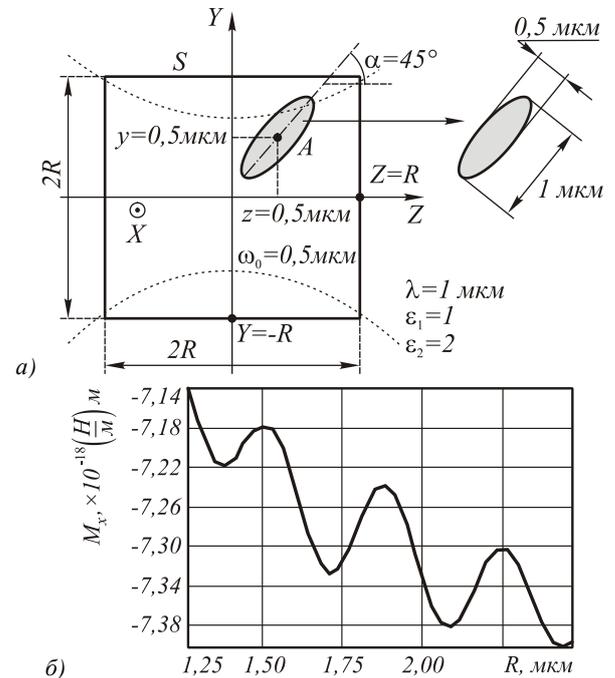


Рис. 2. Параметры расчета момента силы (а) и результаты расчета момента M_x при разных R (б)

Отметим, что момент силы \mathbf{M} измеряется в единицах $[H \cdot m]$. Однако в данном случае размерность величины M_x будет $\left[\left(\frac{H}{m} \right) \cdot m \right]$, так как сила в дву-

мерном случае в силу бесконечности длины цилиндрического объекта вдоль оси X выражается в единицах $\frac{H}{M}$ и является погонной силой на единицу длины микрообъекта.

Из рис. 2 видно, что колебания величины M_x с изменением R составляют менее 4%.

Отметим, что величина момента силы M зависит от расположения точки A , относительно которой он рассчитывается, в случае, если сила, действующая на частицу не равна нулю. Если рассчитать момент силы M_x для схемы на рис. 2a при том же расположении цилиндра, но в случае, когда точка A имеет координаты (0,25 мкм; 0,25 мкм), значение M_x будет равно $M_x = 8,8 \times 10^{-17} \left(\frac{H}{M}\right) \cdot m$.

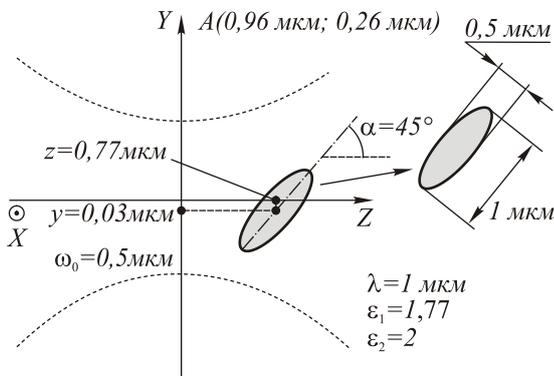


Рис. 3. Расчет момента силы при нахождении эллиптического цилиндра в точке равновесия (сила со стороны света на объект равна нулю)

На рис. 3 представлена схема расчета момента силы M_x для случая, когда сила действия света на частицу равна нулю. Эллиптический цилиндр с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2 = 2$ находится в воде с $\epsilon_1 = 1,77$.

Момент силы M_x при нахождении эллиптического цилиндра в фокусе с точкой A , расположенной в центре частицы, равен

$$M_x = 7,11 \times 10^{-18} \left(\frac{H}{M}\right) \cdot m.$$

Если сдвинуть точку наблюдения A в точку с координатами (0,96 мкм; 0,26 мкм), то момент станет равен

$$M_x = 7,13 \times 10^{-18} \left(\frac{H}{M}\right) \cdot m.$$

Таким образом, видно, что момент силы, действующий на частицу, почти не зависит от точки, относительно которой он рассчитывается, если частица находится в точке, где сила, действующая со стороны светового поля, равна нулю.

На рис. 4 приведен график зависимости момента силы M_x от угла α . Параметры моделирования та-

кие же, как на рис. 2a, но объект расположен по центру перетяжки, точка A расположена по центру объекта, больший диаметр эллипса 1,2 мкм, меньший 0,3 мкм, диэлектрическая проницаемость объекта $\epsilon_1 = 2,25$. Угол α определяется, как показано на рис. 2a (отсчитывался от оси Z против часовой стрелки).

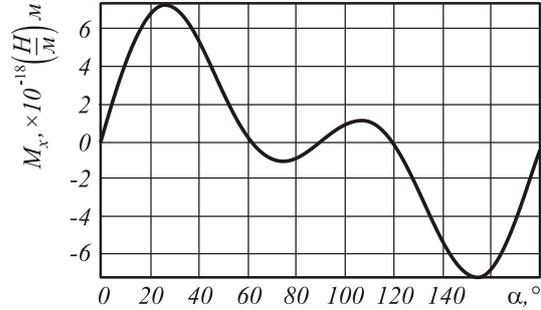


Рис. 4. Зависимости проекции на ось X момента силы M_x ,

действующего на эллиптический цилиндр в фокусе Гауссова пучка, от угла α

Из рис. 4 видно, что положения эллиптической частицы в фокусе, когда ее длинная ось расположена вдоль и поперек оптической оси, являются устойчивым равновесием ($M_x > 0$ при вращении частицы по часовой стрелке). При α , приблизительно равном 60° и 120° , существуют еще две точки неустойчивого равновесия, когда момент равен нулю. Это хорошо согласуется с данными [5], где получен аналогичный график зависимости момента силы от угла поворота частицы α .

На рис. 5 представлен график зависимости момента силы M_x от смещения L частицы круглой формы радиусом 0,25 мкм по оси Y через центр перетяжки. Точка A расположена в центре частицы $A(0;0)$, и на 0,25 мкм выше центра по оси Y . Остальные параметры те же, что и на рис. 2.

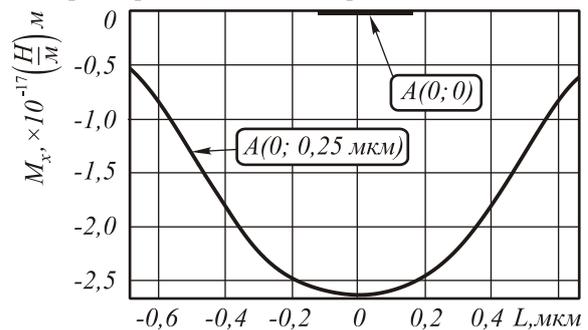


Рис. 5. Зависимость момента M_x от смещения L круглой частицы вдоль оси Y для двух положений точки A относительно центра частицы

Как видно из рис. 5, момент силы, действующий на круглую не поглощающую частицу относительно центра, равен нулю при ее смещении вдоль оси Y и изменяется при смещении точки A вверх на 0,25 мкм относительно центра частицы по оси Y . Если же в функцию, описывающую диэлектрическую прони-

чаемость частицы добавить мнимую составляющую (поглощающая частица), то момент силы на круглую частицу относительно центра будет отличаться от нуля при аналогичном рис. 5 смещении частицы. На рис. 6 приведен график зависимости момента силы, действующего на круглую частицу с $\epsilon_2 = 2 + 1i$ относительно центра частицы. Остальные параметры те же, что и при расчете графика на рис. 5.

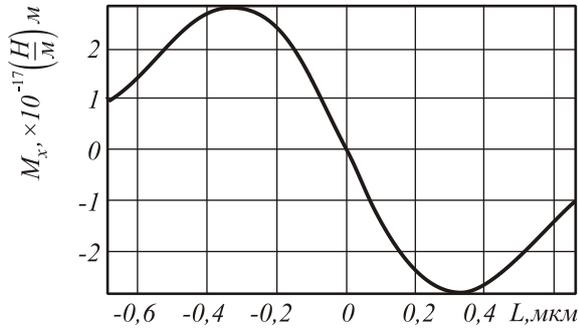


Рис. 6. Зависимость момента силы M_x от смещения L круглой поглощающей частицы ($\epsilon_2 = 2 + 1i$) вдоль оси Y относительно точки $A(0; 0)$

Как видно из рис. 6, момент силы, действующий на круглую поглощающую частицу относительно центра, не равен нулю при смещении частицы с оптической оси.

На рис. 7 представлен график зависимости момента силы M_x , действующего на эллиптическую диэлектрическую ($\epsilon_2 = 2 + 0i$) и поглощающую микрочастицу ($\epsilon_2 = 2 + 1i$), от угла поворота частицы α . Частица расположена в координатах $(0; 0,25)$ относительно перетяжки пучка, момент рассчитывался относительно центра эллипса. Остальные параметры моделирования те же, что и на рис. 2а.

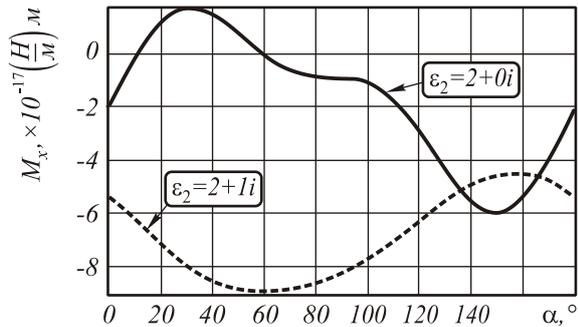


Рис. 7. Зависимость момента силы M_x на эллиптическую частицу от угла поворота частицы α

Как видно из рис. 7, при добавлении мнимой части в функцию диэлектрической проницаемости частицы увеличивается рассеивающая сила на частице, за счет чего при любом угле α момент силы отличен от нуля и направлен против часовой стрелки ($M_x < 0$).

На рис. 8а приведены результаты расчета зависимости момента M_x , действующего на эллиптическую частицу, расположенную по центру Гауссова пучка, от угла поворота α . Все параметры такие же,

как на рис. 2а, только частица взята вдвое меньше (меньший диаметр эллипса 0,25 мкм, больший 0,5 мкм), диэлектрическая проницаемость частицы взята $\epsilon_2 = 2$ и $\epsilon_2 = 2 + 1i$. На рис. 8б построен такой же график, но для двух встречных Гауссовых пучков, радиус перетяжки первого $\sigma_1 = 0,5$ мкм, второго $\sigma_2 = 0,6$ мкм, интенсивность обоих Гауссовых пучков одинакова и равна 50 мВт/м. Дифракция таких встречно направленных пучков на частице при $\alpha = 45^\circ$ приведена на рис. 6в.

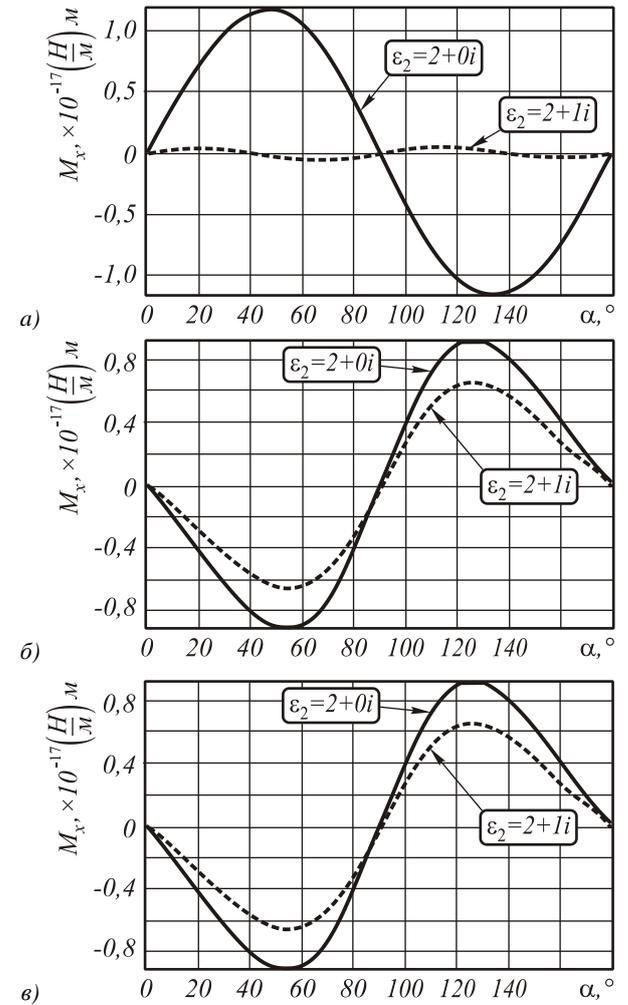


Рис. 8. Зависимость момента M_x от угла α для одного Гауссова пучка (а); зависимость момента M_x от угла α для двух встречно направленных Гауссовых пучков (б); амплитуда поля $|E_x|$ при дифракции двух встречно направленных Гауссовых пучков на эллиптической частице (в)

Как видно их рис. 8, при добавлении мнимой части в функцию диэлектрической проницаемости в случае, если цилиндр расположен в центре перетяжки одного Гауссова пучка, момент силы сильно ослабляется и имеет несколько нулевых точек. Так же видно, что положение устойчивого равновесия при добавлении второго встречно направленного Гауссова пучка будет наблюдаться при расположе-

нии большей оси эллиптической частицы вдоль оси Y , то есть эллиптическая частица стремится расположиться вдоль линии с максимумом интенсивности.

Основные результаты:

- Расчет момента M_x по формуле (6) почти не зависит от выбора контура S , колебания величины M_x при изменении размеров контура S находятся в пределах менее 4%.
- При нахождении частицы в равновесии, когда сила, действующая со стороны света, равна нулю, величина момента M_x не зависит от расположения точки, относительно которой он рассчитывается. В противном случае момент зависит от точки, относительно которой предполагается вращение частицы.
- Момент круглой не поглощающей частицы относительно центра стремится к нулю вне зависимости от падающего пучка. Момент силы, действующей на поглощающую частицу относительно центра, может быть отличным от нуля в зависимости от расположения частицы в пучке.
- В случае расположения частицы в стоячей волне, эллиптическая частица стремится расположиться вдоль поперечной линии с максимальной интенсивностью.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF RUX0-014-SA-06), а также грантов РФФИ 05-08-50298, 07-07-97601 и 07-07-97600.

Литература

1. Ashkin A., Dziedzic J.M. Science. – 1987. – Vol. 235. – P. 1517.
2. O’Neil A.T., Padgett M.J. Three-dimensional optical confinement of micron-sized metal particles and the decoupling of the spin and orbital angular momentum with an optical spanner // Opt. Commun. 2000. – Vol. 185. – P. 139–143.
3. Friese M.E.J., Nieminen T.A., Heckenberg N.R., and Rubinsztein-Dunlop H. Optical torque controlled by elliptical polarization // Opt. Lett. 1998. – Vol. 23. – P. 1–3.
4. Bayouth S., Nieminen T.A., Heckenberg N.R., and Rubinsztein-Dunlop H. Orientation of biological cells using plane-polarized Gaussian beam optical tweezers // J. Mod. Opt. 2003. – Vol. 50. – P. 1581–1590.
5. Rockstuhl C., Herzig H.P. Calculation of the torque on dielectric elliptical cylinders // Opt. Soc. Am. A., 2005. – Vol. 22. – No. 1. – P. 109–116
6. Nian J., Mengkun L., Jihao Z., Zhifang L. Radiation torque on a spherical birefringent particle in the long wave limit: analytical calculation // Opt. Express, 2005. – Vol. 13. – No. 14. – P. 5192–5204.
7. Parkin S., Knoner G., Nieminen T.A., Heckenberg N.R., Rubinsztein-Dunlop H. Measurement of the total optical angular momentum transfer in optical tweezers // Opt. Express, 2006. Vol. 14. – No. 15. – P. 6963–6970.
8. Santamato E., Sasso A., Piccirillo B. and Vella A. Optical angular momentum transfer to transparent isotropic particles using laser beam carrying zero average angular momentum // Opt. Express, 2002. – Vol. 10. – No. 17. – P. 871–878
9. Galajda P. and Ormos P. Orientation of flat particles in optical tweezers by linearly polarized light // Opt. Express, 2003. – Vol. 11. – No. 5. – P. 446–451
10. Mansuripur M. Radiation Pressure and the linear momentum of the electromagnetic field // Opt. Express, 2004. – Vol. 12. – No. 22. – P. 5375–5401.
11. Loudon R., Barnett S.M. Theory of the radiation pressure on dielectric slabs, prisms, and single surfaces // Opt. Express, 2006. Vol. 14. – No. 24. – P. 11855–11869.
12. Bonin K.D., Kourmanov B., Walker T.G. Light torque nanocontrol, nanomotors nanorockers // Opt. Express, 2002. – Vol. 10. – No. 19. – P. 984–989.
13. Dharmadhikari J.A., Roy S., Dharmadhikari A.K., Sharma S., Mathur D. Torque-generating malaria-infected red blood cells in an optical trap // Opt. Express, 2004. – Vol. 12. – No. 6. – P. 1179–1184.
14. Скиданов Р.В., Хонина С.Н., Котляр В.В., Сойфер В.А. Экспериментальное исследование движения диэлектрических шариков в световых пучках с угловыми гармониками высоких порядков // Компьютерная оптика, 2007. – В. 31. – N. 1. – С. 14–21
15. Хонина С.Н., Котляр В.В., Сойфер В.А., Скиданов Р.В. Вращение микрочастиц в световых полях // Компьютерная оптика, 2005, вып. 28, С. 5–17
16. Petersson L.E., Smith G.S. Three-dimensional electromagnetic diffraction of a Gaussian beam by a perfectly conducting half-plane // J. Opt. Soc. Am. A, 2002. – V. 19. – No.11. – P. 2265–2280.
17. Котляр В.В., Скиданов Р.В., Налимов А.Г. Метод быстрого расчета дифракции лазерного излучения на микрообъектах // Оптический журнал, 2005. – Т. 72. – № 5. – С. 55–61.

CALCULATION OF THE MOMENT OF FORCE ACTING BY A CYLINDRICAL GAUSSIAN BEAM ON A CYLINDRICAL MICROPARTICLE

A.G. Nalimov^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute of the RAS, Samara, Russia,

²Samara State Aerospace University (SSAU), Samara, Russia

Abstract:

The angle-and-displacement relationship of the orbital angular moment of force acting by a non-paraxial cylindrical Gaussian beam on a cylindrical microparticle with the complex refractive index is numerically studied. It is shown that the moment of force acting on an absorbing particle with an elliptical cross-section with respect to the center of the particle located at the center of a Gaussian beam waist is much less than the moment acting on a non-absorbing parti-

cle for the same parameters, and the absorbing particle with a circular cross-section rotates if its center is shifted from an optical axis.

Keywords: moment of light force, cylindrical microparticle, Gaussian beam

Citation: Nalimov AG, Kotlyar VV. Calculation of the moment of force acting by cylindrical Gaussian beam on a cylindrical microparticle [In Russian]. *Computer Optics* 2007; 31(2): 16-20.

Acknowledgements: The work was partly supported by the Russian-American Basic Research and Higher Education Program (grant CRDF RUX0- 014-SA-06) and by the RFBR grants Nos. 05-08-50298, 07-07-97601 and 07-07-97600.

References:

- [1] Ashkin A, Dziedzic JM. *Science* 1987; 235: 1517.
- [2] O'Neil AT, Padgett MJ. Three-dimensional optical confinement of micron-sized metal particles and the decoupling of the spin and orbital angular momentum with an optical spanner. *Opt. Commun.* 2000; 185: 139–143.
- [3] Friese MEJ, Nieminen TA, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Optical torque controlled by elliptical polarization. *Opt. Lett.* 1998; 23: 1–3.
- [4] Bayouh S, Nieminen TA, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Orientation of biological cells using plane-polarized Gaussian beam optical tweezers. *J. Mod. Opt.* 2003; 50: 1581–1590.
- [5] Rockstuhl C, Herzig HP. Calculation of the torque on dielectric elliptical cylinders. *Opt. Soc. Am. A* 2005; 22(1): 109-116.
- [6] Nian J, Mengkun L, Jihao Z, Zhifang L. Radiation torque on a spherical birefringent particle in the long wave limit: analytical calculation. *Opt. Express* 2005; 13(14): 5192-5204.
- [7] Parkin S, Knoner G, Nieminen TA, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Measurement of the total optical angular momentum transfer in optical tweezers. *Opt. Express* 2006; 14(15): 6963-6970.
- [8] Santamato E, Sasso A, Piccirillo B, Vella A. Optical angular momentum transfer to transparent isotropic particles using laser beam carrying zero average angular momentum. *Opt. Express* 2002; 10(17): 871-878.
- [9] Galajda P, Ormos P. Orientation of flat particles in optical tweezers by linearly polarized light. *Opt. Express* 2003; 11(5): 446-451.
- [10] Mansuripur M. Radiation Pressure and the linear momentum of the electromagnetic field. *Opt. Express* 2004; 12(22): 5375-5401.
- [11] Loudon R, Barnett SM. Theory of the radiation pressure on dielectric slabs, prisms, and single surfaces. *Opt. Express* 2006; 14(24): 11855-11869.
- [12] Bonin KD, Kourmanov B, Walker TG. Light torque nanocontrol, nanomotors nanorockers. *Opt. Express* 2002; 10(19): 984-989.
- [13] Dharmadhikari JA, Roy S, Dharmadhikari AK, Sharma S, Mathur D. Torque-generating malaria-infected red blood cells in an optical trap. *Opt. Express* 2004; 12(6): 1179-1184.
- [14] Skidanov RV, Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA. Experimental research of movement of dielectric spheres in light beams with angular harmonics of high orders [In Russian]. *Computer Optics* 2007; 31(1): 14-21.
- [15] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Skidanov RV. Rotation of microparticles in light fields [In Russian]. *Computer Optics* 2005; 28: 5-17.
- [16] Petersson LE, Smith GS. Three-dimensional electromagnetic diffraction of a Gaussian beam by a perfectly conducting half-plane. *J. Opt. Soc. Am. A* 2002; 19(11): 2265-2280.
- [17] Kotlyar VV, Skidanov RV, Nalimov AG. Method for rapidly calculating the diffraction of laser radiation at microscopic objects [In Russian]. *Journal of Optical Technology* 2005; 72(5): 55-61.