# ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ВОЛОКОННЫЕ ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ СЕЛЕКТИВНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД

А.В. Гаврилов<sup>1,2</sup>, В.С. Павельев<sup>1,2</sup>, В.А. Сойфер<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия, <sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

#### Аннотация

Рассматриваются волоконные датчики давления, основанные на анализе распространения мод высоких порядков. Предлагается интегральная реализация такого датчика, содержащая в виде микрорельефа на торце волокна фазовый элемент для возбуждения заданной моды и не требующая анализа поперечно-модового состава пучка на выходе из волокна. Приведены результаты численных экспериментов по исследованию возбуждения волокна с помощью микрорельефа на торце и прохождения полученных пучков через волокно с микроизгибом. Полученные результаты подтверждают возможность создания интегральных датчиков давления на основе селективного возбуждения мод.

<u>Ключевые слова</u>: волоконные датчики, селекция поперечных мод, дифракционный микрорельеф.

#### Введение

Важное место среди волоконных датчиков [1] занимают датчики давления, основанные на измерении характеристик светового потока после его прохождения через оптическое волокно с возникающим вследствие давления микроизгибом. Наиболее простыми являются датчики, измеряющие общий световой поток, однако они обладают недостатком – относительно низкой чувствительностью.

Наиболее перспективным способом повышения чувствительности датчиков представляется селективное измерение мощностей мод в зависимости от микроизгиба [2]. Ранее были рассмотрены датчики, основанные на селективном измерении мощностей поперечных мод градиентного [2] и ступенчатого волокна [3] в зависимости от величины микроизгиба. Было показано, что такой подход позволяет повысить чувствительность в 4-8 раз. Однако применение дифракционных оптических элементов (ДОЭ) [2-5] для селективного возбуждения мод и измерения поперечномодового состава волноводного излучения делает конструкцию датчиков более громоздкой и требует решения нетривиальной задачи совмещения оптических осей оптических элементов и волновода.

Развитие микро- и нанотехнологий позволяет подойти к решению данной проблемы с другой стороны, а именно реализовывать фазовый элемент, формирующий необходимую моду, в виде рельефа непосредственно на торце волокна [6]. Такой подход делает возможным создание датчиков, реализованных в виде интегрального элемента [7].

Данная работа посвящена исследованию возможности реализации интегральных волоконных датчиков давления, обладающих улучшенными эксплуатационными и техническими характеристиками.

#### 1. Интегральные волоконные датчики давления

Существенным недостатком датчиков, основанных на измерении общего светового потока, является их относительно низкая чувствительность. В частности,

это связано с тем, что не учитываются изменения модового состава распространяющегося пучка, а одним из основных эффектов прохождения пучка через деформированное волокно является перераспределение энергии между модами (в т.ч. каналируемыми).

Было теоретически показано [8] и экспериментально подтверждено [2, 3], что моды высоких порядков более чувствительны к неоднородностям в волокне, в том числе к микроизгибам. Этот факт делает возможным создание более чувствительных датчиков, основанных на возбуждении в волокне заданной моды и анализе поперечно-модового состава излучения на выходе из волокна.

При таком подходе, однако, возникает проблема возбуждения заданной моды. Ранее для решения этой задачи предлагалось использовать ДОЭ специального вида – моданы [9, 10]. Для анализа излучения на выходе также предлагалось использовать ДОЭ, согласованный с заданной модой. Общая структурная схема датчика с селекцией мод на основе ДОЭ приведена на рис. 1.



на основе ДОЭ Такие датчики показали более высокую чувстви-

тельность [3], однако они обладают рядом существенных технологических недостатков: сложность обеспечения необходимого взаиморасположения ДОЭ и волокна, увеличение общих размеров устройства, сложность анализа распределения интенсивности в корреляционном поле анализирующего модана [3].

Часть этих проблем может быть решена путем создания датчика в интегральном исполнении, в котором фазовые элементы реализованы непосредственно на торцах волокна: это позволит избежать необходимости юстировки ДОЭ и уменьшит размеры устройства.

Кроме того, в случае использования мод, порядок которых близок к числу отсечки волокна, отпадает необходимость анализа поперечномодового состава излучения после прохождения микроизгиба, поскольку лишь незначительная часть энергии будет перераспределяться в моды более низких порядков.

Таким образом, представляется возможным создание высокочувствительных интегральных датчиков, включающих элемент возбуждения заданных мод и не требующих корреляционного анализа выходного излучения. Общая структурная схема такого датчика приведена на рис. 2.





При этом возникает задача исследования характеристик пучка, формируемого с помощью микрорельефа на торце, а также исследования прохождения таких пучков через волокно с микроизгибом. Разделы 2 и 3 содержат описание использованной математической модели и порядка постановки численных экспериментов, раздел 4 посвящен исследованию характеристик возбуждаемых пучков, а в разделе 5 приведены исследования зависимости общей мощности пучка и мощности конкретных мод от величины прогиба волокна.

# 2. Моделирование датчика, основанного на микроизгибе оптического волокна

Ранее было показано [11], что с точки зрения применения в датчиках, ступенчатое волокно более перспективно, чем градиентное. Поэтому для моделирования было выбрано волокно Corning Glass SMF 28 ( $n_{core} = 1,4619$ ,  $n_{cladding} = 1,457$ , d = 8,3 мкm), которое для длины волны  $\lambda$ =0.63 мкм является маломодовым [12].

В ходе моделирования предполагалось, что торец волокна с нанесенным на него микрорельефом освещается гауссовым пучком. Рассматривались фазовые функции микрорельефов (введем это понятие по аналогии с фазовой функцией ДОЭ, т.е. функция  $\phi(x, y)$  описывает набег фазы в точке (x, y), возникающий при прохождении пучка через микрорельеф [6]), аналогичные фазовым функциям ДОЭ, использованными ранее [2, 3]. Высоту микрорельефа h(x, y) можно рассчитать по следующей формуле:

$$h(x, y) = \frac{\varphi(x, y)\lambda}{2\pi(n_{core} - 1)}$$

где  $n_{core}$  – показатель преломления сердечника волокна,  $\lambda$  – длина волны,  $\phi(x, y)$  – фазовая функция.

Также считалось, что микроизгиб при этом находится достаточно далеко от торца, чтобы возникающие в процессе прохождения через микрорельеф неканалируемые моды высоких порядков успели покинуть волокно.

Сам микроизгиб рассматривался в виде фрагмента волокна, центральная линия которого в декартовой системе координат описывается уравнением

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) = \frac{3hx}{L^3} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y(x)\right)^2},$$

где h – величина прогиба, а L – длина участка микроизгиба [13]. В проводившихся вычислительных экспериментах брались различные значения h, а L бралось равным 1 мм (по аналогии с оптическим экспериментом [3]).

После микроизгиба рассматривался прямой участок волокна длиной 1 мм, на котором в ходе распространения покидали волокно неканалируемые моды высоких порядков, возникающие при прохождении микроизгиба.

В связи с существенным объемом пространства, в котором рассматривалось распространение, в качестве метода моделирования был выбран метод распространяющегося пучка (Beam Propagation Method, BPM) [14, 15], основанный на численном решении однонаправленного уравнения Гельмгольца.

Основным направлением распространения считалась ось z, микроизгиб лежал в плоскости xz. Расчет велся в приближении квази-ТЕ-волны (рассматривалась компонента  $E_y$ ). В такой постановке задачи рассматриваемая модель не противоречит ограничениям метода.

Расчет распространения через микрорельеф велся в приближении тонкого оптического элемента [16], без применения ВРМ. Полученные таким образом поля использовались в качестве начальных данных при расчете методом ВРМ.

В силу малых величин микроизгиба не учитывалось явление оптической упругости, показатели преломления сердечника и подложки считались неизменными.

Такая модель в целом достаточно близко описывает процессы в предлагаемом датчике.

# 3. Описание численных экспериментов

В качестве конкретной реализации ВРМ использовалась конечно-разностная версия FD-BPM [17], реализованная в программном пакете OlympIOs v5.2 компании Concept To Volume [18].

Моделирование поводилось в три этапа.

На первом этапе исследовались характеристики возбуждения мод, отличных от фундаментальной. Для этого моделировалось распространение пучка через микрорельеф (в приближении тонкого оптического элемента), после чего полученное поле использовалось в качестве начальных условий для решения задачи распространения в прямом участке волокна длиной 1 мм. При этом по мере распространения через каждые 50 мкм вычислялись значения интеграла перекрытия для каналируемых мод волокна. Сами моды при этом задавались численно.

На втором этапе полученные таким образом поля использовались как начальные условия для задачи распространения в микроизгибе. В ходе решения этой задачи на участке после микроизгиба отсекалась часть светового потока, распространяющаяся под углом к оси волновода вне сердечника и ближайшего к нему пространства (как выходящая из волокна).

На третьем этапе оставшийся световой поток рассматривался как распространяющийся в прямом участке волновода длиной 1 мм. На этом участке также исследовались энергетические характеристики и модовый состав излучения.

Данные три этапа позволяют моделировать распространение излучения во всех важных фрагментах моделируемого датчика.

# 4. Исследование возбуждения мод ступенчатого волокна с помощью микрорельефа на торце

Для определения наиболее эффективного радиуса перетяжки входного гауссова пучка сначала был промоделирован процесс ввода излучения в волокно, не имеющее микрорельефа на торце. Численный эксперимент показал, что достаточно высокая (около 99%) эффективность возбуждения достигается при значении радиуса перетяжки пучка  $\sigma = 3,46$  мкм. Амплитуда и фаза пучка в сечении сердечника волокна приведены на рис. 3.



Рис. 3. Результат введения излучения без микрорельефа на торце: а) амплитуда и б) фаза

Далее был промоделирован процесс распространения в волокне излучения, полученного при прохождении гауссова пучка с тем же значением радиуса через микрорельеф на торце, приведенный на рис. 4*a*. Амплитуда и фаза пучка, распространяющегося в волокне после выхода неканалируемых мод, приведены на рис. 4*в*, *г*. Также была рассчитана общая мощность пучка в зависимости от расстояния от торца с нанесенным микрорельефом (рис. 5). За 1 принималась мощность освещающего пучка в плоскости торца.



Рис. 4. Возбуждение волокна с нанесенным на торец микрорельефом: а) схематичное изображение торца с микрорельефом, б) фазовая функция микрорельефа в области сердечника (черный соответствует 0, белый – π), в) амплитуда и г) фаза пучка в области сердечника





Анализ данных на рис. 5 показывает, что дистанция, требуемая для выхода из волокна (точнее, из области сердечника) неканалируемых мод, составляет примерно 450 мкм (отмечено на рисунке серым цветом). Далее мощность возбужденного пучка почти не изменяется. Таким образом, мощность пучка после выхода неканалируемых мод составляет около 73% от мощности освещающего пучка, причем на моду LP-11 приходится примерно 90% энергии каналируемого пучка. Остальная энергия при этом в основном переносится каналируемыми модами более высокого порядка. Именно их присутствие и объясняет некоторую асимметрию, явно видимую на рис. 46, г. Рассмотрение распределения амплитуды в динамике распространения в волокне также выявляет наличие небольших осцилляций, объясняемых присутствием высших мод.

Аналогичный численный эксперимент был проведен для микрорельефа, схематично изображенного на рис. 6*a*. Результаты этого эксперимента показаны на рис. 6*b*, *c* и рис. 7.

В связи с тем, что возбуждалась мода более высокого порядка по сравнению с модой LP-11, уменьшилась длина участка «смешанного» распространения в области сердечника каналируемых и неканалируемых мод (она составила около 250 мкм) и уменьшилась эффективность возбуждения (до 55%). При этом доля моды LP-21 в пучке после выхода неканалируемых мод составила примерно 93%.



Рис. 6. Возбуждение волокна с нанесенным на торец микрорельефом: а) схематичное изображение торца с микрорельефом, б) фазовая функция микрорельефа в области сердечника (черный соответствует 0, белый – π), в) амплитуда и г) фаза пучка в области сердечника после выхода неканалируемых мод





Таким образом, возбуждение мод высоких порядков с помощью микрорельефа на торце позволяет добиться довольно высокой эффективности возбуждения (правда, вполне закономерно падающей с ростом порядка возбуждаемой моды) при достаточно малых размерах устройства (измеряемых в сотнях микрон). Содержание возбуждаемых мод в результирующем излучении достаточно высоко, что вполне позволяет применять такой подход в случаях, когда требуется возбудить моду высокого порядка, в частности, в волоконных датчиках.

## 5. Исследование влияния микроизгиба на характеристики распространяющегося излучения

Для каждого из полученных ранее пучков было проведено моделирование распространения в волокне с микроизгибом. При этом определялись мощность излучения после микроизгиба и его поперечно-модовый состав, а величина микроизгиба варьировалась. Результаты экспериментов приведены на рис. 8, за 1 принята мощность до участка с микроизгибом.



Рис. 8. Зависимость мощности излучения после прохождения микроизгиба (общая мощность (—) и мощность моды (- -)) от величины микроизгиба для возбуждения а) без микрорельефа (основная мода) и б) с микрорельефом на входном торце волокна 4a (мода LP-11)

Анализ полученных зависимостей показывает, что даже в случае использования мод высоких порядков основная часть мощности переносится заданной модой. Действительно, графики общей мощности и мощности базовой моды повторяют характер друг друга. Различие между ними легко объясняется процессом возбуждения мод более высоких порядков при прохождении через микроизгиб, а для моды LP-11 – наличием паразитных мод низких порядков, возникших в процессе возбуждения с помощью микрорельефа. Таким образом, при использовании мод высоких порядков величину прогиба волокна можно характеризовать, анализируя лишь интегральный световой поток на выходе из волокна. Это подтверждает возможность построения датчика давления, основанного на применении мод высоких порядков и не требующего анализа поперечно-модового состава на выходе из волокна.

Также нетрудно заметить, что для фундаментальной моды потери энергии при прохождении микроизгиба сравнительно малы даже при существенных значениях глубины прогиба. В свою очередь мода LP-11 показывает большую чувствительность. Этот факт объясняется высоким порядком моды (и, следовательно, большей ее чувствительностью к изменениям характеристик волокна).

Аналогичный эксперимент для моды LP-21 показал, что применение ее для построения датчиков может быть затруднительно в силу ее близости к числу отсечки: внесение даже малых искажений профиля волокна (порядка шага дискретизации при конечно-разностном решении) приводило к излучению из волокна более 95% энергии. Более перспективным представляется использование моды LP-11: анализ рис. 86 показывает, что данная мода достаточно чувствительна, а потери мощности пучка на излучение при прохождении микроизгиба являются приемлемыми (в отличие от моды LP-21). Таким образом, применение моды LP-11 даст возможность создавать датчики, позволяющие проводить измерения с высокой точностью в диапазоне значений 10-40 мкм, отличном от диапазона датчиков, основанных на применении фундаментальной моды.

Также следует отметить качественное совпадение результатов численного эксперимента для фундаментальной моды и моды LP-11 с результатами оптического эксперимента [3]. Действительно, несмотря на принятые в ходе численного моделирования допущения, диапазоны изменения мощностей в целом совпадают с экспериментальными данными.

### Заключение

Проведенные численные эксперименты показали достаточно высокую эффективность возбуждения мод высоких порядков в маломодовом ступенчатом волокне с помощью микрорельефов на торце волокна. Расстояние, требуемое для выхода неканалируемых мод, при этом довольно мало, а процент энергии, приходящейся на возбуждаемую моду, высок, что позволяет создавать миниатюрные элементы для возбуждения мод.

Моделирование распространения в волокне с микроизгибом подтвердило, что чувствительность возбужденных таким образом пучков к неоднородностям вида микроизгиба характеризуется порядком возбуждаемой моды. Кроме того, для мод высокого порядка была показана принципиальная возможность анализа величины прогиба без анализа поперечно-модового состава.

Полученные результаты позволяют утверждать возможность создания интегральных датчиков давления, включающих в себя элементы возбуждения мод высокого порядка, а также не требующих анализа поперечно-модового состава на выходе из волокна.

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке российскоамериканской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (RUXO-014-SA-06), РФФИ (гранты №07-02-12134, №06-08-01024, №07-07-00210) и грантов Президента РФ № НШ-3086.2008.9 и № МД-5303.2007.9

## Литература

 Kersey, A.D. A review of recent developments in fiber optic sensor technology/ A.D Kersey // Optical fiber technology, 1996. – Vol. 2, N 3. – PP. 291-317.

- Golub, M.A., Mode-selective fiber sensor operating with computer generated optical elements / M.A.Golub [and other], // SPIE Proceedings, 1991. – Vol. 1572. – PP. 101-106.
- Karpeev, S.V. Fibre sensors based on transverse mode selection / S.V.Karpeev [and other], // Journal of Modern Optics, 2007. – Vol. 54, N. 6. – P.P. 833-844.
- Garitchev, V.P. et al. Experimental investigation of mode coupling in a multimode graded-index fiber, caused by periodic microbends using computergenerated spatial filters / V.P.Garitchev [and other],// Optics Communication, 1985. – Vol. 55, N 6. – PP. 403-405.
- 5. **Soifer, V.A.,** Laser beam mode selection by computer generated holograms / V.A.Soifer [and other],// CRC Press, 1994.
- Pavelyev, V.S. Design of on-fiber diffractive microrelief for efficient graded-index fiber excitation / V.S. Pavelyev [and other],// Optical Memory & Neural Networks (Information Optics), 2007. – Vol. 16, N 3. – PP. 159-166.
- Волоконно-оптический датчик охранной сигнализации / С.В. Карпеев, Н.Л. Казанский, В.С. Павельев, В.А. Сойфер // Патент РФ на полезную модель N 70390, 2006.
- Krivoshlykov, S.G. Functional Abilities and Sensitivity of Sensors Based on Multimode Gradient Fibres / S.G. Krivoshlykov, I.N. Sisakian //Quantum Electronics, 1987. – Vol. 14, N 3. – PP. 481-491.
- Голуб, М.А. Синтез пространственных фильтров для исследования поперечно-модового состава когерентного излучения / М.А. Голуб [и др.]// Квантовая электроника, 1982. – Т. 9 № 9. – С. 1866-1868.
- Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements // Edited by Victor A. Soifer – John Wiley & Sons, Inc. New York, USA, 2002.
- Karpeyev, S.V. DOE-aided analysis and generation of transverse coherent light modes in a stepped-index optical fiber / S.V. Karpeyev [and other] // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2003. – Vol. 12, N 1. – PP. 27-34.
- Gavrilov, A.V. Selective excitation of step-index fiber modes / A.V. Gavrilov [and other] // SPIE Proceedings, 2006. – Vol. 6605. – PP. 660508-1–660508-6.
- Уваров, Г.В. Волоконно-оптические преобразователи на основе разделения поперечных мод // дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук, Куйбышев, 1988.
- Okoshi, T. Chapter 10. The Beam Propagation Method / T.Okoshi, S.Kitazawa // Analysis methods for electromagnetic wave problems. Editor E. Yamashita, Artech House, 1990.
- Lu, Y.Y. Some Techniques for Computing Wave Propagation in Optical Waveguides/ Lu Y.Y. // Communications in Computational Physics, 2006. – Vol. 1. – PP. 1056-1075.
- Методы компьютерной оптики // под ред. В.А. Сойфера, М.: Физматлит, 2003.
- Huang, W. The Finite-Difference Vector Beam Propagation Method: Analysis and Assessment / W.Huang [and other] // J. of Lightwave Technology, 1992. Vol. 10 (3).
- Stoffer, R. New true fourth-order accurate scalar beam propagation methods for both TE ans TM polarizations/ R. Stoffer [and other] // Optical and Quantum Electronics, 2000. – Vol. 32.

# INTEGRATED PRESSURE FIBER SENSORS BASED ON TRANSVERSE MODES SELECTIVE EXCITATION

A.V. Gavrilov<sup>1,2</sup>, V.S. Pavelyev<sup>1,2</sup>, V.A. Soifer<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of the RAS, Samara, Russia, <sup>2</sup>S.P. Korolyov Samara State Aerospace University, Samara, Russia

#### Abstract

Pressure fiber sensors, based on higher modes propagation analysis, are under discussion. An integrated realization of such sensors is proposed, which includes phase element as an on-fiber microrelief for prescribed mode excitation and doesn't require mode content analysis of output beam. Numerical investigations of fiber excitation (using on-fiber microrelief) and beam propagation in fiber with microbending are described and results are given, that prove the possibility of making integrated pressure fiber sensors based on transverse modes selective excitation.

Key words: fiber sensors, transverse modes selection, diffractive microrelief.

<u>Citation</u>: Gavrilov AV, Pavelyev VS, Soifer VA. IntegraTED pressure fiber sensors based on transverse modes selective excitation. Computer Optics 2008; 32(3): 175-9.

<u>Acknowledgements</u>: The work was supported by the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (RUXO-014-SA-06), RFFI (grants №07-02-12134, №06-08-01024, №07-07-00210) and grants of the President of the Russian Federation number NS-3086.2008.9 and number MD-5303.2007.9.

### References

- [1] Kersey AD. A review of recent developments in fiber optic sensor technology. Optical fiber technology 1996; 2(3): 291-317.
- [2] Golub MA, Sisakian IN, Soifer VA, Uvarov GV. Mode-selective fiber sensor operating with computer-generated optical elements. SPIE Proceedings 1991; 1572: 101-106.
- [3] Karpeev SV, Pavelyev VS, Khonina SN, Kazanskiy NL, Gavrilov AV, Eropolov VA. Fibre sensors based on transverse mode selection. Journal of Modern Optics 2007; 54(6): 833-844.
- [4] Garitchev VP, Golub MA, Karpeev SV, Krivoshlykov SG, Petrov NI, Sissakian IN, Soifer VA, Haubenreisser W, Jahn J-U, Willsch R. Experimental investigation of mode coupling in a multimode graded-index fiber, caused by periodic microbends using computer-generated spatial filters. Optics Communication 1985; 55(6): 403-405.
- [5] Soifer VA, Golub MA. Laser beam mode selection by computer generated holograms. CRC Press, 1994; 224 p.
- [6] Pavelyev VS, Karpeev SV, Gavrilov AV, Soifer V A, Palagushkin AN, Prokopenko SA. Design of on-fiber diffractive microrelief for efficient graded-index fiber mode excitation. Optical Memory & Neural Networks (Information Optics) 2007; 16(3): 159-166.
- [7] Karpeev SV, Kazanskiy NL, Pavelyev VS, Soifer AV. Fiber-Optic Intrusion Sensors. Useful model patent No. 70390, 2006.
- [8] Krivoshlykov SG, Sisakian IN. Functional Abilities and Sensitivity of Sensors Based on Multimode Gradient Fibres. Quantum Electronics 1987; 14(3): 481-491.
- [9] Golub MA, Prokhorov AM, Sisakyan IN, Soifer VA. Synthesis of spatial filters for investigation of the transverse mode composition of coherent radiation. [In Russian]. Quantum Electronics 1982; 12(9): 1208-1210.
- [10] Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements. Edited by Victor A. Soifer. John Wiley & Sons, Inc. New York, USA, 2002.
- [11] Karpeyev SV, Pavelyev VS, Duparr M, Luedge B, Rockstuhl C, Schroeter S. DOE-aided analysis and generation of transverse coherent light modes in a stepped-index optical fiber. Optical Memory and Neural Networks (Information Optics) 2003; 12(1): 27-34.
- [12] Gavrilov AV, Karpeev SV, Kazanskiy NL, Pavelyev VS, Duparre M, Luedge B, Schroeter S. Selective excitation of step-index fiber modes. Proceedings of SPIE 2006; 6605: 660508.
- [13] Uvarov GV. Fiber-optic converters based on transverse mode selection. Ph.D. Thesis in Engineering Science [In Russian]. Kuibyshev, 1988.
- [14] Okoshi T, Kitazawa S. Chapter 10. The Beam Propagation Method. Analysis methods for electromagnetic wave problems. Artech House, 1990.
- [15] Lu YY. Some Techniques for Computing Wave Propagation in Optical Waveguides. Communications in Computational Physics 2006; 1: 1056-1075.
- [16] Soifer VA, ed. Methods of Computer Optics [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2003.
- [17] Huang W. The Finite-Difference Vector Beam Propagation Method: Analysis and Assessment. J. of Lightwave Technology 1992; 10(3).
- [18] Stoffer R. New true fourth-order accurate scalar beam propagation methods for both TE ans TM polarizations. Optical and Quantum Electronics 2000; 32.