

## ПРОСТОЙ СПОСОБ ЭФФЕКТИВНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ БЕЗДИФРАКЦИОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

С.Н. Хонина

Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН,  
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

### Аннотация

Предложен простой в реализации энергетически эффективный способ формирования различных бездифракционных лазерных пучков, основанный на диафрагмировании вихревого кольцевого пространственного спектра, созданного фазовым дифракционным оптическим элементом или пространственным модулятором света.

**Ключевые слова:** бездифракционные лазерные пучки, решения уравнения Гельмгольца, разложение по плоским волнам, пространственный спектр, спиральная фазовая пластинка, дифракционный аксикон.

### Введение

Бездифракционные пучки привлекают повышенное внимание исследователей в связи особыми свойствами:

1) сохранение амплитудного и фазового (с точностью до набега) распределения при распространении, т.е. «сопротивление» дифракционному воздействию - распылению и разрушению;

2) компактная концентрация энергии в центральной части;

3) быстрое восстановление пучка после прохождения им препятствия, соизмеримого со световым пятном максимальной энергии, определяющим эффективное использование таких пучков в различных приложениях.

Бездифракционные пучки имеют бесконечную протяженность и энергию. Поэтому при физической реализации возможно формирование только апертурно-ограниченной аппроксимации, которая, тем не менее, обладает всеми перечисленными свойствами на большом отрезке распространения (пропорциональном размеру ограничивающей апертуры), являясь на этом отрезке практически бездифракционной. Таким образом, за особые свойства бездифракционных пучков приходится расплачиваться широкой поперечной протяженностью - принцип неопределенности хорошо демонстрирует сочетание достоинств и недостатков бездифракционных пучков.

Самыми известными среди бездифракционных пучков являются моды Бесселя – решение уравнения Гельмгольца в цилиндрических координатах [1-4]. Также недавно в оптическом сообществе были рассмотрены пучки Матье для эллиптической системы координат [5] и параболические – в параболической системе координат [6]. Так как все эти решения физически реализуемы только в «локализованном» варианте, т.е. ограниченные апертурой или гауссовым распределением (последний вариант очень удобен как для аналитических выкладок, так и для реализации), то были введены обобщающие пучки Гельмгольца-Гаусса [7, 8].

Повышенный интерес к разработке новых по сравнению с бесселевыми решений волнового уравнения связан с огромным успехом бездифракционных пучков в различных приложениях.

Значительное увеличение расстояния компактной концентрации пучка (увеличение глубины, протяженности фокуса) у Бесселевых пучков по сравнению с Гауссовыми используется:

- при выравнивании и измерении прямолинейности на очень больших расстояниях [9], при этом бездифракционные пучки демонстрируют гораздо меньшую чувствительность к атмосферной турбулентности, чем другие типы пучков [10];

- при формировании изображений протяженных или движущихся объектов, что особенно актуально в медицине [11-13], а также для неразрушающего исследования материалов [14] и устройств [15]. Возможно измерение скорости движущегося предмета на основе эффекта Доплера: т.к. пучок инвариантно протяженный, то измерения параметров движущегося предмета не будут меняться из-за изменения распределения ультразвукового пучка [16];

- в метрологии для сканирующих [17] и интерференционных [18, 19] оптических систем;

- при формировании потока гамма-лучей, который зависит от расстояния взаимодействия фотонного и электронного пучков [20].

Сочетание первого и третьего свойств было успешно использовано для одновременного захвата и манипулирования несколькими микрообъектами, разделенными небольшим расстоянием вдоль оси распространения пучка [21, 22]. Также бездифракционные пучки перспективны для создания оптического потенциала при направлении движения атомов [23, 24] и различных операций в биофотонике [25, 26].

Формирование бездифракционных пучков исторически часто начиналось со спектра, который, как правило, имеет очень компактный вид: т.к. бездифракционные пучки имеют бесконечную поперечную протяженность, то их спектр стремится к дельта-функции. Примерами могут служить плоские и бесселевы моды: именно с помощью кольцевой щели в спектральной плоскости был физически реализован в схеме Durnip'a бесселевый пучок нулевого порядка [27].

Такая схема является малоэффективной, т.к. через узкую кольцевую щель в экране проходит лишь незначительная часть энергии падающего пучка. Формирование бесселевых пучков с помощью акси-

конов [28] или дифракционных оптических элементов (ДОО) [29-31] энергетически значительно выгоднее. Известны также схемы генерации бесселевых пучков с помощью интерферометров [32] и резонаторов [33], но такие установки более сложны в исполнении.

ДОО по сравнению с рефракционными оптическими элементами больше подвержены хроматическим aberrациям, но имеют принципиальное преимущество при формировании монохроматических полей любой сложности. Кроме аксикона, для генерации пучков с углубленным фокусом рассматривались еще логарифмические аксиконы [34] и аксиллинзы [35], но их изготовление сопровождается проблемами, возникающими при производстве любых нестандартных элементов рефракционной оптики.

Изготовление ДОО, имеющих даже самый замысловатый микрорельеф, в настоящее время существенно упростилось (особенно если этот рельеф бинарный), однако для формирования каждого отдельного типа бездифракционного пучка нужен отдельный элемент. Кроме того, производство многоградационных ДОО все еще несовершенно. Поэтому часто для синтеза рассчитанного на компьютере микрорельефа используют пространственные модуляторы света (ПМС). Известны работы, в которых различные типы ограниченно-бездифракционных пучков формировались с помощью модуляторов света [36, 37].

При всех своих достоинствах ПМС имеют более низкую, чем ДОО энергетическую эффективность и недостаточное для многих приложений разрешение. В частности, использование существующих на данный момент динамических дисплеев в задачах оптического манипулирования микрообъектами возможно только с мощными лазерами.

В данной работе предлагается простая энергетически эффективная схема формирования различных типов бездифракционных лазерных пучков с помощью частичного диафрагмирования пространственного спектра, полученного от одного фазового ДОО или ПМС.

### 1. Спектр ограниченных бездифракционных пучков

Можно показать, что любое световое поле  $f(x, y, z)$ , распространяющееся в свободном пространстве и представленное через разложение по плоским волнам:

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &= \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) = \\ &= \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] = \\ &= \exp\left[ik_x x + ik_y y + iz\sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}\right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k_x, k_y$  - проекции волнового вектора  $\mathbf{k}$  ( $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  - длина волны) на соответствующие координатные оси, связано с исходным распределением  $f_0(x, y) = f(x, y, z = 0)$  следующим соотношением:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} f_0(u, v) \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left(iz\sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}\right) \times \right. \\ &\times \left. \exp\left[ik_x(x-u) + ik_y(y-v)\right] dk_x dk_y \right\} du dv. \end{aligned} \quad (2)$$

Из выражения (2) легко видеть, что если в разложении функции присутствуют плоские волны, наклон которых  $k_x, k_y$  удовлетворяет соотношению:

$$k_x^2 + k_y^2 = k_c^2 = \text{const}, \quad (3)$$

то световое поле станет бездифракционным, то есть при распространении будут сохраняться амплитудное и фазовое (с точностью до набега пропорционально пройденному расстоянию  $z$ ) распределения:

$$\begin{aligned} f^c(x, y, z) &= \exp\left(iz\sqrt{k^2 - k_c^2}\right) \times \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} f_0^c(u, v) \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left[ik_x(x-u) + \right. \right. \\ &\left. \left. + ik_y(y-v)\right] dk_x dk_y \right\} du dv = \\ &= \exp\left(iz\sqrt{k^2 - k_c^2}\right) \iint_{-\infty}^{\infty} f_0^c(u, v) \times \\ &\times \delta(x-u, y-v) du dv = \\ &= \exp\left(iz\sqrt{k^2 - k_c^2}\right) f_0^c(x, y), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$  - обобщенная дельта функция.

Параметры наклона плоских волн  $k_x, k_y$  также называются пространственными частотами, т.к. пространственный спектр светового поля соответствует разложению по плоским волнам (разложение Фурье):

$$\begin{aligned} F(k_x, k_y) &= \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} f_0(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy, \\ f_0(x, y) &= \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (5)$$

Выполнение условия (3) означает, что для того, чтобы световое поле  $f_0(x, y)$  обладало бездифракционными свойствами, в его пространственном спектре отличными от нуля должны быть только компоненты, лежащие на окружности некоторого фиксированного радиуса  $k_0$ . Перепишем для удобства выражение (6) для полярных координат в спектральной плоскости:  $k_x = k_r \cos \theta$ ,  $k_y = k_r \sin \theta$ :

$$\begin{aligned} f_0(x, y) &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} F(k_r, \theta) \times \\ &\times \exp\left[ik_r(x \cos \theta + y \sin \theta)\right] k_r dk_r d\theta. \end{aligned} \quad (7)$$

При  $k_r = k_c$  выражение (7) сводится к виду:

$$f_0^c(x, y) = \int_0^{2\pi} F(\theta) \exp[ik_c(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta, \quad (8)$$

а произвольное бездифракционное световое поле  $f^c(x, y, z)$  с учетом (4) примет известный вид интеграла Уиттекера [7]:

$$f^c(x, y, z) = \exp\left(iz\sqrt{k^2 - k_c^2}\right) \times \int_0^{2\pi} F(\theta) \exp[ik_c(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta. \quad (9)$$

Поле (9) имеет бесконечную протяженность и энергию, поэтому физическая реализация возможна только с определенной степенью аппроксимации. Апертурное ограничение бездифракционного поля приводит к уширению пространственного спектра и нарушению условия (3). Однако при небольшом уширении  $\sigma(k_r)$  и малых значениях расстояния  $z$  множитель  $\exp\left(iz\sqrt{k^2 - (k_c + \sigma(k_r))^2}\right)$  в (2) можно считать константой, а поле квазибездифракционным. Условие на расстояние, при котором ограниченное апертурой поле будет приблизительно бездифракционным, можно записать (при  $k_c \ll k$ ) в следующем виде:

$$\left| \frac{(k_c + \sigma(k_r))^2 z}{2k} \right| < \varepsilon \ll 2\pi, \quad (10)$$

откуда с учетом малости  $\sigma(k_r)$  получается:

$$z < \varepsilon \frac{k}{k_c \sigma(k_r)}, \quad (11)$$

то есть ограниченный пучок будет тем дальше сохранять бездифракционные свойства, чем тоньше спектральное кольцо и меньше его радиус.

Если связать уширение пространственного спектра с радиусом  $R$  ограничивающей апертуры через ширину центрального светового пятна картины Эй-

ри:  $\Delta = \frac{1,22\lambda f_L}{2R}$  ( $f_L$  - фокусное расстояние сферической линзы, формирующей пространственный спектр), то выражение (11) можно оценить сверху ( $f_L < (2\varepsilon/\lambda) \sim 50$ ):

$$z_{\max} = \frac{kR}{k_c}, \quad (12)$$

что соответствует формуле, приведенной в [3].

На основе формулы (8) можно записать радиально-параметрический (зависящий от параметра  $k_r$ ) кольцевой спектр произвольного поля  $f_0(x, y)$ :

$$F(k_r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_0(x, y) \exp[-ik_r(x \cos \theta + y \sin \theta)] dx dy. \quad (13)$$

Выделяя максимальную по энергетическому вкладу радиальную составляющую, можно получить бездифракционное распределение, аппроксимирующее исходное произвольное поле:

$$f_0^a(x, y) = \int_0^{2\pi} F(k_a, \theta) \exp[ik_a(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta, \quad (14)$$

где  $\int_0^{2\pi} |F(k_r, \theta)|^2 d\theta \xrightarrow{k_r=k_a} \max$ .

## 2. Эффективное формирование кольцевого спектра

Из предыдущего раздела ясно, что, имея возможность формировать узкие кольцевые распределения комплексной амплитуды:

$$F(k_r, \theta) = R(k_r - k_c) \Gamma(\theta), \quad (15)$$

где  $R(k_r - k_c)$  - локализованная вокруг радиуса  $k_c$  функция, можно легко сформировать квазибездифракционный пучок с использованием сферической линзы (см. рис. 1).

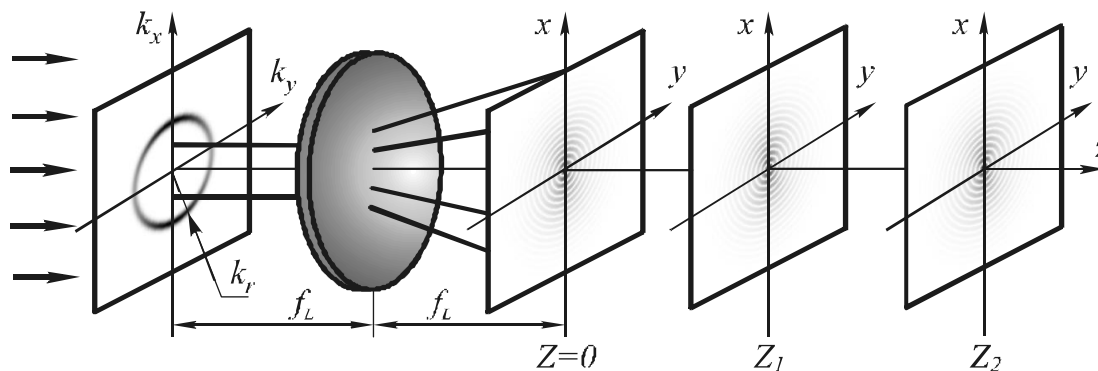


Рис. 1. Формирование квазибездифракционных полей с помощью кольцевого распределения в фокальной плоскости линзы: кольцевое распределение в передней фокальной плоскости сферической линзы и распределение в задней фокальной плоскости, бездифракционно распространяющееся в свободном пространстве (показаны поперечные сечения на различных расстояниях от плоскости  $z=0$ )

Именно так был физически реализован в схеме Durnin'a бесселевый пучок нулевого порядка [3]: функция (12) представляла собой узкую кольцевую щель в непрозрачном экране

$$F(k_r, \theta) = \begin{cases} A, & |k_r - k_c| < \Delta \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

и не имела азимутальной зависимости. Такой способ является энергетически затратным, так как большая часть освещающего излучения задерживается непрозрачным экраном. Кроме того, чтобы произвести бесселевый пучок высшего порядка в работе [38] аксикон освещался пучком Лагерра-Гаусса, имеющим винтовую фазовую составляющую.

С использованием кольцевой щели формировались и другие типы бездифракционных пучков [39].

В данной работе предлагается формировать вихревое кольцевое распределение

$$F(k_r, \theta) = \sigma(k_r - k_c) \exp(im\theta) \quad (17)$$

с помощью фазового ДОЭ, представляющего собой энергетически эффективный винтовой дифракционный аксикон или спиральную фазовую пластинку (СФП), как показано на рис. 2. Пространственный спектр таких элементов концентрируется в кольцевой области: для дифракционных аксиконов достаточно узкой, для СФП – более широкой [40, 41].

На рис. 3 показано соответствие кольцевых спектров различным порядкам СФП  $\exp(im\theta)$ . Видно, что с увеличением порядка оптического вихря увеличивается радиус кольца [41]:

$$k_c^m \approx \gamma_{m-1,1} f_L / R, \quad (18)$$

где  $\gamma_{m-1,1}$  – первый корень функции Бесселя  $(m-1)$ -го порядка:  $J_{m-1}(\gamma_{m-1,1}) = 0$ , но при этом толщина кольца остается неизменной (при одинаковом радиусе

ограничивающей апертуры  $R$  и фокусном расстоянии  $f_L$ ), т.е. при использовании СФП высоких порядков в соответствии с выражением (11) будут формироваться поля, обладающие бездифракционными свойствами на меньшем отрезке оптической оси.

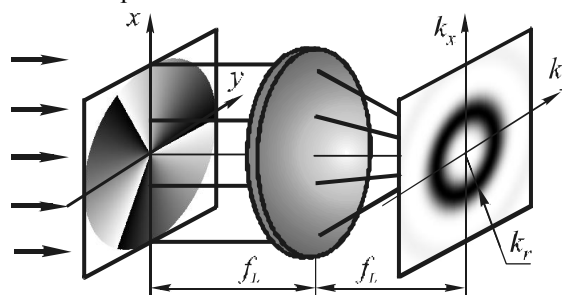


Рис. 2. Эффективное формирование кольцевого распределения с помощью ДОЭ

Более узкое спектральное кольцо можно сформировать с помощью дифракционного аксикона  $\exp(i\alpha r / R + im\theta)$ . На рис. 3 показано соответствие кольцевых спектров различным порядкам винтовой составляющей. Как следует из [40], при одинаковых значениях  $\alpha$ ,  $R$  и  $f_L$  радиус кольца не должен меняться:

$$k_c \approx \alpha R f_L, \quad (19)$$

но из рис. 4 видно, что при увеличении порядка оптического вихря появляются дополнительные пространственные гармоники и кольцо уширяется. Таким образом, в этом случае также увеличение порядка винтовой составляющей будет негативно сказываться на сохранении бездифракционных свойств формируемых пучков, хотя в меньшей степени, чем для СФП.

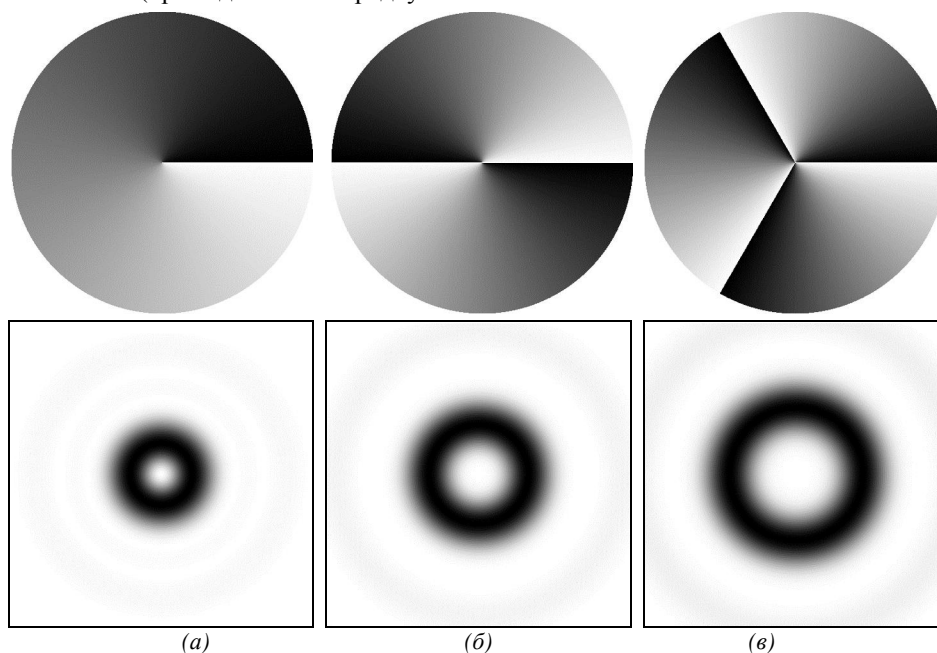


Рис. 3. Соответствие кольцевых спектров различным порядкам СФП  $\exp(im\theta)$ :  $m=1$  (а),  $m=-2$  (б),  $m=3$  (в). В верхней строке показаны фазы СФП, в нижней – соответствующие пространственные спектры

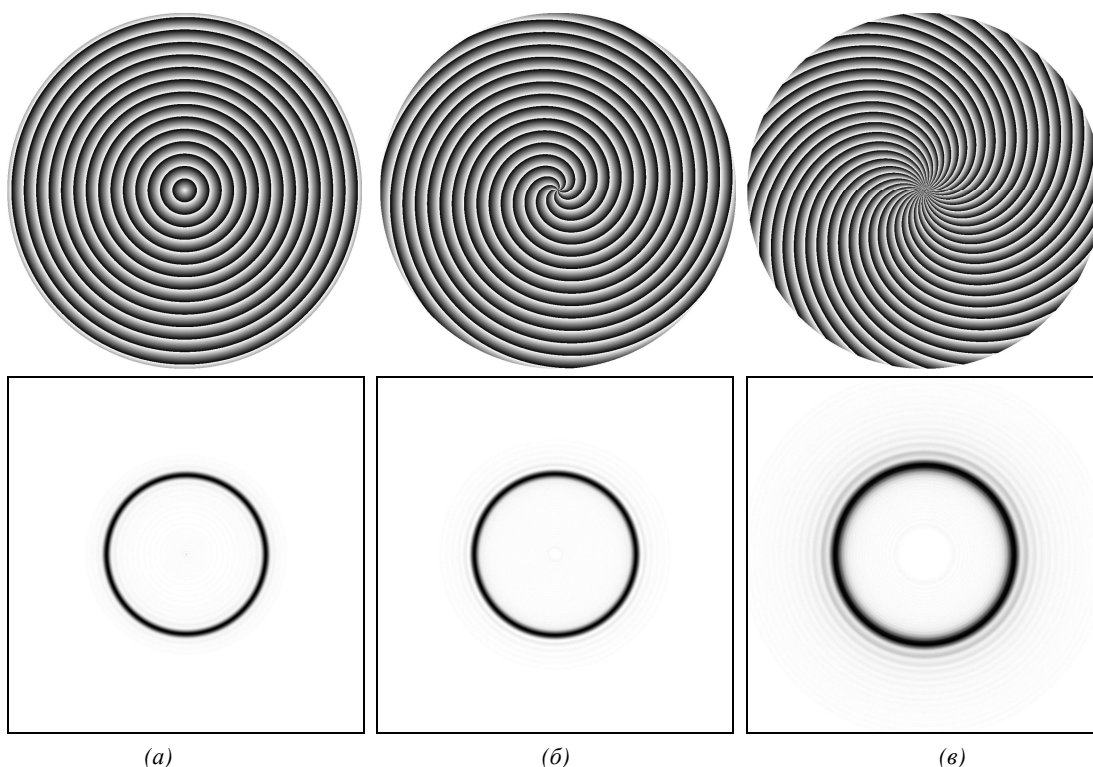


Рис. 4. Соответствие кольцевых спектров различным порядкам дифракционных аксионов  $\exp(i\alpha r / R + im\varphi)$  :  $m=0$  (а),  $m=7$  (б),  $m=31$  (в). В верхней строке показаны фазы дифракционных аксионов, в нижней – соответствующие пространственные спектры

### 3. Диафрагмирование кольцевого спектра с целью формирования различных квазибездифракционных распределений

Если имеется кольцевая амплитудная структура с вихревой составляющей вида (17), то простым ее диафрагмированием можно формировать различные бездифракционные распределения, как показано в Таблице 1.

Эффективно сформировав с помощью фазового ДОЭ (или несколько более энергетически затратно с помощью ПМС) кольцевую структуру (в случае СФП присутствует вихревая фаза соответствующего порядка  $m \neq 0$ ) и выполняя над ним различного типа диафрагмирование, можно с помощью второй сфе-

рической линзы производить различные квазибездифракционные пучки (см. рис. 5). Такая схема энергетически значительно выгоднее, чем кольцевое диафрагмирование освещающего равномерного или гауссового пучка.

Как видно из Таблицы 1, использование ПМС удобно для динамической реконфигурации бездифракционных пучков за счет изменения порядка вихревой составляющей, а также параметров кольцевой структуры (радиуса и толщины). В метрологических задачах, где энергетические характеристики не столь важны, это позволит расширить функциональные возможности приборов [42, 43].

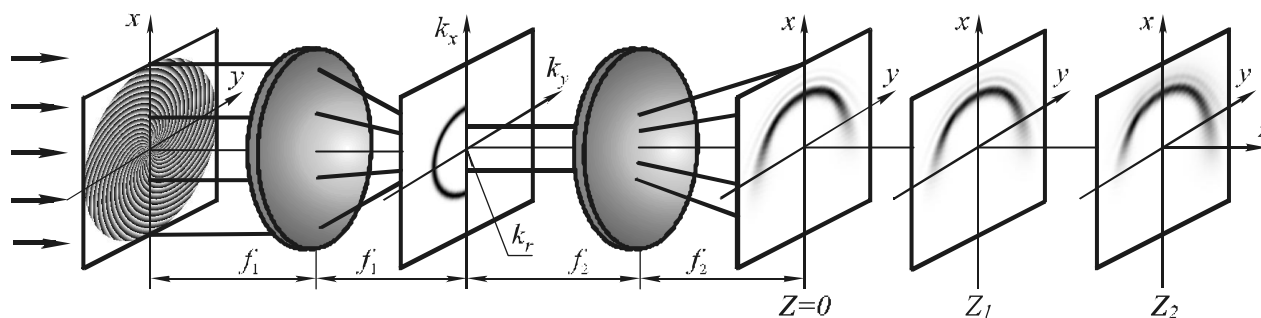

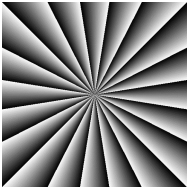

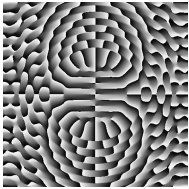

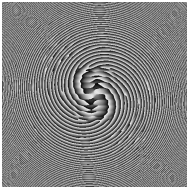

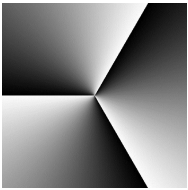

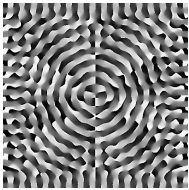

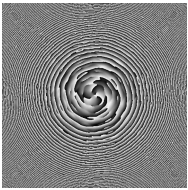

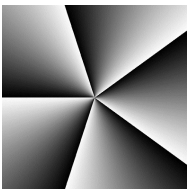
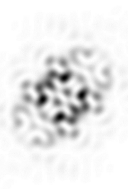
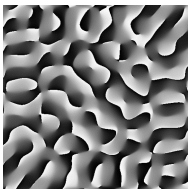
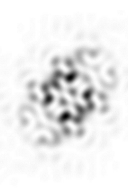
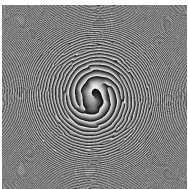

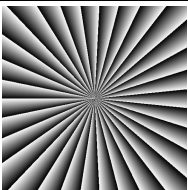

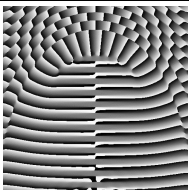

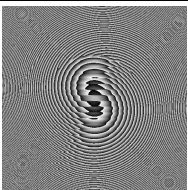

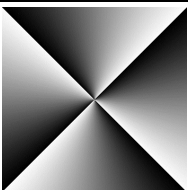

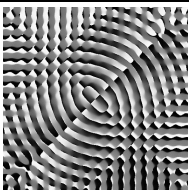

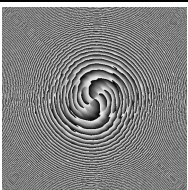


Рис. 5. Схема эффективного формирования различных бездифракционных пучков: фазовый ДОЭ эффективно формирует кольцевое спектральное распределение в спектральной плоскости конфокальной двухлинзовой системы, введение различных диафрагм в спектральную плоскость позволяет изменять конфигурацию бездифракционных пучков

Таблица 1. Различные бездифракционные распределения, получаемые от кольцевой структуры с помощью сферической линзы

Кольцевая структура (амплитуда и фаза)	Спектральная плоскость (интенсивность и фаза)	На расстоянии 25 мм от спектральной плоскости (интенсивность и фаза)
 	 	 
 	 	 
 	 	 
 	 	 
 	 	 

На рис. 6 приведены результаты моделирования предлагаемой схемы при использовании СФП пятого порядка и диафрагмировании половины спектральной плоскости.

В работе [7] рассмотрены различные решения уравнения Гельмгольца и их аподизированные гауссовой функцией ограниченные аналоги. При этом кольцевые распределения  $F(k_c, \theta)$  имеют достаточно сложную амплитудную и фазовую зависимость. Физическая реализация Гельмгольца-Гаусса пучков была выполнена в первом порядке дифракции с помощью кодированных ДОЭ [8]. Этот достаточно простой способ формирования практически любого заданного комплексного распределения [44] характеризуется невысокой дифракционной эффективностью.

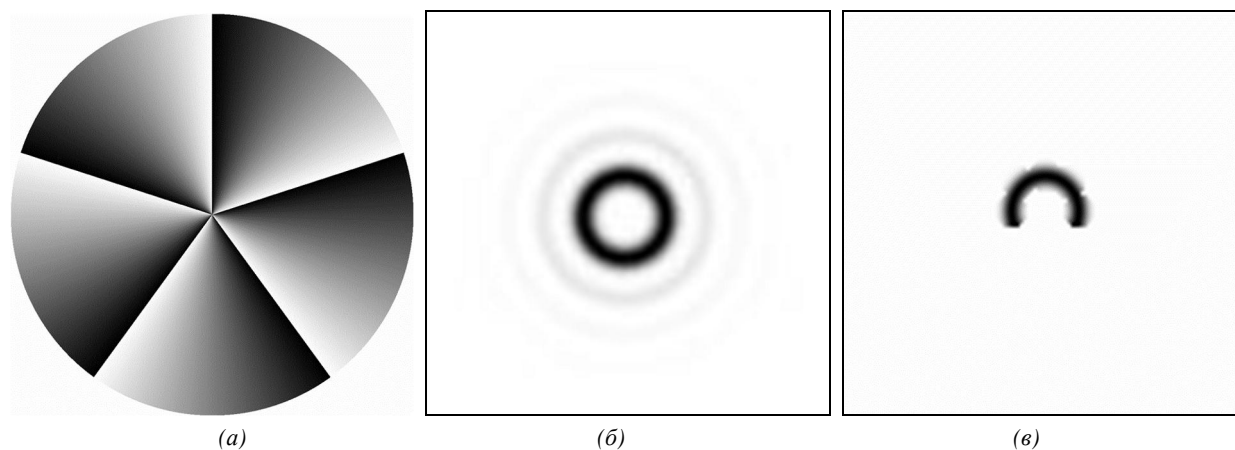
В работе [45] для генерации пучков Матье-Гаусса использовался основанный на аксиконе резонатор. Различные моды формировались внесением астигматизма за счет наклона выходного каплера. Данная схема энергетически эффективна, но значи-

тельно сложнее конфокальной системы с кодированным ДОЭ или кольцевой щелью, освещенной гауссовым пучком, аппроксимирующим пространственный спектр таких пучков [46].

Чтобы точно воспроизвести Параболический-Гаусса пучок, в работе [37] амплитудно-фазовое спектральное распределение этого пучка кодировалось в фазовую функцию ПМС, что, разумеется, приводит к потере полезной энергии. Преимущества гауссовой аподизации бездифракционных решений уравнения Гельмгольца часто оправдывают не только возможностью физической реализации, но и концентрацией энергии пучка в области радиуса гауссового распределения. Это, однако, уменьшает расстояние сохранения инвариантных свойств пучка

$$z_{\max} = \frac{k\sigma}{k_c} \quad (20)$$

пропорционально отношению радиуса гауссового пучка  $\sigma$  к радиусу апертуры  $R$ .



	$z=0$ мм	$z=50$ мм	$z=100$ мм	$z=200$ мм	$z=400$ мм	$z=1000$ мм	$z=5000$ мм
Интенсивность							
Фаза							

Рис. 6. Результаты моделирования предлагаемой схемы при использовании СФП пятого порядка (а) и диафрагмировании примерно половины спектральной плоскости (б)

С помощью простых бинарных операций (диафрагмирования) над кольцевым спектром от СФП или дифракционного аксикона можно получить довольно близкие по виду к пучкам Гельмгольца распределения (см. табл. 2), бездифракционные свойства которых, изначально определяемые производящим спектр ДОЭ, могут быть улучшены, например, дополнительным сужением ширины спектрального кольца или подбором фокусных расстояний линз, используемых в схеме, представленной на рис. 5.

**Заключение**

В работе предложен простой в реализации энергетически эффективный способ формирования различных бездифракционных лазерных пучков, имеющих кольцевой пространственный спектр. Эффективность способа состоит в концентрации основной части спектральной энергии в кольце за счет использования таких фазовых дифракционных оптических элементов, как спиральная фазовая пластинка или винтовой дифракционный аксикон. Простота состоит в легкости формирования различных типов бездифракционных пучков с помощью диафрагмирования созданного ДОЭ вихревого кольцевого пространственного спектра. Использование вместо фазового ДОЭ пространственного модулятора света понизит эффективность предлагаемой схемы, но добавит динамич-

ности и разнообразия в формирование ограничено-бездифракционных пучков.

В ближайшее время планируется экспериментально испытать предложенную схему и оценить ее эффективность.

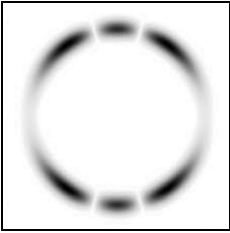
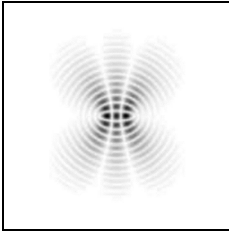
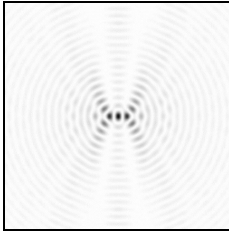
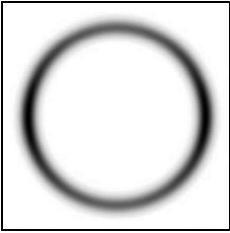
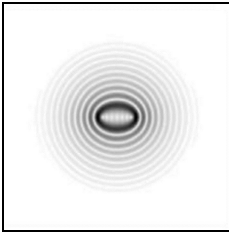
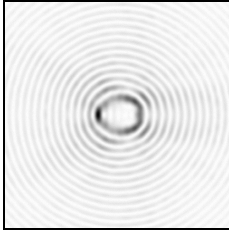
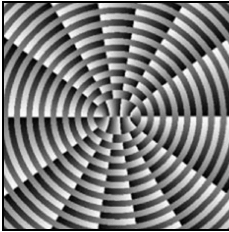
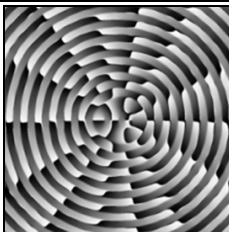
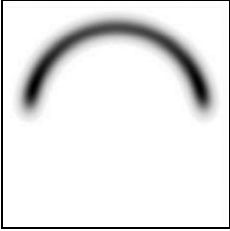
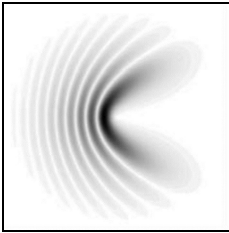
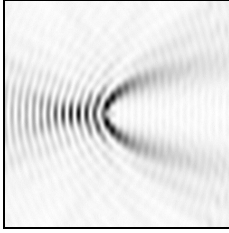
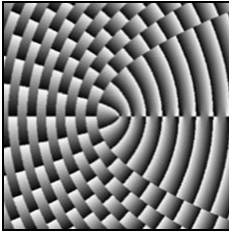
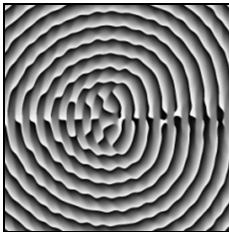
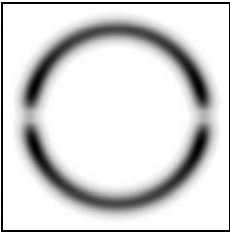
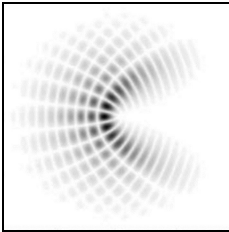
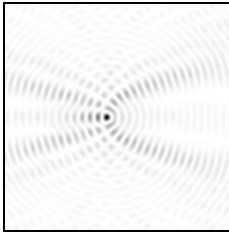
**Благодарности**

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3086.2008.9) и гранта РФФИ 08-07-99007.

**Литература**

1. **Березный, А.Е.** Бессель-оптика / А.Е. Березный [и др.] // Доклады АН СССР. – 1984. – №234 (4). – С. 802-805.
2. **Березный, А.Е.** Бинарные элементы Бессель-оптики / А.Е. Березный, И.Н. Сисакян // Компьютерная оптика. – 1987. – Вып. 1. – С. 132-133.
3. **Durnin, J.** Diffraction-free beams, / J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – V. 58, N 15. – P. 1499-1501.
4. **Ziolkowski, R.W.** Aperture realizations of exact solutions to homogeneous-wave equations, / R. W. Ziolkowski, I. M. Besieris, and A. M. Shaarawi // J. Opt. Soc. Am. A. – 1993. – V.10, N 1. – P. 75-87.
5. **Gutierrez-Vega, J.C.** Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams / J. C. Gutierrez-Vega, M. D. Iturbe-Castillo, and S. Chavez-Cerda // Opt. Lett. – 2000. – V.25, N 20. – P. 1493-1495.

Таблица 2. Формирование квазипучков Гельмгольца с помощью диафрагмирования спектра от дифракционного аксикона

Пучок	Вид спектра	Идеальное распределение	Распределение, полученное диафрагмированием
Мэтью-Гаусса			
Мэтью-Гаусса винтовой			
			
Параболический-Гаусса блуждающий			
			
Параболический-Гаусса			

6. **Bandres, M.A.** Parabolic nondiffracting optical wave fields, / M. A. Bandres, J. C. Gutierrez-Vega, and S. Chavez-Cerda // Opt. Lett. – 2004. – V. 29(1). – P. 44–46.
7. **Gutierrez-Vega, J.C.** Helmholtz–Gauss waves, / J.C. Gutierrez-Vega and M. A. Bandres // J. Opt. Soc. Am. A. – V. 22, N 2. – P. 289-298.

8. **López-Mariscal, C.** Observation of the experimental propagation properties of Helmholtz-Gauss beams / C. López-Mariscal, M. A. Bandres, J. C. Gutiérrez-Vega // Optical Engineering. – 2006. – V. 45(6). – P.068001-1 – 068001-8.
9. **Wang, K.** Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-



- scale measurement, / K. Wang, L. Zeng, and Ch. Yin // *Opt. Commun.* – 2003. – V. 216. – P. 99-103.
10. **Aruga, T.** Nondiffracting narrow light beam with small atmospheric turbulence-influenced propagation / T. Aruga // *Appl. Opt.* – 1999. – V. 38(15). – P. 3152-3156.
  11. **Lu, Jian-yu** Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization, / Jian-yu Lu and J. F. Greenleaf // *Proc. SPIE.* – V. 1733. – P. 92-119.
  12. **Leitgeb, R.A.** Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb [and other] // *Opt. Lett.* – 2006. – V. 31, N 16. – P. 2450-2452.
  13. **Lee, Kye-Sung** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range, / Kye-Sung Lee and Jannick P. Rolland // *Opt. Lett.* – 2008. – V. 33, N 15. – P. 1696-1698.
  14. **Lu, Jian-yu** Producing deep depth of field and depth-independent resolution in NDE with limited diffraction beams / Jian-yu Lu, J. F. Greenleaf // *Ultrason. Imag.* – 1993. – V. 15, N 2. – P. 134-149.
  15. **Lunazzi, José J.** Photographing by means of a diffractive axicon, / José J. Lunazzi, Daniel S. F. Magalhães // *XXIX ENFMC - Annals of Optics.* – 2006. – P. 1-4.
  16. **Lu, Jian-Yu** Application of Bessel Beam for Doppler Velocity Estimation / Jian-Yu Lu [and other] // *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control.* – 1995. – V. 42, N 4. – P. 649-662.
  17. **Arimoto, R.** Imaging properties of axicon in a scanning optical system, / R. Arimoto [and other] // *Appl. Opt.* – 1992. – V. 31(31). – P. 6653-6657.
  18. **Fortin, Mathieu** Optical tests with Bessel beam interferometry / Mathieu Fortin, Michel Piché and Ermanno F. Borra // *Optics Express.* – 2004. – V. 12, N 24. – P. 5887-5895.
  19. **Reichelt, Stephan** Self-calibration of wavefront testing interferometers by use of diffractive elements / Stephan Reichelt, Hans Tiziani, and Hans Zappe // *Proc. of SPIE.* – V. 6292. – P. 629205.1-629205.10.
  20. **Li, Dazhi** Application of Nondiffracting Laser Beam to Laser Compton Scattering / Dazhi Li [and other] // *Journal of NUCLEAR SCIENCE and TECHNOLOGY.* – 2003. – V. 40, N 8. – P. 579-582.
  21. **Garces-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez [and other] // *Nature.* – 2002. – V. 419. – P. 145-147.
  22. **Hegner, Martin** The light fantastic / Martin Hegner // *Nature.* – 2002. – V. 419. – P. 125-126.
  23. **Arlt, J.** Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams. / J. Arlt, T. Hitomi, and K. Dholakia // *Appl. Phys. B.* – V. 71. – P. 549-554.
  24. **Arlt, Jochen** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / Jochen Arlt [and other] // *Physical Review A.* – V. 63. – P. 063602-1 – 063602-8.
  25. **Tsampoula, X.** Femtosecond cellular transfection using a nondiffracting light beam, / X. Tsampoula [and other] // *Applied Physics Letters.* – 2007. – V. 91. – P. 053902-1 - 053902-3.
  26. **Cizmar, T.** Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation / T. Cizmar [and other] // *Optics Express.* – 2008. – V. 16, N 18. – P. 14024-14035.
  27. **Durnin, J.** Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory, / J. Durnin // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1987. – V. 4, N 4. – P. 651-654.
  28. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *J. Opt. Soc. Am.* – 1954. – V. 44. – P. 592-597.
  29. **Vasara, A.** Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, and A. T. Friberg // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1989. – V. 6. – P. 1748-1754.
  30. **Котляр, В.В.** "Винтовой" пространственный фазовый фильтр / В.В. Котляр, В.А. Сойфер // *Компьютерная оптика.* – 1992. – Вып. 12. – С. 61-65.
  31. **Khonina, S.N.** The phase rotor filter / S.N. Khonina [and other] // *J. Mod. Opt.* – 1992. – V. 39. – P. 1147-1154.
  32. **Lopez-Mariscal, Carlos** Production of high-order Bessel beams with a Mach-Zehnder interferometer / Carlos Lopez-Mariscal, Julio C. Gutierrez-Vega, and Sabino Chavez-Cerda // *Applied Optics.* – 2004. – V. 43, N 26. – P. 5060-5063.
  33. **Hernández-Aranda, Raúl I.** Theory of the unstable Bessel resonator / Raúl I. Hernández-Aranda, Sabino Chávez-Cerda, Julio C. Gutiérrez-Vega // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2005. – V. 22, N 9. – P. 1909-1917.
  34. **Sochacki, Jacek** Annular-aperture logarithmic axicon / Jacek Sochacki [and other] // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1993. – V. 10, N 8. – P. 1765-1768.
  35. **Dong, Bi-Zhen** Rigorous electromagnetic analysis of a microcylindrical axicon with long focal depth and high transverse resolution / Bi-Zhen Dong [and other] // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2001. – V. 18, N 7. – P. 1465-1470.
  36. **Chattrapiban, Narupon** Generation of nondiffracting Bessel beams by use of a spatial light modulator / Narupon Chattrapiban [and other] // *Optics Letters.* – 2003. – V. 28, N 22. – P. 2183-2185.
  37. **Davis, Jeffrey A.** Observation of accelerating parabolic beams / Jeffrey A. Davis [and other] // *Optics Express.* – 2008. – V. 16, N 17. – P. 12866-12871.
  38. **Arlt, J.** Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon / J. Arlt, K. Dholakia // *Optics Communications.* – 2000. – V. 177. – P. 297-301.
  39. **Lopez-Mariscal, Carlos** Observation of parabolic nondiffracting optical fields / Carlos Lopez-Mariscal, Miguel A. Bandres, and Julio C. Gutierrez-Vega // *Optics Express.* – 2005. – V. 13, N 7. – P. 2364-2369.
  40. **Котляр, В.В.** Дифракция конической волны и гауссового пучка на спиральной фазовой пластинке / В.В. Котляр [и др.] // *Компьютерная оптика.* – 2005. – Вып. 28. – С. 29-36.
  41. **Котляр, В.В.** Дифракция плоской волны конечного радиуса на спиральной фазовой пластинке / В.В. Котляр [и др.] // *Компьютерная оптика.* – 2005. – Вып. 28. – С. 37-40.
  42. **Kurzynowski, Piotr** Generation of vortex-type markers in a one-wave setup / Piotr Kurzynowski and Monika Borwinska // *Applied Optics.* – 2007. – V. 46, N 5. – P. 676-679.
  43. **Arrizón, Victor** Periodic and quasi-periodic non-diffracting wave fields generated by superposition of multiple Bessel beams / Victor Arrizón [and other] // *Optics Express.* – 2007. – V. 15, N 25. – P. 16748-16753.
  44. **Котляр, В.В.** Кодирование дифракционных оптических элементов методом локального фазового скачка / В.В. Котляр [и др.] // *Компьютерная оптика.* – 1999. – Вып. 19. – С. 54-64.
  45. **Alvarez-Elizondo, Martha B.** Generation of Mathieu-Gauss modes with an axicon-based laser resonator / Martha B. Alvarez-Elizondo, Rodolfo Rodriguez-Masegosa, and Julio C. Gutierrez-Vega // *Optics Express.* – 2008. – V. 16, N 23. – P. 18770-18775.
  46. **Gutierrez-Vega, J.C.** Experimental demonstration of optical Mathieu beams / J. C. Gutierrez-Vega [and other] // *Opt. Commun.* – 2001. – V. 195. – P. 35-40.

*В редакцию поступила 17.02.2009г.*

---

## SIMPLE WAY FOR EFFECTIVE FORMATION VARIOUS NONDIFFRACTIVE LASER BEAMS

Svetlana Nikolaevna Khonina (leading researcher, professor, email: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru))  
Institution of Russian Academy of Sciences, Image Processing Systems Institute RAS,  
Samara State Aerospace University  
Molodogvardeiskaya 151, Samara, 443001, Russia

### Abstract

Simple in realisation energetically effective way for formation various nondiffractive laser beams, based on masking the vortical ring spatial spectrum created by a phase diffractive optical element or a spatial light modulator is offered.

**Keywords:** nondiffractive laser beams, solutions of Helmgolz equation, plane waves' expansion, spatial spectrum, spiral phase plate, diffractive axicon.

**Citation:** Khonina SN. Simple way for effective formation various nondiffractive laser beams. *Computer Optics* 2009; 33(1): 70-8.

**Acknowledgements:** The work was supported by the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (grant CRDF PG08-014-1), the grant of the President of the Russian Federation to support ve-leading scientific schools (NSH-3086.2008.9) and RFBR grant 08-07-99007.

### References

- [1] Bereznyi AE, Prokhorov AM, Sisakyan IN, Soifer VA. Bessel optics. *Soviet Physics: Doklady* 1984; 234 (4): 802-5 (in Russian).
- [2] Bereznyi AE, Sisakyan IN. Binary elements of Bessel-optics. *Computer optics* 1987; 1: 132-3 (In Russian).
- [3] Durnin J, Miceli JJ, and Eberly JH. Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.* 1987, 58(15): 1499-1501.
- [4] Ziolkowski RW, Besieris IM, and Shaarawi AM. Aperture realizations of exact solutions to homogeneous-wave equations. *J Opt Soc Am A* 1993; 10(1): 75-87.
- [5] Gutierrez-Vega JC, Iturbe-Castillo MD, and Chavez-Cerda S. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams. *Opt Lett* 2000; 25(20): 1493-95.
- [6] Bandres MA, Gutierrez-Vega JC, and Chavez-Cerda S. Parabolic nondiffracting optical wave fields. *Opt Lett* 2004; 29(1): 44-46.
- [7] Gutierrez-Vega JC and Bandres MA. Helmholtz–Gauss waves. *J Opt Soc Am A* 2005; 22(2): 289-98.
- [8] López-Mariscal C, Bandres MA, Gutiérrez-Vega JC. Observation of the experimental propagation properties of Helmholtz-Gauss beams. *Optical Engineering* 2006; 45(6): 068001.
- [9] Wang K, Zeng L, Yin Ch. Influence of the incident wave-front on intensity distribution of the nondiffracting beam used in large-scale measurement. *Opt Commun* 2003; 216: 99-103.
- [10] Aruga T, Li SW, Yoshidako S, Takabe M, Li RM. Nondiffracting narrow light beam with small atmospheric turbulence-influenced propagation. *Appl Opt* 1999; 38(15): 3152-56.
- [11] Lu J-Y, Greenleaf JF. Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization. *Proc SPIE* 1992; 1733: 92-119.
- [12] Leitgeb RA, Villiger M, Bachmann AH, Steinmann L, Lasser T. Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy. *Opt Lett* 2006; 31(16): 2450-2.
- [13] Lee K-S, Rolland JP. Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range. *Opt Lett* 2008; 33(15): 1696-8.
- [14] Lu J-Y, Greenleaf JF. Producing deep depth of field and depth-independent resolution in NDE with limited diffraction beams. *Ultrason. Imag.* 1993; 15(2): 134-49.
- [15] Lunazzi JJ, Magalhães DSF. Photographing by means of a diffractive axicon. *Annals of Optics* 2006; XXIX ENFMC: 1-4.
- [16] Lu J-Y, Xu X-L, Zou H, Greenleaf JF. Application of Bessel beam for doppler velocity estimation. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 1995; 42(4): 649-62.
- [17] Arimoto R, Saloma C, Tanaka T, Kawata S. Imaging properties of axicon in a scanning optical system. *Appl Opt* 1992; 31(31): 6653-57.
- [18] Fortin M, Piché M, Borra EF. Optical tests with Bessel beam interferometry. *Optics Express* 2004; 12(24): 5887-95.
- [19] Reichelt S, Tiziani H, Zappe H. Self-calibration of wavefront testing interferometers by use of diffractive elements. *Proc of SPIE* 2006; 6292: 629205.
- [20] Li D, Imasaki K, Aoki M, Miyamoto S, Amano S, Mochizuki T. Application of nondiffracting laser beam to laser Compton scattering. *Journal of nuclear science and technology* 2003; 40(8): 579-82.
- [21] Garcés-Chavez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, and Dholakia K. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam. *Nature* 2002; 419: 145-7.
- [22] Hegner M. The light fantastic. *Nature* 2002; 419: 125-6.
- [23] Arlt J, Hitomi T, Dholakia K. Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams. *Appl Phys B* 2000, 71: 549-554.
- [24] Arlt J, and Dholakia K, Sonesson J, and Wright EM. Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams. *Physical Review A* 2001, 63: 063602.
- [25] Tsampoula X, Garcés-Chávez V, Comrie M, Stevenson DJ, Agate B, Brown CTA, Gunn-Moore F, Dholakia K. Femtosecond cellular transfection using a non-diffracting light beam. *Applied Physics Letters* 2007; 91: 053902.
- [26] Cizmar T, Kollarov V, Tsampoula X, Gunn-Moore F, Sibbett W, Bouchal Z, Dholakia K. Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation. *Optics Express* 2008; 16(18): 14024-35.

- 
- [27] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. *J Opt Soc Am A* 1987; 4(4): 651-4.
- [28] McLeod JH. The axicon: a new type of optical element. *J Opt Soc Am* 1954; 44: 592-7.
- [29] Vasara A, Turunen J, Friberg AT. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms. *J Opt Soc Am A* 1989; 6: 1748-54.
- [30] Kotlyar VV, Soifer VA. "Screw" spatial phase filter. *Computer Optics* 1992; 12: 61-5.
- [31] Khonina SN, Kotlyar VV, Shinkaryev MV, Soifer VA, and Uspleniev GV. The phase rotor filter. *J Mod Opt* 1992; 39: 1147-54.
- [32] Lopez-Mariscal C, Gutierrez-Vega JC, and Chavez-Cerda S. Production of high-order Bessel beams with a Mach-Zehnder interferometer. *Applied Optics* 2004; 43(26): 5060-5063.
- [33] Hernández-Aranda RI, Chávez-Cerda S, Gutiérrez-Vega JC. Theory of the unstable Bessel resonator, *J Opt Soc Am A* 2005; 22(9): 1909-17.
- [34] Sochacki J, Jaroszewicz Z, Staroiski LR, Kolodziejczyk A. Annular-aperture logarithmic axicon, *J Opt Soc Am A* 1993; 10(8): 1765-8.
- [35] Dong B-Z, Liu J, Gu B-Y, Yang G-Z, Wang J. Rigorous electromagnetic analysis of a microcylindrical axilens with long focal depth and high transverse resolution. *J Opt Soc Am A* 2001; 18(7): 1465-70.
- [36] Chattapiban N, Rogers EA, Cofield D, Hill WT, Roy R. Generation of nondiffracting Bessel beams by use of a spatial light modulator. *Optics Letters* 2003; 28(22): 2183-5.
- [37] Davis JA, Mitry MJ, Bandres MA, Cottrell DM. Observation of accelerating parabolic beams. *Optics Express* 2008; 16(17): 12866-71.
- [38] Arlt J, Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon. *Optics Communications* 2000; 177: 297-301.
- [39] Lopez-Mariscal C, Bandres MA, and Gutierrez-Vega JC. Observation of parabolic nondiffracting optical fields. *Optics Express* 2005; 13(7): 2364-9.
- [40] Kotlyar VV, Kovalev AA, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA, Turunen J. Diffraction of a conical wave and the Gaussian beam on a spiral phase plate. *Computer Optics* 2005; 28: 29-36.
- [41] Kotlyar VV, Khonina SN, Kovalev AA, Soifer VA. Diffraction of a plane wave with finite radius on the spiral phase plate. *Computer Optics* 2005; 28: 37-40.
- [42] Kurzynowski P, Borwinska M. Generation of vortex-type markers in a one-wave setup. *Applied Optics* 2007; 46(5): 676-9.
- [43] Arrizón V, Chavez-Cerda S, Ruiz U, Carrada R. Periodic and quasi-periodic non-diffracting wave fields generated by superposition of multiple Bessel beams. *Optics Express* 2007; 15(25): 16748-53.
- [44] Kotlyar VV, Khonina SN, Melekhin AS, Soifer VA. Coding of diffractive optical elements by local phase jump. *Computer Optics* 1999; 19: 54-64.
- [45] Alvarez-Elizondo MB, Rodriguez-Masegosa R, Gutierrez-Vega JC. Generation of Mathieu-Gauss modes with an axicon-based laser resonator. *Optics Express* 2008; 16(23): 18770-5.
- [46] Gutierrez-Vega JC, Iturbe-Castillo MD, Ramirez GA, Tepichin E, Rodriguez-Dagnino RM, Chavez-Cerda S, New GHC. Experimental demonstration of optical Mathieu beams. *Opt Commun* 2001; 195: 35-40.