

ДИФРАКЦИЯ ГАУССОВОГО ПУЧКА НА ЛОГАРИФМИЧЕСКОМ АКСИКОНЕ: ПРЕОДОЛЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПРЕДЕЛА

Котляр В.В., Ковалёв А.А., Стафеев С.С.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет),

Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

Получено явное аналитическое выражение для комплексной амплитуды света, описывающей дифракцию Френеля гауссового пучка на спиральном логарифмическом аксиконе, а также формула для осевой интенсивности света при дифракции гауссового пучка на логарифмическом аксиконе (ЛА). Получена оценочная формула для эффективного радиуса картины дифракции, которая показывает обратную зависимость величины этого радиуса от параметра «силы» ЛА. С помощью моделирования методом FDTD показано, что с помощью ЛА можно преодолеть дифракционный предел: вблизи ЛА диаметр светового пучка по поперечному сечению интенсивности может составлять пятую часть длины волны.

Ключевые слова: логарифмический аксикон, дифракционный предел, гауссов пучок, дифракция Френеля, осевая интенсивность.

Введение

Интерес к фокусировке лазерного света в продольный осевой отрезок, в том числе с субволновым диаметром, не ослабевает. В [1] с помощью фемтосекундного лазерного импульса с длиной волны $\lambda = 800$ нм экспериментально с помощью аксикона сформирован пучок Бесселя, который проделал в стекле наноканал диаметром $200 \text{ нм} = 0,25\lambda$ и длиной 30 мкм . В [2] экспериментально с помощью сужающейся трубки (фактически это полый аксикон) из стекла сформировали на расстоянии $2,2\lambda$ фокусное пятно с диаметром, близким к дифракционному пределу $\text{FWHM} = 435 \text{ нм} = 0,65\lambda$, $\lambda = 671 \text{ нм}$. В [3] алмазным резцом из пластика изготовлен логарифмический аксикон (ЛА) с радиусом $6,5 \text{ мм}$, имеющий фазовую функцию вида $S(r) = \gamma \ln(a+br^2)$, где γ , a , b – постоянные, r – поперечная радиальная координата в цилиндрической системе координат. Этот аксикон фокусировал свет от He-Ne лазера в осевой отрезок длиной 10 см и диаметром 10 мкм . В [4] численно показано, что вблизи вершины стекляннo-го аксикона при определённых параметрах может возникнуть субволновое фокусное пятно диаметром $\text{FWHM} = 0,30\lambda$. Заметим, что аналитические выражения для осевой интенсивности при дифракции плоской волны и гауссового пучка на обычном коническом аксиконе были впервые получены в [5]. В [6] впервые рассмотрен ЛА с квадратичной зависимостью от радиальной координаты $S(r) = \gamma \ln(a+br^2)$, который был реализован с помощью цифровой голограммы и фокусировал свет в осевой отрезок. В [7] проведено моделирование ЛА и показано, что осевая интенсивность вдоль отрезка в среднем более постоянная, в отличие от конического линейного аксикона [5], у которого средняя интенсивность растёт вдоль осевого отрезка.

В данной работе рассмотрена скалярная параксиальная дифракция гауссового пучка на логарифмическом аксиконе, который описывается фазовой функцией, как в [3, 6, 7], но при $a = 0$. Такой акси-

кон фокусирует свет в осевой отрезок, который начинается сразу за аксиконом. Фазовая функция такого аксикона имеет вид $S(r) = \gamma \ln(r/\sigma)$ и имеет особенность в начале координат при $r = 0$. В этой точке фаза $S(r)$ стремится к плюс (или минус) бесконечности. Однако эта особенность имеет место только в начальной плоскости при $z = 0$. В любой другой плоскости ($z > 0$), при освещении такого ЛА гауссовым пучком, световое поле имеет конечную энергию и не имеет особенностей. Приводится явное аналитическое выражение для комплексной амплитуды такого поля в зоне дифракции Френеля. Получена оценка для диаметра поперечной интенсивности, которая обратно пропорциональна параметру ЛА $|\gamma|^{-1/2}$. То есть при достаточно большом $|\gamma| \gg 1$ можно получить субволновой диаметр лазерного пучка вблизи ЛА. Численные примеры подтверждают это. Численное моделирование гипергеометрических пучков уже проводилось в работе [8], где также была показана возможность преодоления дифракционного предела с помощью логарифмического аксикона, однако формул для осевой интенсивности и ширины фокусного пятна получено не было.

1. Общее выражение для амплитуды

В скалярном параксиальном приближении рассмотрим дифракцию гауссового пучка на спиральном логарифмическом аксиконе (СЛА) и просто на логарифмическом аксиконе. Функция пропускания в приближении тонкого транспаранта для СЛА в полярных координатах (r, ϕ) имеет вид:

$$T(r, \phi) = \exp \left[i \gamma \ln \left(\frac{r}{\sigma} \right) + in \phi \right], \quad (1)$$

где n – целое число (топологический заряд оптического вихря), γ – вещественное число (параметр «силы» аксикона), σ – параметр масштабирования аксикона. Тогда сразу за СЛА комплексная амплитуда монохроматического светового поля будет иметь вид:

$$E_0(r, \phi) = \exp \left[-\left(\frac{r}{w}\right)^2 + i\gamma \ln \left(\frac{r}{\sigma}\right) + i n \phi \right], \quad (2)$$

где w – радиус перетяжки гауссового пучка. Преобразование Френеля от функции (2) имеет вид:

$$E(\rho, \theta, z) = \frac{(-i)^{n+1}}{n!} \left(\frac{z_0}{z}\right) \left(\frac{w}{\sigma}\right)^{i\gamma} \left(\frac{k w \rho}{2z}\right)^n \times \\ \times \Gamma \left(\frac{n+2+i\gamma}{2} \right) \left(1 - \frac{i z_0}{z}\right)^{\frac{n+2+i\gamma}{2}} \exp \left(i n \theta + \frac{i k \rho^2}{2z} \right) \times \\ \times {}_1F_1 \left[\frac{n+2+i\gamma}{2}; n+1; -\left(\frac{k w \rho}{2z}\right)^2 \left(1 - \frac{i z_0}{z}\right)^{-1} \right], \quad (3)$$

где (ρ, θ) – поперечные полярные координаты в плоскости наблюдения, z – координата вдоль оптической оси, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число света с длиной волны λ , $z_0 = k w^2/2$ – расстояние Рэлея, $\Gamma(x)$ – гамма-функция, ${}_1F_1(a, c; x)$ – конфлюэнтная гипергеометрическая функция [9]. Заметим, что выражение (3) является точным решением параксиального волнового уравнения (типа уравнения Шредингера), и оно является частным случаем ранее полученного решения для семейства гипергеометрических лазерных пучков [10, 11]. Интенсивность светового поля $I(\rho, z) = |E(\rho, z)|^2$, полученная на основе (3), имеет вид:

$$I(\rho, z) = \frac{1}{(n!)^2} \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \left(\frac{k w \rho}{2z}\right)^{2n} \left| \Gamma \left(\frac{n+2+i\gamma}{2} \right) \right|^2 \times \\ \times \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right)^{\frac{n+2}{2}} \exp \left[-\gamma \arctg \left(\frac{z_0}{z} \right) \right] \times \\ \times \left| {}_1F_1 \left[\frac{n+2+i\gamma}{2}; n+1; -\left(\frac{k w \rho}{2z}\right)^2 \left(1 - \frac{i z_0}{z}\right)^{-1} \right] \right|^2. \quad (4)$$

2. Осевая интенсивность

Заметим, что интенсивность (4) не зависит от масштабного параметра аксикона σ в (1). Интенсивность (4) везде на оптической оси (кроме начальной плоскости $z = 0$) равна нулю при $n \neq 0$. Чтобы рассматривать фокусировку света с помощью ЛА, положим в дальнейшем $n = 0$. Тогда вместо (4) интенсивность светового поля будет иметь вид:

$$I_0(\rho, z) = \frac{z_0^2}{z^2 + z_0^2} \left| \Gamma \left(1 + \frac{i\gamma}{2} \right) \right|^2 \exp \left[-\gamma \arctg \left(\frac{z_0}{z} \right) \right] \times \\ \times \left| {}_1F_1 \left[1 + \frac{i\gamma}{2}; 1; -\left(\frac{k w \rho}{2z}\right)^2 \left(1 - \frac{i z_0}{z}\right)^{-1} \right] \right|^2. \quad (5)$$

Положив $\rho = 0$ в (5), получим выражение для осевой интенсивности:

$$I_0(z) = \left(\frac{\pi\gamma}{2}\right) \text{sh}^{-1} \left(\frac{\pi\gamma}{2}\right) \times \\ \times \frac{z_0^2}{z_0^2 + z^2} \exp \left[-\frac{\pi\gamma}{2} + \gamma \arctg \left(\frac{z}{z_0} \right) \right]. \quad (6)$$

При получении (6) воспользовались тем, что ${}_1F_1(a, c; 0) = 1$, $|\Gamma(1+i\gamma)|^2 = (\pi x) \text{sh}^{-1}(\pi x)$ и $\arctg(x) = \pi/2 - \arctg(1/x)$.

На рис. 1 значения осевой интенсивности в нуле ($\rho = 0, z = 0$) из (6) равно:

$$I_0(0) = \pi\gamma [\exp(\pi\gamma) - 1]^{-1} \geq 1. \quad (7)$$

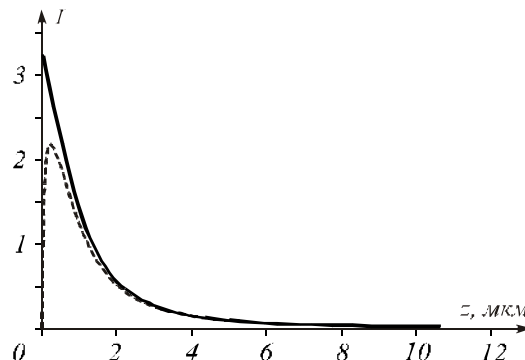


Рис. 1. Осевая интенсивность ($\rho = 0$) для собирающего ($\gamma < 0$) ЛА ($\gamma = -1, w = \lambda, \lambda = 532$ нм), рассчитанная по формуле (6) (сплошная кривая) и на основе интеграла Рэлея-Зоммерфельда (пунктирная кривая)

Осевая интенсивность на рис. 1 (пунктирная кривая) рассчитана с помощью непараксиального интеграла Рэлея-Зоммерфельда для того, чтобы показать, что, во-первых, параксиальная и непараксиальная осевая интенсивности существенно отличаются друг от друга при $z < 2\lambda$ и, во-вторых, параксиальная кривая (сплошная кривая) даёт неправильный результат в нуле $I_0(0) \geq 1$ ($z = \rho = 0$).

На рис. 2 показано распределение интенсивности в поперечной плоскости $z = 2\lambda$, полученное с помощью интегралов Рэлея-Зоммерфельда (кривая 1) и Френеля (кривая 2). Остальные параметры моделирования те же, что и на рис. 1.

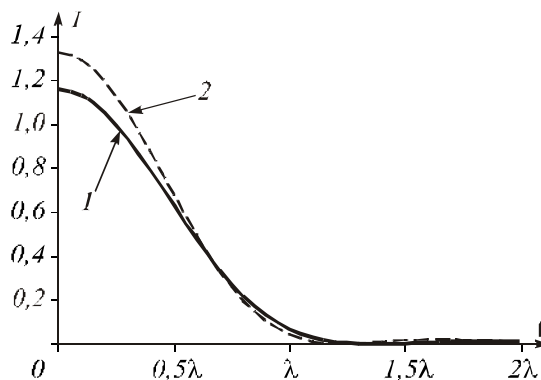


Рис. 2. Интенсивность в поперечной плоскости $z = 2\lambda$ ($\gamma = -1, w = \lambda, \lambda = 532$ нм), полученная с помощью интегралов Рэлея-Зоммерфельда (кривая 1) и Френеля (кривая 2)

Из рис. 2 видно, что ЛА формирует световой пучок почти без боковых лепестков, в отличие от обычного аксикона, формирующего пучок с амплитудой, пропорциональной функции Бесселя $J_0(\alpha\rho)$, боковые лепестки которой составляют 0,4 от осевой амплитуды.

3. Фазовая радиальная сингулярность в центре

Значение $I_0(0)$ из (7) больше единицы (или равно единице при $\gamma=0$), и поэтому оно противоречит выражению (2), из которого следует, что интенсивность в нуле $I_0(0)$ должна быть равна нулю, так как фаза в начале координат не определена и в любой малой окрестности нуля ($\rho=z=0$) содержатся все значения фазы из отрезка $[0, 2\pi]$. Дело в том, что переход от (5) к (6) возможен при любом z и $\rho=0$, кроме $z=0$. При одновременном стремлении к нулю z и ρ результат преобразования выражения (5) будет зависеть от того, с какой относительной скоростью стремятся к нулю обе переменные z и ρ . Например, если устремить к нулю z при фиксированном $\rho \neq 0$, то вместо (6) из (5) получим:

$$I_0(\rho, z) = \frac{z_0^2}{z_0^2 + z^2} \exp \left[-\frac{2\rho^2}{w^2} + 2\gamma \operatorname{arctg} \left(\frac{z}{z_0} \right) \right]. \quad (8)$$

При получении (8) воспользовались асимптотическим выражением для гипергеометрической функции при $x \rightarrow \infty$ [9]:

$${}_1F_1(a; c; x) = \frac{\Gamma(c) \exp(x)}{\Gamma(a) x^{c-a}}. \quad (9)$$

При $z=0$ из (8) следует правильное выражение для начальной интенсивности поля (2) $I_0(\rho, z=0) = \exp[-2(\rho/w)^2]$. Выражение (8) верно при $z \rightarrow 0$ и $\rho \neq 0$. На рис. 3 показан вид функции (8) при ρ , близкой к нулю.

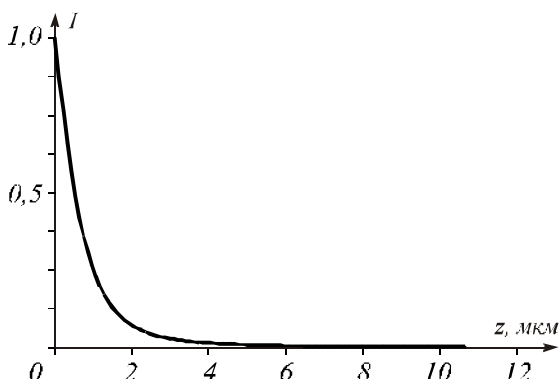


Рис. 3. Зависимость от z интенсивности вблизи $z=0$ и при $\rho=0,1\lambda$ ($\gamma=-1$, $w=\lambda$, $\lambda=532$ нм)

На первый взгляд рис. 1 и 3 противоречат друг другу, но это не так. Так как при $z=0$ и $\rho=0$ имеет место фазовая радиальная сингулярность (особенность), то есть фаза в (2) и её производная при $n=0$ стремятся к бесконечности при $r \rightarrow 0$, то это означает, что при $z=0$ в центре ($\rho=0$) интенсивность равна нулю $I_0(0)=0$, а в соседних точках ($\rho \neq 0$) $I_0(\rho \approx 0) \approx 1$. Поэтому непрерывным предельным переходом вдоль оптической оси по направлению к точке $z=0$ нельзя получить начальную интенсивность $I_0(0)=1$. Но если предельный переход осуществить при $\rho \neq 0$ (рядом с оптической осью), то значение интенсивности при $z=0$ получается правильным $I_0(0) \sim 1$ (рис. 3).

В случае, когда ρ строго равно нулю, а z принимает значения, близкие к нулю, вычисление интеграла Рэлея-Зоммерфельда даёт нулевую осевую интенсивность (рис. 1), что можно объяснить неопределённостью фазы в центре начального поля при $\rho=z=0$. Однако если в поле (2) устранить фазовую сингулярность в центре, заменив её на плоскую волну с постоянной фазой внутри круга $r < r_0$, т.е. поле (2) заменить на

$$E_0(r, \phi) = \begin{cases} \exp \left[-\left(\frac{r}{w} \right)^2 + i\gamma \ln \left(\frac{r}{\sigma} \right) + i n \phi \right], & r \geq r_0, \\ 1, & r < r_0, \end{cases} \quad (10)$$

то вычисление интеграла Рэлея-Зоммерфельда даёт единичную осевую интенсивность $I_0(0)=1$, которая быстро спадает в зависимости от радиуса круга r_0 , достигая локального минимума. На рис. 4 показана осевая интенсивность для нескольких значений r_0 : $r_0=0,01\lambda$ (кривая 1), $r_0=0,03\lambda$ (кривая 2), $r_0=0,05\lambda$ (кривая 3).

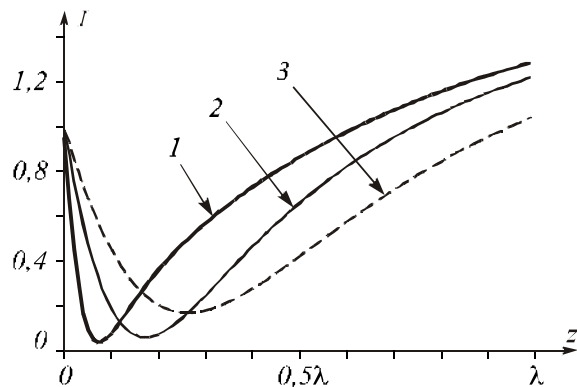


Рис. 4. Осевая интенсивность для поля (10)

4. Радиус поперечного распределения интенсивности

Оценим ширину поперечного распределения интенсивности вблизи оптической оси. Известно, что первое приближение координаты x_1 первого нуля гипергеометрической функции ${}_1F_1(a, c; x)$ находится по формуле [9]:

$$x_1 = \frac{\gamma_{c-1,1}^2}{2(c-2a)}, \quad (11)$$

где $\gamma_{c-1,1}$ – первый корень функции Бесселя $(c-1)$ -го порядка: $J_{c-1}(\gamma_{c-1,1})=0$. С учётом (5) в (11) следует подставить значения $a=1+i\gamma/2$, $c=1$, $\gamma_{0,1}=2,4$. Так как величины a и x в нашем случае комплексные, то формулу (11) следует понимать для модулей комплексных чисел:

$$|x_1| = \frac{\gamma_{c-1,1}^2}{2|c-2a|}. \quad (12)$$

Тогда вещественную координату первого комплексного нуля (локального минимума) ρ_1 интенсивности (5) можно оценить с помощью выражения:

$$\rho_1 = 2,4w \left[\frac{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}{2(1 + \gamma^2)} \right]^{1/4} \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что при больших параметрах гамма $|\gamma| \gg 1$ зависимость эффективного радиуса поперечного распределения интенсивности будет пропорциональна ($z \ll z_0$):

$$\rho_1 \approx 2w|\gamma|^{-1/2} \quad (14)$$

Из (13) также следует, что выбором достаточно большого значения $|\gamma|$ ($\gamma < 0$) можно с помощью ЛА получить вблизи плоскости $z=0$ световое пятно с любым малым субволновым диаметром. Например, при $w = \lambda$, $z_0 = kw^2/2 = \pi\lambda$, $z = \lambda$ и $\gamma = -400$ можно получить световое пятно с диаметром по полуспаду интенсивности $\text{FWHM} = \rho_1 = \lambda/10$. Это следует из того, что градиент фазы (1) при $n = 0$ равен $\gamma\sigma/r$ и стремится к бесконечности при $r \rightarrow 0$. То есть ЛА не только собирает на оптической оси распространяющиеся волны, но и возбуждает неоднородные (исчезающие) поверхностные волны с высоким значением проекции волнового вектора на поперечную ось $k_r \gg k$. Наличие таких поверхностных волн вблизи $z = 0$ обеспечивает субволновые размеры фокусного пятна. Проверим правильность зависимости (14) с помощью моделирования.

Таблица 1. Радиусы поперечного распределения интенсивности

m	1	2	3	4	5
$-\gamma_m$	1	3	5	7	9
ρ_m, λ	2,80	1,93	1,53	1,29	1,13
ρ_m / ρ_{m+1}	1,45	1,26	1,19	1,14	–
$(\gamma_{m+1} / \gamma_m)^{1/2}$	1,52	1,29	1,18	1,13	–

В табл. 1: m – номер по порядку; γ_m – параметр ЛА; ρ_m – радиус в длинах волн первого нуля (или первого локального минимума) интенсивности при $z = 10\lambda$ (другие параметры $w = 2\lambda$, $z_0 = 4\pi\lambda$), численно рассчитанный с помощью преобразования Френеля; ρ_m / ρ_{m+1} – отношение двух соседних радиусов; $(\gamma_{m+1} / \gamma_m)^{1/2}$ – корень квадратный из отношения двух соседних параметров ЛА. В соответствии с (14) значения в третьей и четвёртой строках табл. 1 в каждом столбце должны совпадать, так как $\rho_m / \rho_{m+1} = (\gamma_{m+1} / \gamma_m)^{1/2}$. Из сравнения третьей и четвёртой строк табл. 1 видно, что с ростом модуля параметра γ значения этих строк сближаются.

5. Моделирование FDTD-методом

Рассмотрим прохождение радиально-поляризованной моды R-TEM₀₁ через дифракционный логарифмический микроаксикон. Моделирование проводилось с помощью метода R-FDTD [12]. Параметры моделирования – размеры области расчёта $20\lambda \times 20\lambda$, дискретность разбиения по пространству $\lambda/20$, дискретность разбиения по времени

$\lambda/40c$, где c – скорость света в вакууме. Параметры аксикона – максимальная высота $h_{\max} = \lambda/(n-1)$, где n – показатель преломления вещества ($n = 1,5$), текущая высота профиля рассчитывалась по формуле $\lambda \text{mod} [\gamma \ln(r/\sigma)/(2\pi)] / [2\pi(n-1)]$, где $\gamma = -20$ и $\sigma = 20$ мкм, а $\text{mod}(\cdot)$ обозначает остаток от деления. Параметры моды – радиус $w = 6\lambda$, длина волны $\lambda = 532$ нм. На рис. 5 показано радиальное сечение ЛА. На рис. 6 – радиальное сечение амплитуды освещающего аксикон пучка. На рис. 7 показано осевое распределение интенсивности, а на рис. 8 – радиальное сечение интенсивности в фокальной плоскости (в плоскости с максимальным значением интенсивности).

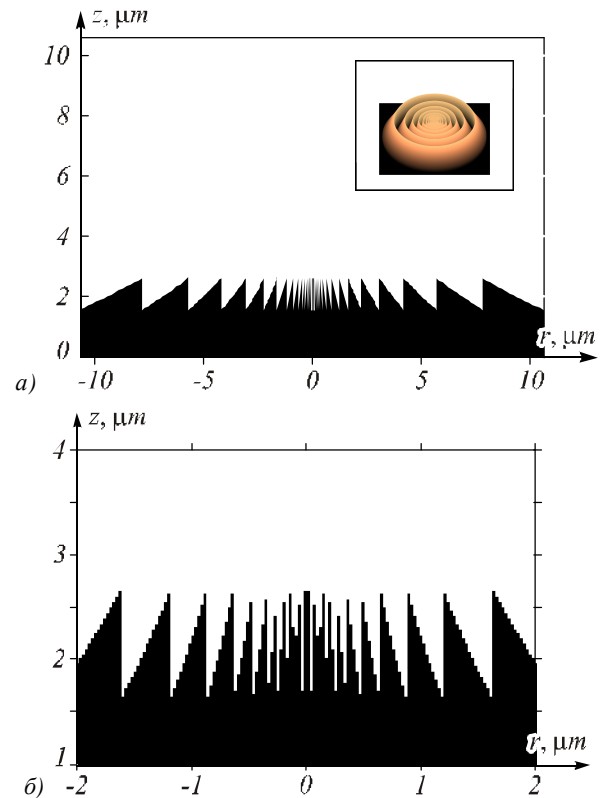


Рис. 5. Логарифмический микроаксикон (а) в вычисляемой области и его увеличенный фрагмент (б) вблизи оси.

На вставке – трёхмерный вид логарифмического аксикона

Моделирование показало, что продольная ширина фокуса по полуспаду интенсивности (рис. 7) $\text{FWHM} = 2\lambda$, а диаметр фокусного пятна, находящегося на расстоянии длины волны от «зубчатой» поверхности аксикона, по полуспаду интенсивности равен $\text{FWHM} = 0,43\lambda$ (рис. 8). Это меньше дифракционного предела $\text{FWHM} = 0,51\lambda$. На рис. 8 $I = |E|^2 = |E_z|^2 + |E_\rho|^2$, где E_z и E_ρ – проекции вектора напряжённости электрического поля на продольную и полярную радиальную оси.

Приведём ещё один пример. В этот раз ЛА выберем двумерный и моделирование проводится с помощью программы FullWAVE [13].

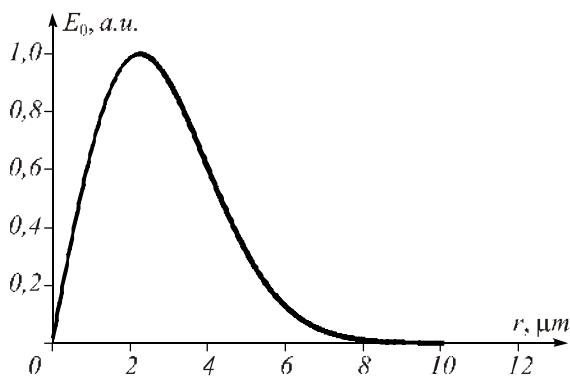


Рис. 6. Радиально-поляризованная лазерная мода R-TEM₀₁

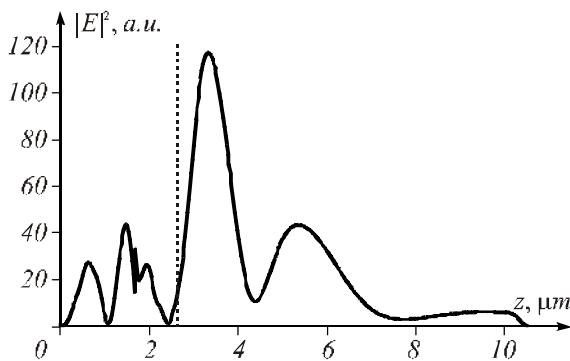


Рис. 7. Распределение интенсивности вдоль оси z (вертикальная линия – линия, на которой лежат вершины рельефа ЛА)

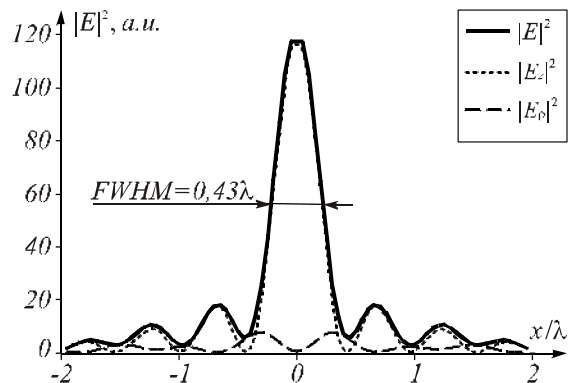


Рис. 8. Распределение интенсивности в фокальном пятне

На рис. 9 показан рельеф двумерного аксикона. Граница области моделирования: $[-4\lambda, +4\lambda] \times [0, 3\lambda]$, время моделирования: $cT = 30\lambda$, дискретизация: по x (горизонтальная ось) и по z (вертикальная) – $\lambda/50$, по времени – $T/100$. Высота рельефа: $\lambda/(n-1) = 2\lambda$, показатель преломления: $n = 1,5$, длина волны освещающего света 532 нм, параметры аксикона $\gamma = -20$ и $\sigma = 4\lambda$. ЛА освещается гауссовым пучком света с ТЕ-поляризацией и радиусом перетяжки $w = 3\lambda$.

Ширина по полуспаду центрального максимума интенсивности на рис. 10 равна

$$FWHM = 108 \text{ нм} = 0,20\lambda.$$

Это меньше, чем дифракционный предел в 2D среде $FWHM = 0,44 \lambda / n = 0,293\lambda$ (для стекла $n = 1,5$).

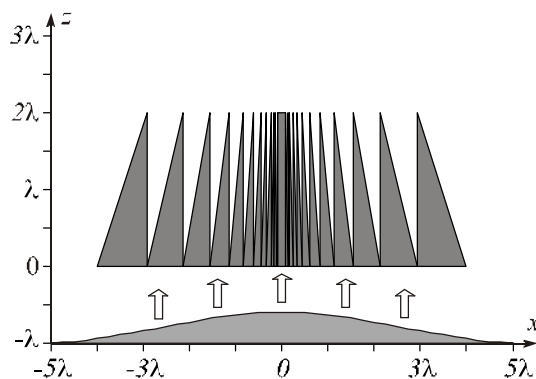


Рис. 9. Вид двумерного ЛА с параметрами: радиус 4λ , высота рельефа $\lambda/(n-1) = 2\lambda$, параметр $\gamma = -20$

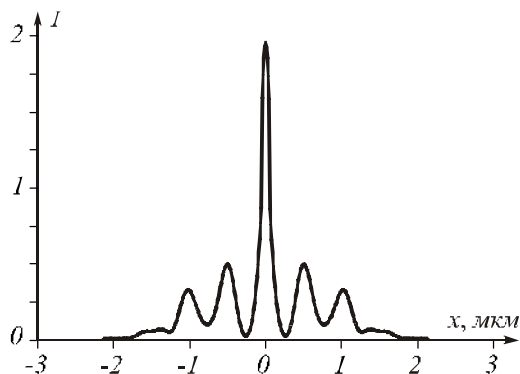


Рис. 10. Усреднённое распределение интенсивности сразу за аксиконом (при $z = 2\lambda$)

Заключение

- В работе получены следующие результаты:
- получено явное аналитическое выражение для комплексной амплитуды светового поля, описывающей в зоне Френеля дифракцию гауссового пучка на спиральном логарифмическом аксиконе;
- получена явная формула для осевой интенсивности в зоне Френеля при дифракции гауссового пучка на логарифмическом аксиконе;
- получена оценочная формула для радиуса дифракционной картины, показывающая обратную зависимость от параметра аксикона γ ;
- с помощью моделирования методом FDTD показано, что на расстоянии $z = \lambda$ от 3D ЛА с параметром $\gamma = -20$ диаметр светового пучка равен $FWHM = 0,43\lambda$, а на выходе 2D ЛА с параметром $\gamma = -20$ – $FWHM = 0,20\lambda$ (для стекла $n = 1,5$).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (госконтракт № 14.740.11.0016), российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-7414.2010.9) и молодого кандидата наук (МК-64571.2010.2).

Литература

1. **Bhuyan, M.K.** High aspect ratio nanochannel machining using single shot femtosecond Bessel beams / M.K. Bhuyan, F. Courvoisier, P.A. Lacourt, M. Jacquot, R. Salut, L. Furfaro, J.M. Dudley // *Appl. Phys. Lett.* – 2010. – Vol. 97. – P. 081102.
2. **Fu, J.** Subwavelength focusing of light by a tapered microtube / J. Fu, H. Dong, W. Fang // *Appl. Phys. Lett.* – 2010. – Vol. 97. – P. 041114.
3. **Golub, I.** Characterization of a refractive logarithmic axicon / I. Golub, B. Chebi, D. Shaw, D. Nowacki // *Opt. Lett.* – 2010. – Vol. 35, No. 16. – P. 2828-2830.
4. **Kotlyar, V.V.** Modeling the sharp focus of a radially polarized laser mode using a conical and a binary microaxicon / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2010. – Vol. 27, No. 10. – P. 1991-1997.
5. **Lit, J.W.** Focal depth of a transmitting axicon / J.W. Lit, R. Tremblay // *J. Opt. Soc. Am.* – 1973. – Vol. 63, No. 4. – P. 445-449.
6. **Golub, M.A.** Focusing light into a specified volume by computer-synthesized hologram / M.A. Golub, S.V. Karpeev, A.M. Prokhorov, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer // *Sov. Tech. Phys. Lett.* – 1981. – Vol. 7. – P. 264-266.
7. **Staronski, L.R.** Lateral distribution and flow of energy in uniform-intensity axicon / L.R. Staronski, J. Sochacki, Z. Jroszewicz, A. Kolodziejczwz // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1992. – Vol. 9, No. 11. – P. 2091-2094.
8. **Хонина, С.Н.** Гипергеометрические пучки в ближней зоне дифракции в рамках скалярной теории / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // *Компьютерная оптика.* – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 427-435.
9. *Handbook of Mathematical Functions* / edited by M. Abramowitz, I.A. Stegun – National Bureau of Standards, Washington, DC, 1964. – 1044 p.
10. **Ковалёв, А.А.** Гипергеометрические лазерные пучки общего вида и их известные частные случаи / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика.* – 2007. – Т. 31, № 4. – С. 29-32.
11. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2008. – Vol. 25. – P. 262-270.
12. **Kotlyar, V.V.** Sharply focusing a radially polarized laser beam using a gradient Mikaelian's microlens / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282, No. 4. – P. 459-464.
13. www.rsoftdesing.com.

References

1. **Bhuyan, M.K.** High aspect ratio nanochannel machining using single shot femtosecond Bessel beams / M.K. Bhuyan, F. Courvoisier, P.A. Lacourt, M. Jacquot, R. Salut, L. Furfaro, J.M. Dudley // *Appl. Phys. Lett.* – 2010. – Vol. 97. – P. 081102.
2. **Fu, J.** Subwavelength focusing of light by a tapered microtube / J. Fu, H. Dong, W. Fang // *Appl. Phys. Lett.* – 2010. – Vol. 97. – P. 041114.
3. **Golub, I.** Characterization of a refractive logarithmic axicon / I. Golub, B. Chebi, D. Shaw, D. Nowacki // *Opt. Lett.* – 2010. – Vol. 35, No. 16. – P. 2828-2830.
4. **Kotlyar, V.V.** Modeling the sharp focus of a radially polarized laser mode using a conical and a binary microaxicon / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2010. – Vol. 27, No. 10. – P. 1991-1997.
5. **Lit, J.W.** Focal depth of a transmitting axicon / J.W. Lit, R. Tremblay // *J. Opt. Soc. Am.* – 1973. – Vol. 63, No. 4. – P. 445-449.
6. **Golub, M.A.** Focusing light into a specified volume by computer-synthesized hologram / M.A. Golub, S.V. Karpeev, A.M. Prokhorov, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer // *Sov. Tech. Phys. Lett.* – 1981. – Vol. 7. – P. 264-266.
7. **Staronski, L.R.** Lateral distribution and flow of energy in uniform-intensity axicon / L.R. Staronski, J. Sochacki, Z. Jroszewicz, A. Kolodziejczwz // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1992. – Vol. 9, No. 11. – P. 2091-2094.
8. **Khonina, S.N.** Hypergeometrical beams in a near zone of diffraction within the limits of scalar model / S.N. Khonina, S.A. Balalaev // *Computer Optics.* – 2009. – Vol. 33, No. 4. – P. 427-435. – (in Russian).
9. *Handbook of Mathematical Functions* / edited by M. Abramowitz, I.A. Stegun – National Bureau of Standards, Washington, DC, 1964. – 1044 p.
10. **Kovalev, A.A.** Hypergeometric laser beams of general form and partial cases / A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // *Computer Optics.* – 2007. – Vol. 31, No. 4. – P. 29-32. – (in Russian).
11. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2008. – Vol. 25. – P. 262-270.
12. **Kotlyar, V.V.** Sharply focusing a radially polarized laser beam using a gradient Mikaelian's microlens / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282, No. 4. – P. 459-464.
13. www.rsoftdesing.com.

**DIFFRACTION OF THE GAUSSIAN BEAM BY THE LOGARITHMICAL AXICON:
OVERCOMING THE DIFFRACTION LIMIT**

*V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, S.S. Stafeev
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University,
Image Processing Systems Institute of the RAS*

Abstract

We have obtained explicit analytical expressions for complex amplitude of light, describing Fresnel diffraction of the Gaussian beam by a logarithmical axicon (LA). Also, equation has been obtained for on-axis intensity of the Gaussian beam diffracted by LA. Estimating equation for effective radius of the beam has been derived. This equation shows inverse relation between the beam radius and “strength” parameter of the axicon. By FDTD simulation we show that LA can be used to overcome the diffraction limit: near the LA full width of the beam at half-maximum of intensity can be fifth part of the free space wavelength.

Key words: logarithmical axicon, diffraction limit, Gaussian beam, Fresnel diffraction, axial intensity.

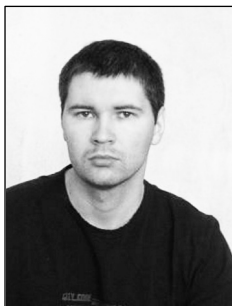
Сведения об авторах



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и, по совместительству, профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

E-mail: kotlyar@smr.ru

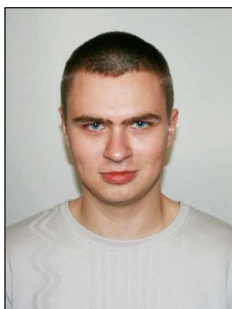
Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science Department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in physics and mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE and OSA member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices.



Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2005 год), работает научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), является докторантом кафедры технической кибернетики СГАУ. Ковалёв А.А. – специалист в области дифракционной оптики и нанофотоники. В списке научных работ 50 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства.

E-mail: alanko@smr.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Candidate in Physics & Maths degree (2002). He is a researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is a specialist in such areas as diffractive optics and nanophotonics. He is co-author of 50 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices.



Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения, в 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Аспирант кафедры технической кибернетики СГАУ, стажёр-исследователь лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН). Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля.

E-mail: sergey.stafeev@gmail.com

Sergey Sergeevich Stafeev (b. 1985) received master's degree in applied mathematics and physics in Samara State Aerospace University (2009). He is a postgraduate student of the Samara State Aerospace University and researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS). Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics.

Поступила в редакцию 11 октября 2010 г.