

БИНАРНАЯ ЛИНЗА: ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ФОКУСОВ

Хонина С.Н., Устинов А.В., Скиданов Р.В.

Институт систем обработки изображений РАН,

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

В рамках скалярной теории дифракции выполнен анализ осевого распределения, формируемого бинарной линзой (зонной пластинкой). Аналитически показано, что для линз с невысокой числовой апертурой несколько локальных фокусов, следующих сразу за основным, имеют интенсивность, близкую к интенсивности основного фокуса за счёт пропорционального уменьшения поперечных размеров локальных фокусов. В области же близкой к оптическому элементу, где перестаёт действовать параксиальное приближение, поперечный размер фокальных пятен перестаёт уменьшаться и, соответственно, интенсивность падает пропорционально квадрату номера фокуса. Численные и экспериментальные результаты показывают соответствие аналитическим выкладкам.

Ключевые слова: зонная пластинка, бинарная дифракционная линза, локальные фокусы, размер фокального пятна.

Введение

Амплитудная зонная пластинка Френеля, которая использовалась лордом Рэлеем ещё в 1871 году, действует как линза с множеством фокусов, каждый из которых содержит некоторую долю падающей на пластинку энергии. При этом в основном фокусе содержится всего около 10% всей энергии. Столь низкая эффективность бинарной линзы по сравнению с рефракционной препятствовала её использованию во многих приложениях.

Множество усилий было сосредоточено на увеличении эффективности «плоской» линзы. В частности, в 1898 году Вуд предложил фазовый вариант бинарной зонной пластинки [2], который позволял повысить эффективность в основном фокусе до 40%.

Френелевская линза, исполненная в виде кусочно-гладкого рельефа, теоретически позволяет достичь 100%, а приблизиться к этой эффективности можно за счёт многоуровневого рельефа [3]. Однако при этом погрешности изготовления влияют как на качество изображения, так и на эффективность [4].

В данной работе наличие у бинарной дифракционной линзы множества локальных фокусов рассматривается с позитивной точки зрения потенциального использования для повышения разрешения.

Как правило, локальные фокусы бинарной линзы исключаются из рассмотрения, потому что доля энергии, которая на них приходится, уменьшается обратно пропорционально квадрату номера локального фокуса [5, 6]. Однако при этом упускается из виду тот факт, что поперечный размер локального фокуса также уменьшается пропорционально номеру, а, следовательно, при меньшей площади фокального пятна его интенсивность оказывается соизмеримой с интенсивностью основного максимума [7]. Этот факт может быть использован для улучшения разрешения фокусирующих систем.

В данной работе в рамках скалярной теории (как параксиальной, так и непараксиальной) исследуются

такие характеристики локальных фокусов, как размер фокального пятна и его интенсивность.

Результаты численного моделирования и эксперимент подтверждают аналитический анализ.

1. Параксиальный анализ осевого распределения для осесимметричных оптических элементов с кусочно-постоянной функцией пропускания

Распространение поля $\tau(r)$, обладающего осевой симметрией, в параксиальном приближении можно описывать с помощью преобразования Френеля:

$$F(\rho, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^R \tau(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) r dr, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны излучения, R – радиус входной апертуры.

Если $\tau(r)$ принимает кусочно-постоянные значения:

$$\tau(r) = \begin{cases} a_n, & r_n \leq r < r_{n+1}, \\ 0, & r \geq r_N = R, \end{cases} \quad (2)$$

то выражение (1) на оптической оси:

$$F_\tau(0, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \sum_{n=0}^N a_n \int_{r_n}^{r_{n+1}} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) r dr \quad (3)$$

можно вычислить аналитически.

Учитывая, что

$$\int_a^b \exp(i\beta r^2) r dr = \frac{1}{2i\beta} [\exp(i\beta b^2) - \exp(i\beta a^2)] \quad (4)$$

выражение (3) можно переписать:

$$F_{\tau}(0, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \frac{2z}{2ik} \sum_{n=0}^N a_n \left[\exp\left(\frac{ikr_{n+1}^2}{2z}\right) - \exp\left(\frac{ikr_n^2}{2z}\right) \right] = \exp(ikz) \left\{ a_0 \exp\left(\frac{ikr_0^2}{2z}\right) - a_N \exp\left(\frac{ikr_N^2}{2z}\right) + \sum_{n=1}^{N-1} (a_n - a_{n-1}) \exp\left(\frac{ikr_n^2}{2z}\right) \right\}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что если все a_n равны некоторой константе a (соответствует кольцевому отверстию с радиусами r_0 и r_N), то сумма обнуляется:

$$F(0, z) = a \exp(ikz) \left\{ \exp\left(\frac{ikr_0^2}{2z}\right) - \exp\left(\frac{ikr_N^2}{2z}\right) \right\} = 2ia \exp(ikz) \exp\left(-\frac{ik(r_N^2 - r_0^2)}{4z}\right) \times \sin\left(\frac{k(r_0^2 + r_N^2)}{4z}\right). \quad (6)$$

Т.о. в параксиальном случае любое кольцевое отверстие с постоянной пропускающей функцией приводит к формированию осциллирующего с постоянной амплитудой осевого распределения с нулевыми значениями в точках $z_m^0 = (r_0^2 + r_N^2)/2m\lambda$ и максимумами при $z_m^1 = (r_0^2 + r_N^2)/(2(m+1)\lambda)$, где m – целое. «Последний» максимум будет располагаться на расстоянии $z_0^1 = (r_0^2 + r_N^2)/\lambda$ от входной плоскости.

Если функция пропускания входного поля (2) имеет только два значения внутри области радиуса R , например, бинарный фазовый или амплитудный оптический элемент освещается равномерным излучением, то выражение (5) примет следующий вид для бинарного фазового элемента:

$$F_{ph}(0, z) = \exp(ikz) \left\{ -\exp\left(\frac{ikr_0^2}{2z}\right) + (-1)^{N+1} \exp\left(\frac{ikr_N^2}{2z}\right) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n+1} \exp\left(\frac{ikr_n^2}{2z}\right) \right\}, \quad (7)$$

$$a_0 = -1$$

и для бинарного амплитудного элемента:

$$F_{amp}(0, z) = \exp(ikz) \left\{ \exp\left(\frac{ikr_0^2}{2z}\right) + \frac{1 - (-1)^{N+1}}{2} \exp\left(\frac{ikr_N^2}{2z}\right) + \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^n \exp\left(\frac{ikr_n^2}{2z}\right) \right\}, \quad (8)$$

$$a_0 = 1.$$

Как видно из сравнения выражений (7) и (8), вклад суммы при использовании фазового элемента удваивается.

2. Анализ осевого распределения для бинарной линзы

Бинарный аналог непрерывной фазовой функции пропускания $\psi(r)$ оптического элемента можно представить в следующем виде для фазового элемента:

$$\tau_{ph}(r) = \exp\left[i\frac{\pi}{2}\{1 - \text{sgn}(\sin[\psi(r)])\}\right] = \begin{cases} 1, & \sin[\psi(r)] > 0, \\ -1, & \sin[\psi(r)] \leq 0, \end{cases} \quad (9)$$

и для амплитудного элемента:

$$\tau_{amp}(r) = \frac{1}{2}\{1 + \text{sgn}(\sin[\psi(r)])\} = \begin{cases} 1, & \sin[\psi(r)] > 0, \\ 0, & \sin[\psi(r)] \leq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Координаты фазовых скачков между значениями 0 и π фазового элемента, а также между пропускающими и поглощающими зонами амплитудного элемента, вычисляются из выражения:

$$\sin[\psi(r)] = 0 \Rightarrow \psi(r) = \pi n. \quad (11)$$

Для фазовой функции параболической линзы с фокусным расстоянием f :

$$\psi(r) = -\frac{k}{2f} r^2 \quad (12)$$

радиусы зон имеют следующий вид:

$$r_n^2 = \frac{2\pi n f}{k} = n\lambda f. \quad (13)$$

2.1. Параксиальный случай

В соответствии с формулами, полученными в первом разделе, бинарная фазовая линза будет формировать следующее осевое распределение ($r_0 = 0, r_N = R$):

$$F_{phL}(0, z) = \exp(ikz) \left\{ -1 + (-1)^{N+1} \exp\left(\frac{ikR^2}{2z}\right) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n+1} \exp\left(\frac{i\pi n f}{z}\right) \right\} \quad (14)$$

с экстремальными значениями в точках локальных фокусов $z_m = f/m$:

$$F_{phL}(0, z_m) = \exp(ikz_m) \left\{ -1 + (-1)^{N+1} \exp\left(\frac{ikR^2}{2z_m}\right) + 2 \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n+1} \exp(i\pi n m) \right\}. \quad (15)$$

Независимо от чётности числа зон N в выражении (15) сумма будет минимальной при чётных m и максимальной при нечётных m :

$$2 \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n+1} \exp(i\pi n m) = \begin{cases} 1 - (-1)^{N+1}, & m - \text{чётные}, \\ 2(N-1), & m - \text{нечётные}. \end{cases} \quad (16)$$

Аналогичный результат получается для амплитудной бинарной линзы:

$$F_{ampL}(0, z_m) = \exp(ikz_m) \left\{ 1 + \frac{1 - (-1)^{N+1}}{2} \exp\left(\frac{ikR^2}{2z_m}\right) + \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^n \exp(i\pi nm) \right\}, \quad (17)$$

где

$$\sum_{n=1}^{N-1} (-1)^n \exp(i\pi nm) = \begin{cases} -(1 - (-1)^{N+1})/2, & m - \text{чётные}, \\ (N-1), & m - \text{нечётные}. \end{cases} \quad (18)$$

В этом случае значения интенсивности в локальных фокусах будут в 4 раза меньше, чем для фазового элемента.

Однако в параксиальном случае все локальные фокусы имеют одинаковое значение, что не будет соответствовать реальности при приближении к плоскости оптического элемента. Рассмотрим непараксиальный подход.

2.2. Непараксиальный случай

В непараксиальном случае можно воспользоваться интегральным преобразованием Рэлея-Зоммерфельда первого типа:

$$E(u, v, z) = -\frac{z}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_0(x, y) \frac{e^{ik\ell}}{\ell^2} \left(ik - \frac{1}{\ell} \right) dx dy, \quad (19)$$

где $E_0(x, y)$ – входное поле, Σ_0 – область, в которой задано входное поле, $\ell = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + z^2}$.

Для осевого распределения при дифракции плоской волны на круглом отверстии радиусом R известно аналитическое выражение [8-10]:

$$F_R(0, z) = \exp(ikz) - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \exp\left(ik\sqrt{R^2 + z^2}\right). \quad (20)$$

Также можно получить аналитический вид для случая дифракции на кольце с радиусами a и b :

$$F_{ab}(0, z) = z \left[\frac{\exp\left(ik\sqrt{a^2 + z^2}\right)}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{\exp\left(ik\sqrt{b^2 + z^2}\right)}{\sqrt{b^2 + z^2}} \right]. \quad (21)$$

Для кусочно-постоянного элемента (2):

$$F_{\tau}(0, z) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \times \left[\frac{\exp\left(ikz\sqrt{1+r_n^2/z^2}\right)}{\sqrt{1+r_n^2/z^2}} - \frac{\exp\left(ikz\sqrt{1+r_{n+1}^2/z^2}\right)}{\sqrt{1+r_{n+1}^2/z^2}} \right]. \quad (22)$$

Для фазовой бинарной линзы

$$a_n = (-1)^{n+1}, \quad r_n^2 = n\lambda f$$

при $z_m = f/m$ получим:

$$\frac{r_n^2}{z_m^2} = \frac{\lambda nm^2}{f} \quad (23)$$

и осевое распределение:

$$F_{phL}(0, z_m) = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^{n+1} \left[\frac{\exp\left(\frac{ikf}{m} \sqrt{1 + \lambda nm^2/f}\right)}{\sqrt{1 + \lambda nm^2/f}} - \frac{\exp\left(\frac{ikf}{m} \sqrt{1 + \lambda(n+1)m^2/f}\right)}{\sqrt{1 + \lambda(n+1)m^2/f}} \right]. \quad (24)$$

Рассмотрим случай, когда

$$(kf/m)(\lambda Nm^2/f)^2 < \pi,$$

т.е. $m < (\lambda/2R)^{1/3} (f/R)$, что соответствует ближайшим к основному локальным фокусам. Для данного случая граница вдоль оптической оси определяется аналогичным выражением: $z_p = R(2R/\lambda)^{1/3}$.

Для длиннофокусной линзы с невысокой числовой апертурой (например, $NA = 0,01$) отношение $f/R \sim 100$ и число включённых в рассмотрение локальных фокусов будет значительно, особенно для микроэлементов.

Для данного случая можно применить приближение $\sqrt{1 + \lambda Nm^2/f} \approx 1 + \lambda Nm^2/2f$ (погрешность которого для $n < N$ будет ещё меньше), и тогда выражение в (24) примет следующий вид:

$$F_{phL}(0, z_m > z_p) = \exp(ikz_m) \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^{n+1} \exp(i\pi nm) \times \left[\frac{1}{1 + \lambda nm^2/2f} - \frac{\exp(i\pi nm)}{1 + \lambda(n+1)m^2/2f} \right]. \quad (25)$$

Для чётных m фазовые множители внутри суммы примут единичное значение, а выражение в квадратных скобках можно заменить на приближённое:

$$\left[\frac{1}{1 + \lambda nm^2/2f} - \frac{1}{1 + \lambda(n+1)m^2/2f} \right] \approx \frac{\lambda m^2}{2f} \cdot \frac{1}{1 + \lambda(2n+1)m^2/2f}.$$

Для нечётных m можно провести аналогичные рассуждения. В результате получим:

$$F_{phL}(0, z_m > z_p) \approx \exp(ikz_m) \times \begin{cases} \frac{\lambda m^2}{2f} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(-1)^{n+1}}{1 + \lambda(2n+1)m^2/2f}, & m - \text{чётное}, \\ 2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{1 + \lambda n m^2/2f}, & m - \text{нечётное}. \end{cases} \quad (26)$$

Заметим, что при чётных m на оптической оси теперь ненулевое (хотя и малое) значение, которое увеличивается с ростом m . Значения в нечётных локальных фокусах медленно убывают с ростом m .

Для выражения (26) можно дать оценки сверху и снизу:

$$L(z_m) < F_{phL}(0, z_m > z_p) < R(z_m), \quad (27)$$

где

$$L(z_m) = \exp(ikz_m) \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda m^2}{f + \lambda m^2} \right)^2, & m - \text{чётное}, \\ 2N \frac{2f}{(2f + \lambda N m^2)}, & m - \text{нечётное}. \end{cases}$$

$$R(z_m) = \exp(ikz_m) \begin{cases} \frac{\lambda m^2}{2f + \lambda m^2}, & m - \text{чётное}, \\ 2N, & m - \text{нечётное}. \end{cases}$$

Отношение локальных фокусов к глобальному по нижней границе:

$$\eta_m = \frac{2f + \lambda N}{2f + \lambda N m^2} = \frac{1 + R^2/2f^2}{1 + R^2 m^2/2f^2}. \quad (28)$$

В частности, при $f/R = 100$ $\eta_m = \frac{1 + 5 \cdot 10^{-5}}{1 + 5m^2 \cdot 10^{-5}} \sim 1$ при $m < 10$. Конкретнее, при $m = 9$ $\eta_9 \approx 0,99$.

Таким образом, для линзы с низкой числовой апертурой значительное число локальных фокусов имеют практически такую же интенсивность, как и основной фокус. Однако в области, близкой к оптическому элементу, нельзя использовать параксиальное приближение. В этом случае выражение (22) удобнее записать в следующем виде:

$$F_r(0, z) = z \sum_{n=1}^{N-1} a_n \times \left[\frac{\exp\left(ikr_n \sqrt{1 + \frac{z^2}{r_n^2}}\right)}{r_n \sqrt{1 + \frac{z^2}{r_n^2}}} - \frac{\exp\left(ikr_{n+1} \sqrt{1 + \frac{z^2}{r_{n+1}^2}}\right)}{r_{n+1} \sqrt{1 + \frac{z^2}{r_{n+1}^2}}}\right]. \quad (29)$$

Учитывая близость к оптическому элементу $r_n \sqrt{1 + z^2/r_n^2} \approx r_n + z^2/2r_n$, тогда для бинарной линзы в локальных экстремумах

$$r_n + z_m^2/2r_n = \frac{f(2m^2 n \lambda + f)}{2m^2 \sqrt{n \lambda f}}$$

на оптической оси:

$$F_{phL}(0, z_m) = 2m \sqrt{\lambda f} \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^n \times \left\{ \frac{\sqrt{n}}{2m^2 n \lambda + f} \exp\left[ik \left(\sqrt{n \lambda f} + \frac{f^2}{2m^2 \sqrt{n \lambda f}} \right) \right] - \frac{\sqrt{n+1}}{2m^2 (n+1) \lambda + f} \times \exp\left[ik \left(\sqrt{(n+1) \lambda f} + \frac{f^2}{2m^2 \sqrt{(n+1) \lambda f}} \right) \right] \right\}. \quad (30)$$

Приближённо модуль выражения (30) можно оценить как модуль первого слагаемого:

$$|F_{phL}(0, z_m)| < 2m \sqrt{\lambda f} \frac{2}{2m^2 \lambda + f} \sim \frac{2}{m} \sqrt{\frac{f}{\lambda}}, \quad (31)$$

т.е. интенсивность будет уменьшаться пропорционально m^2 .

3. Численное моделирование для фазовой бинарной линзы

Численное моделирование для линзы радиусом $R = 1$ мм и фокусным расстоянием $f = 100$ мм проводилось с помощью расчёта преобразования Френеля (1) и непараксиального распространения через угловой спектр, который полностью соответствует интегралу Рэлея-Зоммерфельда (19), но в условиях радиальной симметрии задачи позволяет сократить время вычислений [11]. Длина волны была принята $\lambda = 532$ нм.

На рис. 1 показаны результаты моделирования в рамках параксиального приближения для многоуровневой линзы, фаза которой представлена на рис. 1а, и бинарной линзы, фаза которой представлена на рис. 1б. Радиальные сечения фазовых распределений показаны на рис. 1в. Осевое распределение интенсивности, формируемое каждой из линз, приведено на рис. 1г.

Как видно из рис. 1, многоуровневая дифракционная линза не имеет дополнительных фокусов. Бинарная же линза имеет множество локальных фокусов, интенсивности которых равны. Интенсивность основного фокуса бинарной линзы составляет примерно 41% от интенсивности фокуса многоуровневой линзы. Локальные фокусы располагаются в плоскостях $z_m = f/m$, m – нечётное.

При использовании непараксиальной модели значение интенсивности в локальных фокусах перестаёт сохраняться при приближении к плоскости оптического элемента. Интенсивность локальных фокусов примерно одинаковая вплоть до $m = 7$ (рис. 2а). Начиная с локального фокуса, соответствующего $m = 13$, наблюдается заметное падение интенсивности (рис. 2б).

Таким образом, результаты моделирования подтверждают аналитические выкладки второго раздела.

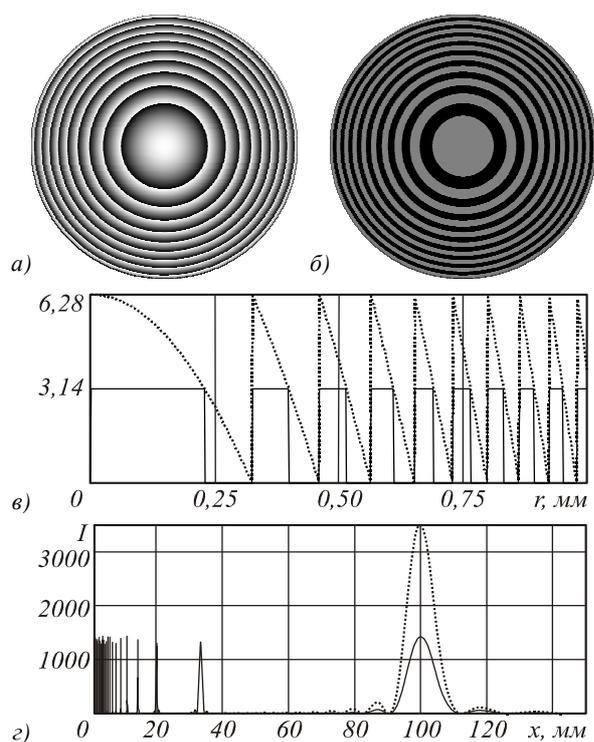


Рис. 1. Результаты параксиального моделирования: фаза многоуровневой линзы (а), фаза бинарной линзы (б), радиальные сечения фазовых распределений (в), осевое распределение интенсивности, формируемое каждой из линз (г) (в, г: точечная линия – для многоуровневой линзы, сплошная линия – для бинарной линзы)

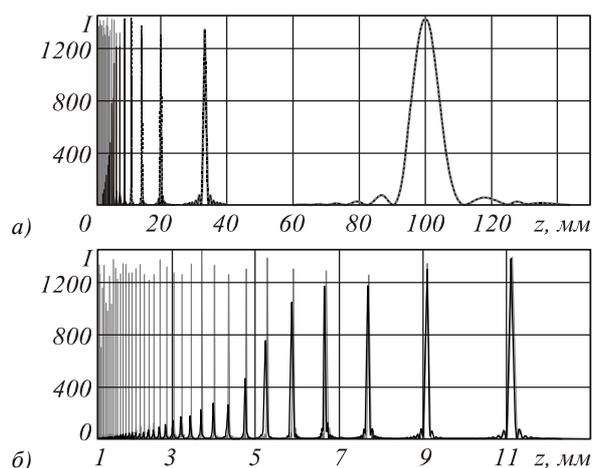


Рис. 2. Сравнение осевого распределения интенсивности, формируемого бинарной линзой в рамках параксиальной (серая линия) и непараксиальной (чёрная линия) моделей: вблизи основного фокуса (а) и вблизи оптического элемента (б)

Характеристики локальных фокусов в рамках непараксиальной модели по отношению к основному фокусу, включая интенсивность, продольную ширину по полуспаду интенсивности (FWHM_l) и поперечную ширину по полуспаду интенсивности (FWHM_t), приведены в табл. 1.

Как видно из рис. 2б, в непараксиальной модели положения локальных фокусов несколько смещаются к плоскости оптического элемента. В табл. 1 приведены результаты с учётом этого смещения.

Таблица 1. Сравнительные характеристики локальных фокусов в рамках непараксиальной модели по отношению к основному фокусу (FWHM_l = 9,357 мм, FWHM_t = 0,028 мм)

<i>m</i>	Положение, мм	Относительная интенсивность	Относительная FWHM _l	Относительная FWHM _t
1	100,00	1,000	1,0000	1,0000
3	33,33	0,999	0,1144	0,3321
5	20,00	0,998	0,0423	0,2001
7	14,27	0,996	0,0209	0,1419
9	11,09	0,991	0,0124	0,1089
11	9,06	0,958	0,0084	0,0898
13	7,66	0,861	0,0063	0,0764
15	6,63	0,824	0,0047	0,0659
17	5,84	0,766	0,0037	0,0572
19	5,22	0,557	0,0036	0,0511
21	4,71	0,328	0,0045	0,0485
23	4,27	0,254	0,0046	0,0365
25	3,92	0,216	0,0046	0,0339

Из табл. 1 можно заметить, что уменьшение продольной ширины фокусов происходит значительно быстрее, чем поперечной. Однако с некоторого момента продольный размер перестаёт уменьшаться.

Вплоть до локального фокуса с номером $m=21$ поперечный размер светового пятна уменьшается пропорционально номеру фокуса, однако это компенсирует падение интенсивности лишь до фокуса с

номером $m=7$. Это значит, что далее мы выходим из области параксиальности, которая определяется границей $z_p = R(2R/\lambda)^{1/3} \approx 15$ мм, и попадаем в промежуточную зону - зону между зоной параксиальности и зоной, в которой начинается падение интенсивности пропорционально квадрату номера. Такой закон падения интенсивности наблюдается, если расстояние до оптического элемента менее радиуса элемен-

та. В этом случае радиусы локальных фокусов перестанут уменьшаться (рис. 3в).

Таким образом, можно выделить три зоны вдоль оптической оси, соответствующие различным соотношениям интенсивности в локальных фокусах:

- 1) зона одинаковой интенсивности,

$$z > z_p = R \left(\frac{2R}{\lambda} \right)^{1/3},$$

- 2) промежуточная зона приближённо линейного падения интенсивности, $R < z < z_p$,

- 3) зона падения интенсивности пропорционально квадрату номера фокуса, $z < R$.

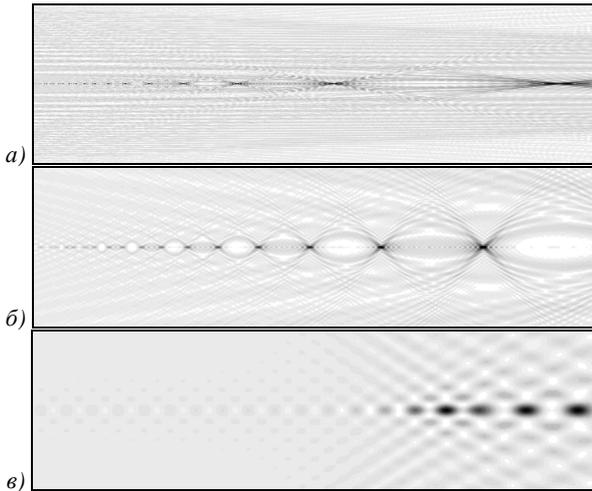


Рис. 3. Различные зоны на оптической оси: зона сохранения интенсивности в локальных фокусах (а), зона линейного падения (б), зона квадратичного падения (в)

4. Экспериментальные результаты

Экспериментальные результаты были получены с помощью фазовой бинарной маски, выведенной на динамическом транспаранте CLR OPTO. Маска размерностью 1024×1024 отсчёта рассчитана для радиуса $R = 7,5$ мм и фокального расстояния $f = 2000$ мм. Для освещения использовалось лазерное излучение с длиной волны $\lambda = 532$ нм.

На рис. 4, 5 представлены результаты, зафиксированные в основном и ближайшем локальном фокусах бинарной фазовой линзы. Видно, что происходит уменьшение размера фокального пятна при небольшом уменьшении интенсивности. Положения фокусов оказались несколько сдвинуты от плоскости элемента из-за небольшой расходимости освещающего транспарант лазерного пучка.

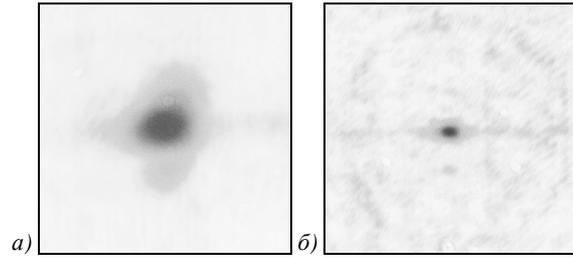


Рис. 4. Экспериментально зафиксированные распределения интенсивности (негатив) в основном и ближайшем локальном фокусах бинарной фазовой линзы: $z_1 = 2010$ мм (а), $z_3 = 670$ мм (б)

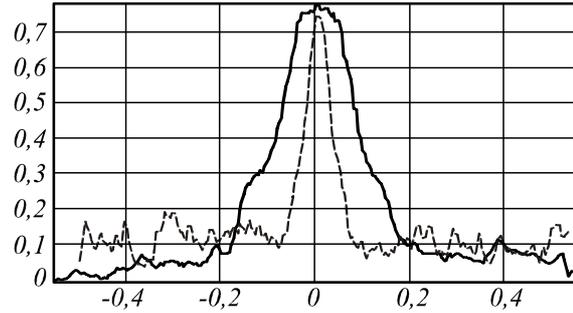


Рис. 5. Сечения экспериментальных интенсивностей в основном и ближайшем локальном фокусах бинарной фазовой линзы: $z_1 = 2010$ мм (сплошная линия), $z_3 = 670$ мм (пунктирная линия)

В табл. 2 приведены сравнительные характеристики фокусов, полученные в эксперименте и при численном моделировании (экспериментальные результаты приведены перед разделителем с указанием погрешности измерений, численные – после разделителя).

Эффективность рассчитывалась как отношение энергии в фокальном пятне к общей энергии, падающей на бинарную линзу. Как видно, она падает пропорционально квадрату номера локального фокуса. Однако за счёт того, что радиус локальных фокусов также уменьшается пропорционально номеру фокуса, интенсивность остаётся близкой к значению в основном фокусе.

Наблюдается достаточное согласование численных и экспериментальных результатов: пропорциональное уменьшение размеров локального фокуса по сравнению с основным. Размер фокусов в эксперименте оказался несколько больше ожидаемого, что связано со сложностью юстировки при использовании динамического транспаранта и с низким разрешением камеры. В дальнейшем планируется выполнить эксперименты с дифракционным оптическим элементом на кварцевой подложке.

Таблица 2. Сравнительные характеристики локальных фокусов, полученные в эксперименте и при численном моделировании

<i>m</i>	Положение, мм	Относительная интенсивность	FWHM _t , мм	Эффективность, %
1	2010±10 / 2000	1,00 / 1,00	0,18±0,03 / 0,142	31,46 / 26,43
3	670±10 / 667	0,95 / 0,99	0,07±0,02 / 0,047	2,51 / 2,81

Таким образом, аналитические выкладки подтверждаются не только численными, но экспериментальными результатами.

Заключение

В работе в рамках скалярной теории дифракции (как парааксиальной, так и непарааксиальной) выполнен анализ осевого распределения, формируемого бинарной линзой (зонной пластинкой). При этом эффективность амплитудной зонной пластинки в 4 раза ниже фазовой.

Аналитически показано, что для линз с невысокой числовой апертурой несколько локальных фокусов, следующих сразу за основным, имеют интенсивность, близкую к интенсивности основного фокуса. Это связано с пропорциональным номеру уменьшением поперечных размеров локальных фокусов. Таким образом, падение энергии, приходящейся на каждый локальный фокус пропорционально квадрату номера, компенсируется соответствующим уменьшением площади локального фокуса.

Такое поведение характерно для зоны, соответствующей условиям парааксиальности. Также выделены ещё две зоны – близкая к оптическому элементу, где поперечный размер фокального пятна перестаёт уменьшаться и, соответственно, интенсивность падает пропорционально квадрату номера фокуса, а также промежуточная зона, падение интенсивности в которой можно считать приблизительно линейным.

Результаты численного моделирования и эксперимент подтверждают аналитические исследования.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов РФФИ 10-07-00109-а, 10-07-00438-а, грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9 и молодого доктора наук МД-8026.2010.2.

Литература

1. **Lord Rayleigh**, Laboratory notebook entry of April 11, 1871 (цитировалась: **Wood, R.W.** Physical Optics – New York: Macmillan, 1934. – P. 37-38.)
2. **Wood, R.W.** Phase-reversal zone-plates, and diffraction-telescopes / R.W. Wood // Philos. Mag. – 1898. – Vol. 45. – P. 511-522.
3. **Faklis, D.** Diffractive lenses create new opportunities / D. Faklis // Optics & Photonics News. – 1995. – P. 28-39.
4. **Unno, Y.** Point-spread function for binary diffractive lenses fabricated with misaligned masks / Y. Unno // Applied Optics. – 1998. – Vol. 37, N 16. – P. 3401-3407.
5. **Rastani, K.** Binary phase Fresnel lenses for generation of two-dimensional beam arrays / K. Rastani, A. Marrakchi, S.F. Habiby, W.M. Hubbard, H. Gilchrist and R.E. Nahory // Applied Optics. – 1991. – Vol. 30, N 11. – P. 1347-1354.
6. **Davis, J.A.** Subharmonic focal-length intensities formed by Fresnel lenses / J.A. Davis, A.M. Field and D.M. Cottrell // Applied Optics, 1994. – Vol. 33, N 35. – P. 8194-8196.
7. **Налимов, А.Г.** Сравнение методов моделирования прохождения рентгеновского излучения через ДОЭ в парааксиальной области / А.Г. Налимов, С.Н. Хонина // Вестник СГАУ. – 2010. – № 4. – С. 238-247.
8. **Osterberg, H.** Closed solutions of Rayleigh's integral for axial points / H. Osterberg, L.W. Smith // J. Opt. Soc. – 1961. – Vol. 51(10). – P. 1050-1054.
9. **Dubra, A.** Diffracted field by an arbitrary aperture / A. Dubra, J.A. Ferrari // Am. J. Phys. – 1999. – Vol. 67(1). – P. 87-92.
10. **Romero, J.A.** Vectorial approach to Huygens's principle for plane waves: circular aperture and zone plates / J.A. Romero, L. Hernández // J. Opt. Soc. Am. A. – 2006. – Vol. 23, N 5. – P. 1141-1145.
11. **Хонина, С.Н.** Алгоритмы быстрого расчёта дифракции радиально-вихревых лазерных полей на микроапертуре / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, С.Г. Волотовский, М.А. Ананьин // Известия Самарского научного центра РАН. – 2010. – № 12(3). – С. 15-25.

References

1. **Lord Rayleigh**, Laboratory notebook entry of April 11, 1871 (quoted: **Wood, R.W.** Physical Optics – New York: Macmillan, 1934. – P. 37-38.)
2. **Wood, R.W.** Phase-reversal zone-plates, and diffraction-telescopes / R.W. Wood // Philos. Mag. – 1898. – Vol. 45. – P. 511-522.
3. **Faklis, D.** Diffractive lenses create new opportunities / D. Faklis // Optics & Photonics News. – 1995. – P. 28-39.
4. **Unno, Y.** Point-spread function for binary diffractive lenses fabricated with misaligned masks / Y. Unno // Applied Optics. – 1998. – Vol. 37, N 16. – P. 3401-3407.
5. **Rastani, K.** Binary phase Fresnel lenses for generation of two-dimensional beam arrays / K. Rastani, A. Marrakchi, S.F. Habiby, W.M. Hubbard, H. Gilchrist and R.E. Nahory // Applied Optics. – 1991. – Vol. 30, N 11. – P. 1347-1354.
6. **Davis, J.A.** Subharmonic focal-length intensities formed by Fresnel lenses / J.A. Davis, A.M. Field and D.M. Cottrell // Applied Optics, 1994. – Vol. 33, N 35. – P. 8194-8196.
7. **Nalimov, A.G.** Comparing of modeling methods of x-ray radiation propagation in paraxial area / A.G. Nalimov, S.N. Khonina // Bulletin SSAU. – 2010. – N 4. – P. 238-247.
8. **Osterberg, H.** Closed solutions of Rayleigh's integral for axial points / H. Osterberg, L.W. Smith // J. Opt. Soc. – 1961. – Vol. 51(10). – P. 1050-1054.
9. **Dubra, A.** Diffracted field by an arbitrary aperture / A. Dubra, J.A. Ferrari // Am. J. Phys. – 1999. – Vol. 67(1). – P. 87-92.
10. **Romero, J.A.** Vectorial approach to Huygens's principle for plane waves: circular aperture and zone plates / J.A. Romero, L. Hernández // J. Opt. Soc. Am. A. – 2006. – Vol. 23, N 5. – P. 1141-1145.
11. **Khonina, S.N.** Fast calculation algorithms for diffraction of radially-vortical laser fields on the microaperture / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.G. Volotovskiy, M.A. Ananin // Izv. SSC RAS. – 2010. – Vol. 12(3). – P. 15-25.

BINARY LENS: INVESTIGATION OF LOCAL FOCUSES*S.N. Khonina, A.V. Ustinov, R.V. Skidanov**Image Processing Systems Institute of Russian Academy of Sciences,
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University)***Abstract**

Within the limits of the scalar diffractive theory the analysis of the axial distribution formed by a binary lens (zone plate) is made. It is analytically shown, that for lenses with the low numerical aperture, some local focuses close to the main focus have the intensity close to intensity of the main focus due to proportional reduction of the transverse size of local focuses. In area close to an optical element where paraxial approach is not valid, the transverse size of focal spots ceases to decrease and, accordingly, intensity falls proportionally to a square of focus's number. Numerical and experimental results show accordance to analytical calculations.

Key words: zone plate, binary diffraction lens, local focuses, focal spot size.

Сведения об авторах

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Учреждения Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

E-mail: khonina@smr.ru.

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.



Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Учреждении Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских.

E-mail: andr@smr.ru.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied mathematics", works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.



Скиданов Роман Васильевич, 1973 года рождения. В 1990 году с отличием окончил Самарский государственный университет (СамГУ) по специальности «Физика». Доктор физико-математических наук (2007 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики СГАУ. Скиданов Р.В. – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирования, обработки изображений и нанопластики. В списке научных работ Р.В. Скиданова 60 статей, 3 монографии. E-mail: romans@smr.ru.

Roman Vasilevich Skidanov (b. 1973) graduated with honors (1990) from the Samara State University (SSU), majoring in Physic. He received his Doctor in Physics & Maths (2007) degrees from Samara State Aerospace University. He is the senior researcher laboratory of laser measurement at the Samara Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of 60 scientific papers, 3 monographs. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.

Поступила в редакцию 1 июня 2011 г.