ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОДНОМЕРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ КОСИНУСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА РАЗВЁРТКАХ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ, ПОРОЖДЁННЫХ КАНОНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ СЧИСЛЕНИЯ

Белов А.М.
Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Аннотация

В работе представлены экспериментальные исследования эффективности применения одномерных дискретных косинусных преобразований на развёртках двумерного сигнала, порождённых двоичными и четвертичными каноническими системами счисления, к задаче компрессии изображений.

Ключевые слова: компрессия изображений, дискретное косинусное преобразование, канонические системы счисления, развёртка двумерного сигнала.

Введение

В настоящее время в задачах компрессии изображений широко используется метод кодирования с преобразованием. Процедура компрессии заключается в том, что каждый блок отсчётов исходного сигнала подвергается некоторому преобразованию, в результате которого формируются обобщённые координаты сигнала, которые впоследствии кодируются с целью достижения эффекта сжатия. Процедура декомпрессии подразумевает обратный порядок действий: декодирование обобщённых координат сигнала с последующим восстановлением блока исходного сигнала посредством обратного преобразования [1]. Из схемы метода следуют требования к преобразованию: обратимость преобразования, низкая вычислительная сложность, статистическая независимость обобщённых координат сигнала. Всем вышеприведённым требованиям к преобразованию удовлетворяет дискретное косинусное преобразование (ДКП), которое и будет рассматриваться далее.

В задачах обработки изображений, как правило, используется двумерное ДКП, имеющее бóльшую вычислительную сложность, чем одномерное (быстрые вычислительные алгоритмы в рамках данной работы не рассматриваются). В данной работе исследуется возможность применения одномерных ДКП на развёртках сигналов, учитывающих их двумерную корреляцию, что может повысить вычислительную эффективность алгоритмов компрессии. Подобный подход с использованием развёртки Гильберта – Пеано рассмотрен в [2].

1. Развёртки двумерных сигналов

В данной работе в качестве развёрток, учитывающих двумерную корреляцию сигнала, предлагается использовать развёртки, порождённые каноническими системами счисления (КСС) в мнимых квадратичных полях. Понятие канонической системы счисления в кольце $S(\sqrt{d})$ целых элементов поля $Q(\sqrt{d})$ введено в работах [3], [4].

Целое алгебраическое число называется основанием канонической системы счисления в кольце целых поля $Q(\sqrt{d})$, если любой целый элемент поля однозначно представим в виде:

$$z = a + b\sqrt{d} = \sum_{j=0}^{k(z)} z_j \alpha^j ,$$

где $z_j \in D = \{0,1,\ldots,|Norm(\alpha)|-1\}$.

Пара (α, D) называется канонической системой счисления в кольце $S(\sqrt{d})$ целых поля $Q(\sqrt{d})$.

Для представления числа $z \in S(\sqrt{d})$ в КСС (α, D) часто используют так называемую позиционную запись этого числа (адрес числа): $z = (z_{k(z)}, z_{k(z)-1} \ldots z_0)_\alpha$, где $z_j \in D$. Адрес числа может интерпретироваться как одномерная координата, а компоненты (a, b) числа z - как двумерные координаты. Тогда при переборе всех возможных адресов некоторой длины L от $(0,0\ldots0)_\alpha^L$ до

$$(|Norm(\alpha)|-1, |Norm(\alpha)|-1 \ldots |Norm(\alpha)|-1)_\alpha^L$$

порядок заполнения комплексной плоскости даст развёртку двумерного сигнала длины $\left(|Norm(\alpha)|-1\right)^L$, порождённую соответствующей КСС.

В работе рассмотрены развёртки, порождённые КСС в кольцах $S(\sqrt{-1})$, $S(\sqrt{-2})$, $S(\sqrt{-3})$ с основаниями $\alpha = -1 + i$, $\alpha = i\sqrt{2}$ и $\alpha = -1 + i\sqrt{3}$ соответственно. Исследуемые развёртки представлены на рис. 1. Как видно из представленных изображений, исследуемые развёртки учитывают корреляцию исходного сигнала в обоих направлениях.

2. Экспериментальные исследования

В этом разделе представлены результаты экспериментов и сравнительный анализ одномерных ДКП на исследуемых развёртках с двумерным ДКП и одномерным ДКП на построчной развёртке.

Критерием качества преобразования выступало распределение энергии исходного сигнала по компонентам преобразования и визуальное качество восстановленного изображения.

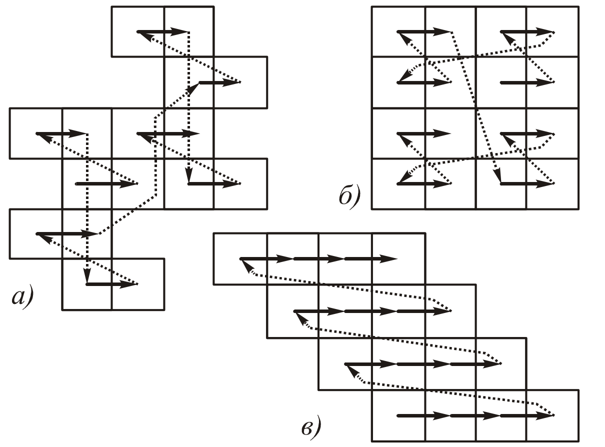

Рис. 1. Развёртки двумерного сигнала, порождённые КСС в кольцах $S(\sqrt{-1})$ (а), $S(\sqrt{-2})$ (б), $S(\sqrt{-3})$ (в)

На графиках представлена относительная суммарная энергия исходного сигнала в зависимости от количества наиболее значимых компонент преобразования. Чем быстрее возрастает эта величина к 1, тем более эффективно преобразование с точки зрения сжатия данных.

Представленные экспериментальные данные получены на выборке из 10 полутоновых изображений размером 512×512 пикселей из набора «Waterloo Grey Set», рассмотрены преобразования на блоках длины 4, 16, 64 (2×2, 4×4, 8×8 для двумерного ДКП). Преобразования обозначены следующим образом: двумерное ДКП – **DCT 2D**, одномерное ДКП на построчной развёртке - **DCT 1D**, на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-1})$ - **DCT 1D -1+i**, на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-2})$ - **DCT 1D i*2^0,5**, на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-3})$ - **DCT 1D -1+i*3^0,5**.

При размере блока 4 (рис. 2) одномерное ДКП на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-3})$ эффективнее двумерного ДКП. Одномерное ДКП на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-2})$ сравнимо по эффективности с двумерным ДКП. Одномерное ДКП на развёртке КСС в кольце $S(\sqrt{-1})$ менее эффективно, чем двумерное ДКП, но более эффективно, чем одномерное ДКП на построчной развёртке.

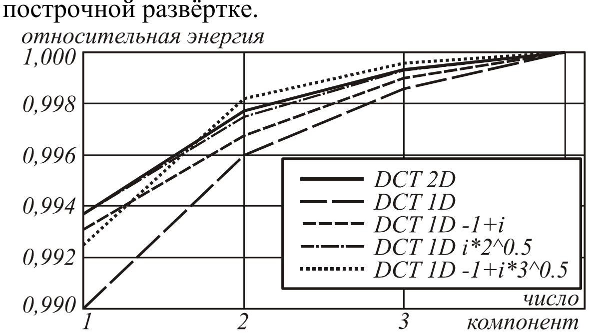

Рис. 2. Сравнение эффективности двумерного ДКП (размер блока 2×2) и одномерных ДКП (размер блока 4) на различных развёртках

При размере блока 16 (рис. 3) все одномерные ДКП менее эффективны, чем двумерное ДКП. Одномерное ДКП на развёртке, порождённой КСС в кольце $S(\sqrt{-3})$, эффективнее, чем ДКП на построчной развёртке.

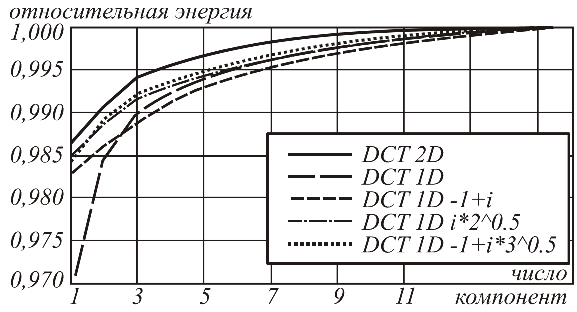

Рис. 3. Сравнение эффективности двумерного ДКП (размер блока 4×4) и одномерных ДКП (размер блока 16) на различных развёртках

При размере блока 64 (рис. 4) все одномерные ДКП менее эффективны, чем двумерное ДКП. Одномерное ДКП на построчной развёртке для большей части значений числа компонент эффективнее одномерных ДКП на развёртках рассмотренных КСС.

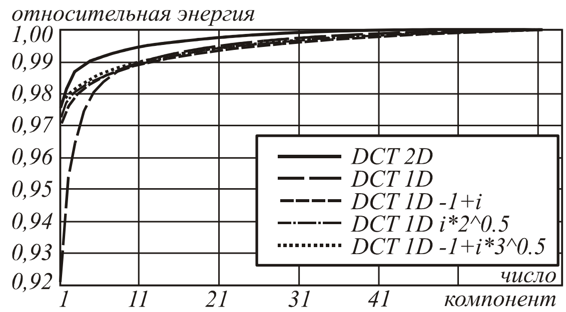

Рис. 4. Сравнение эффективности двумерного ДКП (размер блока 8×8) и одномерных ДКП (размер блока 64) на различных развёртках

С целью оценки визуального качества восстановленного изображения обобщённые координаты исходного сигнала были квантованы с использованием стандартной матрицы округления M [5], элементы которой для преобразования с размером блока $\mathrm{N}\times\mathrm{N}$ вычисляются как: $m_{i,j}=1+(1+i+j)Q$, $i,j=0\ldots\mathrm{N}\text{-}1$, $Q\in\mathrm{N}$ - фактор качества (для стандарта JPEG $Q\in[1,25]$).

На рис. 5 представлены фрагменты восстановленного изображения “*Barb.tif*” для преобразований с размером блока 16 и фактором качества $Q=25$. Визуальное качество восстановленных изображений, сжатых с использованием одномерных ДКП на развёртках, порождённых КСС, лучше, чем качество изображения, сжатого с использованием одномерного ДКП на построчной развёртке, и сопоставимо с качеством изображения, сжатого с использованием двумерного ДКП. Среди исследованных развёрток наилучшее визуальное качество восстановленных изображений показали развёртки, порождённые двумерными КСС в кольцах $S(\sqrt{-1})$ (рис. 5*г*) и $S(\sqrt{-2})$ (рис. 5*д*). Использование развёртки, порождённой КСС в кольце $S(\sqrt{-3})$ (рис. 5е), приводит к достаточно заметным диагональным артефактам на восстановленном изображении.

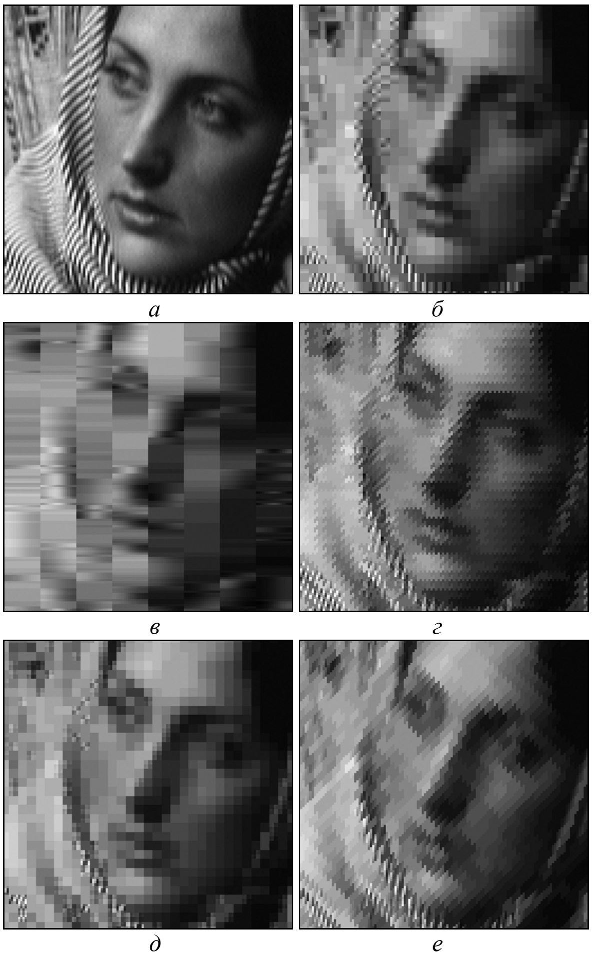

Рис. 5. Фрагменты исходного изображения (а) и восстановленных изображений: двумерное ДКП (б), одномерные ДКП на развёртках: построчная (в), $S(\sqrt{-1})$ *(г),* $S(\sqrt{-2})$ *(д),* $S(\sqrt{-3})$ *(е)*

Заключение

Экспериментальные исследования показали, что одномерные ДКП на рассмотренных развёртках при небольших размерах блока преобразования (4, 16) сравнимы по эффективности с двумерным ДКП как с точки зрения сжатия данных, так и визуального качества восстановленных изображений. Однако преимущества преобразований на рассмотренных развёртках убывают с ростом размера блока преобразования, что ограничивает область их применения.

Поскольку в задачах компрессии изображений, дискретное косинусное преобразование обычно производится блоками 8×8 или 16×16 пикселей, направлением дальнейших исследований может быть исследование преобразований на развёртках восьмеричных и шестнадцатеричных систем счисления. Также, наряду с экспериментальным исследованием, в дальнейшем следует провести аналитическое исследование эффективности различных развёрток.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), проекты: 09-01-00511-а, 11-07-12059-офи-м-2011, 11-07-12062-офи-м-2011 и целевой программы Президиума РАН «Поддержка молодых учёных».

Литература

1. Методы компьютерной оптики / под ред. В.А. Сойфера – 2 изд., испр. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
2. **Федосеев, В.А**. Компрессия изображений с помощью дискретных ортогональных преобразований, определённых на развёртках двумерных областей / В.А. Федосеев // Компьютерная оптика. – 2005. – № 28. – С. 132-135. – ISSN 0134-2452.
3. **Katai, I.** Canonical number systems in imaginary quadratic fields / I. Katai, A. Kovacs // Acta Mathematica Hungarica. – 1981. – Vol. 37. – P. 159-164.
4. **Katai, I.** Canonical number systems for complex integers / I. Katai, J. Szabo // Acta Sci. Math.(Szeged). – 1975. – Vol. 37. – P. 255-260.
5. **Wallace, G.** The JPEG Still Picture Compression Standard / G. Wallace // Communication of the ACM. – 1991. – Vol. 34(4). – P. 30-44.

References

1. Methods of Computer Optics (Secondary Edition) / edited by V.A. Soifer – Moscow: “Fizmatlit” Publisher, 2003. – 688 p. – (In Russian).
2. **Fedoseev, V.A**. Image compression using the discrete orthogonal transforms defined on scans of two-dimensional areas / V.A. Fedoseev // Computer Optics. – 2005. – N 28. – P. 132-135. – ISSN 0134-2452. – (In Russian).
3. **Katai, I.** Canonical number systems in imaginary quadratic fields / I. Katai, A. Kovacs // Acta Mathematica Hungarica. – 1981. – Vol. 37. – P. 159-164.
4. **Katai, I.** Canonical number systems for complex integers / I. Katai, J. Szabo // Acta Sci. Math.(Szeged). – 1975. – Vol. 37. – P. 255-260.
5. **Wallace, G.** The JPEG Still Picture Compression Standard / G. Wallace // Communication of the ACM. – 1991. – Vol. 34(4). – P. 30-44.

RESEARCH OF THE EFFICIENCY OF ONE-DIMENSIONAL DISCRETE COSINE TRANSFORMS BASED ON TWO- DIMENSIONAL SIGNAL SCANNINGS GENERATED BY CANONICAL NUMBER SYSTEMS

A.M. Belov

Image Processing Systems Institute of the RAS,
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University

Abstract

The paper presents experimental research of the effectiveness of one-dimensional discrete cosine transforms based on two-dimensional signal scannings generated by the binary and quaternary canonical number systems for image compression problem.

Key words: image compression, discrete cosine transform, canonical number systems, two-dimensional signal scanning.

Сведения об авторе

Белов Александр Михайлович, 1980 года рождения. В 2003 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». В 2007 году получил степень кандидата физико-математических наук. В настоящее время работает научным сотрудником в Институте систем обработки изображений РАН, ассистентом кафедры геоинформатики и компьютерной безопасности в СГАУ. Область научных интересов: компрессия изображений, дискретные ортогональные преобразования, системы счисления. Автор 23 научных публикаций, из них 9 статей в научных журналах. Член Поволжского отделения Российской ассоциации распознавания образов и анализа изображений.

E-mail: saska@smr.ru .

Aleksandr Mikhailovich Belov (b. 1980) graduated from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Informatics in 2003.He received candidate’s degree in physics and mathematics in 2007. Currently he is a scientist at the Image Processing System Institute of the Russian Academy of Sciences and holding a part-time position of assistant at SSAU’s Geoinformatics and Computer Sequrity sub-department. His research interests are currently focused on image compression, discrete orthogonal transforms and the theory of canonical number systems. He is author of 23 publications, including 9 papers. Member of the Russian Pattern Recognition and Image Processing Association.

Поступила в редакцию 21 сентября 2011 г.