

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАНЫХ В КОМПЛЕКСНОЗНАЧНОМ ВИДЕ

Хафизов Р.Г., Охотников С.А.

Марийский государственный технический университет

Аннотация

Рассмотрены вопросы дискретизации непрерывных контуров изображений. Исследовано влияние дискретизации на распознавание непрерывных контуров изображений.

Ключевые слова: непрерывный контур, элементарный контур, дискретизация контура, вероятность правильного распознавания.

Введение

Задачи контурного анализа возникают в системе технического зрения при обработке изображений и распознавании зрительных образов. Размер клетки (пикселя) сетчатки обычно выбирается из условия возможности восстановления исходного изображения по оцифрованному. Возникающие при этом ошибки дискретизации обусловлены наличием граничных пикселей, в пределах которых содержатся участки как фона, так и изображения объекта. Поэтому оцифрованное и исходное изображения не совпадают. Величина ошибки дискретизации зависит не только от размеров пикселя, но и от вида критерия принятия решения о принадлежности каждого из пикселей фону или изображению [1].

Для обработки контура аналитическим путём или на ЭВМ производят его кодирование, т.е. ставят в соответствие каждому контурному элементу определённое число. Контур Γ , состоящий из элементарных векторов $\gamma(n)$, $n = 0, 1, \dots, s-1$, представляют в виде

$$\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1} = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1)\},$$

где $\gamma(n)$ – элементарный вектор (ЭВ), соединяющий центры или узлы соседних контурных ячеек сетчатки. Такие ЭВ называют стандартными в отличие от ЭВ, длина и аргумент которых задаются произвольными числами. Стандартные элементарные векторы формируются естественным образом по введённому в ОЗУ изображению.

Полигональное представление контура получается при его аппроксимации линейными сегментами. Кодирование состоит в фиксации координат концов этих сегментов. Данный способ благодаря компактности получаемых описаний получил широкое распространение [1]. При этом возникает проблема сегментации, сходная с проблемой дискретизации сигналов. В реальных случаях она обычно связана с потерей информации о форме изображений. Таким образом, при представлении контуров изображений количество элементарных векторов определяется разрешающей способностью датчиков изображений. Как правило, такое представление является избыточным. Целью данной работы является исследование влияния дискретизации на качество распознавания контуров изображений.

1. Модель непрерывного контура

Контур $X = \{\chi(l)\}_{0,L}$ как непрерывную замкнутую кривую, заданную на комплексной плоскости, представим в виде (рис. 1)

$$\chi(l) = \chi_1(l) + i\chi_2(l) = |\chi(l)| \exp\{i\phi(l)\}, l \in [0, 2\pi],$$

где $\chi_1(l) = \text{Re}\chi(l)$ и $\chi_2(l) = \text{Im}\chi(l)$ – действительная и мнимая компоненты функции $\chi(l)$.

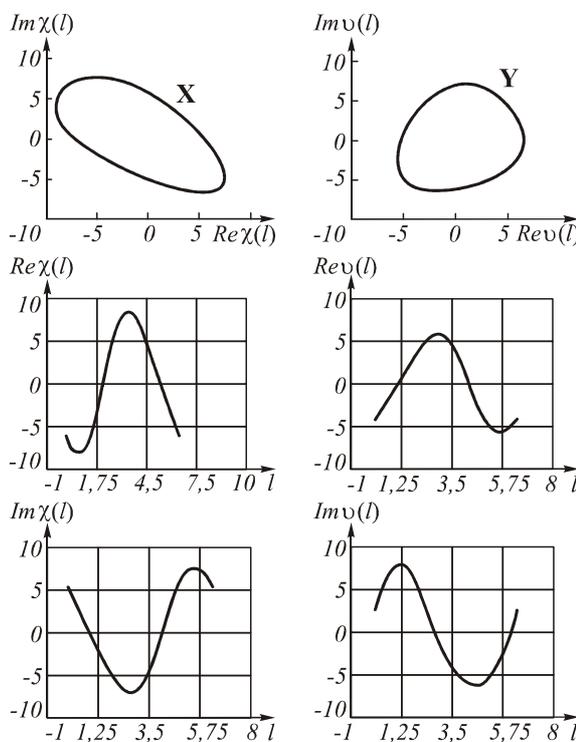


Рис. 1. Примеры непрерывных контуров изображений

При многократном обходе вдоль замкнутой кривой контур X можно представить в виде периодической функции с периодом 2π , т.е. [2]

$$\chi(l) = \chi(l + 2\pi\alpha), \alpha = 0, 1, 2, \dots$$

Если $\chi(l)$ изменяется, подчиняясь тем или иным условиям, например $X = \{\chi(l)\}_{0,L}$ задаёт контур изображения, то мы имеем дело с комплексной переменной, заданной на плоскости S комплексного переменного χ . Представление контуров изображений в виде функции комплексного переменного позволяет привлечь для их анализа и обработки теорию функ-

ции комплексного переменного. Так, например, частный случай дробно-линейного отображения: $v = a\gamma + b$, где $a = a_1 + ia_2$ и $b = b_1 + ib_2$, – произвольные комплексные числа, соответствует вращению на угол $\arg a$, растяжению в $|a|$ раз и параллельному сдвигу на вектор b , служит для моделирования процесса формирования наблюдаемого контура $\mathbf{X}^{(c)}$ путём растяжения исходного контура \mathbf{X} в $|\mu|$ раз поворотом на угол $\Delta\phi$ и сдвигом начальной точки на d ЭВ, т.е.

$$\mathbf{X}^{(c)} = \left\{ |\mu| |\chi(l+d)| \exp\left\{ i \left[\phi(l+d) + \Delta\phi \right] \right\} \right\}_{0,2\pi}.$$

Зашумлённый непрерывный контур $\mathbf{K} = \{k(l)\}_{0,2\pi}$ образуется как аддитивная смесь исходного $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$ и реализации шумового $\mathbf{Z} = \{\zeta(l)\}_{0,2\pi}$ контуров, т.е. $k(l) = \chi(l) + \zeta(l)$, $l = [0, 2\pi]$. Элемент $k(l)$ является суммой постоянной составляющей детерминированной функции $\chi(l)$ со случайной функцией $\zeta(l)$, имеющей нулевое математическое ожидание, дисперсию D_ζ и подчиняющейся нормальному закону распределения.

Практически все основные операции обработки контуров изображений используют для своей реализации базовую операцию – скалярное произведение принятого сигнала \mathbf{Y} и эталонного – \mathbf{X} :

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= \int_0^L \chi(l) v^*(l) dl = \\ &= \int_0^L (\chi_1(l) v_1(l) + \chi_2(l) v_2(l)) dl + \\ &+ i \int_0^L (\chi_2(l) v_1(l) - \chi_1(l) v_2(l)) dl. \end{aligned}$$

На рис. 2 представлены этапы вычисления скалярного произведения непрерывных контуров \mathbf{X} и \mathbf{Y} , показанных на рис. 1.

2. Дискретизация непрерывных контуров изображений

Если $\mathbf{X} = \{\chi(l)\}_{0,2\pi}$ – произвольный контур, спектр $\mathbf{P} = \{\rho(\omega)\}_{-\omega_0, \omega_0}$ которого отличен от нуля лишь в полосе частот $-\omega_0 \leq \omega \leq \omega_0$, то его можно разложить в обобщённый ряд Фурье по базису Котельникова. С учётом комплекснозначного характера функции \mathbf{X} , производим дискретизацию отдельно для действительной и мнимой частей. Получаем

$$\chi(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{1,n} Sc_n(l; \omega_0) + i c_{2,n} Sc_n(l; \omega_0),$$

где

$$c_{1,n} = (\chi_1(l), Sc_n(l; \omega_0)), \quad c_{2,n} = (\chi_2(l), Sc_n(l; \omega_0))$$

– коэффициенты ряда. Причём величины $c_{1,n}$ и $c_{2,n}$ есть не что иное, как $\gamma_1(n) = \chi_1(l_n)$ и $\gamma_2(n) = \chi_2(l_n)$,

то есть мгновенные значения непрерывного контура $\chi(l)$ в n -й отчётной точке $l_n = (n\pi)/\omega_0$.

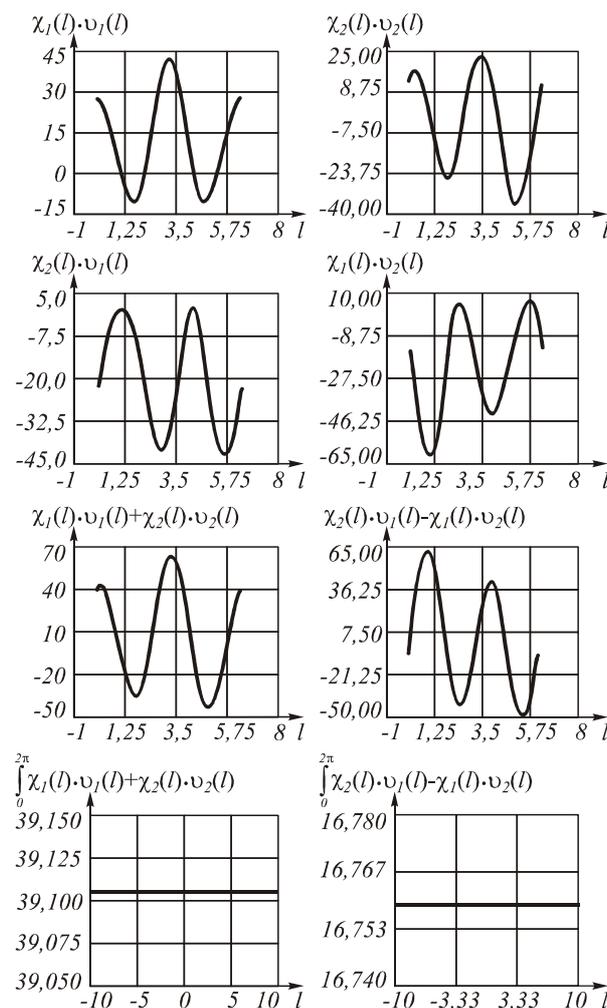


Рис. 2. Этапы формирования скалярного произведения непрерывных контуров \mathbf{X} и \mathbf{Y} , показанных на рис. 1

На рис. 3 представлен пример процесса дискретизации непрерывного элементарного контура

$$\mathbf{X}_m = \{\chi_m(l)\}_{0,2\pi} = \{|\chi| \exp\{iml\}\}_{0,2\pi}$$

порядка $m=1$. Совокупность \mathbf{X}_m при $m = -\infty, \infty$ задаёт семейство замкнутых непрерывных элементарных контуров. При $|\chi|=1$ любые два контура из полного семейства непрерывных элементарных контуров являются ортогональными, т.е. скалярное произведение контуров равно

$$(\mathbf{X}_m, \mathbf{X}_n) = \int_0^L \exp\{i(m-n)l\} dl = \begin{cases} 2\pi & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases}$$

В результате дискретизации непрерывного элементарного контура \mathbf{X}_1 порядка $m=1$ получаем дискретный элементарный контур Γ_1 порядка $m=1$.

На рис. 4 представлены контуры Γ , полученные путём дискретизации непрерывных контуров. При этом $\omega_0 = 5$ (рис. 4а, в) и $\omega_0 = 10$ (рис. 4б, г).

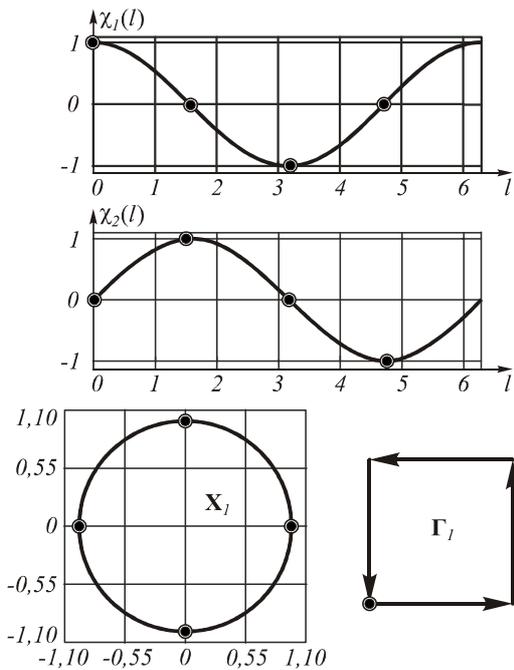


Рис. 3. Процесс дискретизации непрерывного элементарного контура X_1

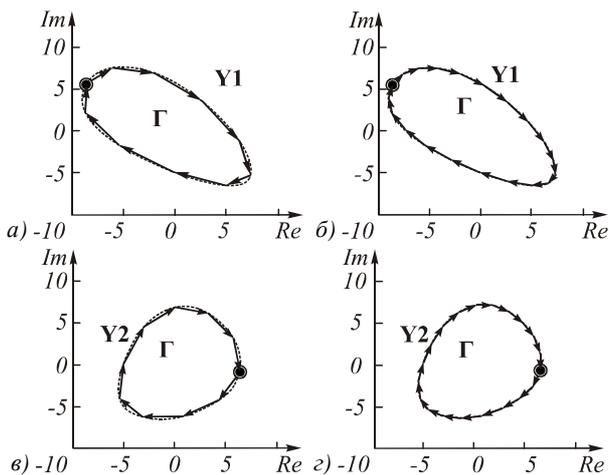


Рис. 4. Контур Γ , полученные путём дискретизации непрерывных контуров X и Y (см. рис. 1)

3. Исследование влияния дискретизации на распознавание непрерывных контуров изображений

Задача распознавания дискретных контуров изображений достаточно подробно рассмотрена в работах [1, 3]. В работе [4] решалась задача исследования потенциальной эффективности распознавания дискретных комплекснозначных векторных сигналов. В качестве меры различия двух сигналов было выбрано расстояние между задающими их векторами. Помехоустойчивость распознающей системы характеризовалась вероятностью правильного распознавания P_{np} . Предполагалось, что величина P_{np} одинакова для всех классов распознаваемых сигналов.

В [4] показано, что с практических позиций при обработке комплекснозначных сигналов значительно

большой интерес для построения помехоустойчивых систем распознавания представляют семейства элементарных контуров, являющихся ортогональными сигналами. По эффективности распознавания они незначительно проигрывают симплексным сигналам. Однако получающиеся результаты распознавания инвариантны к линейным преобразованиям элементарных контуров, а различие в вероятностях P_{np} по сравнению с симплексными контурами уменьшается с ростом размерности s .

Рассмотрим задачу распознавания зашумленных непрерывных контуров на примере двух классов. Пусть $X_{(1)}^{(c)} = \{\chi_{(1)}(l)\}_{0,L}$ и $X_{(2)}^{(c)} = \{\chi_{(2)}(l)\}_{0,L}$ – непрерывные контуры, соответственно, классов A_1 и A_2 . На устройство распознавания подаётся либо зашумленный контур первого класса, равный $K_{(1)} = X_{(1)}^{(c)} + Z$, либо второго класса, равный $K_{(2)} = X_{(2)}^{(c)} + Z$, где Z – реализация шумового контура.

Задача распознавания состоит в обоснованном отнесении зашумлённого контура K к одному из классов – A_1 или A_2 . Для принятия решения необходимо сформировать безусловное отношение правдоподобия и сравнить его с пороговым значением. Функции правдоподобия контуров $K_{(1)}$ и $K_{(2)}$ имеют, соответственно, вид

$$\Lambda(K, |\mu_{(1)}|, \Delta\phi_{(1)}, d_{(1)}) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[\|K\|^2 - \|X_{(1)}^{(c)}\|^2 - 2\text{Re}(K, X_{(1)}^{(c)}) \right] \right\},$$

$$\Lambda(K, |\mu_{(2)}|, \Delta\phi_{(2)}, d_{(2)}) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[\|K\|^2 - \|X_{(2)}^{(c)}\|^2 - 2\text{Re}(K, X_{(2)}^{(c)}) \right] \right\}.$$

Тогда логарифм условного отношения правдоподобия запишется как

$$\ln \left[L(K, |\mu_{(1)}|, |\mu_{(2)}|, \Delta\phi_{(1)}, \Delta\phi_{(2)}, d_{(1)}, d_{(2)}) \right] = -\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \|X_{(1)}^{(c)}\|^2 - \|X_{(2)}^{(c)}\|^2 - 2 \left[\text{Re}(K, X_{(1)}^{(c)}) - \text{Re}(K, X_{(2)}^{(c)}) \right] \right\}.$$

Если на вход распознающего устройства подаётся зашумлённый контур из некоторого алфавита объёмом M классов, то алгоритм распознавания предусматривает многоканальную по числу классов процедуру.

На рис. 5 приведены графики зависимости вероятности правильного распознавания P_{np} зашумлённых непрерывных $X_m = \{\chi_m(l)\}_{0,2\pi} = \{\exp\{iml\}\}_{0,2\pi}$

элементарных контуров от отношения сигнал/шум q при объёмах алфавита $M = 5, 10$ и 15 .

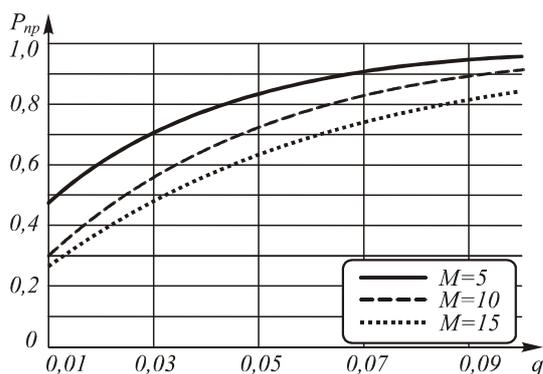


Рис. 5. Характеристики распознавания непрерывных элементарных контуров

Величина q равна отношению средней энергии $\|\mathbf{X}_m\|^2/2\pi$ элементарного вектора непрерывного элементарного контура \mathbf{X}_m к дисперсии шумового контура \mathbf{Z} : $q = \|\mathbf{X}_m\|^2/2\pi\sigma^2$.

Скалярное произведение двух непрерывных элементарных контуров \mathbf{X}_m и \mathbf{X}_n , являющихся ортогональными сигналами, равно нулю. Поэтому расстояние между нормированными непрерывными элементарными контурами постоянно. Снижение вероятности $P_{пр}$ при распознавании зашумлённых непрерывных элементарных контуров, связанное с увеличением количества M классов, объясняется возрастанием количества параллельно работающих каналов, для каждого из которых может быть принято ошибочное решение о распознавании.

На рис. 6 приведены графики зависимости вероятности правильного распознавания $P_{пр}$ от отношения сигнал/шум q для элементарных контуров, полученных путём дискретизации непрерывного элементарного контура.

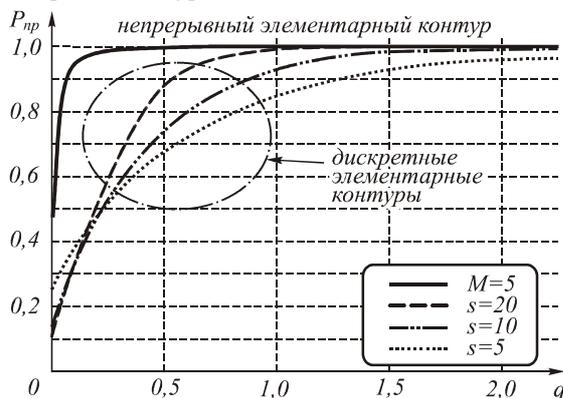


Рис. 6. Зависимость вероятности правильного распознавания от отношения сигнал/шум

С увеличением размерности дискретизированного элементарного контура кривая зависимости вероятности правильного распознавания от отношения сигнал/шум стремится к зависимости вероятности пра-

вильного распознавания непрерывного контура. Однако при увеличении размерности контуров, очевидно, увеличивается и трудоёмкость их обработки.

Представленные на рис. 6 характеристики определяют потенциальную эффективность распознавания комплекснозначных сигналов и позволяют выбирать размерность сигнала для достижения требуемой вероятности правильного распознавания.

Заключение

В работе решена задача распознавания непрерывных контуров изображений. При этом считалось, что задан алфавит эталонных изображений всех классов. На устройство распознавания поступает зашумлённый непрерывный контур изображения одного из классов алфавита. Устройство распознавания выносит оптимальное по критерию минимального расстояния решение в пользу одного из классов алфавита. Основой устройства служит фильтр, согласованный с непрерывным контуром изображения одного из классов.

Исследовано влияние дискретизации на распознавание непрерывных контуров изображений. Построены сравнительные характеристики вероятности правильного распознавания непрерывных и дискретных элементарных контуров. Показано, что при увеличении отчётов дискретных контуров вероятность правильного распознавания увеличивается.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-07-00585-а).

Литература

1. Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов / под ред. Я.А. Фурмана. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 592 с.
2. Хафизов, Р.Г. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2006. – № 4. – С. 24-27.
3. Хафизов, Р.Г. Распознавание плоских зашумленных изображений по их форме / Р.Г. Хафизов, И.Л. Егوشина // Известие Вузов. Приборостроение. – 2006. – № 4. – С. 46-51.
4. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов / под. ред. Я.А. Фурмана. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 456 с.
5. Хафизов, Р.Г. Линейная фильтрация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 408-416. – ISSN 0134-2452.

References

1. Contour analysis introduction and its image and signal processing application / edited by Ya.A. Furman – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2002. – 592 p. – (In Russian).
2. **Khafizov, R.G.** Analysis of continuous complex-valued signals that define the contours of images of flat objects /

- R.G. Khafizov // A.N. Tupolev Vestnik KGTU – 2006. – N 4. – P. 24-27. – (In Russian).
3. **Khafizov, R.G.** Flat noisy images detection by their form / R.G. Khafizov, I.L. Egoshina // Izvestiya vuzov. Priborostroenie. – 2006. – N 4. – P. 46-51. – (In Russian).
 4. Complex and hypercomplex systems at tasks of multidimensional signal processing / edited by Ya.A. Furman – Moscow: “Fizmatlit” Publisher, 2004. – 456 p. – (In Russian).
 5. **Khafizov, R.G.** Linear filtering of continuous contours of images, defined in a complex-valued form / R.G. Khafizov, S.A. Okhotnikov // Computer Optics. – 2010. – Vol. 34, N 3. – P. 408-416. – ISSN 0134-2452

DISCRETIZATION OF CONTINUOUS CONTOURS OF IMAGES, DEFINED IN A COMPLEX-VALUED FORM

*R.G. Khafizov, S.A. Okhotnikov
Mari State Technical University*

Abstract

Problems of discretization of continuous contours of images is considered. Discretization effect to the recognition of continuous contours is investigated.

Key words: continuous contour, elementary contour, quantization of contour, true recognition rate.



Хафизов Ринат Гафиятуллович, 1972 года рождения, в 1994 году окончил Марийский государственный технический университет (МарГТУ) по специальности «Радиотехника». Доктор технических наук (2011 год), работает профессором кафедры радиотехнических и медико-биологических систем. Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, обработка и распознавание изображений. Автор более 100 научных работ, соавтор 3 монографий, имеет учебно-методические разработки.

E-mail: krtmbs@marstu.net.

Rinat Gafiyatulloevich Khafizov (b. 1972) graduated (1994) from the Mari State Technical University (MarSTU) with specialty in radio engineering. He received his Doctor in Technics (2011) degree from the Kazan State Technical University. He is holding a position of professor of the department of radio engineering and biomedical systems at MarSTU. He finished doctoral studies in MarSTU in 2008. Mari State Technical University, department of radio engineering and biomedical systems. His research interests are currently focused on digital signal processing, data processing and image recognition. Author of more than 100 scientific papers, co-author of 3 monographs, has the teaching methodologies.



Охотников Сергей Аркадьевич, 1982 года рождения, в 2009 году окончил Марийский государственный технический университет (МарГТУ) по направлению «Радиотехника». Обучается в аспирантуре МарГТУ по направлению 05.12.04 «Радиотехника, в том числе системы и устройства радионавигации, радиолокации и телевидения». Область научных интересов: обработка изображений групповых точечных объектов. В списке научных работ 6 статей, 1 авторское свидетельство РФ.

E-mail: krtmbs@marstu.net.

Sergei Arkadievich Okhotnikov (b. 1982) graduated (2009) from the Mari State Technical University (MarSTU) in the direction of radio engineering. Enroll in postgraduate school MarSTU at the way of 05.12.04 "Radio engineering, including radio navigation systems and equipment, radiolocation and television». His research interests are currently focused on processing of images of group point objects. He is author of 6 scientific papers and inventor's certificate of Russia Federation.

Поступила в редакцию 20 февраля 2012 г.