НАБЛЮДАЕМОСТЬ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ РЕШЁТОК ПО НЕСКОЛЬКИМ УЗЛАМ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ ИХ ПРОЕКЦИЙ

Куприянов А.В.
Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

В статье рассматривается задача о наблюдаемости трёхмерной кристаллической решётки. В предположении о вращательном характере движения решётки относительно плоскости наблюдения получены аналитические выражения определения наблюдаемости кристаллической решётки в общем случае при наблюдении двух и более узлов на проекции. Рассмотрены частные случаи для определения условий наблюдаемости кубической ячейки при некоторых значениях индексов узлов.

Ключевые слова: кристаллическая решётка, узел решётки, наблюдаемость, кинематические параметры Эйлера.

Введение

В работах [1] и [2] была рассмотрена постановка задачи анализа изображений кристаллических решёток. В статье [3] был предложен подход к решению задачи о наблюдаемости трёхмерной кристаллической решётки по её проекциям. Было показано, что при рассмотрении задачи восстановления решётки по проекциям или, в частном случае, определения её параметров необходимо ввести некоторую характеристику, которая показывала бы, насколько полно рассматриваемый объект представлен на той или иной проекции. Это привело к постановке новой для математики задачи о наблюдаемости сложной трёхмерной решётки по её проекциям.

Решение этой задачи было предложено искать в рамках теории кинематического движения системы материальных точек на основе дифференциальных кинематических уравнений. В предположении о вращательном характере движения решётки относительно плоскости наблюдения в работе [3] были получены необходимые и достаточные условия наблюдаемости кристаллической решётки для некоторых частных случаев.

Определение принадлежности исследуемой кристаллической решётки к тому или иному типу решёток Браве осуществляется путём сравнения полученных данных с эталонными: найденными ранее или теоретически смоделированными [4]. При наблюдении изображений кристаллических решёток с использованием электронной микроскопии появляется возможность прямого, непосредственного измерения искомых параметров. Однако эффективность подобного подхода и даже сама его возможность зависит от того, наблюдаемы ли измеряемые параметры на данной проекции или нет.

Настоящая работа является продолжением исследований, проведённых в работе [3], и посвящена решению задачи о наблюдаемости кристаллических решёток в случае анализа координат двух и более узлов решётки.

1. Определение наблюдаемости кристаллической решётки по координатам нескольких узлов

Запишем в матричном виде выражение, определяющее координаты узлов кристаллической решётки в базовой системе координат относительно параметров вращения системы координат решётки на основе индексов её узла.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

(x_1, x_2, x_3), $x_j \in \mathbb{R}$ – декартовы координаты узла в системе координат решётки, которые определяются относительно индексов узла решётки – (k_1, k_2, k_3), $k_j \in \mathbb{Z}$:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b\cos\gamma & c\cos\beta \\ 0 & b\sin\gamma & \frac{c(\cos\alpha - \cos\beta\cos\gamma)}{\sin\gamma} \\ 0 & 0 & \frac{V}{ab\sin\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ – параметры, определяющие элементарную ячейку решётки [4], V – объём ячейки: $V = abc\sqrt{1 + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \cos^2\alpha - \cos^2\beta - \cos^2\gamma}$.

Матрица Λ определяется как:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2\lambda_0\lambda_3 + 2\lambda_1\lambda_2 & 2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2 \\ 2\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_0\lambda_3 & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2\lambda_0\lambda_1 + 2\lambda_2\lambda_3 \\ 2\lambda_0\lambda_2 + 2\lambda_1\lambda_3 & 2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1 & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \end{pmatrix},$$

где λ_j, $j = 0,1,2,3$ кинематические параметры Эйлера или Родрига–Гамильтона [3,5]:

$$\lambda_0 = \cos\frac{\varphi}{2}, \lambda_j = c_j \sin\frac{\varphi}{2}, j = 1,2,3. \qquad (3)$$

Выражение (1) можно записать используя функции преобразования координат f_j относительно индексов узла решётки.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3) \\ f_2(x_1, x_2, x_3) \\ f_3(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Далее, как и в работе [3], рассмотрим наблюдение кристаллической решётки. Уравнение наблюдения узла системы можно записать используя выражения для функций преобразования координат. Поскольку наблюдение решётки будем осуществлять в результате проецирования, то для определения уравнения наблюдения можно использовать только две функции: $f_2(x_1, x_2, x_3)$ и $f_3(x_1, x_2, x_3)$.

Введём векторную функцию наблюдения решётки $z(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ как набор функций преобразования координат узлов решётки:

$$z(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \begin{pmatrix} z_1(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = f_2(n_1, n_2, n_3), \\ z_2(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = f_3(n_1, n_2, n_3), \\ z_3(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = f_2(m_1, m_2, m_3), \\ z_4(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = f_3(m_1, m_2, m_3) \\ \ldots \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $(n_1, n_2, n_3), (m_1, m_2, m_3)$ и т.д. – координаты узлов в системе координат решётки.

Также отметим, как было показано в работе [3], что параметры Эйлера $\lambda_j(t)$ могут быть рассмотрены как функции, зависящие от времени t. Таким образом, функции z_j также являются зависящими от времени t, и существуют производные $\dot{z}_j, \ddot{z}_j, \dddot{z}_j, \ldots$

Ответ на вопрос, является ли система наблюдаемой, определяется с помощью якобиана:

$$I = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right], \quad (6)$$

где $\Phi^T = \left(z^T, \dot{z}^T, \ddot{z}^T, \ldots \right)$.

Если ранг матрицы I равен числу наблюдаемых параметров $_j$, то система будет являться наблюдаемой.

2. Определение наблюдаемости по координатам двух узлов

Рассмотрим случай наблюдения только двух узлов (n_1, n_2, n_3) и (m_1, m_2, m_3) на проекции. Запишем в явном виде якобиан I, используя выражения, полученные в [3]:

$$I = \begin{bmatrix} 2\lambda_0 n_2 + 2\lambda_1 n_3 - 2\lambda_3 n_1 & 2\lambda_0 n_3 - 2\lambda_1 n_2 + 2\lambda_2 n_1 & 2\lambda_1 n_1 + 2\lambda_2 n_2 + 2\lambda_3 n_3 & 2\lambda_2 n_3 - 2\lambda_0 n_1 - 2\lambda_3 n_2 \\ 2\lambda_0 n_3 - 2\lambda_1 n_2 + 2\lambda_2 n_1 & 2\lambda_3 n_1 - 2\lambda_1 n_3 - 2\lambda_0 n_2 & 2\lambda_0 n_1 - 2\lambda_2 n_3 + 2\lambda_3 n_2 & 2\lambda_1 n_1 + 2\lambda_2 n_2 + 2\lambda_3 n_3 \\ 2\lambda_0 m_2 + 2\lambda_1 m_3 - 2\lambda_3 m_1 & 2\lambda_0 m_3 - 2\lambda_1 m_2 + 2\lambda_2 m_1 & 2\lambda_1 m_1 + 2\lambda_2 m_2 + 2\lambda_3 m_3 & 2\lambda_2 m_3 - 2\lambda_0 m_1 - 2\lambda_3 m_2 \\ 2\lambda_0 m_3 - 2\lambda_1 m_2 + 2\lambda_2 m_1 & 2\lambda_3 m_1 - 2\lambda_1 m_3 - 2\lambda_0 m_2 & 2\lambda_0 m_1 - 2\lambda_2 m_3 + 2\lambda_3 m_2 & 2\lambda_1 m_1 + 2\lambda_2 m_2 + 2\lambda_3 m_3 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Поскольку наблюдение двух узлов даёт потенциальную возможность определения всех параметров наблюдения, можно не использовать производные по времени. В этом случае критерием наблюдаемости является условие:

$$\det I \neq 0. \quad (8)$$

Чтобы определить условия, при которых решётка будет ненаблюдаемой, необходимо решить уравнение:

$$\det I = 0. \quad (9)$$

Вычислим определитель матрицы I, получим:

$$\det I = 64(u_1 + u_2)^2 - 64u_3(u_1 + u_2) + 16u_3u_3 -$$
$$-16\left((m_1n_2 - m_2n_1)^2 + (m_1n_3 - m_3n_1)^2 + (m_2n_3 - m_3n_2)^2 \right),$$

где $u_1 = (m_1n_2 - m_2n_1)(\lambda_0\lambda_2 - \lambda_1\lambda_3)$,

$u_2 = (m_1n_3 - m_3n_1)(\lambda_0\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2)$,

$u_3 = (m_2n_3 - m_3n_2)(\lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2)$.

Решая уравнение (9), можно получить полный набор условий ненаблюдаемости для любой пары наблюдаемых узлов. Необходимо отметить, что в действительности использование дополнительных производных не даёт новых выражений для определения наблюдаемости решётки.

Рассмотрим на простейшем примере алгоритм определения условий ненаблюдаемости для решётки с элементарной кубической ячейкой для двух узлов с индексами $(1,0,0)$ и $(0,1,0)$, параметры ячейки – $:(a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = \pi/2)$:

1) Запишем уравнение (9):

$$\det I = -16a(1 - 2\lambda_0\lambda_2 + 2\lambda_1\lambda_3)(1 + 2\lambda_0\lambda_2 - 2\lambda_1\lambda_3) = 0.$$

2) Решаем уравнение, получаем условия, при выполнении каждого из которых решётка будет ненаблюдаема:

$$\begin{cases} 1 - 2\lambda_0\lambda_2 + 2\lambda_1\lambda_3 = 0, \\ 1 + 2\lambda_0\lambda_2 - 2\lambda_1\lambda_3 = 0. \end{cases}$$

3) Используем выражения (3), получаем тригонометрические уравнения:

$$\begin{cases} c_2 \sin\varphi + c_1c_3 \cos\varphi = c_1c_3 - 1, \\ c_2 \sin\varphi + c_1c_3 \cos\varphi = c_1c_3 + 1. \end{cases}$$

4) Решаем уравнения, получаем значения для параметров вращения, при которых решётка будет ненаблюдаемой относительно выбранной пары узлов:

если $c_2 = 0$, то $\cos\varphi = \frac{c_1c_3 \pm 1}{c_1c_3}$;

если $c_2 \neq 0 \wedge 1 \pm 2c_1c_3 = 0$, то $\tan\frac{1}{2}\varphi = \pm\frac{1}{2c_2}$;

если $1 - 2c_1c_3 \neq 0$, то $\tan\frac{1}{2}\varphi = \frac{c_2 \pm \sqrt{c_2^2 + 2c_1c_3 - 1}}{2c_1c_3 - 1}$;

если $1 + 2c_1c_3 \neq 0$, то $\tan\frac{1}{2}\varphi = \frac{c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 2c_1c_3 - 1}}{2c_1c_3 + 1}$.

3. Определение наблюдаемости по координатам трёх узлов

Рассмотрим случай наблюдения трёх узлов (l_1, l_2, l_3), (n_1, n_2, n_3) и (m_1, m_2, m_3) на проекции. Запишем в явном виде якобиан I:

$$I=\begin{pmatrix} 2\lambda_0 l_2+2\lambda_1 l_3-2\lambda_3 l_1 & 2\lambda_0 l_3-2\lambda_1 l_2+2\lambda_2 l_1 & 2\lambda_1 l_1+2\lambda_2 l_2+2\lambda_3 l_3 & 2\lambda_2 l_3-2\lambda_0 l_1-2\lambda_3 l_2 \\ 2\lambda_0 l_3-2\lambda_1 l_2+2\lambda_2 l_1 & 2\lambda_3 l_1-2\lambda_1 l_3-2\lambda_0 l_2 & 2\lambda_0 l_1-2\lambda_2 l_3+2\lambda_3 l_2 & 2\lambda_1 l_1+2\lambda_2 l_2+2\lambda_3 l_3 \\ 2\lambda_0 n_2+2\lambda_1 n_3-2\lambda_3 n_1 & 2\lambda_0 n_3-2\lambda_1 n_2+2\lambda_2 n_1 & 2\lambda_1 n_1+2\lambda_2 n_2+2\lambda_3 n_3 & 2\lambda_2 n_3-2\lambda_0 n_1-2\lambda_3 n_2 \\ 2\lambda_0 n_3-2\lambda_1 n_2+2\lambda_2 n_1 & 2\lambda_3 n_1-2\lambda_1 n_3-2\lambda_0 n_2 & 2\lambda_0 n_1-2\lambda_2 n_3+2\lambda_3 n_2 & 2\lambda_1 n_1+2\lambda_2 n_2+2\lambda_3 n_3 \\ 2\lambda_0 m_2+2\lambda_1 m_3-2\lambda_3 m_1 & 2\lambda_0 m_3-2\lambda_1 m_2+2\lambda_2 m_1 & 2\lambda_1 m_1+2\lambda_2 m_2+2\lambda_3 m_3 & 2\lambda_2 m_3-2\lambda_0 m_1-2\lambda_3 m_2 \\ 2\lambda_0 m_3-2\lambda_1 m_2+2\lambda_2 m_1 & 2\lambda_3 m_1-2\lambda_1 m_3-2\lambda_0 m_2 & 2\lambda_0 m_1-2\lambda_2 m_3+2\lambda_3 m_2 & 2\lambda_1 m_1+2\lambda_2 m_2+2\lambda_3 m_3 \end{pmatrix}.$$

Если ранг матрицы I равен числу наблюдаемых параметров λ_j, то система будет являться наблюдаемой, т.е. должно выполняться условие:

$$\operatorname{rank} I = 4. \quad (10)$$

Чтобы определить условия наблюдаемости, в силу симметрии относительно перестановки узлов достаточно рассмотреть две матрицы, например: I_1, полученную вычёркиванием 4-й и 6-й строки из матрицы I, и I_2, полученную вычёркиванием 4-й и 5-й строки из матрицы *I*.

Решая систему уравнений:

$$\begin{cases}\det I_1 = 0,\\ \det I_2 = 0,\end{cases} \quad (11)$$

можно определить полный набор условий, при котором соответствующие миноры матрицы будут равны нулю, следовательно, ранг матрицы будет меньше 4, а значит, решётка будет ненаблюдаемой.

В тех случаях, когда наблюдению доступны координаты более чем трёх узлов, после отбрасывания тех узлов, которые совпадают при применении к ним трансляции решётки, необходимо проверить выполнение условий наблюдаемости для каждой тройки узлов.

Рассмотрим на простейшем примере алгоритм определения условий ненаблюдаемости для решётки с элементарной кубической ячейкой для трёх узлов с индексами $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ и $(0,0,1)$:

1) Запишем уравнение для I_1:

$$\det I_1 = 16\left(\lambda_0^2+\lambda_1^2-\lambda_2^2-\lambda_3^2\right)=0.$$

2) Запишем уравнение для I_2:

$$\det I_2 = 64\left(\lambda_0\lambda_3+\lambda_1\lambda_2\right)\left(\lambda_0\lambda_2-\lambda_1\lambda_3\right)=0.$$

3) Используем (2), получаем систему тригонометрических уравнений:

$$\begin{cases}\cos\varphi\left(c_1^2-c_2^2-c_3^2-1\right)=c_1^2-c_2^2-c_3^2+1,\\ \left(c_3\sin\varphi+c_1c_2-c_1c_2\cos\varphi\right)\left(c_2\sin\varphi-c_1c_3+c_1c_3\cos\varphi\right)=0.\end{cases}$$

4) Решаем систему уравнений, получаем:

$$\begin{cases}\cos\varphi=\frac{c_1^2-c_2^2-c_3^2+1}{c_1^2-c_2^2-c_3^2-1},\\ \left(c_2^2+c_3^2\right)\left(c_1^2-c_3^2\right)=0\vee\left(c_2^2+c_3^2\right)\left(c_1^2-c_2^2\right)=0.\end{cases}$$

Отсюда получаем значения параметров вращения, при которых система будет ненаблюдаемой:

$$\begin{cases}\cos\varphi=\frac{c_1^2+1}{c_1^2-1},\\ c_2^2+c_3^2=0.\end{cases};\ \begin{cases}\cos\varphi=\frac{-c_2^2+1}{-c_2^2-1},\\ c_1^2-c_3^2=0.\end{cases};\ \begin{cases}\cos\varphi=\frac{-c_3^2+1}{-c_3^2-1},\\ c_1^2-c_2^2=0.\end{cases} \quad (12)$$

При рассмотрении выбранной тройки узлов решётки в другом порядке мы получим те же самые условия. Таким образом, при выполнении любого из условий (12) все миноры четвёртого порядка матрицы *I* будут равны 0.

Заключение

В предположении о вращательном характере движения решётки относительно плоскости наблюдения получены аналитические выражения определения наблюдаемости кристаллической решётки в общем случае при наблюдении двух и более узлов на проекции. Рассмотрены частные случаи для определения условий наблюдаемости кубической ячейки при некоторых значениях индексов узлов.

Необходимо отметить, что определение условий наблюдаемости кристаллической решётки для произвольного количества узлов было выполнено относительно параметров вращения. При этом было использовано предположение о том, что параметры самой решётки, позволяющие однозначно определить декартовы координаты узла по его индексам, являются известными.

При натурных наблюдениях кристаллических решёток это предположение может быть верно лишь частично. Например, при проведении эксперимента могут быть известными только углы между базисными векторами решётки, а сами длины сторон будут неизвестными.

Предложенные алгоритмы определения наблюдаемости могут быть востребованы при расчёте параметров кристаллических решёток по наблюдениям в электронных микроскопах высокого разрешения [6]. Для оценивания параметров решётки в общем случае потребуется использовать большее число проекций, а значит, необходимо будет рассмотреть подходы к решению задачи определения наблюдаемости решётки при использовании большего числа проекций.

Благодарности

Работа выполнялась при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (госконтракт № 02.740.11.0841, соглашения № 8027, 8231), гранта РФФИ 12-01-00237-а, гранта Президента РФ поддержки ведущей научной школы НШ-4128.2012.9, программы фундаментальных исследований РАН-ОНИТ6, в рамках выполнения государственного задания № 8.3195.2011 Минобрнауки РФ.

Литература

1. **Сойфер, В.А.** Анализ и распознавание наномасштабных изображений: Традиционные подходы и новые постановки задач / В.А. Сойфер, А.В. Куприянов // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 2. – С. 136-144.
2. **Куприянов, А.В.** Анализ текстур и определение типа кристаллической решётки на наномасштабных изображениях / А.В. Куприянов // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 2. – С. 151-157.
3. **Куприянов, А.В.** О наблюдаемости кристаллических решёток по изображениям их проекций / А.В. Куприянов, В.А Сойфер // Компьютерная оптика – 2012. – Т. 36-2. – С. 249-256.
4. **Егоров-Тисменко, Ю.К.** Кристаллография и кристаллохимия / Ю.К. Егоров-Тисменко. – М.: КДУ, 2005. – 592 с.
5. **Челноков, Ю.Н.** Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твёрдого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения./ Ю.Н. Челноков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 512 с.
6. **Уманский, Я.С.** Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия / Я.С. Уманский, Ю.А. Скаков, А.Н. Иванов, Л.Н. Расторгуев. – М.: Металлургия, 1982. – 632 с.

References

1. **Soifer, V.A.** Analysis and recognition of the nanoscale images: conventional approach and novel problem statement / V.A. Soifer, A.V. Kupriyanov // Computer Optics. – 2011. – V. 35, № 2. – P. 136-144. – (in Russian).
2. **Kupriyanov, A.V.** Analysis and recognition of the nanoscale images: conventional approach and novel problem statement / A.V. Kupriyanov // Computer Optics. – 2011. – V. 35, № 2. – P. 151-157. – (in Russian).
3. **Kupriyanov, A.V.** On the Observability of the crystal lattice with the images of their projections / A.V. Kupriyanov, V.A. Soifer // Computer Optics. – 2012. – V. 36, № 2. – P. 249-256. – (in Russian).
4. **Egorov-Tismenko, Yu.K.** Kristallographiya i kristallokhimiya / Yu.K. Egorov-Ticmenko. – Moscow: KDU, 2005. – 592 p. – (in Russian).
5. **Chelnokov, Yu. N.** Quaternion an biquaternion models and methods In mechanics of a rigid body and their applications. / Yu. N. Chelnokov. – Moscow: Fismatlit Publisher, 2006. – 512 p.
6. **Umansky, Ya.C.** Krisltallographiya, rentgenographiya I electronnaya microskopiya / Ya.C. Umanskiy [et al.] – Moscow: “Metallurgiya Publisher”, 1982. – 632 p. – (in Russian).

THE OBSERVABILITY OF THE CRYSTAL LATTICE BY MULTIPLE NODES UPON THE IMAGES OF THEIR PROJECTIONS

A.V. Kupriyanov
Image Processing Systems Institute of the RAS

Abstract

In paper the problem of the observability of a three-dimensional crystalline lattice is considered. In assumption of rotary motion in space relatively the projection plane the analytical expressions for determination of the observability with the usage of two and more nodes of the lattice are presented The fulfillment of conditions for some special cases for a cubic mesh is viewed.

Key words: a crystalline lattice, lattice node, observability, cinematic Euler's parameters.

Сведения об авторе

Куприянов Александр Викторович, 1978 года рождения. В 2001 году окончил с отличием Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ). В 2004 году защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук. В настоящее время работает старшим научным сотрудником в Учреждении Российской академии наук Институте систем обработки изображений РАН и, одновременно, доцентом кафедры технической кибернетики СГАУ. Круг научных интересов включает цифровую обработку сигналов и изображений, распознавание образов и искусственный интеллект, анализ и интерпретацию биомедицинских сигналов и изображений. Имеет более 80 публикаций, в том числе 35 статей и одну монографию, изданную на английском языке (в соавторстве). Член Российской ассоциации распознавания образов и анализа изображений.

E-mail: akupr@smr.ru .

Alexandr Victorovich Kupriyanov, (b. 1978), graduated (2001) from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU). He received his PhD in Technical sciences (2004). At present he is a senior researcher at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, and holding a part-time position of Associate Professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department.

The area of interests includes digital signals and image processing, pattern recognition and artificial intelligence, biomedical imaging and analysis. He's list of publications contains more than 80 scientific papers, including 35 articles and 1 monograph published.

Поступила в редакцию 30 сентября 2012 г.