

## ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

### ПЕРЕПУТЫВАНИЕ ДВУХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КУБИТОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ДВУХМОДОВЫМ ТЕПЛОВОМ ПОЛЕМ

*Башкиров Е.К., Мастюгин М.С.*

*Самарский государственный университет*

#### *Аннотация*

В настоящей работе нами рассмотрено влияние диполь-дипольного взаимодействия и начальной когерентности двух потоковых сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих индуктивно с двумя различными электронными сверхпроводящими *LC*-резонаторами в тепловых состояниях, на степень их перепутывания.

**Ключевые слова:** потоковые сверхпроводящие кубиты, вырожденные двухфотонные переходы, перепутывание, диполь-дипольное взаимодействие, тепловое поле.

#### *Введение*

Одной из основных проблем современной квантовой информатики является разработка эффективных схем генерации и механизмов стабилизации и контроля за степенью перепутывания кубитов, взаимодействующих с различными видами полей и другими типами окружений. Квантовые перепутанные состояния являются основным ресурсом квантовых вычислений, при этом для эффективной работы квантовых компьютеров нужны максимально перепутанные чистые состояния с достаточно большим временем жизни [1]. В настоящее время предложены и экспериментально реализованы различные схемы генерации и контроля за перепутыванием состояний атомов и ионов в резонаторах, оптических и магнитных ловушках, а также различных искусственных атомных объектах, таких как квантовые точки, примеси в твёрдых телах, сверхпроводящие цепи с джозефсоновскими переходами и др. [2]. При этом удалось экспериментально реализовать в таких системах долгоживущие двух- и многокубитные перепутанные состояния [2]. Однако взаимодействие кубитов с окружением приводит к декогерентности, так что исследуемая система эволюционирует в состояние, непригодное для целей квантовых вычислений. Поэтому с практической точки зрения основная задача при получении и использовании перепутанных состояний заключается в том, чтобы предотвратить, минимизировать или использовать влияние шума. Было высказано большое количество предложений по защите, минимизации или использованию влияния окружения для создания и сохранения максимально перепутанных состояний, например стратегия кольцевого контроля, коррекция квантовых ошибок, использование избыточного кодирования и др. [1]. Однако указанные способы успешно решают проблему только при малой скорости генерации ошибок в исследуемой системе. Более экономичный подход состоит в использовании так называемых свободных от декогеренции пространств, которые полностью нечувствительны к специфическим типам шумов. Такой подход, однако, также требует использования дополнительных источников и эффективен только для определённых типов окружений, ко-

торые в настоящее время не могут быть реализованы экспериментально, например сжатого вакуума.

Недавно в целом ряде работ было показано, что в некоторых случаях диссипация и шум могут, напротив, являться источником перепутывания. Впервые такая идея была предложена в работе [3]. В ней авторы показали, что за счёт диссипации два атома (два кубита) в оптическом резонаторе могут перейти в максимально перепутанное состояние. Возможность генерации перепутанных состояний для атомов в резонаторах за счёт различных механизмов диссипации рассматривалась позднее в большом количестве работ. Исследовалось влияние вакуумного шума, фазового шума, теплового шума, различных типов классических шумов и их комбинаций на возникновение и исчезновение перепутывания (см. ссылки в [4]).

Ряд работ в последнее время был посвящён исследованию возможности генерации перепутывания, индуцированного тепловым шумом в атомных системах. Идея о возможности возникновения перепутывания при взаимодействии атомов в резонаторах с тепловым полем принадлежит Питеру Найту с соавторами [5]. Для теоретического описания таких систем используется модель Джейнса–Каммингса и её простейшие обобщения. В работе [5] впервые было показано, что перепутывание всегда возникает при взаимодействии произвольной системы с большим числом степеней свободы в смешанном состоянии и одиночного кубита в чистом состоянии, общие результаты проиллюстрированы на примере модели Джейнса–Каммингса одиночного атома, взаимодействующего с модой теплового поля в идеальном резонаторе. В своей следующей работе Питер Найт с соавторами [6] показал, что одномодовый тепловой шум может также индуцировать атом-атомное перепутывание в системе двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. Перепутывание в двухатомной системе с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное одномодовым тепловым шумом, было рассмотрено в работе [7], а влияние двухмодового теплового шума на перепутывание двух двухуровневых атомов с невырожденными переходами и переходами рамановского типа – в работах [8, 9]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно

превосходить соответствующую величину для однофотонного взаимодействия.

Как хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе [10, 11]. Физически диполь-дипольное взаимодействие можно увеличить, уменьшая относительное расстояние между кубитами. В работах [12, 13] для двухатомных моделей с различными типами разрешённых атомных переходов показано, что высокая степень перепутывания, индуцированная тепловым полем, может быть также получена за счёт начальной атомной когерентности. Кроме того, было доказано, что перепутыванием атомов можно управлять, изменяя параметры начального состояния, такие как амплитуды поляризованных атомов и их фазы, а также интенсивность диполь-дипольного взаимодействия и среднее число фотонов в моде. При этом авторы исследовали влияние диполь-дипольного взаимодействия между атомами на степень атомного перепутывания только в случае модели с однофотонными переходами. Вместе с тем представляет большой интерес исследование влияния диполь-дипольного взаимодействия кубитов при наличии их начальной когерентности на степень перепутывания, индуцированного тепловым шумом, в случае двухфотонных моделей. Для обычных двухуровневых атомов при многофотонных переходах прямое диполь-дипольное взаимодействие отсутствует в силу правил запрета для атомных переходов. Однако существуют физические системы, для которых обычные правила отбора нарушаются. К таким системам относятся макроскопические объекты – потоковые сверхпроводящие кубиты, которые при определённых условиях в случае выделения трёх нижних уровней являются трёхуровневыми атомами  $\Delta$ -типа [14].

Ещё одной важной особенностью таких кубитов является то, что их дипольные моменты значительно превосходят по величине дипольные моменты естественных атомов, и сами кубиты представляют собой макроскопические объекты размерами в несколько микрон. Потоковый кубит представляет собой сверхпроводящую цепь, разорванную одним или несколькими джозефсоновскими переходами. Для целей квантовых вычислений обычно используют потоковые кубиты с тремя или четырьмя джозефсоновскими переходами. В отличие от цепей с одним переходом, в случае нескольких джозефсоновских контактов бистабильное состояние кубита возникает при сколь угодно малой индуктивности  $L$  цепи, что позволяет уменьшить влияние на кубит внешних электромагнитных шумов.

При введении в схему нелинейности с помощью джозефсоновских переходов, эквидистантные уровни  $LC$  сверхпроводящего осциллятора перестают быть таковыми, и два (или три) самых низких уровня могут использоваться для того, чтобы закодировать кубит

(или кутрит). Квантовая информация в потоковом кубите кодируется направлением и силой тока для двух бистабильных состояний. Такие кубиты могут управляться микроволновым излучением, напряжением, магнитным полем и токами, их состояния могут быть измерены с высокой точностью с использованием специальных чипов [2]. Большое количество сверхпроводящих кубитов может быть соединено в цепочки, поэтому такие сверхпроводящие кубиты рассматриваются в качестве одной из возможных реализаций логических элементов квантового компьютера. Времена когерентности сверхпроводящих кубитов могут достигать десятков мкс, связь между ними может быть сделана достаточно сильной, и величина связи может контролироваться с помощью электроники. Сверхпроводящие цепи (кубиты) могут быть соединены через «полости» ( $LC$ -сверхпроводящие контуры), которые являются фактически электрическими «резонаторами» (а «фотоны» в них – колебаниями электронной плотности). Такие установки используются также в настоящее время весьма широко для исследований в области квантовой электродинамики в резонаторах. Со сверхпроводящими цепями удалось выполнить простые алгоритмы квантовых вычислений, создавать перепутанные состояния, состояния с определённым числом «фотонов» в «резонаторе» и осуществить некоторые другие манипуляции, необходимые для квантовых вычислений [14].

При использовании двух нижних энергетических уровней сверхпроводящая цепь с джозефсоновскими переходами может использоваться в качестве кубита. В случае использования переходов между тремя нижними уровнями цепи мы имеем дело с кутритом. В естественных атомах электронные состояния обладают определённой чётностью, положительной или отрицательной. В дипольном приближении гамильтониан взаимодействия атома с зависящим от времени электрическим полем обладает отрицательной чётностью. Поэтому при переходе между начальным и конечным состояниями атома должна изменяться чётность. Эти оптические правила отбора диктуют возможность существования только трёх типов трёхуровневых систем, которые называются атомами  $\Lambda$ ,  $V$  и  $\Xi$ -типа, для которых запрещены переходы между состояниями с одинаковой чётностью. Однако правила отбора для сверхпроводящих искусственных атомов могут отличаться от соответствующих правил в случае естественных атомов. Например, в дипольном приближении гамильтониан взаимодействия между потоковым сверхпроводящим кубитом и зависящим от времени магнитным полем не имеет определённой чётности, за исключением случая, когда параметр  $f = \Phi / \Phi_0 = 1/2$ , где  $\Phi$  – статический магнитный поток, приложенный к электрическому контуру, и  $\Phi_0$  – квант магнитного потока. В случае  $f = 1/2$  гамильтониан взаимодействия имеет отрицательную чётность, соответственно, три нижних уровня искусственного атома ведут себя так же, как и в случае обычных трёхуровневых атомов. Однако когда  $f \neq 1/2$ , симмет-

рия гамильтониана, как уже было сказано выше, нарушается. В этом случае возможны все три дипольных перехода между всеми тремя нижними уровнями и сверхпроводящая цепь становится трёхуровневым атомом  $\Delta$ -типа, в котором одновременно возможны и одно-, и двухфотонные переходы [14].

В настоящей работе нами исследовано влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на степень перепутывания двух потоковых сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двумя различными электронными сверхпроводящими резонаторами, находящимися в тепловом состоянии. В качестве начального состояния кубитов будем выбирать когерентные перепутанные состояния белловского типа. Динамика перепутывания для начального когерентного перепутанного состояния указанных искусственных атомов рассматривалась нами ранее в работе [15]. Вместе с тем квантовые вычисления базируются на перепутанных состояниях, поэтому изучение временной динамики изначально перепутанных состояний за счёт воздействия с тепловым полем представляет значительный интерес.

**1. Модель**

Модель, которую мы рассматриваем изначально, состоит из двух различных сверхпроводящих цепей («резонаторов»), взаимодействующих с двумя идентичными сверхпроводящими джозефсоновскими потоковыми кутритами – искусственными атомами  $\Delta$ -типа. Кутриты соединены с «резонаторами» индуктивно.

И сверхпроводящие цепи, и потоковые кубиты могут быть изготовлены на одном чипе. Две различных сверхпроводящих цепи – два идеальных гармонических осциллятора, описываемые гамильтонианом

$$H_F = \hbar\omega_1 a^+ a + \hbar\omega_2 b^+ b,$$

где  $a^+(b^+)$  и  $a(b)$  – бозонные операторы рождения и уничтожения «фотонов» электронных «резонаторов»,  $\omega_i = 1/\sqrt{L_i C_i}$  – частоты LC-«резонаторов» и  $L_i$  и  $C_i$  – их индуктивности и ёмкости.

Чтобы получить эффективный двухфотонный гамильтониан системы, рассмотрим два идентичных трёхуровневых кутрита с переходами  $\Delta$ -типа между уровнями. Обозначим через  $|g\rangle$ ,  $|i\rangle$  и  $|e\rangle$  состояния, соответствующие трём нижним уровням кутрита (основное, промежуточное и возбуждённое соответственно). Предположим, что каскадный переход  $|e\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |g\rangle$  резонансен суммарной частоте LC-цепей,  $\omega_{eg} = \omega_1 + \omega_2$ , в то время как частоты переходов между промежуточным уровнем и двумя другими уровнями  $\omega_{ei}$  и  $\omega_{ig}$  сильно отстроены от частот резонаторов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . После адиабатического исключения промежуточного уровня  $|i\rangle$  мы получаем эффективный гамильтониан невырожденного двухфотонного взаимодействия двухуровневых кубитов с полями «резонаторов» в квазиспиновом представлении вида

$$H_1 = \hbar\gamma \sum_{i=1}^2 (a^+ b^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a b),$$

где  $\sigma_i^+$  и  $\sigma_i^-$  – повышающий и понижающий операторы в  $i$ -м искусственном атоме ( $i=1, 2$ ),  $\gamma$  – эффективная константа взаимодействия атомов с полем. Гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия кубитов может быть записан в квазиспиновом представлении как

$$H_2 = \hbar J (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-),$$

где  $J$  – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия искусственных атомов. В результате, в представлении взаимодействия эффективный двухфотонный гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в виде

$$H = H_1 + H_2 = \hbar\gamma \sum_{i=1}^2 (a_i^+ a_2^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a_1 a_2) + \hbar J (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-). \tag{1}$$

Двухатомная волновая функция рассматриваемой двухкубитной системы может быть представлена в виде комбинации волновых векторов вида  $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$ , где  $v_1, v_2 = e, g$ . Рассматриваемая система обладает унитарной динамикой, которая в представлении взаимодействия описывается оператором эволюции вида  $U(t) = \exp(-iHt/\hbar)$ . В двухатомном базисе  $|e, e\rangle$ ,  $|e, g\rangle$ ,  $|g, e\rangle$ ,  $|g, g\rangle$  оператор эволюции  $U(t)$  для модели с гамильтонианом (1) может быть записан как

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11}(t) & U_{12}(t) & U_{13}(t) & U_{14}(t) \\ U_{21}(t) & U_{22}(t) & U_{23}(t) & U_{24}(t) \\ U_{32}(t) & U_{33}(t) & U_{33}(t) & U_{34}(t) \\ U_{41}(t) & U_{42}(t) & U_{43}(t) & U_{44}(t) \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Здесь

$$U_{11} = 1 + 2a_1 a_2 \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2^+, \quad U_{14} = 2a_1 a_2 \frac{A}{\lambda} a_1 a_2,$$

$$U_{41} = 2a_1^+ a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2^+, \quad U_{44} = 1 + 2a_1^+ a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1 a_2,$$

$$U_{12} = U_{13} = a_1 a_2 \frac{B}{\theta}, \quad U_{21} = U_{31} = \frac{B}{\theta} a_1^+ a_2^+,$$

$$U_{24} = U_{34} = \frac{B}{\theta} a_1 a_2, \quad U_{42} = U_{43} = a_1^+ a_2^+ \frac{B}{\theta},$$

$$U_{22} = U_{33} = \frac{\exp\left[-i\frac{g}{2}(\alpha + \theta)t\right]}{4\theta} \times \left\{ [1 - \exp(ig\theta t)]\alpha + 2\theta \exp\left[i\frac{g}{2}(3\alpha + \theta)t\right] + \theta [1 + \exp(ig\theta t)] \right\},$$

$$U_{23} = U_{32} = \frac{\exp\left[-i\frac{g}{2}(\alpha + \theta)t\right]}{4\theta} \times \left\{ [1 - \exp(ig\theta t)]\alpha - 2\theta \exp\left[i\frac{g}{2}(3\alpha + \theta)t\right] + \theta [1 + \exp(ig\theta t)] \right\},$$

где

$$A = \exp\left[-i\frac{g\alpha}{2}t\right] \left\{ \cos\left(\frac{g\theta}{2}t\right) + i\frac{\alpha}{\theta} \sin\left(\frac{g\theta}{2}t\right) \right\} - 1,$$

$$B = \exp \left[ -i \frac{g}{2} (\alpha + \theta)t \right] [1 - \exp(ig\theta t)],$$

$$\alpha = \frac{J}{g}, \quad \lambda = 2(a_1 a_2 a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_2^+ a_1 a_2),$$

$$\theta = \sqrt{8(a_1 a_2 a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_2^+ a_1 a_2) + \alpha^2}.$$

Пусть в начальный момент времени резонаторное поле находится в двухмодовом тепловом состоянии

$$\rho_F(0) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} p_1(n_1) p_2(n_2) |n_1, n_2\rangle \langle n_1, n_2|,$$

где  $p_i(n_i) = \bar{n}_i^{n_i} / (1 + \bar{n}_i)^{n_i}$  и  $\bar{n}_i$  – среднее число тепловых фотонов в  $i$ -й моде, равное  $\bar{n}_i = 1 / (e^{h\nu_i/kT} - 1)$ , а атомы в начальный момент времени приготовлены в когерентной перепутанной суперпозиции базисных векторов  $|e, e\rangle, |e, g\rangle, |g, e\rangle, |g, g\rangle$ . Здесь  $T$  – температура «резонаторов». В экспериментальных установках, используемых для квантовых вычислений, расстояние между возбуждённым и основным уровнями потокового кубита равно  $0,3 \div 0,5$  К. Температура чипа, на котором расположены «резонаторы» и сами кубиты, составляет десятки мК. Поэтому среднее число «фотонов» в резонаторных модах  $\bar{n}_i \ll 1$ . В настоящей работе мы представим результаты расчётов параметра перепутывания для резонаторов, поддерживаемых при температурах, для которых  $\bar{n}_i \leq 0,1$ .

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Переса Хордецких, который определим как [1]

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \tag{3}$$

где  $\mu_i^-$  – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной матрицы плотности. Для перепутанных состояний  $\varepsilon = 0$ . Для перепутанных состояний  $0 < \varepsilon \leq 1$ . Максимальной степени перепутывания соответствует значение  $\varepsilon = 1$ .

С использованием оператора эволюции (2) мы можем вычислить стандартным образом редуцированную матрицу плотности

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_F U(t) \rho_F(0) \otimes \rho_A(0) U^+(t)$$

и, соответственно, с её помощью найти частично транспонированную по переменным одного кубита атомную матрицу плотности, которая в двухатомном базисе  $|e, e\rangle, |e, g\rangle, |g, e\rangle, |g, g\rangle$  может быть представлена как

$$\rho_A^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_{31}(t) & \rho_{32}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) & \rho_{41}(t) & \rho_{42}(t) \\ \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{23}(t) & \rho_{24}(t) & \rho_{43}(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Явный вид матричных элементов (4) не приведён в настоящей работе из-за их чрезмерно громоздкого вида.

Получение аналитических результатов для параметра перепутывания рассматриваемой модели (3)

представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Поэтому далее мы представим результаты численного моделирования параметра (3) для различных начальных перепутанных состояний двух искусственных двухуровневых атомов.

### 2. Результаты численного моделирования и обсуждение результатов

1. Выберем начальное перепутанное белловское когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos \theta |+, -\rangle + \sin \theta e^{i\varphi} |-, +\rangle, \tag{5}$$

где  $\theta$  – параметр когерентности и  $\varphi$  – относительная фаза.

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для начального чистого перепутанного атомного состояния вида (5) и фиксированного значения параметра диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0,1$  представлены на рис. 1 – 3.

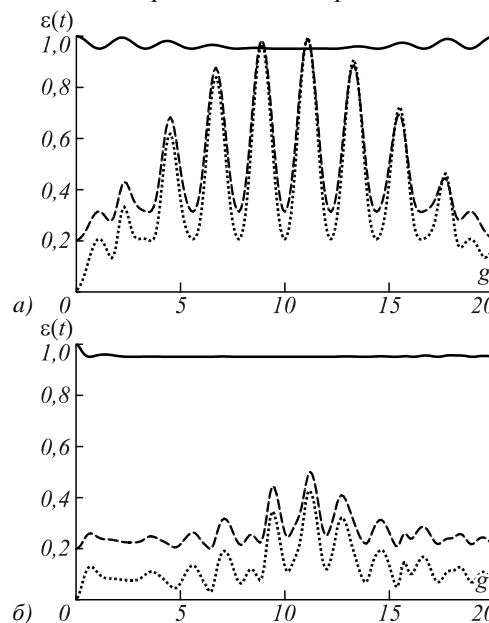


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания (3) для средних чисел фотонов:  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,001$  (а),  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,1$  (б). Атомы приготовлены в состояниях:  $|\Psi(0)\rangle = |e, g\rangle$  (точечная линия),  $|\Psi(0)\rangle = 0,1|e, g\rangle + 0,995e^{9\pi/10}|g, e\rangle$  (штриховая линия);  $|\Psi(0)\rangle = (1/\sqrt{2})(|e, g\rangle + e^{9\pi i/10}|g, e\rangle)$  (сплошная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0,1$

На рис. 1 показано влияние среднего начального числа фотонов в резонаторной моде и параметра атомной когерентности  $\theta$  на поведение атомной перепутанности. Из рис. 1а и 1б хорошо видно, что степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного состояния. Кроме того, степень перепутывания возрастает по мере приближения параметра  $\theta$  к значению

$$\pi/4 \quad (\cos \theta = \sin \theta = 1/\sqrt{2}).$$

Для ЭПР начальных атомных состояний степень перепутывания остаётся наибольшей для всех моментов времени, т.е. чем выше начальная степень когерентности атомов, тем больше остаётся степень их перепутывания в процессе эволюции.

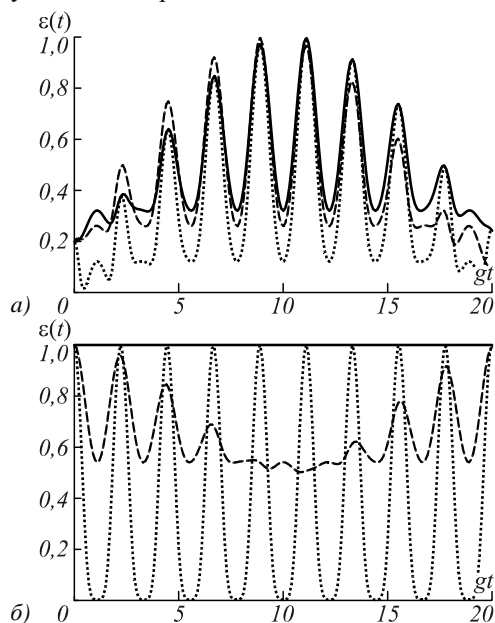


Рис. 2. Временная зависимость перепутывания для начальных состояний:  $|\Psi(0)\rangle = 0,1|e, g\rangle + 0,995e^{i\varphi}|g, e\rangle$  (а) и  $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|e, g\rangle + e^{i\varphi}|g, e\rangle)$  (б) для значений относительной фазы  $\varphi = 0$  (точечная линия),  $\varphi = 2\pi/3$  (штриховая линия) и  $\varphi = \pi$  (сплошная линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0,1$ . Среднее число фотонов  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,001$

Из рис. 1б также видно, что при наличии начальной атомной когерентности степень атомного перепутывания остаётся весьма значительной даже при относительно высоких степенях теплового шума. Кроме того, для всех когерентных и некогерентных начальных состояний, кроме случая  $(\theta = \pi/4)$ , степень перепутывания атомов в процессе эволюции принимает значения, превышающие начальные. На рис. 2 показано влияние относительной фазы на степень атомного перепутывания. Расчёты показывают, что при любой степени начальной атомной когерентности параметр атомного перепутывания возрастает при увеличении относительной фазы  $\varphi$  от 0 до  $\pi$ .

Таким образом, при использовании определённых перепутанных начальных атомных состояний в рассматриваемой модели удаётся добиться значительно увеличения степени атомного перепутывания в процессе эволюции системы. Кроме того, выбирая определённым образом параметры когерентности атомов, мы можем добиться эффективного контроля за степенью перепутанности кубитов.

Наконец, на рис. 3 показана зависимость параметра перепутывания от параметра диполь-дипольного взаимодействия. Из рисунка хорошо видно, что учёт диполь-дипольного взаимодействия приводит к за-

метному увеличению степени атомного перепутывания для слабых тепловых полей и начальных состояний с малой степенью когерентности. Для когерентных начальных атомных состояний включение дипольно-дипольного взаимодействия не приводит к существенному увеличению перепутывания атомов. Для состояний с максимальной степенью когерентности  $(\theta = \pi/4)$  диполь-дипольное взаимодействие может приводить даже к незначительному уменьшению степени перепутывания кубитов.

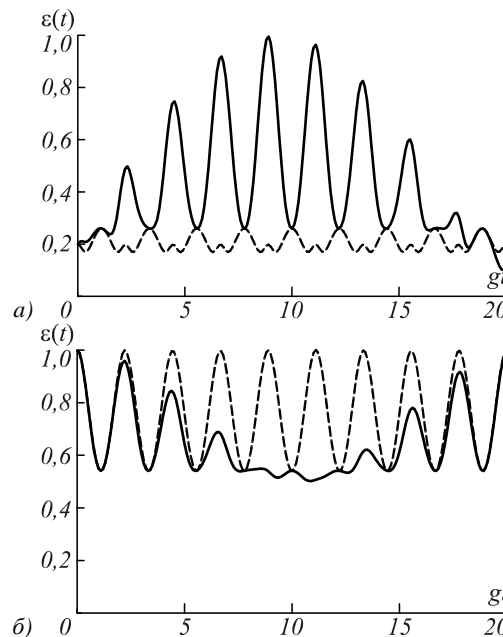


Рис. 3. Временная зависимость перепутывания для начальных состояний:  $|\Psi(0)\rangle = 0,1|e, g\rangle + 0,995e^{i\varphi}|g, e\rangle$  (а) и  $|\Psi(0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|e, g\rangle + e^{i\varphi}|g, e\rangle)$  (б) для значений параметра диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0$  (штриховая линия) и  $\alpha = 0,1$  (сплошная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,001$ . Относительная фаза  $\varphi = 2\pi/3$

2. Выберем теперь другое начальное перепутанное когерентное атомное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = \cos \theta |+, +\rangle + \sin \theta e^{i\varphi} |-, -\rangle, \tag{6}$$

где, как и в предыдущем случае,  $\theta$  – параметр когерентности и  $\varphi$  – относительная фаза состояний, входящих в суперпозицию (6).

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (3) для начального чистого атомного состояния (6) представлены на рис. 4, 5. На рис. 4 показано влияние среднего начального числа фотонов в резонаторной моде и параметра атомной когерентности  $\theta$  на поведение перепутывания. Из рисунка хорошо видно, что, как и для первого состояния, степень перепутывания для любых значений среднего числа фотонов всегда выше для когерентного состояния, чем для некогерентного состояния.

Для рассматриваемого начального состояния (6) степень перепутывания также возрастает по мере приближения параметра  $\theta$  к значению  $\pi/4$ . Хорошо также видно, что взаимодействие с тепловым полем

приводит лишь к небольшим осцилляциям параметра перепутывания. Это означает, что для начальных перепутанных когерентных состояний вида (6) тепловой шум не приводит к заметному ослаблению квантовых корреляций кубитов. Для некогерентного начального состояния атомов  $|+, +\rangle$  перепутывание атомов не возникает ни при каких значениях параметров модели.

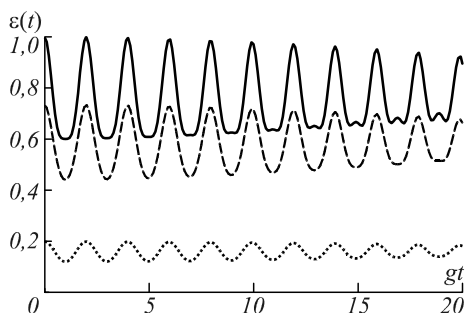


Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания для средних чисел фотонов  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,001$ .

Атомы приготовлены в состояниях:

$$|\Psi(0)\rangle = 0,1|e, e\rangle + 0,995|g, g\rangle \text{ (точечная линия),}$$

$$|\Psi(0)\rangle = 0,4|e, e\rangle + 0,9165|g, g\rangle \text{ (штриховая линия);}$$

$$|\Psi(0)\rangle = (1/\sqrt{2})(|e, e\rangle + |g, g\rangle) \text{ (сплошная линия).}$$

Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0,1$

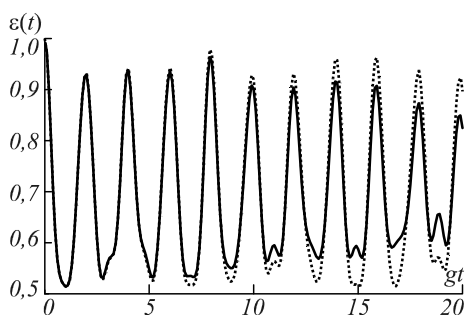


Рис. 5. Временная зависимость параметра перепутывания для атомов, приготовленных в состоянии  $|\Psi(0)\rangle = 0,1|e, e\rangle + 0,995|g, g\rangle$ . Параметр диполь-дипольного взаимодействия  $\alpha = 0$  (точечная линия) и  $\alpha = 0,1$  (сплошная линия). Среднее число фотонов  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 0,001$

Для некогерентного начального состояния атомов  $|-, -\rangle$  перепутывание атомов не возникает для интенсивного теплового шума. Отметим также, что для рассматриваемого начального состояния (6) степень атомного перепутывания практически не зависит от относительной фазы  $\phi$ . Наконец, на рис. 5 показана зависимость параметра перепутывания от параметра диполь-дипольного взаимодействия. Из рисунка хорошо видно, что в отличие от предыдущего случая, для рассматриваемого состояния кубитов диполь-дипольное взаимодействие практически не влияет на степень их перепутывания.

### Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами исследовано влияние атомной когерентности и диполь-

дипольного взаимодействия на перепутывание двух искусственных атомов (сверхпроводящих потоковых кубитов), взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем посредством вырожденных двухфотонных переходов. При этом было показано, что указанные механизмы могут быть использованы для эффективного контроля за степенью атомной перепутанности, необходимой при записывании и считывании квантовой информации, закодированной в кубитах.

### Благодарности

Работа выполнена в рамках задания Министерства образования и науки РФ № 2.2459.2011.

### Литература

1. **Schumacker, D.** Quantum Processes, Systems, and Information / D. Schumacker, M.D. Westmoreland. – NY: Cambridge University Press, 2010. – 469 p.
2. **Buluta, I.** Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // Rep. Prog. Phys. – 2011. – Vol. 74. – P. 104401.
3. **Plenio, M.B.** Cavity-loss-induced generation of entangled atoms / M.B. Plenio, S.F. Huelga, A. Beige, P.L. Knight // Phys. Rev. – 1999. – Vol. A59, N 3. – P. 2468-2475.
4. **Башкиров, Е.К.** Перепутывание атомов, последовательно пролетающих резонатор, индуцированное тепловым полем // Е.К. Башкиров, Ю.А. Никифорова // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 4. – С. 468-473.
5. **Bose, S.** Subsystem purity as an enforcer of entanglement / S. Bose, I. Fuentes-Guridi, P.L. Knight, V. Vedral // Phys. Rev. Lett. – 2001. – Vol. 87. – P. 050401.
6. **Kim, M.S.** Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim, J. Lee, D. Ahn, P.L. Knight // Phys. Rev. – 2002. – Vol. A65. – P. 040101.
7. **Zhou, L.** Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement / L. Zhou, H.S. Song // J. Opt.. – 2002. – Vol. B4. – P. 425-429.
8. **Bashkirov, E.K.** Entanglement induced by the two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov // Laser Physics Lett. – 2006. – Vol. 3, N 3. – P. 145-150.
9. **Bashkirov, E.K.** The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov, M.S. Stupatskaya // Laser Phys. – 2009. – Vol. 19. – P. 525-530.
10. **Aguiar, L.S.** The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // J. Opt. – 2005. – Vol. B7. – P. S769-771.
11. **Башкиров, Е.К.** Перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым электромагнитным полем / Е.К. Башкиров, М.П. Ступацкая // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 2. – С. 243-249.
12. **Hu, Y.-H.** Coherence-enhanced entanglement between two atoms at a high temperature / Y.-H. Hu, M.-F. Fang, C.-L. Jiang, K. Zeng // Chin. Phys. – 2008. – Vol. 17. – P. 1784-1790.
13. **Hu, Y.-H.** Coherence-Enhanced Entanglement Induced by a Two-Mode Thermal Field / Y.-H. Hu, M.-F. Fang // Comm. Theor. Phys. – 2010. – Vol. 54. – P. 421-426.

14. **You, J. Q.** Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits / J.Q. You, F. Nori // *Nature*. – 2011. – Vol. 474. – P. 589-597.
15. **Bashkirov, E.K.** Entanglement in nondegenerate two-photon Tavis-Cummings model with atomic coherence / E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin // *Proc. of SPIE*. – 2013. – Vol. 8699. – P. 86990W.

### References

1. **Schumacker, D.** Quantum Processes, Systems, and Information / D. Schumacker, M.D. Westmoreland. – NY: Cambridge University Press, 2010. – 469 p.
2. **Buluta, I.** Natural and artificial atoms for quantum computation / I. Buluta, S. Ashhab, F. Nori // *Rep. Prog. Phys.* – 2011. – Vol. 74. – P. 104401.
3. **Plenio, M.B.** Cavity-loss-induced generation of entangled atoms / M.B. Plenio, S.F. Huelga, A. Beige, P.L. Knight // *Phys. Rev.* – 1999. – Vol. A59, N 3. – P. 2468-2475.
4. **Bashkirov, E.K.** Entanglement between two atoms successively passing a cavity induced by thermal noise / E.K. Bashkirov, Yu.A. Nikiforova // *Computer Optics*. – 2011. – Vol. 36(4). – P. 468-473. – (In Russian).
5. **Bose, S.** Subsystem purity as an enforcer of entanglement / S. Bose, I. Fuentes-Guridi, P.L. Knight, V. Vedral // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – Vol. 87. – P. 050401.
6. **Kim, M.S.** Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim, J. Lee, D. Ahn, P.L. Knight // *Phys. Rev.* – 2002. – Vol. A65. – P. 040101.
7. **Zhou, L.** Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement / L. Zhou, H.S. Song // *J. Opt.* – 2002. – Vol. B4. – P. 425-429.
8. **Bashkirov, E.K.** Entanglement induced by the two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov // *Laser Physics Lett.* – 2006. – Vol. 3, N 3. – P. 145-150.
9. **Bashkirov, E.K.** The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise / E.K. Bashkirov, M.S. Stupatskaya // *Laser Phys.* – 2009. – Vol. 19. – P. 525-530.
10. **Aguiar, L.S.** The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // *J. Opt.* – 2005. – Vol. B7. – P. S769-771.
11. **Bashkirov, E.K.** Entanglement of two atoms interacting with thermal electromagnetic field / E.K. Bashkirov, M.P. Stuyatskaya // *Computer Optics*. – 2011. – Vol. 35(2). – P. 243-249. – (In Russian).
12. **Hu, Y.-H.** Coherence-enhanced entanglement between two atoms at a high temperature / Y.-H. Hu, M.-F. Fang, C.-L. Jiang, K. Zeng // *Chin. Phys.* – 2008. – Vol. 17. – P. 1784-1790.
13. **Hu, Y.-H.** Coherence-Enhanced Entanglement Induced by a Two-Mode Thermal Field / Y.-H. Hu, M.-F. Fang // *Comm. Theor. Phys.* – 2010. – Vol. 54. – P. 421-426.
14. **You, J. Q.** Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits / J.Q. You, F. Nori // *Nature*. – 2011. – Vol. 474. – P. 589-597.
15. **Bashkirov, E.K.** Entanglement in nondegenerate two-photon Tavis-Cummings model with atomic coherence / E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin // *Proc. of SPIE*. – 2013. – Vol. 8699. – P. 86990W.

## ENTANGLEMENT OF TWO SUPERCONDUCTING QUBITS INTERACTING WITH TWO-MODE THERMAL FIELD

*E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin  
Samara State University*

### Abstract

The influence of dipole-dipole interaction and initial coherence of two flux qubits interacting with two different electronic superconducting LC-cavities in thermal states on the entanglement degree has been investigated.

**Key words:** flux qubits, nondegenerate two-photon transitions, entanglement, dipole-dipole interaction, thermal field.

### Сведения об авторах



**Башкиров Евгений Константинович**, 1955 года рождения. В 1978 году с отличием окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета (ныне – Самарский государственный университет), а в 1984 году – аспирантуру по кафедре квантовой статистики и теории поля МГУ. Доктор физико-математических наук, профессор, работает профессором кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета. Башкиров Е.К. – специалист в области квантовой и когерентной оптики, квантовой информатики, математического моделирования. В списке научных работ Е.К. Башкирова более 180 статей, из них более 80 в ведущих российских и международных журналах, таких как «Теоретическая и математическая физика», «Laser Phys. Letters», «Phys. Lett. A» и др.

E-mail: [bash@samsu.ru](mailto:bash@samsu.ru).

**Eugene Konstantinovich Bashkirov** (b. 1955) graduated with honours (1978) from the Physical Department of Kuibyshev State University (presently, Samara State University) and graduated (1978) from Department of Quantum Statistics and Field Theory of Moscow State University. He received his Candidate in Physics & Maths (1984) in Moscow State University and Doctor in Physics & Maths (2006) degrees from Saratov State University. He is the professor of Department of General and Theoretical Physics of Samara State University. He is co-author

of more than 180 scientific papers in such journals as “Theor. and Math. Phys.,” “Laser Phys. Letters,” “Phys. Lett. A” and others. His current research interests include quantum and coherent optics, quantum information and mathematical modeling.



**Мастюгин Михаил Сергеевич**, 1989 года рождения. В 2011 окончил физический факультет Самарского государственного университета, аспирант кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета. Область научных интересов: квантовая информатика, математическое моделирование. Автор 4 научных статей.

E-mail: [mast12basket@l.com](mailto:mast12basket@l.com).

**Mikhail Sergeevich Mastuygin** (b.1989) graduated from Physical Department of Samara State University in 2011. She is the aspirant of Department of General and Theoretical Physics of Samara State University. Her research interests are currently quantum informatics and mathematical modeling. He is co-author of 4 scientific papers.

*Поступила в редакцию 30 июня 2013 г.*