

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЕКТОРНЫХ ПУЧКОВ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

*Хонина С.Н., Карпеев С.В., Алфёров С.В.*

*Институт систем обработки изображений РАН,*

*Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва*

*(национальный исследовательский университет)*

### **Аннотация**

Проведено аналитическое и численное исследование формирования цилиндрических векторных пучков в двулучепреломляющих кристаллах по схемам с одним совмещённым фокусом и с двумя фокусами. В схеме с двумя фокусами при наличии вихревой фазы у исходного пучка с круговой поляризацией в одном из фокусов формируется радиально-поляризованное распределение, а в другом – азимутально-поляризованное. Данные результаты обобщены на случай формирования радиально- и азимутально-поляризованных лазерных мод высших порядков. Натурные эксперименты с кристаллом исландского шпата подтверждают результаты моделирования.

Ключевые слова: одноосный кристалл, цилиндрические векторные пучки, модовые лазерные пучки высокого порядка.

### **Введение**

Одной из актуальных задач оптики является разработка методов, позволяющих преобразовывать одни свойства электромагнитного излучения в другие. Среди наиболее востребованных можно назвать преобразование пучков с однородной поляризацией в цилиндрические векторные пучки [1]. Анизотропные вещества широко используются в оптике для таких преобразований, причём как внутри, так и вне резонаторов.

Во внутрирезонаторных методах [2–4] двулучепреломляющие кристаллы выполняют функцию дискриминации мод, разделяя их либо поперёк [2], либо вдоль [3, 4] оптической оси. По принципу действия метод [2] похож на внерезонаторный метод интерферометрического сложения двух мод [5–7] с ортогональными плоскими поляризациями. Оптическая ось кристалла при этом расположена под углом к оптической оси резонатора.

Методы, описанные в работах [3, 4], реализуют продольное разделение мод вдоль оптической оси резонатора в двух фокусах. Оптическая ось кристалла при этом параллельна оптической оси резонатора. Для создания большей сходимости пучков в кристалле реализуется оптическая схема неустойчивого резонатора. Настройкой внутрирезонаторной диафрагмы можно добиваться выделения радиальной или азимутальной поляризации. У описанного метода также имеются внерезонаторные аналоги [8, 9]. В этих работах для создания сходящегося пучка в кристалле используется телескопическая система.

Весьма популярным становится преобразование Бесселевых пучков в двулучепреломляющих кристаллах для создания необходимых поляризаций [10, 11]. При этом получают как радиальную и азимутальную [10], так и смешанные «спиральные» типы поляризаций [11]. В работе [10] используются рефракционные аксиконы для создания кольца с плоским волновым фронтом, а после прохождения кристалла

радиальная и азимутальная поляризации разделяются при помощи поляризационной призмы Волластона. Однако получить такими методами цилиндрические векторные пучки высших порядков не представляется возможным. Напомним, что цилиндрические векторные пучки высших порядков расширяют возможности управления компонентами электрического поля [12–15] при острой фокусировке.

Наиболее удобной в плане практической реализации является схема [8], включающая формирующую оптическую вихря, фокусирующую и изображающую объективы, двулучепреломляющий кристалл и регулирующую диафрагму. Освещающий лазерный пучок должен иметь круговую поляризацию, причём изменяя её направление либо знак фазового вихря, можно менять тип поляризации. В этой схеме нет принципиальных ограничений на порядок формируемых радиально- или азимутально-поляризованных мод. Возможность дискриминации мод высших порядков теоретически рассмотрена в работе [3], однако не предложено эффективных методов её реализации. Для формирования цилиндрических векторных пучков высших порядков требуется изначально формировать вихревые пучки высших порядков, что наиболее эффективно можно осуществить при помощи ДОЭ [16, 17].

В данной работе аналитически и численно рассмотрены два основных режима формирования цилиндрических векторных пучков в двулучепреломляющих кристаллах – с одним совмещённым фокусом и с двумя фокусами. Показано, что в однофокусном режиме формируемый пучок всегда имеет смешанный тип поляризации. В режиме с двумя фокусами при наличии в падающем пучке вихревой фазы имеет место разделение пучков с радиальной и азимутальной поляризацией. Данные результаты обобщены на случай формирования радиально- и азимутально-поляризованных мод высших порядков.

Для экспериментального подтверждения результатов моделирования проведены натурные эксперименты с кристаллом исландского шпата. Результаты экспериментов качественно согласуются с моделированием.

**1. Распространение лазерных пучков с осевой симметрией вдоль оси кристалла**

Рассмотрим одноосный кристалл, обладающий только анизотропной диэлектрической проницаемостью (магнитная проницаемость изотропна), причём ось кристалла ориентирована вдоль оптической оси. В этом случае тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости, соответственно, имеют следующий вид:

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Для лазерных пучков с фазовой вихревой зависимостью:

$$\mathbf{E}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} E(r) \exp(im\varphi) \tag{2}$$

прохождение через одноосный кристалл параллельно его оси можно описать на основе разложения по плоским волнам [18]:

$$\mathbf{E}_m(\rho, \theta, z) = k^2 i^{2m} \exp(im\theta) \int_0^\infty \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} SS_m(t, \theta) & -SC_m(t, \theta) \\ -SC_m(t, \theta) & CC_m(t, \theta) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \exp[ikz\gamma_o(\sigma)] + \\ + \begin{pmatrix} CC_m(t, \theta) & SC_m(t, \theta) \\ SC_m(t, \theta) & SS_m(t, \theta) \\ -\frac{\epsilon_o \sigma}{\epsilon_e \gamma_2(\sigma)} C_m(t, \theta) & -\frac{\epsilon_o \sigma}{\epsilon_e \gamma_2(\sigma)} S_m(t, \theta) \end{pmatrix} \exp[ikz\gamma_e(\sigma)] \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} F_m(\sigma) \sigma d\sigma, \tag{3}$$

где  $\gamma_o(\sigma) = \sqrt{\epsilon_o - \sigma^2}$ ,  $\gamma_e(\sigma) = \sqrt{\epsilon_o - \sigma^2 \frac{\epsilon_o}{\epsilon_e}}$ , (4)

$$\begin{aligned} C_m(t, \theta) &= \frac{i}{2} [e^{i\theta} J_{m+1}(t) - e^{-i\theta} J_{m-1}(t)], & S_m(t, \theta) &= \frac{1}{2} [e^{i\theta} J_{m+1}(t) + e^{-i\theta} J_{m-1}(t)], \\ SC_m(t, \theta) &= \frac{i}{4} [e^{i2\theta} J_{m+2}(t) - e^{-i2\theta} J_{m-2}(t)], & CC_m(t, \theta) &= \frac{1}{4} [2J_m(t) - e^{i2\theta} J_{m+2}(t) - e^{-i2\theta} J_{m-2}(t)], \\ SS_m(t, \theta) &= \frac{1}{4} [2J_m(t) + e^{i2\theta} J_{m+2}(t) + e^{-i2\theta} J_{m-2}(t)], & t &= k\rho\sigma, \end{aligned} \tag{5}$$

$$F_m(\sigma) = \int_0^\infty E(r) J_m(kr\sigma) r dr, \tag{6}$$

$(p_x, p_y)$  – вектор поляризации падающего на кристалл пучка.

Как видно из (3), обыкновенный пучок соответствует ТЕ-моду, а необыкновенный – ТМ-моду.

Рассмотрим выражение (3) для различных значений  $m$ , соответствующих порядку вихревой фазы в (2).

1.1. Отсутствие вихревой фазовой зависимости

В отсутствие вихревой фазовой зависимости ( $m=0$ ) выражение (3) для обыкновенного и необыкновенного пучков принимает следующий вид:

$$\mathbf{E}_0^o(\rho, \theta, z) = \frac{k^2}{2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} p_x J_0(k\rho\sigma) \mathbf{e}_x + J_2(k\rho\sigma) [p_x \cos 2\theta \mathbf{e}_x + p_y \sin 2\theta \mathbf{e}_y] \\ p_y J_0(k\rho\sigma) \mathbf{e}_y + J_2(k\rho\sigma) [p_x \sin 2\theta \mathbf{e}_x - p_y \cos 2\theta \mathbf{e}_y] \\ 0 \end{pmatrix} \exp[ikz\gamma_o(\sigma)] F_0(\sigma) \sigma d\sigma, \tag{7}$$

$$\mathbf{E}_0^e(\rho, \theta, z) = \frac{k^2}{2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} p_x J_0(k\rho\sigma) \mathbf{e}_x - J_2(k\rho\sigma) [p_x \cos 2\theta \mathbf{e}_x + p_y \sin 2\theta \mathbf{e}_y] \\ p_y J_0(k\rho\sigma) \mathbf{e}_y - J_2(k\rho\sigma) [p_x \sin 2\theta \mathbf{e}_x - p_y \cos 2\theta \mathbf{e}_y] \\ -\frac{2\epsilon_o \sigma i}{\epsilon_e \gamma_e(\sigma)} J_1(k\rho\sigma) [p_x \cos \theta \mathbf{e}_x + p_y \sin \theta \mathbf{e}_y] \end{pmatrix} \exp[ikz\gamma_e(\sigma)] F_0(\sigma) \sigma d\sigma. \tag{8}$$

При круговой поляризации падающего на кристалл излучения  $p_y = \pm ip_x$  выражения (7) и (8) можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} E_x(\rho, \theta, z) \\ E_y(\rho, \theta, z) \\ E_z(\rho, \theta, z) \end{pmatrix} = \frac{k^2}{2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} J_0(k\rho\sigma) \\ \pm iJ_0(k\rho\sigma) \\ 0 \end{pmatrix} \left[ \exp(ikz\gamma_o(\sigma)) + \exp(ikz\gamma_e(\sigma)) \right] F_0(\sigma) \sigma d\sigma + \frac{k^2}{2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} J_2(k\rho\sigma) \exp(\pm i2\theta) \left[ \exp(ikz\gamma_o(\sigma)) - \exp(ikz\gamma_e(\sigma)) \right] \\ \pm iJ_2(k\rho\sigma) \exp(\mp i2\theta) \left[ \exp(ikz\gamma_o(\sigma)) - \exp(ikz\gamma_e(\sigma)) \right] \\ -2i \frac{\epsilon_o}{\epsilon_e} \frac{\sigma}{\gamma_e(\sigma)} J_1(k\rho\sigma) \exp(\pm i\theta) \exp(ikz\gamma_2(\sigma)) \end{pmatrix} F_0(\sigma) \sigma d\sigma. \tag{9}$$

Из (9) видно, что при круговой поляризации в поперечных компонентах имеет место вихревая фазовая особенность второго порядка, в продольной – первого порядка. Причём в изотропной среде, когда  $\gamma_e(\sigma) = \gamma_o(\sigma)$ , вихревые особенности второго порядка исчезнут. Заметим, что в параксиальном случае, когда  $\sigma \rightarrow 0: \gamma_e(\sigma) \rightarrow \gamma_o(\sigma)$ , ситуация будет аналогичная, т.е. влияние вихревых фазовых особенностей второго порядка будет отсутствовать.

Если падающее на кристалл излучение имеет сходящийся волновой фронт, то внутри кристалла в зависимости от соотношения размера пучка и кривизны волнового фронта может формироваться один или два фокуса [8]. Причём для формирования двух фокусов необходима довольно острая фокусировка.

Ниже приведены результаты моделирования фокусировки Гауссова пучка с круговой поляризацией в кристалле исландского шпата ( $\epsilon_o=2,75, \epsilon_e=2,21$ ) с использованием выражения (9). Параметры расчёта были выбраны следующие:  $\lambda=0,6328$  мкм, фокус сходящегося в свободном пространстве параболического фронта  $f=30$  мм, а радиус перетяжки Гауссова пучка варьировался в пределах от 0,15 мм до 2 мм.

На рис. 1 показано нормированное распределение интенсивности на оптической оси внутри кристалла при фокусировке Гауссова пучка различного радиуса, не имеющего вихревой фазы.

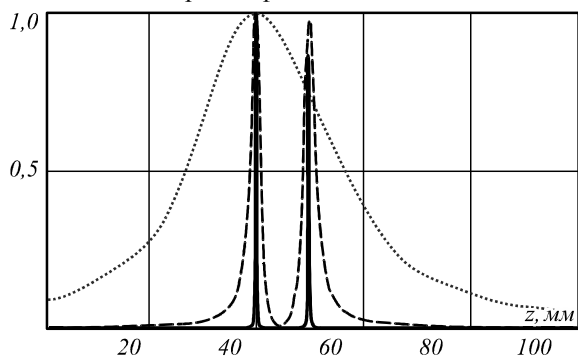


Рис. 1. Распределение нормированной интенсивности на оптической оси внутри кристалла при  $t=0$  при фокусировке Гауссова пучка радиусом 0,15 мм (пунктирная линия), 0,5 мм (точечная линия) и 2 мм (чёрная линия)

Как видно из рисунка, при малых размерах падающего пучка формируется один растянутый фокус. При увеличении радиуса падающего пучка увеличивается острота фокусировки и в кристалле формиру-

ются два фокуса. Эти фокусы соответствуют обыкновенному и необыкновенному пучкам. Смещение фокусов от ожидаемой средней позиции ( $f=30$  мм – в воздухе) происходит из-за изменения наклона лучей внутри кристалла:

$$f_{o,e} = f \sqrt{\epsilon_{o,e}}. \tag{10}$$

По формуле (10)  $f_o \approx 49,75, f_e \approx 44,6$ . Некоторое несогласование рассчитанных позиций фокусов связано с параболической, а не сферической зависимостью сходящегося волнового фронта в (10). Этот факт не мешает качественно оценить механизмы фокусировки.

При слабой фокусировке разделения на обыкновенный и необыкновенный фокусы в кристалле не происходит. На рис. 2 показан ход лучей при слабой фокусировке и поляризационная картина в фокусе (стрелками показаны локальные поляризационные состояния). В центральной части фокальной плоскости поляризация остаётся круговой, а по внешнему радиусу светового пятна является спиральной (линейная комбинация радиальной и азимутальной [19]). Эта область соответствует функциям Бесселя второго порядка в формулах (7) – (9).

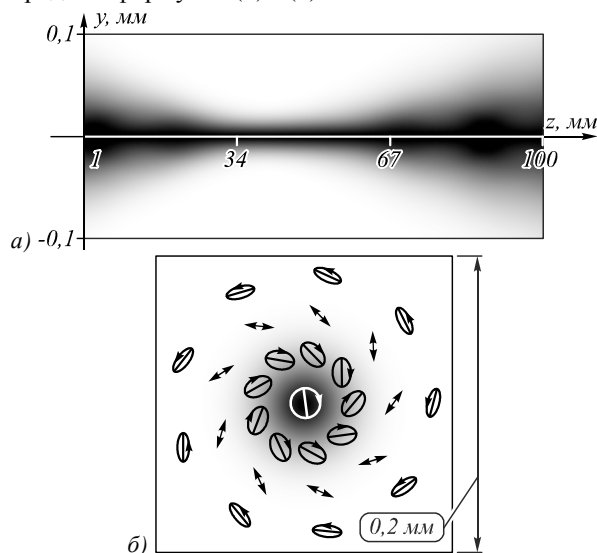


Рис. 2. Фокусировка Гауссова пучка ( $t=0$ ) радиусом 0,15 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картина поляризации в плоскости фокуса  $z=40$  мм (б) (негативные изображения)

При более острой фокусировке происходит разделение на обыкновенный и необыкновенный фокусы, причём в рассматриваемом случае первый фокус яв-

ляется необыкновенным (содержит продольную компоненту). Между фокусами в этом случае формируется световое кольцо. На рис. 3 показан ход лучей при наличии двух фокусов, а также поляризационная картина в плоскости между ними.

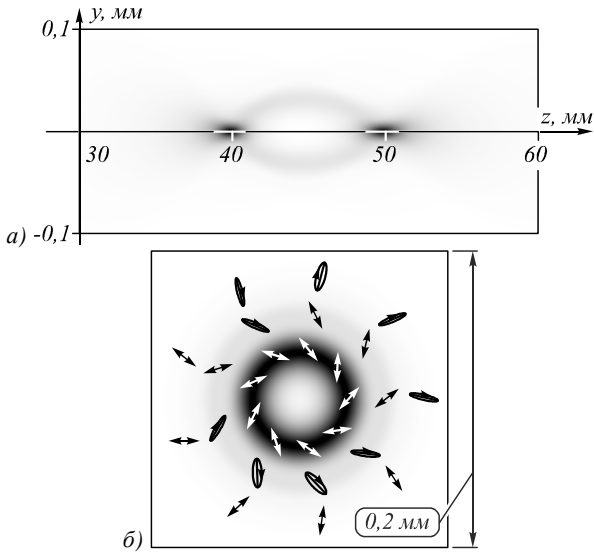


Рис. 3. Фокусировка Гауссова пучка ( $m = 0$ ) радиусом 0,5 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картина поляризации в плоскости между фокусами  $z = 45$  мм (б) (негативные изображения)

Из картины поляризации видно, что световое кольцо между двумя фокусами имеет спиральную поляризацию. Световое кольцо образуется, когда обыкновенный и необыкновенный пучки достигают оптической оси в противофазе. Это соответствует в формуле (9) нивелированию вклада первого слагаемого с функциями Бесселя нулевого порядка.

При дальнейшем увеличении числовой апертуры разделение на два фокуса остаётся, они становятся более узкими, а кольцо между ними – более широким. На рис. 4 показан ход лучей, а также поляризационные картины в трёх плоскостях – в фокусах и между ними в условиях более острой фокусировки. В центральной части фокальных плоскостей поляризация остаётся круговой, на периферии светового пятна в первом фокусе является азимутальной, а во втором – спиральной. Между фокусами формируется световое кольцо со спиральной поляризацией.

Хотя спиральная поляризация имеет свои приложения [19, 20], рассмотренные в данном разделе пучки не являются цилиндрическими. Для формирования таких пучков на основе фокусировки необходимо наличие в падающем на кристалл излучении вихревой фазовой сингулярности первого порядка.

1.2. Наличие вихревой фазовой сингулярности первого порядка

При наличии в падающем на кристалл излучении вихревой фазовой зависимости первого порядка ( $m = 1$ ) выражения для обыкновенного и необыкновенного пучков несколько сложнее и зависят от взаимного направления фазового вихря и круговой поляризации.

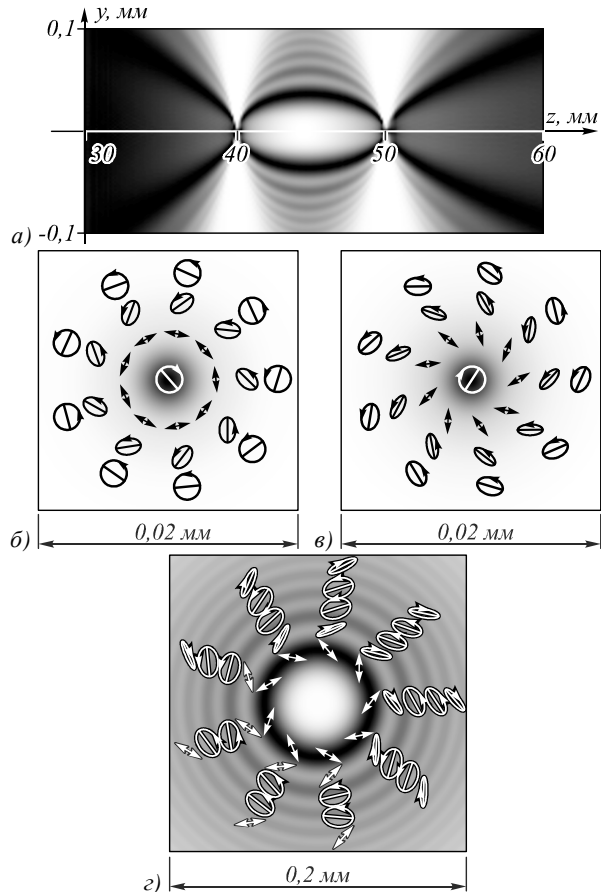


Рис. 4. Фокусировка Гауссова пучка ( $m = 0$ ) радиусом 2 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картины поляризации в плоскостях первого фокуса  $z = 40$  мм (б), второго фокуса  $z = 50$  мм (в) и между фокусами  $z = 45$  мм (г) (негативные изображения)

На рис. 5 показан ход лучей при слабой фокусировке вихревого Гауссова пучка с « $\rightarrow$ » круговой поляризацией, а также поляризационная картина в двух плоскостях – перед фокусом и в фокусе. Как видно из рис. 5, пучок имеет кольцевую структуру и до фокуса сохраняет круговую поляризацию. В фокусе поляризация смешанная.

Чтобы разделить обыкновенный и необыкновенный пучки пространственно, нужно использовать более острую фокусировку. На рис. 6 показаны результаты моделирования фокусировки вихревого Гауссова пучка ( $m = 1$ ) радиусом 2 мм. Как видно, в этом случае первый фокус имеет «чистую» радиальную поляризацию, а второй – азимутальную. Между фокусами формируется световое кольцо со спиральной поляризацией.

На основе такого метода средства дифракционной оптики [16, 17] позволяют формировать цилиндрические лазерные пучки любого типа. Например, на рис. 7 показана фокусировка пучка Гаусса–Лагерра (3,1).

**2. Эксперименты**

Для формирования цилиндрических векторных пучков высших порядков предложена оптическая схема, показанная на рис. 8, представляющая собой модифицированную схему [8].

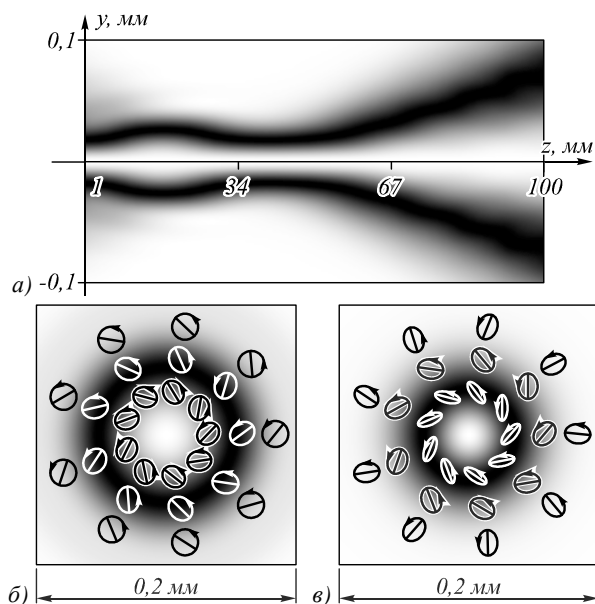


Рис. 5. Фокусировка вихревого Гауссова пучка ( $m = 1$ ) радиусом 0,15 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картины поляризации в плоскости  $z = 15$  мм (б) и в фокусе  $z = 40$  мм (в) (негативные изображения)

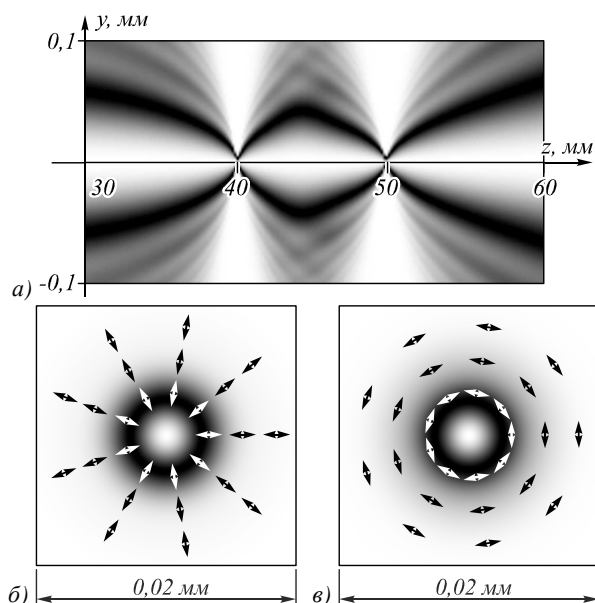


Рис. 6. Фокусировка вихревого Гауссова пучка ( $m = 1$ ) радиусом 2 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картины поляризации в плоскостях первого фокуса  $z = 40$  мм (б), второго фокуса  $z = 50$  мм (в) и между фокусами  $z = 45$  мм (г) (негативные изображения)

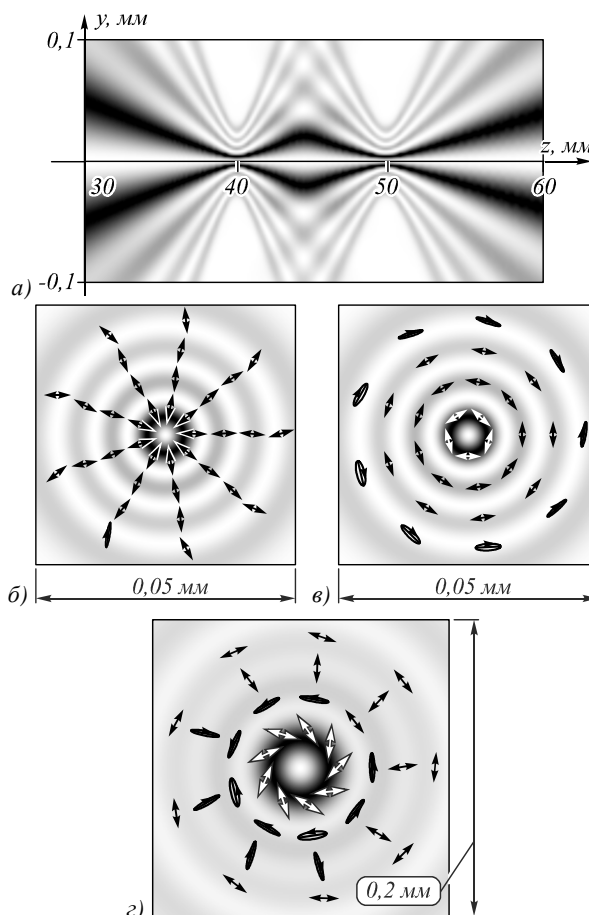


Рис. 7. Фокусировка пучка Гаусса–Лагерра (3,1) с радиусом перетяжки 0,4 мм: ход лучей в сагиттальной плоскости (а) и картины поляризации в плоскостях первого фокуса  $z = 40$  мм (б), второго фокуса  $z = 50$  мм (в) и между фокусами  $z = 45$  мм (г) (негативные изображения)

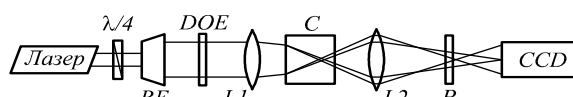


Рис. 8. Оптическая схема эксперимента

Плоская поляризация пучка лазера преобразуется в круговую поляризацию с помощью четвертьволновой пластинки, и далее пучок расширяется в расширителе BE. Основным элементом оптической схемы является бинарный дифракционный оптический элемент DOE, который формирует вихревые пучки с заданными радиальными распределениями [21]. Бинаризация фазовой функции оптического элемента, формирующего вихревые пучки, выполнялась на основе метода частичного кодирования [22].

Пучок, прошедший DOE, фокусируется внутрь кристалла С с помощью объектива микроскопа L1. Далее увеличенные изображения распределений интенсивности внутри кристалла строятся объективом L2 на матрице ПЗС-камеры CCD. Для визуализации поляризационного состояния пучков служит поляризатор Р во вращающейся оправе.

В оптической системе, собранной в соответствии с рис. 8, использовался He-Ne лазер и расши-

ритель пучка в виде телескопической системы с фильтрующей диафрагмой в фокусе первого объектива. В качестве формирователей вихревых модовых пучков использовались бинарные амплитудные ДОЭ [5, 21], изготовленные на лазерном фотопроекторе CLWS-200S [23]. Фокусирующий микрообъектив L1 имел фокус 40 мм и числовую апертуру 0,1. Расстояние от входного торца кристалла С до главной плоскости составляло 30 мм. Кристалл исландского шпата С размерами 8×8×15 мм был вырезан вдоль оптической оси. Для построения увеличенных изображений применялся объектив L2 с фокусом 50 мм.

### 2.1. Слабая фокусировка

Вначале исследовался случай объединённого фокуса. Для этого из оптической схемы убирался расширитель пучка ВЕ. Диаметр пучка, попадающего в микрообъектив L1, в этом случае получается около 1 мм. На рис. 9 приведены соответствующие экспериментальные результаты. Приведены картины без поляризатора и с различными положениями поляризатора, из которых следует, что сформированный пучок имеет поляризацию, близкую к азимутальной, но с дополнительным углом поворота. Эти результаты находятся в качественном соответствии с результатами моделирования, приведёнными в разделе 1.1 (рис. 3).

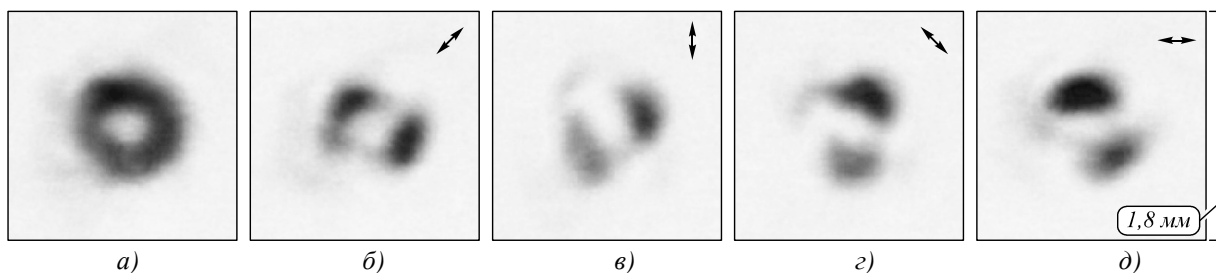


Рис. 9. Фокусировка Гауссова пучка ( $m = 0$ ) радиусом 1 мм без поляризатора (а) и с различными положениями поляризатора: 45° (б), 90° (в), 135° (г), 180° (д) (негативные изображения)

Такая поляризация является результатом линейной комбинации радиальной и азимутальной поляризаций и позволяет при острой фокусировке формировать световое пятно с плоской верхушкой за счёт достижения баланса между продольной и поперечными компонентами [19, 20].

### 2.2. Более острая фокусировка

Эксперименты проводились при наличии расширителя ВЕ. Сначала Гауссов пучок диаметром 4 мм из расширителя направлялся непосредственно во входной зрачок микрообъектива L1. Вихревая фаза в этом случае отсутствовала.

В табл. 1 показаны экспериментальные и соответствующие численные результаты более острой фокусировки Гауссова пучка, не имеющего вихревой фазы. В крупном масштабе показаны экспериментально зафиксированные картины, а в меньшем масштабе приведены соответствующие результаты моделирования.

Видно хорошее качественное согласование результатов натурального эксперимента с моделированием как при наличии, так и при отсутствии поляризатора.

Картины с перпендикулярными положениями фокусов поляризация содержит обе ортогональные линейные поляризационные компоненты. Однако на периферии светового пятна по вертикали располагается одна линейная компонента, а по горизонтали – ортогональная ей. Такая конфигурация соответствует цилиндрической поляризации и согласуется с результатами моделирования, приведёнными в разделе 1.1 на рис. 4.

В табл. 2 показаны экспериментальные и соответствующие им численные результаты более острой фокусировки Гауссова пучка с вихревой фазой. Вихревая фаза вносилась соответствующим бинарным ДОЭ с несущей,

и в данной серии экспериментов использовался пучок с вихревой фазой первого порядка. Анализ полученных распределений подтверждает формирование азимутальной и радиальной поляризаций в разных фокусах, а также формирование поляризации смешанного типа между двумя фокусами. Действительно, вокруг каждого из фокусов видны расфокусированные распределения, соответствующие другому фокусу, имеющему ортогональный тип поляризации.

Некоторые искажения, наблюдаемые в фокусах, обусловлены двумя причинами. Во-первых, при преломлении сходящегося сферического пучка на плоской поверхности входного торца кристалла форма волнового фронта искажается. Оценка показывает, что максимальное отклонение волнового фронта от исходной сферы может достигать 30λ на краях. Соответственно искажается и функция рассеяния точки, по которой, собственно говоря, и строится изображение в фокусе. Но влияние этого фактора на расфокусированные изображения значительно меньше, что и видно на распределениях интенсивности. Второй фактор связан с динамическим диапазоном ПЗС, который не позволяет качественно показать на одном кадре распределения интенсивности в фокусе и вокруг него. Перепад интенсивностей таков, что в центре наблюдается насыщение, и картина сильно искажается.

Однако основной целью исследований было формирование цилиндрических векторных пучков высших порядков. Для этого устанавливался соответствующий ДОЭ [5], формирующий моду Лагерра–Гаусса (3,1) с вихрем. Полученные результаты для одного и того же положения поляризатора приведены на рис. 10. Видно, что теперь система колец наблюдается и вокруг каждого из фокусов.

Таблица 1. Фокусировка Гауссова пучка ( $m = 0$ ) радиусом 4 мм (негативные изображения, экспериментально зафиксированные картины – в рамке тонкой линией, результаты моделирования – в рамке толстой линией)

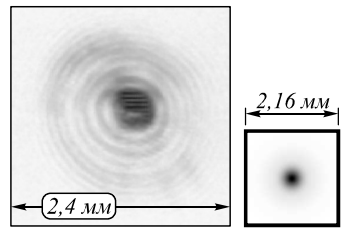
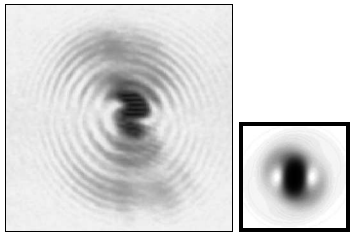
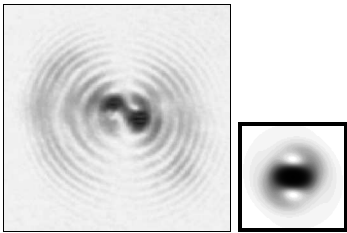
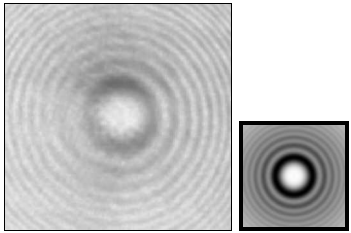
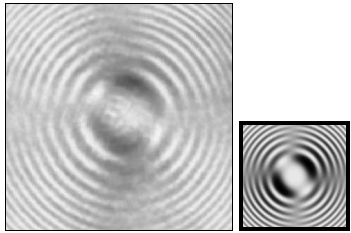
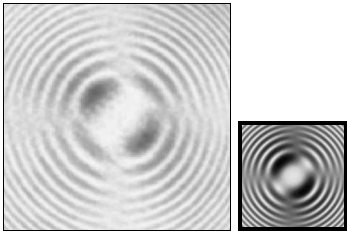
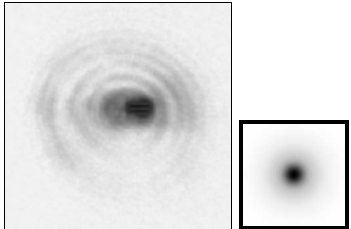
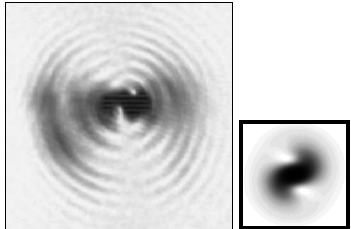
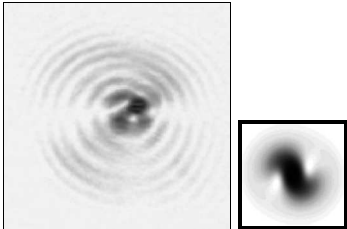
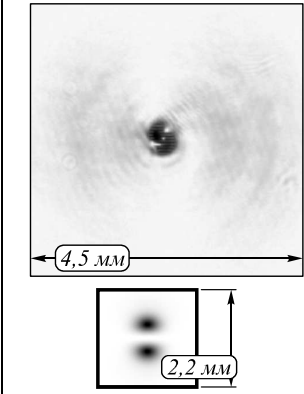
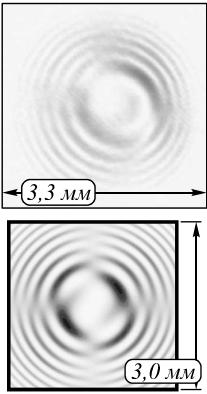
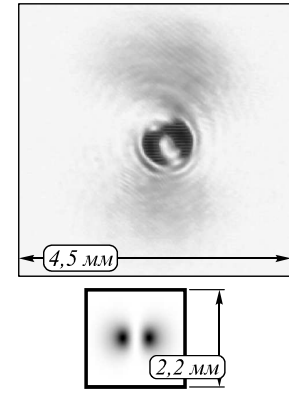
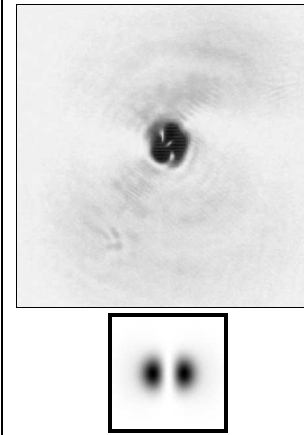
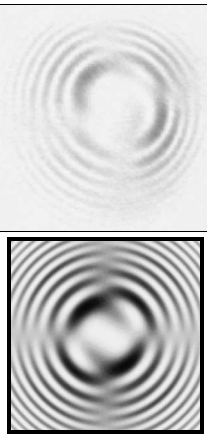
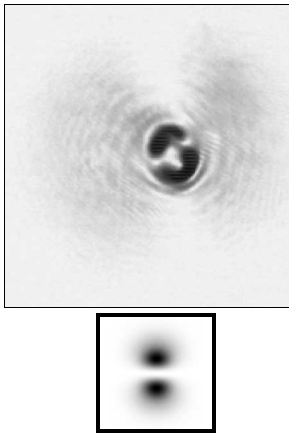
	Без поляризатора	Положение поляризатора	
		90°	180°
Первый фокус			
Между фокусами			
Второй фокус			

Таблица 2. Фокусировка вихревого Гауссова пучка ( $m = 1$ ) радиусом 4 мм (негативные изображения, экспериментально зафиксированные картины – в рамке тонкой линией, результаты моделирования – в рамке толстой линией)

	Первый фокус	Между фокусами	Второй фокус
Положение поляризатора 90°			
Положение поляризатора 180°			

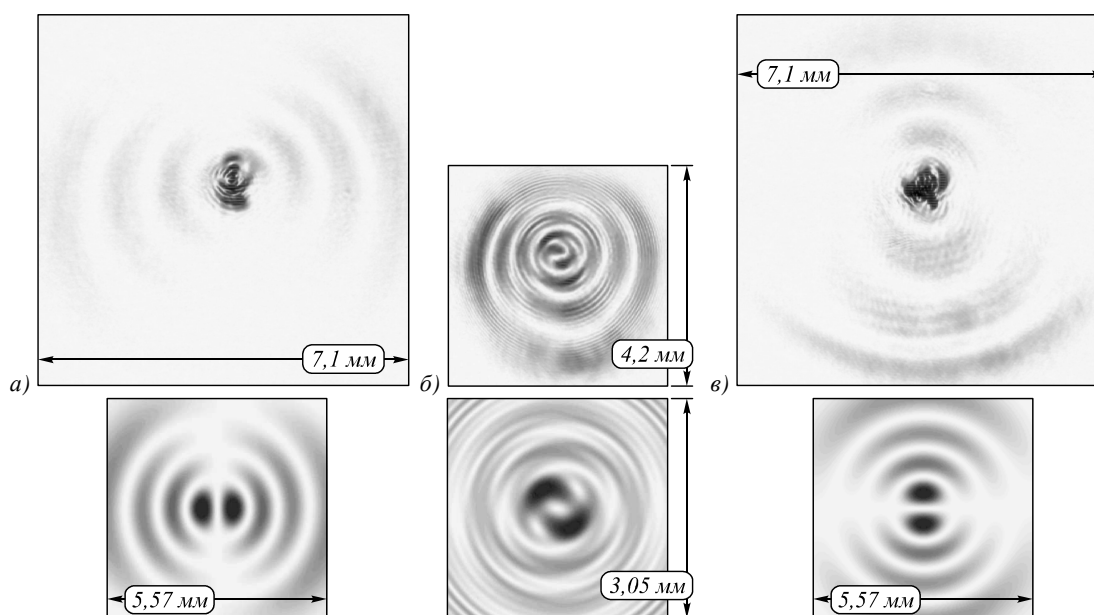


Рис. 10. Фокусировка вихревого пучка Лагерра–Гаусса (3,1) радиусом 4 мм с поляризатором  $0^\circ$ : в первом фокусе (а), между фокусами (б) и во втором фокусе (в)

Причём вокруг фокуса с радиальной поляризацией кольца поляризованы азимутально, и наоборот. Влияние искажений в фокусе, описанных выше, здесь ещё более значительное, поскольку картина в фокусе более сложная. Однако расфокусированные изображения показывают вполне приемлемое качество и степень поляризованности пучка.

#### Заключение

В данной работе численно и экспериментально рассмотрены два основных режима формирования цилиндрических векторных пучков в двулучепреломляющих кристаллах – с одним совмещённым фокусом и с двумя фокусами.

Показано, что в режиме слабой фокусировки обыкновенный и необыкновенный пучки смешиваются, формируемый пучок имеет смешанный «спиральный» тип поляризации.

В режиме более острой фокусировки формируются два выраженных фокуса. При этом если исходный пучок не имеет вихревой фазы, получаются спиральные типы поляризаций, при наличии вихревой фазы в одном из фокусов получается чистая радиальная, а в другом – чистая азимутальная поляризации.

Данные результаты обобщены на случай формирования радиально- и азимутально-поляризованных пучков мод высших порядков. В частности, в случае фокусировки пучка Гаусса–Лагерра (3,1).

Разработана и собрана оптическая система для формирования радиально- и азимутально-поляризованных Гауссовых мод различных порядков. Для формирования мод высших порядков с вихревой фазой использовались бинарные ДОО.

Проведённые натурные эксперименты с кристаллом исландского шпата подтвердили результаты моделирования.

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты РФФИ 13-07-00266 и 14-02-97033р\_поволжье\_a) и Министерства образования и науки РФ.

#### Литература

1. **Zhan, Q.** Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – V. 1. – P. 1-57.
2. **Oron, R.** The formation of laser beams with pure azimuthal or radial polarization / R. Oron, S. Blit, N. Davidson and A.A. Friesem // *Applied Physics Letters*. – 2000. – V. 77, Issue 21. – P. 3322-3324.
3. **Machavariani, G.** Birefringence-induced bifocusing for selection of radially or azimuthally polarized laser modes / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel, and N. Davidson // *Applied Optics*. – 2007. – V. 46. – P. 3304-3310.
4. **Yonezawa, K.** Compact laser with radial polarization using birefringent laser medium / K. Yonezawa, Y. Kozawa and S. Sato // *Japanese Journal of Applied Physics*. – 2007. – V. 46. – P. 5160-5163.
5. **Khonina, S.N.** Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of DOEs beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2011. – V. 28(10). – P. 2115-2123.
6. **Khonina, S.N.** Polarization converter for higher-order laser beams using a single binary diffractive optical element as beam splitter / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // *Optics Letters*. – 2012. – V. 37(12). – P. 2385-2387.
7. **Khonina, S.N.** Grating-based optical scheme for the universal generation of inhomogeneously polarized laser beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Applied Optics*. – 2010. – V. 49(10). – P. 1734-1738.
8. **Fadeyeva, T.** Natural shaping of the cylindrically polarized beams / T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, C. Alexeyev and A. Volynskiy // *Optics Letters*. – 2010. – V. 35(22). – P. 3787-3789.
9. **Venkatakrishnan, K.** Generation of radially polarized beam for laser micromachining / K. Venkatakrishnan and B. Tan // *Journal of Laser Micro/Nanoengineering*. – 2012. – V. 7(3). – P. 274-278.



10. **Loussert, C.** Efficient scalar and vectorial singular beam shaping using homogeneous anisotropic media / C. Loussert and E. Brasselet // *Optics Letters*. – 2010. – V. 35. – P. 7-9.
11. **Fadeyeva, T.A.** Spatially engineered polarization states and optical vortices in uniaxial crystals / T.A. Fadeyeva, V.G. Shvedov, Y.V. Izdebskaya, A.V. Volyar, E. Brasselet, D.N. Neshev, A.S. Desyatnikov, W. Krolikowski and Y.S. Kivshar // *Optics Express*. – 2010. – V. 18(10). – P. 10848-10863.
12. **Khonina, S.N.** Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // *Optics Letters*. – 2013. – V. 38(17). – P. 3223-3226.
13. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15. – P. 085704 (9pp).
14. **Alferov, S.V.** Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate / S.V. Alferov, S.N. Khonina and S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – V. 31(4). – P. 802-807.
15. **Алфёров, С.В.** Экспериментальное исследование фокусировки неоднородно поляризованных пучков, сформированных при помощи секторных пластинок / С.В. Алфёров, С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, О.Ю. Моисеев // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 57-64.
16. *Методы компьютерной оптики* / А.В. Волков, Д.Л. Головашкин, Л.Д. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, В.С. Соловьев, Г.В. Успенев, С.И. Харитонов, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
17. *Дифракционная компьютерная оптика* / Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
18. **Хонина, С.Н.** Периодическое изменение интенсивности модовых лазерных пучков при распространении в анизотропных одноосных кристаллах / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский, С.И. Харитонов // *Известия Самарского научного центра РАН*. – 2012. – Т. 14(4). – С. 18-27.
19. **Zhan, Q.** Focus shaping using cylindrical vector beams / Q. Zhan, J.R. Leger // *Optics Express*. – 2002. – V. 10, Issue 7. – P. 324-331.
20. **НАО, В.** Numerical aperture invariant focus shaping using spirally polarized beams / В. НАО, J. Leger // *Optics Communications*. – 2008. – V. 281. – P. 1924-1928.
21. **Карпеев, С.В.** Формирование поляризационно-неоднородных лазерных пучков высокого порядка на основе пучков с круговой поляризацией / С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, Н.Л. Казанский, О.Ю. Моисеев // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 2. – С. 224-230.
22. **Khonina, S.N.** Encoded binary diffractive element to form hyper-geometric laser beams / S.N. Khonina, S.A. Balalaye, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, B. Paivanranta, J. Turunen // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – V. 11. – P. 065702 (7pp).
23. **Казанский, Н.Л.** Исследовательско-технологический центр дифракционной оптики // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2011. – Т. 13, № 4-1. – С. 54-62.
24. **A.A. Friesem** // *Applied Physics Letters*. – 2000. – V. 77, Issue 21. – P. 3322-3324.
3. **Machavariani, G.** Birefringence-induced bifocusing for selection of radially or azimuthally polarized laser modes / G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel, and N. Davidson // *Applied Optics*. – 2007. – V. 46. – P. 3304-3310.
4. **Yonezawa, K.** Compact laser with radial polarization using birefringent laser medium / K. Yonezawa, Y. Kozawa and S. Sato // *Japanese Journal of Applied Physics*. – 2007. – V. 46. – P. 5160-5163.
5. **Khonina, S.N.** Generating inhomogeneously polarized higher-order laser beams by use of DOEs beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2011. – V. 28(10). – P. 2115-2123.
6. **Khonina, S.N.** Polarization converter for higher-order laser beams using a single binary diffractive optical element as beam splitter / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // *Optics Letters*. – 2012. – V. 37(12). – P. 2385-2387.
7. **Khonina, S.N.** Grating-based optical scheme for the universal generation of inhomogeneously polarized laser beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev // *Applied Optics*. – 2010. – V. 49(10). – P. 1734-1738.
8. **Fadeyeva, T.** Natural shaping of the cylindrically polarized beams / T. Fadeyeva, V. Shvedov, N. Shostka, C. Alexeyev and A. Volyar // *Optics Letters*. – 2010. – V. 35(22). – P. 3787-3789.
9. **Venkatakrishnan, K.** Generation of radially polarized beam for laser micromachining / K. Venkatakrishnan and B. Tan // *Journal of Laser Micro/Nanoengineering*. – 2012. – V. 7(3). – P. 274-278.
10. **Loussert, C.** Efficient scalar and vectorial singular beam shaping using homogeneous anisotropic media / C. Loussert and E. Brasselet // *Optics Letters*. – 2010. – V. 35. – P. 7-9.
11. **Fadeyeva, T.A.** Spatially engineered polarization states and optical vortices in uniaxial crystals / T.A. Fadeyeva, V.G. Shvedov, Y.V. Izdebskaya, A.V. Volyar, E. Brasselet, D.N. Neshev, A.S. Desyatnikov, W. Krolikowski and Y.S. Kivshar // *Optics Express*. – 2010. – V. 18(10). – P. 10848-10863.
12. **Khonina, S.N.** Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // *Optics Letters*. – 2013. – V. 38(17). – P. 3223-3226.
13. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15. – P. 085704 (9 p).
14. **Alferov, S.V.** Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate / S.V. Alferov, S.N. Khonina and S.V. Karpeev // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – V. 31(4). – P. 802-807.
15. **Alferov, S.V.** Experimental study of focusing of inhomogeneously polarized beams generated using sector polarizing plates / S.V. Alferov, S.V. Karpeev, S.N. Khonina, O.Yu. Moiseev // *Computer Optics*. – 2014. – V. 38(1). – P. 57-64.
16. *Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements* / V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, N.L. Kazanskiy, L.L. Doskolovich, S.I. Kharitonov, S.N. Khonina, V.S. Pavelyev, R.V. Skidanov, A.V. Volkov, D.L. Golovashkin, V.S. Solov'yev, G.V. Usplen'yev; ed. by V.A. Soifer. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 765 p.
17. *Computer Design of Diffractive Optics* / D.L. Golovashkin, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina, R.V. Skidanov; ed. by V.A. Soifer. – Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2012. – 896 p.
18. **Khonina, S.N.** Periodic intensity change for laser mode beams propagation in anisotropic uniaxial crystals /

### References

1. **Zhan, Q.** Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – V. 1. – P. 1-57.
2. **Oron, R.** The formation of laser beams with pure azimuthal or radial polarization / R. Oron, S. Blit, N. Davidson and

- S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy, S.I. Kharitonov // *Izvestiya SNC RAS*. – 2012. – V. 14(4). – P. 18-27. – (In Russian).
19. **Zhan, Q.** Focus shaping using cylindrical vector beams / Q. Zhan, J.R. Leger // *Optics Express*. – 2002. – V. 10, Issue 7. – P. 324-331.
20. **Hao, B.** Numerical aperture invariant focus shaping using spirally polarized beams / B. Hao, J. Leger // *Optics Communications*. – 2008. – V. 281. – P. 1924-1928.
21. **Karpeev, S.V.** Forming inhomogeneously polarized higher-order laser beams on the basis of circularly polarised beams / S.V. Karpeev, S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, O.Yu. Moiseev // *Computer Optics*. – 2011. – V. 35(2). – P. 224-230. – (In Russian).
22. **Khonina, S.N.** Encoded binary diffractive element to form hyper-geometric laser beams / S.N. Khonina, S.A. Balalayev, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, B. Paivanranta, J. Turunen // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – V. 11. – P. 065702 (7 p).
23. **Kazanskiy, N.L.** Research & education center of diffractive optics // *Proceedings of SPIE*. – 2012. – V. 8410. – P. 84100R. – DOI: 10.1117/12.923233.

## THEORETICAL AND AN EXPERIMENTAL RESEARCH OF POLARIZING TRANSFORMATIONS IN UNIAXIAL CRYSTALS FOR GENERATION CYLINDRICAL VECTOR BEAMS OF HIGH ORDERS

S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov  
Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,  
Samara State Aerospace University

### Abstract

We analytically and numerically investigate formation of cylindrical vector beams by birefringent crystal in accordance with two schemes: with one combined focus, and with two focuses. In the case with two focuses at presence of a vortical phase in incident beam with circular polarization in one of focuses the radially-polarized distribution is generated, and in another - azimuthally-polarized. The results are generalized on a case of formation radially- and azimuthally-polarized laser beams of the higher orders. Experiments with a crystal of Icelandic spar confirm results of simulations.

*Key words:* uniaxial crystal, cylindrical vector beams, laser modes of the high order.

### Сведения об авторах



**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru).

**Svetlana Nikolaevna Khonina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.

**Карпеев Сергей Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, модовые и поляризационные преобразования, волоконная оптика, оптическая обработка изображений.

E-mail: [karp@smr.ru](mailto:karp@smr.ru).

**Sergei Vladimirovich Karpeev**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.



**Алфёров Сергей Владимирович**, стажёр-исследователь ЛМНТ ИСОИ РАН, аспирант, программист лаборатории НИЛ-35 Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: дифракционная оптика, ближнепольная микроскопия.

**Sergei Vladimirovich Alferov**, trainee researcher of Micro- and Nanotechnology laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS). Post graduated student, programmer of SRL-35 laboratory of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, near-field microscopy.

Поступила в редакцию 15 марта 2014 г.