

ВРЕМЕННОЕ «СЖАТИЕ» ФЕМТОСЕКУНДНОГО ИМПУЛЬСА В ФОКУСЕ УСЕЧЁННОГО МИКРОЭЛЛИпсоИДА

Козлова Е.С., Котляр В.В.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

Рассчитан усечённый эллипсоид, который все падающие параллельные лучи собирает на входной плоской поверхности. Моделирование FDTD-методом, учитывающим дисперсию вещества, фокусировки фемтосекундного импульса (длительностью 1,24 фс по полуспаду интенсивности и несущей длиной волны $\lambda_0 = 532$ нм) с помощью кварцевого усечённого микроэллипсоида с меньшим диаметром сечения 1,16 мкм показало, что эллипсоид даёт эллиптическое фокусное пятно с меньшим диаметром FWHM = 0,38 λ . При этом временная длительность импульса в фокусе на несколько процентов меньше, чем длительность входящего импульса.

Ключевые слова: FDTD-метод, микрооптика, фемтосекундный импульс, острая фокусировка света, микросфера, микролинза, дисперсионная модель Селлмейера.

Введение

Ввиду достаточно широкого применения ультракоротких импульсов в различных областях науки и техники множество работ посвящено способам их пространственно-временного преобразования и фокусировки [1, 2]. Так, в работе [3] нами было проведено моделирование FDTD-методом фокусировки двух фемтосекундных лазерных импульсов разной длительности с помощью четырёх микролинз (сфера, полусфера, параболоид, эллипсоид) с эквивалентными параметрами и с учётом частотной дисперсии вещества с помощью классической модели Селлмейера. В ходе работы было показано, что микросфера лучше фокусирует излучение: ширина фокусного пятна по полуспаду интенсивности в плоскости, перпендикулярной плоскости поляризации, составила $(0,42 \pm 0,04) \lambda$, в плоскости, параллельной плоскости поляризации, – $(0,52 \pm 0,04) \lambda$ [1]. Сфокусированное ею излучение имеет более высокий коэффициент фокусировки и наименьший коэффициент временного уширения. Также было показано, что, несмотря на слабую зависимость дисперсионной кривой для кварца от длины волны в области видимого спектра, результаты фокусировки коротких импульсов микросферой могут приводить к относительной ошибке в 15–28 %, если не учитывать частотную дисперсию вещества.

Из результатов экспериментального анализа оптических свойств кварцевого стекла следует, что общепринятая (трёхпараметрическая) модель Селлмейера применима в диапазоне от 0,21 до 7 мкм [4]. При анализе процессов распространения ультракоротких импульсов длительностью менее 3,5 фс необходимо использовать модель, учитывающую все особенности диэлектрической проницаемости кварцевого стекла. В работе [5] нами были найдены параметры (резонансные длины волн, амплитуды и коэффициенты демпфирования) модели Селлмейера для более точного согласования (среднеквадратическое отклонение 6 %) модельных кривых показателей преломления и поглощения с облаком экспериментальных значений дисперсионных кривых кварцевого стекла.

В данной работе проводится расчёт в рамках лучевой оптики оптического элемента из кварцевого стекла для фокусировки фемтосекундного импульса. С помощью FDTD-метода с учётом дисперсии материала производится моделирование процесса фокусировки ультракороткого импульса с помощью рассчитанного элемента и микросферы. Для учёта дисперсии используются две модели: классическая модель дисперсии Селлмейера (КМД) [4] и уточнённая модель дисперсии (УМД) [5]. По результатам моделирования производится сравнение коэффициентов фокусировки и временно-го уширения световых импульсов.

1. Лучевой расчёт оптического элемента

Рассчитаем поверхность оптического элемента (ДОЭ), фокусирующего параллельный пучок в точку на поверхности. На рис. 1 показан ход лучей. Поверхность имеет вращательную симметрию относительно оси z .

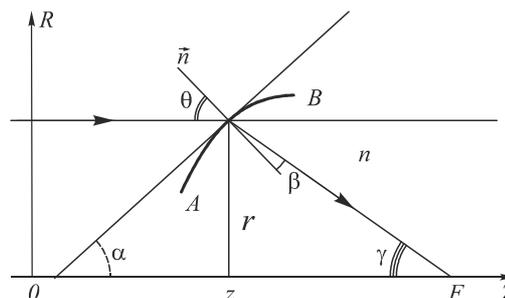


Рис. 1. Схема преломления света поверхностью

Пусть луч, параллельный оси z и отстоящий от неё на расстоянии r , падает на преломляющую поверхность AB , преломляется, входит в среду с показателем n и пересекает ось z в точке F (фокус). Из рис. 1 следуют уравнения:

$$\sin \theta = n \sin \beta, \tag{1}$$

$$\frac{dr}{dz} = \operatorname{tg} \alpha, \tag{2}$$

$$\frac{r}{z'} = \operatorname{tg} \gamma, \quad z' = F - z, \tag{3}$$

$$\theta = \gamma + \beta, \tag{4}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha, \tag{5}$$

где $\theta, \beta, \alpha, \gamma$ – углы падения, преломления, наклона касательной и фокусировки.

Из уравнений (1)–(5) можно получить уравнение для любого параллельного падающего луча, преломляющегося в фокус:

$$\frac{dr}{dz'} = \frac{(\sqrt{r^2 + z'^2} - nz')}{nr}. \tag{6}$$

Из (6) видно, что при $r = 0$ производная $dr/dz' \rightarrow \infty$, т. е. угол $\alpha = 90^\circ$ (вершина оптического элемента). Если лучи на рис. 1 заменить на обратные, то уравнение (6) будет уравнением поверхности $r = r(z')$ или $z' = z'(r)$ для коллиматора, т. е. уравнение (6) описывает элемент, который все лучи, исходящие из точки F на оси, преобразует в параллельный пучок лучей вдоль оси z . Чтобы этот элемент работал наоборот, т. е. собирал все параллельные лучи в фокус в точку F на задней поверхности, надо к уравнению (6) добавить условие синфазности всех приходящих в фокус лучей. На рис. 2 показана схема для вывода условия, что все лучи приходят в фокус с одинаковой фазой.

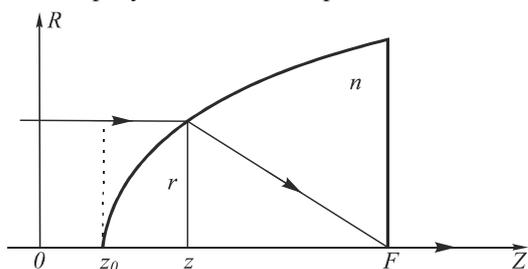


Рис. 2. Схема синфазного прихода лучей в фокус

Условие синфазности:

$$n\sqrt{r^2 + z'^2} + (z'_0 - z') = nz'_0, \quad z'_0 = F - z_0, \tag{7}$$

где z_0 – начальная координата расположения вершины оптического элемента. Из (7) получим уравнение поверхности:

$$r = \frac{\sqrt{(n-1)(z'_0 - z')}}{n} \times \sqrt{[(n+1)z' + (n-1)z'_0]}, \quad 0 < z' < z'_0. \tag{8}$$

Поверхность (8) обеспечивает синфазность (или одновременность) прихода всех лучей, параллельных оптической оси, в точку фокуса F . Но надо убедиться, что эта поверхность так преломляет лучи, что они действительно приходят в точку F . Можно показать, что решение (8) удовлетворяет уравнению (6), то есть поверхность (8) обеспечивает также нужное преломление падающих на неё лучей, параллельных оптической оси. С помощью замены переменных $\xi = r / z'$ можно решить уравнение (6) при условии, что $r(z'_0) = 0$. При этом получим решение в виде (8).

Уравнение (8) можно записать в форме эллипсоида:

$$n^2 r^2 + (n^2 - 1) \left(z' - \frac{z'_0}{n+1} \right)^2 = z_0'^2 \frac{(n-1)n^2}{n+1}. \tag{9}$$

Вернёмся к уравнению (6), из которого видно, что при условии

$$r = z' \sqrt{n^2 - 1} \tag{10}$$

касательная к поверхности (8) будет параллельна к оптической оси. Из условия (10) можно найти координату z' , при которой расстояние r от оптической оси до поверхности (8) максимально:

$$z' = z'_0 \frac{1 + \sqrt{2n^2 - 1}}{2(n+1)}. \tag{11}$$

Из уравнений (10) и (11) можно найти синус «крайнего» луча, приходящего в фокус F , то есть найти числовую апертуру эллипсоида (9):

$$NA = n \sin \gamma_{\max} = \sqrt{n^2 - 1}. \tag{12}$$

Из (12) следует, что дифракционный предел (минимальное значение), который может достигнуть величина диаметра фокального пятна (по полуспаду интенсивности), сформированного эллипсоидом (9) в среде с показателем преломления $n = 1,5$, равен

$$FWHM = 0,51 \frac{\lambda}{NA} \approx 0,46\lambda. \tag{13}$$

На рис. 3 представлен оптический элемент, рассчитанный по формуле (9) при $n = 1,4967$ и $z'_0 = 1$ мкм.

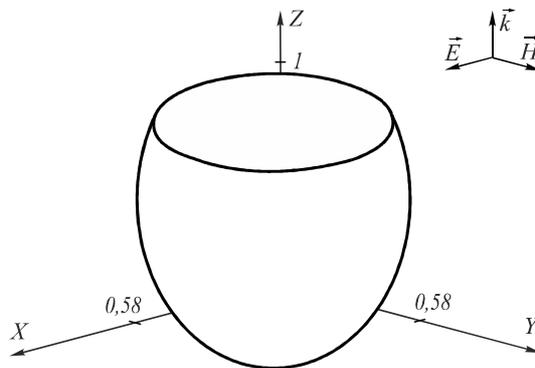


Рис. 3. Оптический элемент, рассчитанный по формуле (9)

2. Моделирование фокусировки

С учётом того, что микросфера показала лучший результат по фокусировке фемтосекундного излучения [3], проведём сравнение рассчитанного элемента с соответствующей ему микросферой радиусом 0,58 мкм. Материалом линз будем считать кварцевое стекло. С помощью FDTD-метода с учётом дисперсии проведём моделирование распространения ультракороткого Гауссова импульса длительностью по полу-

спаду интенсивности 1,24 фс [3] через рассчитанный элемент (рис. 3):

$$\psi(x, y, z = 0, \tau) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right) \times \exp\left\{-\left(\frac{\tau - 0,5 \cdot c \cdot t_s}{t_d}\right)^2\right\} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \tau\right), \tag{14}$$

где $a = b = 1,6$ мкм – размер стороны квадрата, ограничивающего плоскую волну в начальной плоскости; $\tau = ct$, мкм; c – скорость света, мкм/с; t – время, с; t_s – длительность импульса, с; t_d – ширина импульса, мкм. Несущая длина волны импульса равна 0,532 мкм. Плоскость поляризации импульса совпадает с плоскостью XZ (отлична от нуля только компонента E_x).

В ходе моделирования воспользуемся сначала классической моделью Селлмейера для описания дисперсии кварцевого стекла [4] (табл. 1), а потом уточнённой моделью [5] (табл. 2):

$$\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_\infty + \sum_m \frac{A_m \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2 + i\lambda \delta_{sm}}, \tag{15}$$

где ε_∞ – диэлектрическая проницаемость на высоких частотах; λ – длина волны, мкм; λ_m – резонансная длина волны, мкм; A_m – величина резонанса; δ_{sm} – коэффициент демпфирования, мкм.

Табл. 1. Параметры классической модели Селлмейера для кварцевого стекла

m	A_m	λ_m	δ_{sm}
1	0,69616630	0,068404300	0
2	0,40794260	0,11624140	0
3	0,89747940	9,8961610	0
$\varepsilon_\infty = 1$			

Табл. 2. Параметры уточнённой модели Селлмейера для кварцевого стекла

m	$\Delta\varepsilon_m$, мкм	λ_m , мкм	η_m , мкм
1	0,60616630	0,067404300	0,028
2	0,16	0,0983	0,017
3	0,440794260	0,11624140	0,01
4	0,59747940	9,04616108	0,35
5	0,00520045	12,6739082	0,05
6	0,75	22,1243678	1,8
$\varepsilon_\infty = 1$			

Моделирование производилось при следующих состояниях между узлами сетки отсчётов: $h_x = 0,02$ мкм, $h_y = 0,02$ мкм, $h_z = 0,015$ мкм, $h_t = 0,005$ мкм. На рис. 4 показано временное распределение интенсивности падающего импульса и соответствующий ему спектр.

На рис. 5 представлены распределения интенсивности импульса в момент фокусировки для каждой из вышеописанных микролинз. Выходные плоскости микролинз обозначены вертикальной линией.

В табл. 3–5 приведены размеры фокусного пятна по полуспаду интенсивности FWHM и глубина фокуса по полуспаду интенсивности DOF.

Из табл. 3, 5 видно, что вне зависимости от используемой модели диэлектрической проницаемости диа-

метр фокусного пятна по полуспаду интенсивности, полученного с помощью фокусировки ультракороткого импульса рассчитанным ДООЭ, не меняется и в плоскости, параллельной плоскости поляризации, составляет $(0,53 \pm 0,04)\lambda$, а в плоскости, перпендикулярной плоскости поляризации, составляет $(0,38 \pm 0,04)\lambda$. Сфера и эллипсоид (9) одинаково хорошо фокусируют излучение, но сфера формирует более круглое фокусное пятно.

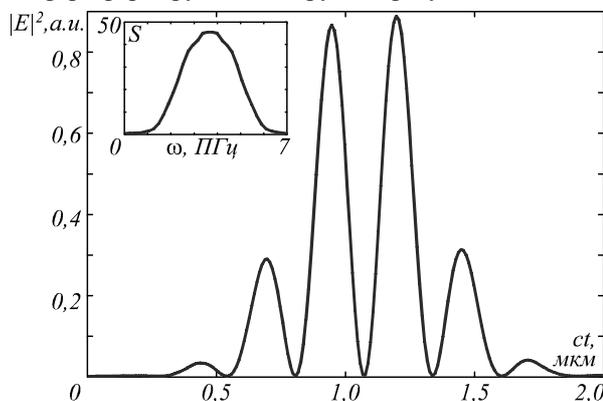


Рис. 4. Временное распределение интенсивности в точке $(x, y, z) = (0, 0, 0, 2)$ мкм и спектр для входящего импульса длительностью 1,24 фс

Табл. 3. Диаметр фокусного пятна по полуспаду интенсивности FWHM вдоль x (вдоль линии начальной поляризации) в λ

	Эллипсоид (15)	Сфера
КМД	0,53	0,45
УМД	0,53	0,45

Табл. 4. Диаметр фокусного пятна по полуспаду интенсивности FWHM вдоль y , которая перпендикулярна начальной плоскости поляризации в λ

	Эллипсоид (15)	Сфера
КМД	0,38	0,38
УМД	0,38	0,38

Табл. 5. Глубина фокуса по полуспаду интенсивности DOF вдоль z в λ

	Эллипсоид (15)	Сфера
КМД	0,2	0,11
УМД	0,17	0,11

Из рис. 5 видно, что эллипсоид (9) и сфера фокусируют излучение вблизи своей поверхности.

На рис. 6 представлены графики временного распределения интенсивности в точке фокусировки.

В работе рассчитаны коэффициенты фокусировки, временного уширения и сужения спектра по следующим формулам:

$$k_f = I_f / I_{in}, \tag{16}$$

где k_f – коэффициент фокусировки; I_f – величина максимальной интенсивности сфокусированного излучения, I_{in} – величина максимальной интенсивности падающего излучения, а.у., а.у. – произвольные единицы;

$$k_t = t_{out} / t_{in}, \tag{17}$$

где k_t – коэффициент временного уширения; t_{in} – длительность входящего импульса по полуспаду интен-

сивности, фс; t_{out} – длительность выходящего импульса по полуспаду интенсивности, фс,

$$k_{\omega} = \Delta\omega_{in} / \Delta\omega_{out}, \tag{18}$$

где k_{ω} – коэффициент сужения спектра; $\Delta\omega_{in}$ – ширина спектра входящего излучения, ПГц; $\Delta\omega_{out}$ – ширина спектра выходящего излучения, ПГц.

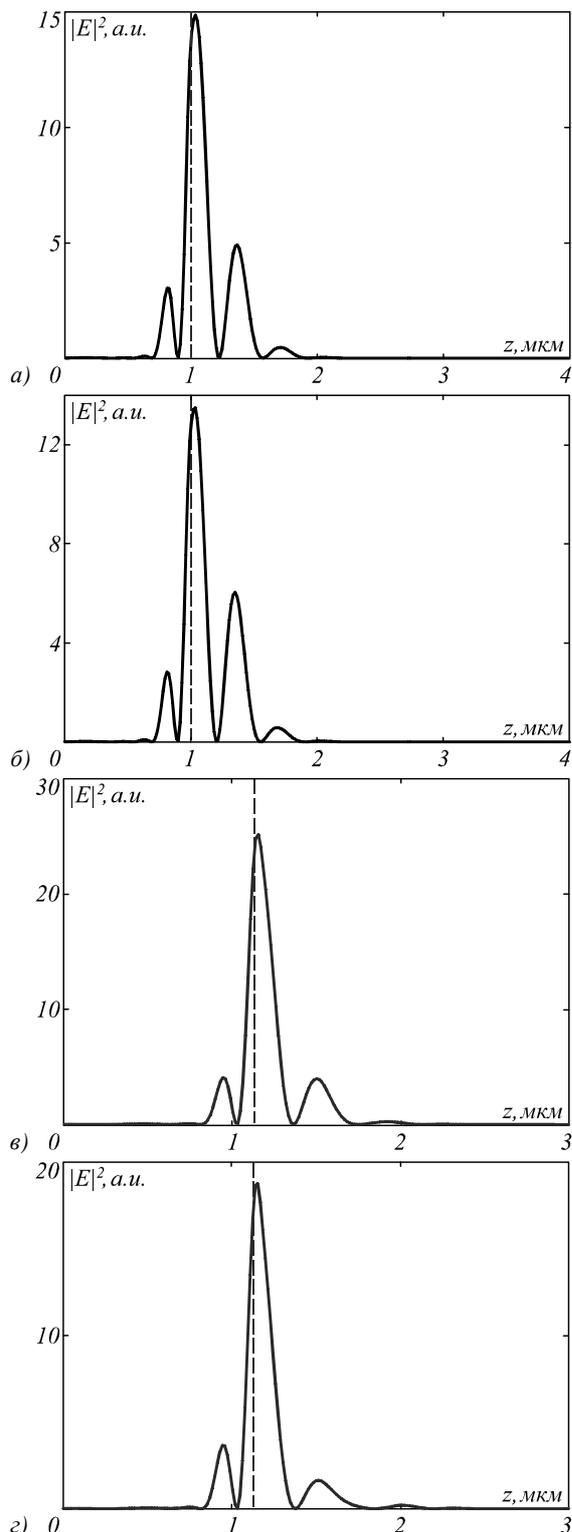


Рис. 5. Распределение интенсивности вдоль оптической оси для импульса длительностью по полуспаду интенсивности 1,24 фс в момент фокусировки: рассчитанным усечённым эллипсоидом (КМД) (а); рассчитанным усечённым эллипсоидом (УМД) (б); сферой (КМД) (в); сферой (УМД) (г)

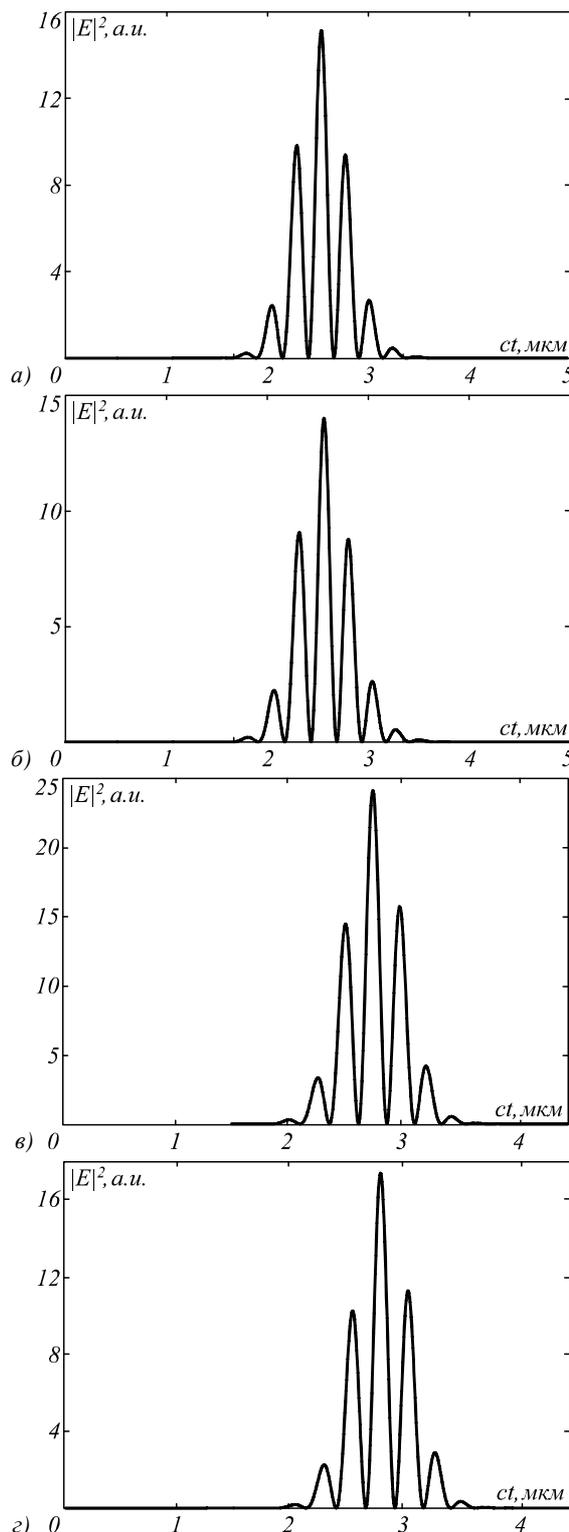


Рис. 6. Временное распределение интенсивности в точке фокусировки для импульса длительностью по полуспаду интенсивности 1,24 фс, сфокусированного: рассчитанным усечённым эллипсоидом (КМД) (а); рассчитанным усечённым эллипсоидом (УМД) (б); сферой (КМД) (в); сферой (УМД) (г)

В табл. 6–8 приведены коэффициенты фокусировки, временного уширения и сужения спектра.

Табл. 6. Коэффициент фокусировки

	Эллипсоид (9)	Сфера
КМД	18,16	28,88
УМД	16,84	20,91

Табл. 7. Коэффициент временного уширения

	Эллипсоид (9)	Сфера
КМД	0,95	0,84
УМД	0,96	0,87

Табл. 8. Коэффициент сужения спектра

	Эллипсоид (9)	Сфера
КМД	1,57	1,49
УМД	1,61	1,42

Из табл. 7, 8 видно, что из-за продольной дифракции в пространстве все импульсы при распространении уширяются и, соответственно, их спектр сужается. При этом коэффициент временного уширения во всех рассмотренных случаях составляет величину меньшую единицы, т.е. в фокусе импульс на 5–10 % сжимается во времени. Коэффициенты сужения спектра также достаточно близки друг к другу и составляют около 1,5.

Из сравнения результатов моделирования фокусировки ультракраткого импульса двумя микролинзами: эллипсоидом и сферой – видно, что использование КМД вместо УМД приводит к погрешности порядка 3 % для эллипсоида и 14,9 % для сферы (если пренебречь сдвигом из-за запаздывания излучения при использовании УМД).

Заключение

В работе в рамках лучевой оптики получено уравнение эллипсоида (9), который все параллельные лучи фокусирует в точку на оптической оси; с помощью моделирования FDTD-методом, учитывающим дисперсию вещества, фокусировки фемтосекундного импульса (длительностью 1,24 фс и несущей длиной волны $\lambda=532$ нм) с помощью кварцевого усечённого микроэллипсоида с меньшим диаметром сечения 1,16 мкм показано, что эллипсоид даёт эллиптическое фокусное пятно с меньшим диаметром $\text{FWHM} = 0,38\lambda$, хотя геометрическая оптика предсказывает минимальный диаметр фокуса, равный $\text{FWHM} = 0,46\lambda$ (уравнение (13)). Причина преодоления дифракционного предела в том, что фокус формируется не в среде, а на границе двух сред, и в его формировании вносят вклад поверхностные волны, конструктивная интерференция которых приводит к уменьшению диаметра фокуса.

Проведено численное сравнение фокусировки фемтосекундного импульса рассчитанным эллип-

соидом и микросферой с одинаковым диаметром 1,16 мкм. Оказалось, что параметры фокусных пятен в обоих случаях очень близки, но эллипсоид тем превосходит сферу, что параметры фокуса у него в 5 раз менее чувствительны к изменению модели дисперсии.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, грантов РФФИ (14-07-97039, 14-07-31218, 13-07-97008) и гранта Президента РФ (МК-4816.2014.2).

Литература

1. **Liu, Z.** Ultraviolet conical emission produced by high-power femtosecond laser pulse in transparent media / Z. Liu, X. Lu, Q. Liu, S. Sun, L. Li, X. Liu, B. Ding, B. Hu // *Applied Physics B*. – 2012. – V. 108 – P. 493-500.
2. **Piglosiewicz, B.** Ultrasmall bullets of light - focusing few-cycle light pulses to the diffraction limit / B. Piglosiewicz, D. Sadiq, M. Mascheck, S. Schmidt, M. Silies, P. Vasa, and C. Lienau // *Optics Express*. – 2011. – V. 19(15) – P. 14451-14463.
3. **Козлова, Е.С.** Моделирование фокусировки фемтосекундного импульса эллипсоидом, параболоидом, сферой и полусферой / Е.С. Козлова, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2013. – Т. 37, № 1. – С. 31-38.
4. **Couairon, A.** Filamentation and damage in fused silica induced by tightly focused femtosecond laser pulses / A. Couairon, L. Sudrie, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz // *Physics Review B*. – 2005. – V. 71. – P. 125435-125441.
5. **Козлова, Е.С.** Уточнённая модель дисперсии для кварцевого стекла / Е.С. Козлова, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 51-55.

References

1. **Liu, Z.** Ultraviolet conical emission produced by high-power femtosecond laser pulse in transparent media / Z. Liu, X. Lu, Q. Liu, S. Sun, L. Li, X. Liu, B. Ding, B. Hu // *Applied Physics B*. – 2012. – V. 108 – P. 493-500.
2. **Piglosiewicz, B.** Ultrasmall bullets of light - focusing few-cycle light pulses to the diffraction limit / B. Piglosiewicz, D. Sadiq, M. Mascheck, S. Schmidt, M. Silies, P. Vasa, and C. Lienau // *Optics Express*. – 2011. – V. 19(15) – P. 14451-14463.
3. **Kozlova, E.S.** Modelling of focusing femtosecond pulse by ellipsoid, paraboloid, sphere and hemisphere / E.S. Kozlova, V.V. Kotlyar // *Computer Optics*. – 2013. – V. 37(1). – P. 31-38. – (In Russian).
4. **Couairon, A.** Filamentation and damage in fused silica induced by tightly focused femtosecond laser pulses / A. Couairon, L. Sudrie, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz // *Physics Review B*. – 2005. – V. 71. – P. 125435-125441.
5. **Kozlova, E.S.** Specified Parameters of Sellmeyer model for silica glass / E.S. Kozlova, V.V. Kotlyar // *Computer Optics*. – 2014. – V. 38(1). – P. 51-55. – (In Russian).

TEMPORARY "COMPRESSION" OF FEMTOSECOND PULSES IN THE FOCUS OF TRUNCATED MICROELLIPSOID*E.S. Kozlova, V.V. Kotlyar**Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,
Samara State Aerospace University***Abstract**

Truncated ellipsoid which all parallel incident rays collects on it's flat surface is designed. Simulation by (FD)²TD method of focusing of femtosecond pulse (duration 1.24 fs and the carrier wavelength $\lambda = 532$ nm) by a silica truncated microellipsoid with smaller cross-sectional diameter of 1.16 μm showed that the ellipsoid gives an elliptical focus spot with a smaller diameter $\text{FWHM} = 0,38\lambda$. At the same time the pulse duration at the focus of a few percent smaller than the duration of the incoming pulse.

Key words: FDTD-method, microoptic, femtosecond pulse, sharp focusing of light, microsphere, mikroellipsoid, mikroparaboloid, microlens, the Selmeier's dispersion model.

Сведения об авторах

Козлова Елена Сергеевна, магистр прикладной математики и информатики, аспирант кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы.

E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

Elena Sergeevna Kozlova, Master of Mathematics and Computer Science. Currently studies at Samara State Aerospace University. Research interests are diffractive optics and numerical methods.



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, optical vortices.

Поступила в редакцию 2 июня 2014 г.