# АЛГОРИТМ РАСЧЁТА ДОЭ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАННОЙ КОНФИГУРАЦИИ СВЕТОВЫХ ЛОВУШЕК

Скиданов Р.В., Ганчевская С.В.

Институт систем обработки изображений РАН, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ)

### Аннотация

Предложен алгоритм расчёта дифракционных оптических элементов (ДОЭ), формирующих вихревые пучки, с заранее заданным распределением минимумов и максимумов. Рассмотрено несколько модификаций этого алгоритма. Представлен расчёт некоторых конфигураций ловушек для захвата прозрачных и непрозрачных микрообъектов.

<u>Ключевые слова</u>: расчёт фазовой функции, световая ловушка, итеративный алгоритм, вихревой аксикон.

#### Введение

В настоящее время появляется всё больше работ, посвящённых оптическому микроманипулированию. В том числе растёт интерес к манипуляции большими группами микрообъектов [1-5]. И если задача формирования большого количества световых ловушек для прозрачных микрообъектов достаточно хорошо описана в литературе [1-5], то формирование заданной конфигурации ловушек для непрозрачных микрообъектов представлена относительно небольшим количеством работ [6]. Поскольку расчёт дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для формирования заданного распределения интенсивности является некорректной задачей, то очень часто возникает необходимость в использовании итеративных методов расчёта. Существует несколько подходов к организации оптимизации дифракционного оптического элемента методами прямого поиска. Прежде всего, это алгоритм полного перебора [7], когда производится поиск по всей области допустимых решений без каких-либо ограничений. Однако на нахождение решения будет затрачено существенное время и большие вычислительные затраты, иногда практически неосуществимые при современном уровне вычислительной техники.

Более быстрым методом расчёта является организация итеративного алгоритма, построенного либо на минимизации функции невязки, либо на генетическом принципе. Также можно организовать итеративный расчёт ДОЭ на основе стандартных алгоритмов оптимизации: покоординатный спуск, градиентный и т.п.

Оптимизация фазовой функции дифракционного оптического элемента, фокусирующего лазерное излучение в продольный отрезок, в рамках геометрооптического подхода рассматривалась в работах [8–10]. Отметим, что геометрооптический расчёт принципиально не позволяет учесть дифракционных эффектов. Также известны итерационные методы расчёта ДОЭ [11], основанные на алгоритме Герчберга–Сакстона [12]. Есть также точные итеративные методы расчёта, основанные на использовании электромагнитного подхода. В [14] предложена процедура оптимизации бинарных дифракционных оптических элементов, предназначенных для формирования световых распределений типа «световая бутылка». Недостаток этого алгоритма заключается в том, что можно формировать только одну ловушку данного типа. В работах [15], [16] рассматриваются алгоритмы стохастической оптимизации квантованных ДОЭ. В работе [15] формируются заданные продольные распределения интенсивности, а в работе [16] рассматривается алгоритм расчёта ДОЭ с квантованной фазовой функцией. В [17] реализован гибридный алгоритм, который объединяет преимущества генетического алгоритма и метода локального поиска.

Расчёт распределений интенсивности для световых ловушек имеет свою специфику: не так важно само распределение, как его крупные детали (минимумы, максимумы). В связи с этим возможна реализация итеративного алгоритма на основе дискретных параметров, таких как, например, топологические заряды, входящих в суперпозицию световых полей.

## 1. Алгоритм покоординатного спуска с минимизацией среднеквадратичного отклонения

В работе [18] был предложен метод формирования световых полей, которые представляют собой суперпозицию нескольких вихревых световых пучков, которые формируются вихревыми аксиконами. При этом, как было показано в [18], получившиеся распределения представляют собой набор регулярно расположенных световых минимумов и максимумов. На основе предложенного подхода можно сформировать световые ловушки совершенно разных типов: от пучков Бесселя [19] до линейных ловушек [20]. Это даёт основание полагать, что для любого произвольного, заранее заданного расположения световых ловушек можно подобрать такое сочетание топологических зарядов вихревых пучков, входящих в суперпозицию, которое образует нужную нам конфигурацию минимумов и максимумов интенсивности.

Для начала сделаем попытку разработать алгоритм точного поиска фазовой функции для формирования заданного распределения интенсивности. Для алгоритма расчёта выберем в качестве основы алгоритм покоординатного спуска. В качестве координат в этом алгоритме предлагается использовать топологические заряды вихревых пучков, входящих в суперпозицию. В качестве функции невязки было использовано среднеквадратичное отклонение б по растру формируемого светового поля.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^{N} (I_{ij} - I_{ij}^{3m})}{N^2}},$$
(1)

где N – размерность изображения,  $I_{ij}$  – распределение интенсивности в сформированном изображении,  $I_{ij}^{_{3m}}$  – распределение интенсивности в эталонном изображении. При этом для эталонного и формируемого изображений осуществлялась предварительная процедура нормировки.

В качестве начальной точки алгоритма выступал ДОЭ, формирующий суперпозицию нескольких вихревых пучков с одинаковыми топологическими зарядами, равными 1. Для разделения пучков соседние зоны в ДОЭ разделялись путём введения фазового смещения на  $\pi$  [5]. Затем определялось направление изменения топологического заряда первой зоны, т.е. будет топологический заряд увеличиваться или уменьшаться. Затем топологический заряд зоны менялся на каждом шаге на ±1 в зависимости от выбранного направления. Расчёт распределения интенсивности осуществлялся путём использования преобразования Фурье от функции комплексного пропускания ДОЭ. На каждом шаге производился расчёт СКО, и эта последовательность выполнялась до тех пор, пока значение СКО не начинало увеличиваться. После этого точно такая же последовательность действий осуществлялась на следующей зоне ДОЭ. Общее количество зон ДОЭ являлось изменяемым параметром алгоритма и менялось в зависимости от задачи от 3 до 8. В качестве эталона выступало два типа изображений: имеющее точное решение, т.е. в качестве эталона выступало световое поле, которое являлось суперпозицией нескольких вихревых пучков, и произвольное распределение интенсивности с несколькими световыми ловушками. Для эталонных распределений интенсивности, которые были сформированы как распределения интенсивности при дифракции на вихревом аксиконе, т.е. имеющих точные решения в результате такого поиска, как правило, алгоритм находил нужный вихревой аксикон (рис. 1а, в) или находил аксикон, формирующий распределение интенсивности, довольно близкое к эталонному (рис. 16, r).

На рис. 1 представлены результаты поиска среди элементов, имеющих 4 отдельных зоны с топологическими зарядами. Как видно из рис. 1, описанный выше алгоритм приходит или к точному решению (рис. 1*в*), или к решению, очень близкому к точному (рис. 1*г*). На рис. 2 представлена последовательность распределений интенсивности, полученных в ходе последовательных итераций алгоритма.

К сожалению, в большинстве случаев для эталона, не имеющего точного решения, алгоритм в этом виде не приходит к нужному решению (рис. 3).

Как видно из рис. 3, полученное изображение очень далеко по распределению от эталона. При этом весьма значительная часть энергии полученного распределения интенсивности расположена за пределами области, очерченной на эталоне, и, в целом, за счёт именно этих областей с относительно невысокой интенсивностью в алгоритме получается невысокое СКО и он приходит к неверному решению. Для того чтобы исправить этот недостаток, алгоритм был модифицирован.



Рис. 1. Фазовая функция ДОЭ (а), формирующая распределение интенсивности в виде одиночной ловушки (б), с точным соответствием эталону, фазовая функция ДОЭ (б), формирующая распределение интенсивности в виде одиночной ловушки (б), с неполным соответствием эталону





Рис. 3. Эталонное распределение интенсивности (а), распределение интенсивности, найденное алгоритмом (б)

### 2. Алгоритм покоординатного спуска с минимизацией функции невязки на основе сочетания среднеквадратичного отклонения и момента первого порядка распределения интенсивности по r

В новом алгоритме была изменена функция невязки. Вместо СКО, в качестве функции невязки была использована линейная комбинация СКО и первого момента распределения интенсивности по r:

$$\delta_1 = k_1 \delta + k_2 m, \tag{2}$$

где значения весовых коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  подбирались эмпирическим путём ( $k_1 = 0.8$ ,  $k_2 = 0.2$ ), *m* определялся по формуле:

$$m = \int_{0}^{R} r I(r) dr / \int_{0}^{R} I(r) dr, \qquad (3)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – одна из полярных координат в плоскости изображения. При этом следует понимать, что эталонное распределение интенсивности должно быть расположено в центре растра изображения.



Рис. 4. Удачный поиск распределения по эталону (а), неудачный поиск распределения по эталону (б)

На рис. 5 представлено несколько стадий поиска алгоритмом распределения интенсивности, представленного на рис. 4*a*, в котором присутствуют три световые ловушки для непрозрачных микрообъектов.



Рис. 5. Промежуточные стадии поиска

Как видно из рис. 5, в результате алгоритм действительно с каждым шагом получает всё более похожие распределения интенсивности и, в конечном итоге, приходит к эталонному распределению интенсивности. Однако поиск распределений интенсивности, которые образуют световые ловушки, обладает своей особенностью: нет необходимости в том, чтобы распределение интенсивности точно совпадало с эталонным. Есть некоторый набор областей, в которых расположены световые ловушки (минимумы или максимумы интенсивности), все остальные участки распределения при этом можно не проверять на соответствие эталону. В результате была исследована ещё одна модификация алгоритма.

## 3. Алгоритм покоординатного спуска с минимизацией функции невязки на основе сочетания среднеквадратичного отклонения и момента первого порядка распределения интенсивности по г в заранее заданных областях

Для усовершенствования алгоритма будем вести расчёт СКО только в областях, в которых необходимо сформировать световую ловушку. Также для предотвращения попадания алгоритма в локальный минимум алгоритм последовательно начинал итерации в нескольких начальных точках с последующим сравнением найденных решений. На рис. 6 представлен результат поиска тройной и двойной ловушек для прозрачных микрочастиц соответственно.



Рис. 6. Распределения, сформированные ДОЭ с топологическими зарядами  $m_1 = 2, m_2 = 0, m_3 = -2$ (тройная световая ловушка) (а),  $m_1 = 1, m_2 = -1, m_3 = -1, m_4 = 1$  (двойная световая ловушка) (б)

Оптимальные значения топологических зарядов для формирования заданных ловушек были найдены через 46 итераций. Точно так же можно, задав координаты минимумов, получить световую ловушку для непрозрачных микрообъектов (рис. 7) с заданным числом и положением минимумов.

Таким образом, можно получить практически любую конфигурацию ловушек, задав координаты одного или нескольких минимумов интенсивности, и получить инструмент для захвата группы микрочастиц.

#### Заключение

По результатам, полученным в работе, можно сделать вывод о принципиальной работоспособности алгоритма для расчёта фазовых функций ДОЭ, которые за счёт формирования суперпозиций вихревых пучков образуют заданную конфигурацию световых ловушек.

При этом алгоритм опирается на особенность задачи формирования заданного набора световых ловушек, которая заключается в том, что требуется точное определение светового поля только в небольшой области вокруг точки задания световой ловушки. Световое поле по всему растру изображения при этом может быть произвольным, что даёт дополнительную степень свободы и позволяет осуществлять расчёт фазовой функции ДОЭ на основе алгоритма покоординатного спуска по дискретным координатам (топологическим зарядам).





сформированные ДОЭ с топологическими зарядами  $m_1 = 5, m_2 = 5, m_3 = 2, m_4 = 2, угол поворота зон – 180°$ (четырёхкратная ловушка) (г), распределения, сформированные ДОЭ с топологическими зарядами  $m_1 = 6, m_2 = 2, m_3 = 6$  (пятикратная ловушка) (д)

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 14-19-00114).

#### Литература

- van der Horst, A. High trapping forces for high-refractive index particles trapped in dynamic arrays of counterpropagating optical tweezers / A. van der Horst, P. D. J. van Oostrum, A. Moroz, A. van Blaaderen, and M. Dogterom // Applied Optics. – 2008. – Vol. 47. – P. 3196-3202.
- Rodrigo, P.J. Real-time three-dimensional optical micromanipulation of multiple particles and living cells / P.J. Rodrigo, V.R. Daria, and J. Gluckstad // Optical Letters. – 2004. – Vol. 29. – P. 2270-2272.
- Perch-Nielsen, I.R. Real-time interactive 3D manipulation of particles viewed in two orthogonal observation planes / I.R. Perch-Nielsen, P.J. Rodrigo, and J. Gluckstad // Optical Express. – 2005. – Vol. 13. – P. 2852-2857.
- 4. **Rodrigo, P.J.** GPC-based optical micromanipulation in 3D real-time using a single spatial light modulator /

P.J. Rodrigo, I.R. Perch-Nielsen, C.A. Alonzo, and J. Gluckstad // Optical Express. – 2006. – Vol. 14. – P. 13107-13112.

- Ulriksen, H.-U. Independent trapping, manipulation and characterization by an all-optical biophotonics workstation / H.-U. Ulriksen, J. Thingersen, S.R. Keiding, I.R. Perch-Nielsen, J.S. Dam, D.Z. Palima, H. Stapelfeldt, and J. Gluckstad // Journal of the European Optical Society-Rapid. – 2008. – Vol. 3. – P. 08034.
- Скиданов, Р.В. Формирование массива световых «бутылок», основанное на использовании суперпозиции пучков Бесселя / Р.В. Скиданов, А.П. Порфирьев // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36, № 1. С. 80-90. ISSN 0134-2452.
- Meister, M. Novel approaches to direct search algorithms for the design of diffractive optical elements / M. Meister, R.J. Winfield // Optics Communications. – 2002. – Vol. 203. – P. 39-49.
- Голуб, М.А. Фокусировка когерентного излучения в заданную область пространства с помощью синтезированных на ЭВМ голограмм / М.А. Голуб, С.В. Карпеев, А.М. Прохоров, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер // Письма в ЖТФ. – 1981. – Т. 7, № 10. – С. 618-623.
- Kazanskii, N.L. Correction of focuser phase function by computer-experimental methods // Computer Optics. – 1989. – Vol. 1(1). – P. 69-73.
- Doskolovich, L.L. Analysis of quasiperiodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, A.Ye. Tzaregorodtzev // Optik. – 1995. – Vol. 101(2). – P. 37-41.
- Котляр, В.В. Дифракционный расчёт фокусаторов в продольный отрезок / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // Письма в ЖТФ. – 1991. – Т. 17, № 24. – С. 63-66.
- Gerchberg, R.W. A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures / R.W. Gerchberg, W.O. Saxton // Optik. – 1972. – Vol. 35. – P. 237.
- Сойфер, В.А. Синтез бинарного фокусатора в произвольную кривую в электромагнитном приближении / В.А. Сойфер, Н.Л. Казанский, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. 1996. Т. 16. С. 22-27.
- 14. Качалов, Д.Г Оптимизация бинарного ДОЭ для формирования «световой бутылки» / Д.Г. Качалов, К.А. Гамазков, В.С. Павельев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 1. – С. 70-76.
- 15. Качалов, Д.Г. Оптимизация бинарных ДОЭ для формирования продольных распределений / Д.Г. Качалов, В.С. Павельев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 441-445.
- Zhou, G. Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements / G. Zhou, Y. Chen, Z. Wang, and H. Song // Applied Optics. – 1999. – Vol. 38, Issue 20. – P. 4281-4290.
- Павельев, В.С. Стохастический подход к оптимизации квантованных дифракционных оптических элементов / В.С. Павельев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2002. – Т. 4, № 1. – С. 61-67.
- Скиданов, Р.В. Дифракционные оптические элементы для формирования комбинаций вихревых пучков в задаче манипулирования микрообъектами / Р.В. Скиданов, С.В. Ганчевская // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 65-71.
- 19. Скиданов, Р.В. Формирование пучков Бесселя вихревыми аксиконами / Р.В. Скиданов, С.В. Ганчевская // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 463-468.
- Скиданов, Р.В. Манипуляция микрообъектами с помощью линейных ловушек, формируемых вихревыми аксиконами / Р.В. Скиданов, А.П. Порфирьев, С.В. Ганчевская // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 717-721.

### References

- van der Horst, A. High trapping forces for high-refractive index particles trapped in dynamic arrays of counterpropagating optical tweezers / A. van der Horst, P. D. J. van Oostrum, A. Moroz, A. van Blaaderen, and M. Dogterom // Applied Optics. – 2008. – Vol. 47. – P. 3196-3202.
- Rodrigo, P.J. Real-time three-dimensional optical micromanipulation of multiple particles and living cells / P.J. Rodrigo, V.R. Daria, and J. Gluckstad // Optical Letters. – 2004. – Vol. 29. – P. 2270-2272.
- Perch-Nielsen, I.R. Real-time interactive 3D manipulation of particles viewed in two orthogonal observation planes / I.R. Perch-Nielsen, P.J. Rodrigo, and J. Gluckstad // Optical Express. – 2005. – Vol. 13. – P. 2852-2857.
- Rodrigo, P.J. GPC-based optical micromanipulation in 3D real-time using a single spatial light modulator / P.J. Rodrigo, I.R. Perch-Nielsen, C.A. Alonzo, and J. Gluckstad // Optical Express. – 2006. – Vol. 14. – P. 13107-13112.
- Ulriksen, H.-U. Independent trapping, manipulation and characterization by an all-optical biophotonics workstation / H.-U. Ulriksen, J. Thurgersen, S.R. Keiding, I.R. Perch-Nielsen, J.S. Dam, D.Z. Palima, H. Stapelfeldt, and J. Gluckstad // Journal of the European Optical Society-Rapid. – 2008. – Vol. 3. – P. 08034.
- Skidanov, R.V. Generation of optical bottle beams array by superposition Bessel beams / R.V. Skidanov, A.P. Porfirev // Computer Optics. – 2012. – Vol. 36(1). – P. 80-90. – ISSN 0134-2452.
- Meister, M. Novel approaches to direct search algorithms for the design of diffractive optical elements / M. Meister, R.J. Winfield // Optics Communications. – 2002. – Vol. 203. – P. 39-49.
- Golub, M.A. Focusing of coherent radiation in defined areas of space with using of computer synthesized holograms / M.A. Golub, S.V. Karpeev, A.M. Prokhorov, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer // Technical Physics Letters. – 1981. – Vol. 7(10). – P. 618-623.
- Kazanskii, N.L. Correction of focuser phase function by computer-experimental methods // Computer Optics. – 1989. – Vol. 1(1). – P. 69-73.

- Doskolovich, L.L. Analysis of quasiperiodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, A.Ye. Tzaregorodtzev // Optik. – 1995. – Vol. 101(2). – P. 37-41.
- Kotlyar, V.V. Diffraction calculation of focusator in a longitudinal segment / V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina // Technical Physics Letters. – 1991. – Vol. 17(24). – P. 63-66.
- Gerchberg, R.W. A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures / R.W. Gerchberg, W.O. Saxton // Optik. – 1972. – Vol. 35. – P. 237.
- Soifer, V.A. Synthesis of binary focusator in arbitrary curve in the electromagnetic approximation / V.A. Soifer, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov // Computer Optics. – 1996. – Vol. 16. – P. 22-27. – (In Russian).
- Kachalov, D.G. Optimization of binary DOE for formation of the "light bottle" / D.G. Kachalov, K.A. Gamazkov, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina // Computer Optics. – 2011. – Vol. 35(1). – P. 70-76. – (In Russian).
- Kachalov, D.G. Optimization of binary DOE forming intensity distribution along an axial focal zone / D.G. Kachalov, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina // Computer Optics. 2009. Vol. 33(4). P. 441-445. (In Russian).
- Zhou, G. Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements / G. Zhou, Y. Chen, Z. Wang, and H. Song // Applied Optics. – 1999. – Vol. 38, Issue 20. – P. 4281-4290.
- Pavelyev, V.S. Stochastic approach to the optimization of the quantized diffractive optical elements / V.S. Pavelyev // News of Samara Scientific Center of RAS. – 2002. – Vol. 4(1). – P. 61-67. – (In Russian).
- Skidanov, R.V. Diffractive optical elements for the formation of combinations of vortex beams in the problem manipulation of microobjects / R.V. Skidanov, S.V. Ganchevskaya // Computer Optics. – 2014. – Vol. 38(1). – P. 65-71.
- Skidanov, R.V. Formation of Bessel beams by vortex axicon / R.V. Skidanov, S.V. Ganchevskaya // Computer Optics. – 2014. – Vol. 38(3). – P. 463-468.
- Skidanov, R.V. Manipulation of micro-objects using linear traps generated by vortex axicons / R.V. Skidanov, A.P. Porfirev, S.V. Ganchevskaya // Computer Optics. – 2014. – Vol. 38(4). – P. 717-721.

## AN ALGORITHM FOR DESIGNING A DOE TO FORM OPTICAL TRAPS OF A PRESET CONFIGURATION

R.V. Skidanov, S.V. Ganchevskaya Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences, Samara State Aerospace University

## Abstract

We proposed an algorithm for calculating a DOE forming vortex beams with a preset distribution of minima and maxima. We discussed several versions of this algorithm. We presented the calculation of some configurations of traps to capture transparent and non-transparent micro-objects. <u>Keywords:</u> calculation of the phase function, optical trap, iterative algorithm, vortex axicon.

### Сведения об авторах

Скиданов Роман Васильевич, 1973 года рождения. В 1990 году с отличием окончил Самарский государственный университет (СамГУ) по специальности «Физика». Доктор физико-математических наук (2007 год), работает заведующим лабораторией микро- и нанотехнологий Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики СГАУ. Р.В. Скиданов – специалист в области дифракционной оптики, математического моделирования, обработки изображений и нанофотоники. В списке научных работ Р.В. Скиданова 120 статей, 7 монографий. E-mail: romans@smr.ru .

**Roman Vasilevich Skidanov** (b. 1973) graduated with honors (1990) from Samara State University (SSU)), majoring in Physics. He received his Doctor in Physics & Maths (2007) degrees from Samara State Aerospace University. He is the head of Micro- and Nanotechnologies laboratory of the Samara Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of 120 scientific papers, 7 monographs. His current research interests include diffractive optics, mathematical modeling, image processing, and nanophotonics.

**Ганчевская София Владиславовна,** 1992 года рождения, в 2013 получила степень бакалавра в СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Автор трех научных статей. Область научных интересов: дифракционная оптика.

**Sofiya Vladislavovna Ganchevskaya** (b. 1992) received her bachelor's degree in Applied Mathematics and Physic (2013) in SSAU. She is author of 3 scientific papers. Her current research interests are diffractive optics.

Поступила в редакцию 26 февраля 2015 г. Окончательный вариант – 25 марта 2015 г.