

ПУЧКИ ПИРСИ С ОРБИТАЛЬНЫМ УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ

А.А. Ковалёв, В.В. Котляр

Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ) Самара, Россия

Аннотация

Получено новое решение параксиального уравнения Гельмгольца, описывающее двух-параметрическое семейство структурно-устойчивых трёхмерных вихревых кольцевых пучков Пирси, комплексная амплитуда которых выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию. Вихревые пучки Пирси обладают орбитальным угловым моментом и свойством автофокусировки и распространяются до фокуса по ускоряющейся траектории, когда кольцо интенсивности пучка «резко» уменьшается в диаметре. Получено явное выражение для комплексной амплитуды вихревых кольцевых пучков Пирси–Гаусса, которые также обладают свойством автофокусировки.

Ключевые слова: параксиальный лазерный пучок, структурно-устойчивый лазерный пучок, вихревой пучок Пирси, ускоряющийся пучок, автофокусировка.

Цитирование: Ковалёв, А.А. Пучки Пирси с орбитальным угловым моментом / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 4. – С. 453–458. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-4-453-458.

Введение

Вихревые лазерные пучки, обладающие орбитальным угловым моментом, являются объектом пристального внимания в оптике. Они находят применение при уплотнении каналов передачи информации в системах беспроводной связи со скоростью несколько терабит в секунду [1], оптическом захвате и вращении микрочастиц [2], зондировании атмосферы в присутствии турбулентности [3].

Примерами вихревых пучков являются хорошо известные лазерные пучки Бесселя [4], Лагерра–Гаусса [5], гипергеометрические моды [6].

Эти пучки при распространении в пространстве либо сохраняют свою структуру [4], либо масштабно увеличиваются [5, 6]. Для применения в задачах микроманипуляции их требуется сфокусировать с помощью микрообъектива. Такая фокусировка неизбежно приводит к искажению формы пучка из-за аббераций фокусирующего объектива. Однако известны лазерные пучки, обладающие свойством автофокусировки. У таких пучков распределение интенсивности в фокусе строго определено. Примерами лазерных пучков с автофокусировкой являются пучки Пирси [7]. В [7] рассмотрены пучки Пирси как трёхмерные аналоги пучков Эйри [8].

Распределение комплексных амплитуд таких пучков описывается функцией Пирси [9, 10], определяемой как интеграл от комплексной экспоненты, аргумент которой является полиномом (подобно функции Эйри).

Угловой спектр таких пучков представляет собой параболу с фазовой модуляцией. Эти пучки обладают свойством автофокусировки и восстанавливаются после искажения препятствиями. В [11] предложен виртуальный источник, формирующий пучок Пирси. В [12, 13] приведено обобщение функции Пирси и рассматриваются структурно-устойчивые половинные пучки Пирси.

Обычные пучки Пирси [7] являются суммой двух половинных пучков Пирси первого порядка. Угловой

спектр половинных пучков Пирси представляет собой не параболу (как у пучков Пирси из [7]), а только одну её половину. Заметим, что пучки Пирси не обладают орбитальным угловым моментом. Также в [12, 13] рассмотрены двумерные аналоги пучков Пирси, обладающие искривлённой траекторией, то есть обладающие ускорением при распространении.

В данной работе на основе двумерных половинных пучков Пирси получены параксиальные вихревые пучки Пирси, обладающие орбитальным угловым моментом. Комплексная амплитуда таких пучков пропорциональна вырожденной гипергеометрической функции, и по форме они совпадают с гипергеометрическими модами [6]. Но так как пучки Пирси обладают свойством автофокусировки, то и полученные здесь вихревые пучки Пирси обладают также свойством автофокусировки.

1. Двумерные половинные пучки Пирси

В этом разделе, следуя [12, 13], кратко рассмотрим двумерные половинные пучки Пирси. Комплексная амплитуда параксиальных двумерных половинных пучков Пирси в начальной плоскости имеет вид:

$$E(x, 0) = \int_0^{+\infty} \exp \left[is^p \left(\frac{x}{x_0} \right) + is^{2p} \right] ds = \text{HRe}_p^{2D}(x/x_0). \quad (1)$$

В (1) x – поперечная Декартова координата, продольная координата z в (1) равна нулю, x_0 – масштабный множитель. С помощью преобразования Френеля можно показать, что на некотором расстоянии z комплексная амплитуда (1) будет равна

$$E(x, z) = \int_0^{+\infty} \exp \left[is^p \left(\frac{x}{x_0} \right) + i \left(1 - \frac{z}{2kx_0^2} \right) s^{2p} \right] ds. \quad (2)$$

Сделаем замену переменной интегрирования $s = (1 - z/z_e)^{-1/(2p)} t$, где расстояние автофокуса равно $z_e = 2kx_0^2$, k – волновое число света. Тогда вместо (2)

получим для комплексной амплитуды двумерного половинного пучка Пирси:

$$E(x, z) = \frac{1}{(1 - z/z_e)^{1/(2p)}} \times \text{HPe}_p^{2D} \left(\frac{x}{x_0 (1 - z/z_e)^{1/2}} \right) \quad (3)$$

Замену переменной интегрирования можно делать только для $z < z_e$. В противном случае пределы становятся мнимыми. Но из (2) следует, что

$$E(x, z_e + \zeta) = E^*(-x, z_e - \zeta), \quad (4)$$

т.е. после прохождения пучка через плоскость автофокусировки $z = z_e$ распределение его интенсивности является зеркальным отражением распределения интенсивности до плоскости $z = z_e$ относительно оптической оси.

Из (4) видно, что в начале распространения (до фокальной плоскости $z = z_e$) в любой поперечной плоскости $z < z_e$ координаты максимумов интенсивности пучка определяются по формуле:

$$x_{\max} = y_m x_0 \sqrt{1 - (z/z_e)}, \quad (5)$$

где y_m – координата m -го максимума функции $|\text{HPe}_p^{2D}(x)|^2$. Дважды продифференцировав (5) по z , получим, что при $z < z_e$ будет выполняться неравенство $(dx_{\max}/dz)(d^2x_{\max}/dz^2) > 0$, что свидетельствует о наличии ускорения траектории пучка перед фокусировкой. Из свойства симметрии (4) следует, что после прохождения через плоскость $z = z_e$ пучок начнёт распространяться с замедлением.

Для примера рассмотрим распространение двумерного половинного пучка Пирси при $p = 2$. Пусть длина волны света равна $\lambda = 532$ нм, масштабный коэффициент в (1) пусть равен $x_0 = \lambda$. Тогда фокусное расстояние будет равно $z_e = 4\pi\lambda$. На расстоянии $z = 3z_e/4$ пучок сужается в два раза, в нашем случае это расстояние равно $z = 3\pi\lambda$. Максимальная интенсивность при этом увеличивается в два раза. В плоскости $z_e = 4\pi\lambda$ поле (2) «бесконечно» сужается, и возникает автофокус. Для выбранных параметров интенсивность в начальной плоскости имеет вид, показанный на рис. 1а. Моделирование проводилось конечно-разностным методом распространения пучка (ВРМ-методом) в области $-80\lambda \leq x \leq 80\lambda$, $0 \leq z \leq 30\lambda$. На рис. 1б показано рассчитанное распределение интенсивности в плоскости Oxz . На рис. 1в,г показаны сечения интенсивности (рис. 1б) при $z = 0$ (рис. 1в) и $z = 75\lambda/8 (\approx 3\pi\lambda)$ (рис. 1г). Из рис. 1 видно, что действительно пучок сузился в два раза: при $z = 0$ координата четвертого нуля равна примерно -10λ , а при $z = 75\lambda/8$ она равна примерно -5λ .

Максимальная интенсивность на рис. 1г в два раза выше максимальной интенсивности на рис. 1в. Кроме того, видно, что и на рис. 1в, и на рис. 1г интенсивность второго максимума примерно в два раза

меньше интенсивности главного максимума, что также демонстрирует изменение светового пучка при распространении только в масштабе, но не в структуре.

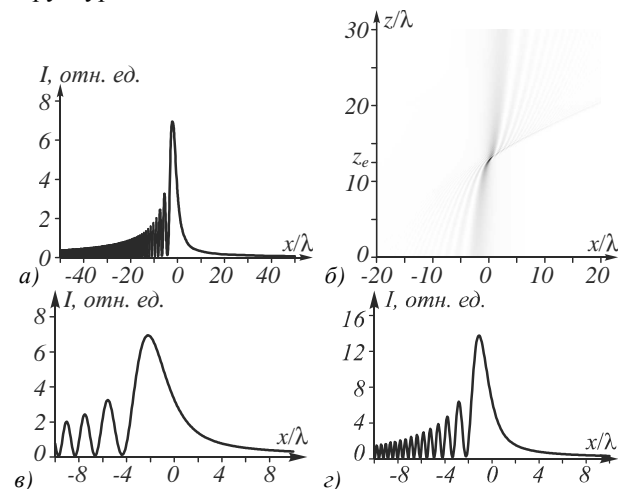


Рис. 1. Распределение интенсивности двумерного половинного пучка Пирси, рассчитанное ВРМ-методом: сечение интенсивности вдоль оси x при $z = 0$ (а), интенсивность в плоскости Oxz (негатив)(б), сечения интенсивности вдоль оси x при $z = 0$ (в)(увеличенная картинка (а)) и при $z = 75\lambda/8$ (г)

2. Вихревые пучки Пирси, или гипергеометрические пучки с автофокусировкой

Рассмотрим комплексную амплитуду параксиального трёхмерного монохроматического лазерного пучка, представляющую собой непрерывную суперпозицию двумерных половинных пучков Пирси, каждый из которых повёрнут на полярный угол θ , и у каждого пучка, входящего в суперпозицию, фаза пропорциональна углу поворота $n\theta$:

$$E_{np}(x, y, z = 0) = \frac{(-i)^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta \times \int_0^\infty \exp \left[is^{2p} + is^p \left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{x_0} \right) \right] ds, \quad (6)$$

где n – целое число, которое называется топологическим зарядом оптического вихря, p – действительное число, задающее порядок половинного пучка Пирси. Заметим, что у обычных пучков Пирси [7] $p = 2$, и интеграл в (6) по переменной s берётся от минус до плюс бесконечности. Пучки (6) с разным топологическим зарядом n ортогональны, а с разным порядком p не ортогональны.

Оба интеграла в (6) можно вычислить, тогда вместо (6) получим:

$$E_{np}(r, \phi, z = 0) = \frac{\exp \left[\frac{i\pi}{2} \left(\frac{pn+1}{2p} \right) + in\phi \right]}{2pn!} \times \Gamma \left(\frac{pn+1}{2p} \right) \left(\frac{r}{2x_0} \right)^n {}_1F_1 \left(\frac{pn+1}{2p}, n+1, -i \frac{r^2}{4x_0^2} \right), \quad (7)$$

где (r, φ) – полярные координаты, $\Gamma(x)$ – гамма-функция, ${}_1F_1(a, b, x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [14].

С помощью преобразования Френеля можно получить комплексную амплитуду оптического вихря Пирси (6) на произвольном расстоянии z в виде:

$$E_{np}(r, \varphi, z) = \frac{\exp\left[\frac{i\pi}{2}\left(\frac{pn+1}{2p}\right) + i\pi\varphi\right]}{2pn! \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{1/2p}} \times \Gamma\left(\frac{pn+1}{2p}\right) \xi^n {}_1F_1\left(\frac{pn+1}{2p}, n+1, -i\xi^2\right), \quad (8)$$

где

$$\xi = \frac{r}{2x_0 \sqrt{1 - \frac{z}{z_e}}}, \quad z_e = 2kx_0^2.$$

Можно проверить, что из (8) при $z=0$ получается (7). Из (8) следует, что при $n \neq 0$ на оптической оси ($r=0$) при любом z будет нулевая интенсивность, а распределение интенсивности будет иметь вид набора концентрических колец с центром на оптической оси. Но при $n=0$ пучок (8) не будет вихревым и кольцевым, то есть на оптической оси будет отличная от нуля интенсивность, и комплексная амплитуда будет иметь вид:

$$E_{0p}(r, z) = \frac{\exp\left(\frac{i\pi}{4p}\right)}{2p \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{1/2p}} \times \Gamma\left(\frac{1}{2p}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2p}, 1, -i\xi^2\right). \quad (9)$$

Комплексная амплитуда (9) описывает параксиальную волну с бесконечной энергией, сходящуюся в точку на оптической оси, аналогично сферической или параболической волнам. Из (8) видно, что при $z=z_e$ аргумент ξ стремится к бесконечности. Используя асимптотику при $x \rightarrow \infty$

$$x^n \left| {}_1F_1\left(\frac{pn+1}{2p}, n+1, -ix^2\right) \right| \approx \frac{1}{x}, \quad (10)$$

получим, что в плоскости автофокусировки ($z=z_e$) комплексная амплитуда (8) пропорциональна

$$E_{np}(r, \varphi, z=z_e) \approx \frac{\exp(i\pi\varphi)}{r}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что в плоскости автофокусировки ($z=z_e$) формируется острый фокус, но в центре фокуса в одной только точке интенсивность равна нулю (если $n \neq 0$). Докажем кратко наличие осевого нуля интенсивности в фокальной плоскости. Согласно (2), комплексная амплитуда двумерного пучка Пирси в фокальной плоскости равна

$$E(x, z=z_e) = \int_0^\infty \exp\left[is^p \left(\frac{x}{x_0}\right)\right] ds,$$

а суперпозиция (6) в этой плоскости имеет вид (в полярных координатах):

$$E_{np}(r, \varphi, z=z_e) = \frac{(-i)^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta \times \int_0^\infty \exp\left[is^p \frac{r \cos(\theta - \varphi)}{x_0}\right] ds,$$

Внутренний интеграл на оптической оси ($r=0$) равен бесконечности, однако при смене порядка интегрирования получим:

$$E_{np}(r, \varphi, z=z_e) = \frac{(-i)^n}{2\pi} \int_0^\infty ds \times \int_0^{2\pi} \exp\left[in\theta + i \frac{rs^p}{x_0} \cos(\theta - \varphi)\right] d\theta = \exp(in\varphi) \int_0^\infty J_n\left(\frac{rs^p}{x_0}\right) ds.$$

При $r=0$ подынтегральное выражение строго равно нулю, а значит, и осевая интенсивность в фокальной плоскости также равна нулю.

Замечательным свойством вихревых пучков Пирси является то, что расстояние автофокусировки $z_e = 2kx_0^2$ не зависит от параметров пучка p и n . Это означает, что любая суперпозиция таких пучков с разными номерами p и n будет фокусироваться на том же расстоянии z_e . Это свойство вихревых пучков можно использовать для формирования заданного распределения интенсивности и орбитального углового момента в плоскости автофокусировки.

На рис. 2 показаны распределения интенсивности радиального ($n=0$) и вихревого ($n=5$) пучков Пирси на разных расстояниях от начальной плоскости: $z=0$ (а, з), $z=0,75z_e$ (б, д), $z=0,999z_e$ (в, е). На расстоянии $z=3z_e/4$ картина дифракции сжимается в два раза по сравнению с картиной в плоскости $z=0$, а на расстоянии $z=0,999z_e$ – в $10\sqrt{3}$ раз. Сечение интенсивности, изображённой на рис. 2в, показано на рис. 3, ширина светового пятна по полуспаду интенсивности на рис. 3 составила 0,21λ.

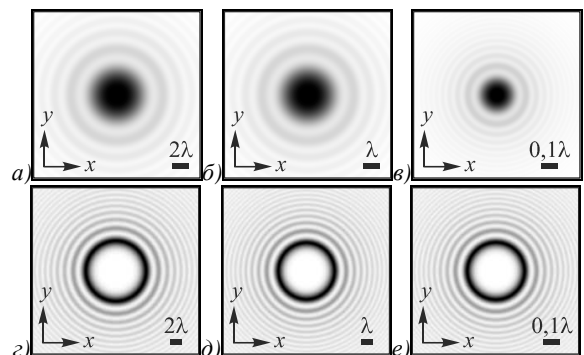


Рис. 2. Распределения интенсивности (негатив) вихревого пучка Пирси при $n=0$ (а, б, в) и при $n=5$ (з, д, е) в плоскостях $z=0$ (а, з), $z=3z_e/4$ (б, д), $z=0,999z_e$ (в, е)

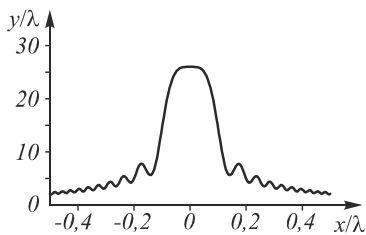


Рис. 3. Сечение интенсивности вблизи фокуса ($z=0,999z_e$) при $n=0$

Рис. 2 рассчитан по формуле, аналогичной (6):

$$E_{np}(x, y, z) = \frac{(-i)^n}{2\pi} \frac{1}{(1 - z/z_e)^{1/(2p)}} \times \int_0^{2\pi} e^{in\theta} \text{HRe}_2^{2D} \left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{x_0 \sqrt{1 - z/z_e}} \right) d\theta, \quad (12)$$

при этом использовалось тождество, связывающее функцию Пирси при $p=2$ с функцией Бесселя первого рода:

$$\begin{aligned} \text{HRe}_2^{2D}(\xi) &= \\ &= \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{|\xi|}{2}} \exp \left[-i \left(\frac{\xi^2}{8} - \frac{\pi}{8} \right) \right] J_{-1/4} \left(\frac{\xi^2}{8} \right) + \\ &+ i \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{|\xi|}{2}} \text{sgn}(\xi) \exp \left[-i \left(\frac{\xi^2}{8} - \frac{3\pi}{8} \right) \right] J_{1/4} \left(\frac{\xi^2}{8} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Это тождество получается из нескольких справочных интегралов (выражения 3.696 в [15]).

Заметим, что вихревые пучки Пирси (8) при $p=1$ по структуре совпадают с известными гипергеометрическими модами [6] при $\gamma=0$:

$$\begin{aligned} E_{n\gamma}(r, \phi, z) &= \frac{\exp \left[-\frac{i\pi}{4} (n - i\gamma + 1) + in\phi \right]}{2\pi n!} \times \\ &\times \exp \left[\frac{i\gamma}{2} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right] \Gamma \left(\frac{n + i\gamma + 1}{2} \right) \left(\frac{z_0}{z} \right)^{1/2} \times \\ &\times \xi^{n/2} {}_1F_1 \left(\frac{n - i\gamma + 1}{2}, n + 1, i\xi \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $\xi = kr^2/(2z)$, $z_0 = kw^2/2$.

В (14) w – масштабный фактор, аналогичный x_0 , γ – действительный параметр, аналогичный p . Хотя при $p=1$ в (6) имеет место суперпозиция параболических волн, а не обычных пучков Пирси [7] при $p=2$. Отличие между (8) и (14) ещё в том, что вихревые пучки Пирси (8) в начальной плоскости имеют аналогичный вид (7), а гипергеометрические моды (14) порождаются комплексной амплитудой вида [6]:

$$E_{n\gamma}(r, \phi, z=0) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{w}{r} \right) \exp \left[i\gamma \ln \left(\frac{r}{w} \right) + in\phi \right]. \quad (15)$$

Сравнивая (11) и (15), видно, что вихревые пучки Пирси (8) в плоскости автофокуса (Фурье-плоскость) имеют вид (11), аналогичный гипергеометрическим

модам (15) в начальной плоскости (при $\gamma=0$). Заметим, что функция (11) Фурье-инварианта и её Фурье-образ равен

$$E_n(\rho, \theta) = (-i)^{n+1} \frac{\exp(in\theta)}{\rho}, \quad \rho > 0. \quad (16)$$

Но при $n \neq 0$ и $\rho=0$ амплитуда (16) равна нулю. Можно предположить, что гипергеометрические моды (14) и вихревые пучки Пирси (8) отличаются сдвигом по оптической оси на расстояние автофокусировки. Это косвенно подтверждается методологией получения ускоряющихся пучков из замедляющихся путём смещения вдоль оптической оси [16].

Приравняв аргумент ξ в (8) к значению, при котором модуль амплитуды достигает максимума ξ_0 , получим зависимость изменения радиуса кольца с максимальной интенсивностью от расстояния вдоль оптической оси:

$$r_0 = 2x_0 \xi_0 \sqrt{1 - \frac{z}{z_e}}. \quad (17)$$

Из (17) видно, что при $z=z_e$ радиус кольца равен нулю. Если, аналогично (5), вычислить первую и вторую производные по z от радиуса кольца (17), то они будут одного знака. Это означает, что вихревой пучок Пирси распространяется до фокуса по ускоряющейся траектории и «круто» сходится в фокус, аналогично кольцевым пучкам Эйри [17].

3. Вихревые пучки Пирси–Гаусса

Пучки (8), как и пучки (14), обладают бесконечной энергией аналогично пучкам Бесселя [4]. Понятно, что если преобразование Френеля от функции (6) вычисляется явным образом с помощью специальных функций (8), то аналогично может быть вычислено преобразование Френеля от функции (6), умноженной на Гауссову экспоненту. Поэтому рассмотрим вихревые пучки Пирси–Гаусса в начальной плоскости, умножив комплексную амплитуду (6) на Гауссову экспоненту:

$$\begin{aligned} F_{np}(x, y, z=0) &= \frac{(-i)^n}{2\pi} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} \right) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta \int_0^\infty \exp \left[is^{2p} + is^p \left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{x_0} \right) \right] ds, \end{aligned} \quad (18)$$

где σ – радиус перетяжки Гауссова пучка.

Комплексная амплитуда вихревых пучков Пирси–Гаусса на произвольном расстоянии от начальной плоскости получается с помощью преобразования Френеля и равна:

$$\begin{aligned} F_{np}(r, \phi, z) &= \frac{\exp \left[-\frac{i\pi}{2} (n + 1) + in\phi \right]}{2\pi n!} \times \\ &\times \exp \left[-\frac{r^2}{\sigma^2(z)} + \frac{ikr^2}{2R(z)} \right] g^{(1-2p)/p}(z) q^{-1/p}(z) \times \\ &\times \Gamma \left(\frac{pn + 1}{2p} \right) \xi^n {}_1F_1 \left(\frac{pn + 1}{2p}, n + 1, -i\xi^2 \right), \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\xi = \frac{r}{2x_0 g(z)q(z)}, \quad g(z) = \sqrt{\frac{z}{z_0} - i},$$

$$q(z) = \sqrt{\frac{z}{z_e} - i \left(\frac{z}{z_0} - i \right)}, \quad z_0 = \frac{k\sigma^2}{2},$$

$$\sigma(z) = \sigma \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}, \quad R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right).$$

При $\sigma \rightarrow \infty$ амплитуда (19) переходит в (8). Заметим, что произведение $g(z)q(z)$ в знаменателе аргумента ξ является комплексным числом и не равно нулю ни при каком z . При $z = z_e$ модуль произведения $g(z)q(z)$ достигает минимума. То есть в отличие от вихревых пучков Пирси (8), у вихревых пучков Пирси–Гаусса (19) в плоскости автофокусировки радиус пучка минимальный, но отличен от нуля. Но при этом вихревые пучки Пирси–Гаусса обладают конечной энергией и могут быть сформированы с помощью жидкокристаллического модулятора света.

Заметим также, что пучки (19) при $p=1$ и при $z_e \rightarrow \infty$ по своей структуре совпадают с гипергеометрическими пучками [18] при $m=-1, \gamma=0$. Но пучки в [18] не обладают свойством автофокусировки.

Заключение

В работе получены следующие результаты:

- получено новое решение параксиального уравнения Гельмгольца (уравнения типа Шредингера), описывающее двухпараметрическое семейство структурно-устойчивых трёхмерных вихревых пучков Пирси (уравнение (8));
- показано, что комплексная амплитуда вихревого пучка Пирси по структуре совпадает с комплексной амплитудой гипергеометрических мод [6], но в отличие от них обладает свойством автофокусировки;
- вихревой пучок Пирси распространяется до фокуса по ускоряющейся траектории и «круто» сходится в фокус аналогично кольцевым пучкам Эйри [16];
- получено также явное выражение для комплексной амплитуды вихревых пучков Пирси–Гаусса (уравнение (19)) с конечной энергией, которые обладают свойством автофокусировки, но радиус пучка в фокусе конечен, в отличие от вихревых пучков Пирси с бесконечной энергией, у которых радиус пучка в фокусе равен нулю.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9), а также грантов РФФИ 13-07-97008, 14-29-07133, 14-07-31092, 15-07-01174, 15-37-20723 и 15-47-02492.

Литература

1. Wang, J. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing / J. Wang, J.-Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 6. – P. 488-496.

2. Khonina, S.N. Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, K. Jefimov, J. Simonen, J. Turunen // Journal of Modern Optics. – 2004. – Vol. 51, Issue 14. – P. 2167-2184.
3. Zhu, Y. Probability density of the orbital angular momentum mode of Hankel-Bessel beams in an atmospheric turbulence / Y. Zhu, X. Liu, J. Cao, Y. Zhang, F. Zhao // Optics Express. – 2014. – Vol. 22, Issue 7. – P. 7765-7772.
4. Durnin, J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory / J. Durnin // Journal of the Optical Society of America A. – 1987. – Vol. 4, Issue 4. – P. 651-654.
5. Siegman, A.E. Lasers / A.E. Siegman. – University Science, 1986.
6. Kotlyar, V.V. Hypergeometric modes / V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, S.N. Khonina, V.A. Soifer // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32. – P. 742-744.
7. Ring, J. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams / J. Ring, J. Lindberg, A. Mourka, M. Mazilu, K. Dholakia, M. Dennis // Optics Express. – 2012. – Vol. 20. – P. 18955-18966.
8. Berry, M.V. Nonspreading wave packets / M.V. Berry, N.L. Balazs // Am. J. Phys. – 1979. – Vol. 47, Issue 3. – P. 264-267.
9. Pearcey, T. The structure of an electromagnetic field in the neighbourhood of a cusp of a caustic / T. Pearcey // Phil. Mag. S. – 1946. – Vol. 7, Issue 37. – P. 311-317.
10. Berry, M.V. Integrals with coalescing saddles / M.V. Berry, C.J. Howls // Digital Library of Mathematical Functions, National Institute of Standards and Technology, 2012 (<http://dlmf.nist.gov/36.2>).
11. Deng, D. Virtual Source of a Pearcey beam / D. Deng, C. Chen, X. Zhao, B. Chen, X. Peng, Y. Zheng // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 9. – P. 2703-2706.
12. Ковалёв, А.А. Структурно-устойчивые трёхмерные и двумерные лазерные половинные пучки Пирси / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, С.Г. Засканов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 193-197.
13. Kovalev, A.A. Half Pearcey laser beams / A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar, S.G. Zaskanov, A.P. Profirev // Journal of Optics. – 2015. – Vol. 17. – P. 035604 (7pp).
14. Прудников, А.П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 798 с.
15. Gradshteyn, I.S. Table of Integrals, Series, and Products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik. – New York: Academic, 1965.
16. Kotlyar, V.V. Transformation of decelerating laser beams into accelerating ones / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer // Journal of Optics. – 2014. – Vol. 16, Issue 8. – P. 085701.
17. Papazoglou, D.G. Observation of abruptly autofocusing waves / D.G. Papazoglou, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides, S. Tzortzakis // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36. – P. 1842-1844.
18. Kotlyar, V.V. Family of hypergeometric laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // Journal of the Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25. – P. 262-270.

References

- [1] Wang J, Yang JY, Fazal IM, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren Y, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner AE. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. Nat Photonics 2012; 6: 488-96.
- [2] Khonina SN, Kotlyar VV, Skidanov RV, Soifer VA, Jefimov K, Simonen J, Turunen J. J Mod Opt 2004; 51: 2167-84.

- [3] Zhu Y, Liu X, Cao J, Zhang Y, Zhao F. Probability density of the orbital angular momentum mode of Hankel-Bessel beams in an atmospheric turbulence. *Opt Express* 2014; 22(7): 7765-72.
- [4] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. *J Opt Soc Am A* 1987; 4(4): 651-4.
- [5] Siegman AE. *Lasers*. Mill Valley, California: University Science; 1986.
- [6] Kotlyar VV, Skidanov RV, Khonina SN, Soifer VA. Hypergeometric modes. *Opt Lett* 2007; 32: 742-4.
- [7] Ring J, Lindberg J, Mourka A, Mazilu M, Dholakia K, Dennis M. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams. *Opt Express* 2012; 20: 18955-66.
- [8] Berry MV, Balazs NL. Nonspreading wave packets. *Am J Phys* 1979; 47(3): 264-7.
- [9] Pearcey T. The structure of an electromagnetic field in the neighbourhood of a cusp of a caustic. *Phil Mag S* 1946; 7(37): 311-7.
- [10] Berry MV, Howls CJ. Integrals with coalescing saddles. *Digital Library of Mathematical Functions*, National Institute of Standards and Technology 2012. Source: <http://dlmf.nist.gov/36.2>.
- [11] Deng D, Chen C, Zhao X, Chen B, Peng X, Zheng Y. Virtual Source of a Pearcey beam. *Opt Lett* 2014; 39(9): 2703-6.
- [12] Kovalev AA, Kotlyar VV, Zaskanov SG. Structurally stable three-dimensional and two-dimensional laser half Pearcey beams, *Computer Optics* 2014; 38(2): 193-7.
- [13] Kovalev AA, Kotlyar VV, Zaskanov SG, Profirev AP. Half Pearcey laser beams. *J Opt* 2015; 17: 035604.
- [14] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. *Integrals and Series, Special Functions*. New York: Gordon and Breach; 1981.
- [15] Gradshteyn IS, Ryzhik IM. *Table of Integrals, Series, and Products*. New York: Academic; 1965.
- [16] Kotlyar VV, Kovalev AA, Soifer VA. Transformation of decelerating laser beams into accelerating ones. *J Opt* 2014; 16(8): 085701.
- [17] Papazoglou DG, Efremidis NK, Christodoulides DN, Tzortzakis S. Observation of abruptly autofocusing waves. *Opt Lett* 2011; 36: 1842-4.
- [18] Kotlyar VV, Kovalev AA. Family of hypergeometric laser beams. *J Opt Soc Am A* 2008; 25: 262-70.

PEARCEY BEAMS CARRYING ORBITAL ANGULAR MOMENTUM

A.A. Kovalev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,

² Samara State Aerospace University

Abstract

We have obtained a new solution of the paraxial Helmholtz equation, which describes a two-parameter family of structurally stable three-dimensional vortex circular Pearcey beams with their complex amplitude expressed through a degenerate hypergeometric function. The vortex Pearcey beams have an orbital angular momentum and the auto-focusing property, and propagate along an accelerating trajectory toward their focus, where the intensity ring of the beam is "sharply" reduced in diameter. An explicit expression has been obtained for the complex amplitude of vortex circular Pearcey-Gaussian beams, which also have the auto-focusing property.

Keywords: paraxial laser beam, form-invariant laser beam, vortex Pearcey beam, accelerating beam, auto-focusing.

Citation: Kovalev AA, Kotlyar VV. Pearcey beams carrying orbital angular momentum. *Computer Optics* 2015; 39(4): 453-8. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-4-453-458.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Federation Ministry of Education and Science, Presidential grant for support of leading scientific schools (NSH-3970.2014.9) and Russian Foundation of Basic Research Grants (13-07-97008, 14-29-07133, 14-07-31092, 15-07-01174, 15-37-20723, и 15-47-02492).

Сведения об авторах

Сведения об авторе **Ковалёв Алексей Андреевич** – см. стр. 452 этого номера.

Сведения об авторе **Котляр Виктор Викторович** – см. стр. 452 этого номера.

Поступила в редакцию 3 сентября 2015 г.
Окончательный вариант – 25 сентября 2015 г.