

ДИФРАКЦИЯ НА АКСИКОНЕ С УЧЁТОМ НЕСКОЛЬКИХ ВНУТРЕННИХ ОТРАЖЕНИЙ

А.В. Устинов^{1,2}, С.А. Дегтярев^{1,2}, С.Н. Хонина^{1,2}¹Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,²Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Аннотация

В работе рассматривается дифракция лазерного излучения на узком аксиконе в случае, когда угол конуса значительно меньше предельного (при котором наступает полное внутреннее отражение). В этом случае для корректного описания прохождения излучения через аксикон необходимо рассматривать несколько внутренних отражений. Дифракция рассматривается в двух моделях: геометрической и на основе решения уравнения Гельмгольца методом конечных элементов. На основе лучевой модели получены аналитические выражения для значений конического угла, определяющих границы формирования действительного и мнимого фокусов. Моделирование с использованием метода конечных элементов подтвердило теоретические результаты.

Ключевые слова: рефракционный аксикон, полное внутреннее отражение, действительный и мнимый фокусы, метод конечных элементов.

Цитирование: Устинов, А.В. Дифракция на аксиконе с учётом нескольких внутренних отражений / А.В. Устинов, С.А. Дегтярев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 4. – С. 500-507. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-4-500-507.

Введение

В классической оптике аксиконы [1, 2] используются для формирования Бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [3, 4]. Однако в нанофотонике [5, 6], особенно в микроскопии [7–9] и спектроскопии [10], металлизированные аксиконы с очень маленьким коническим углом используются для острой фокусировки и как ближнепольные зонды. Чтобы определить оптимальные характеристики такого тейпера, необходимо выполнять расчёты в рамках строгой векторной теории дифракции [11–14].

Действие металлизированных конических структур объясняется эффектом громоотвода [15], который можно наблюдать также у диэлектрических структур [16]. В последнем случае усиление на острие происходит для продольной компоненты электрического поля при фокусировке радиально-поляризованного излучения [17–19] или однородно-поляризованного излучения с фазовой сингулярностью [20–25].

Характеристики диэлектрических аксиконов можно приближенно оценить аналитически в лучевом и скалярном волновом приближении [26, 27], а затем уточнить более строгими методами.

В данной работе в качестве приближённой модели расчёта рассмотрен геометрический подход. На основе лучевой модели получены аналитические выкладки для дифракции излучения на аксиконе, в том числе и после наступления полного внутреннего отражения. При малых углах аксикона необходимо учитывать несколько внутренних отражений. Получены значения конического угла, определяющие границы формирования действительного и мнимого фокусов. Более строгая модель – метод конечных элементов (FEM) решения уравнения Гельмгольца – была использована для получения численных результатов расчёта в ближней зоне дифракции при верификации полученных аналитических оценок.

1. Теоретический анализ в рамках геометрической модели

В работе [26] достаточно подробно описан ход лучей через аксикон при отсутствии и наличии внутреннего отражения, однако случай, когда угол при вершине аксикона значительно меньше предельного, не рассматривался.

Для удобства дальнейшего изложения приведём некоторые результаты из работы [26]. Отметим, что далее везде предполагается, что луч падает на плоскую (левую) сторону аксикона. Через α_0 обозначен половинный угол при вершине аксикона. Когда угол α_0 достаточно большой, внутреннее отражение отсутствует, лучи выходят через верхнюю сторону, формируя фокальный отрезок на оптической оси. Такая ситуация соответствует традиционному использованию аксикона (ход лучей показан на рис. 1).

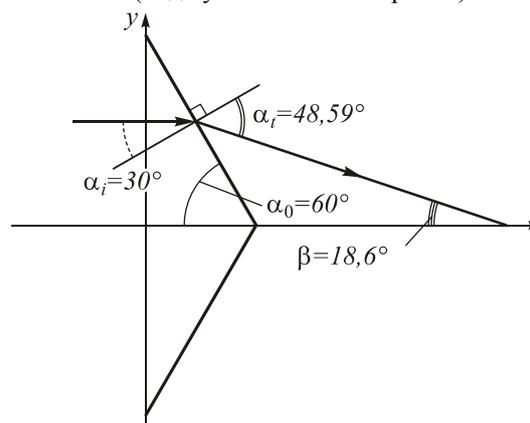


Рис. 1. Ход лучей при отсутствии полного внутреннего отражения

Такая конфигурация сохраняется до тех пор, пока угол при вершине удовлетворяет неравенству (n – показатель преломления вещества, из которого аксикон изготовлен):

$$\alpha_0 \geq \arccos(1/n). \tag{1}$$

Для $n=1,5$ предельный угол равен $48,19^\circ$. Если угол меньше, то происходит внутреннее отражение от *верхней* стороны. При угле, большем

$$\alpha_0 > 30^\circ + \frac{1}{3} \arcsin \frac{1}{n}, \tag{2}$$

будет полное внутреннее отражение от противоположной (*нижней*) стороны. Луч идёт назад и выходит через левую сторону. При $n=1,5$ по (2) получим $\alpha_0 > 43,94^\circ$. На рис. 2 показаны варианты хода лучей при $\alpha_0 = 44^\circ, 45^\circ, 47^\circ$. Факт, что при угле $\alpha_0 = 45^\circ$ луч идёт строго назад, как в зеркале, очевиден из симметрии.

При угле, меньшем (2), полное внутреннее отражение от нижней стороны не происходит, лучи из аксикона выходят через нижнюю сторону. Тем не менее, если угол не намного меньше (2), то горизонтальная проекция выходящего луча направлена *влево*, то есть аксикон по-прежнему можно считать *не пропускающим* излучение (рис. 3).

При уменьшении угла горизонтальная проекция выходящего луча уменьшается, и при некотором угле $\alpha_0 = \alpha_{ver}$ станет равной нулю: выходной луч будет идти *вертикально вниз* (рис. 4). Этот угол определяется из уравнения:

$$\sin \alpha_{ver} + n(4 \cos^3 \alpha_{ver} - 3 \cos \alpha_{ver}) = 0, \tag{3}$$

и при $n=1,5$ равен $\alpha_{ver} \approx 38^\circ$.

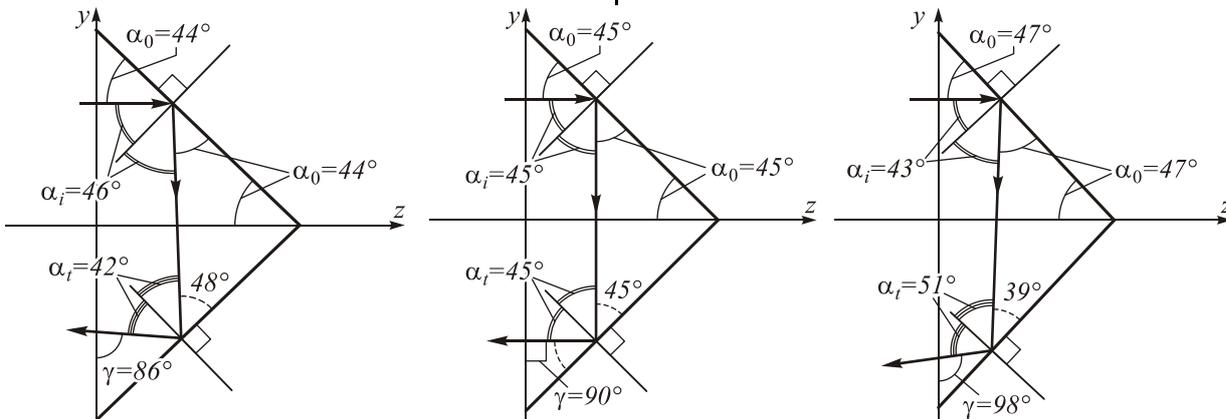


Рис. 2. Ход лучей при внутреннем отражении от обеих сторон: $\alpha_0 = 44^\circ, 45^\circ, 47^\circ$

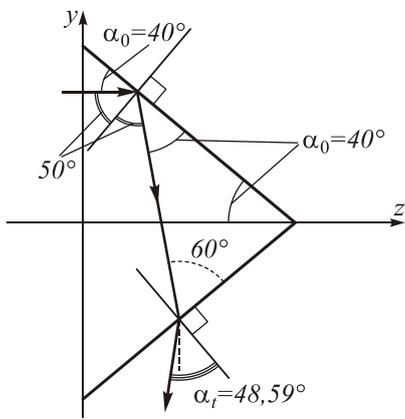


Рис. 3. Ход лучей при $\alpha_0 = 40^\circ$

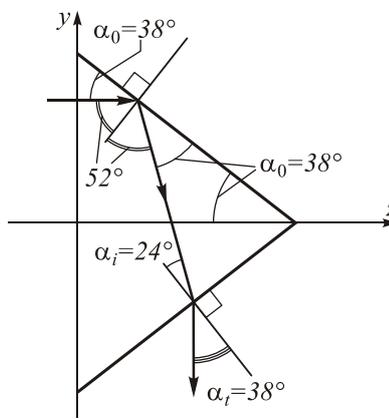


Рис. 4. Ход лучей при $\alpha_0 = \alpha_{ver}$

При дальнейшем уменьшении угла горизонтальная проекция выходящего луча уже будет направлена *вправо*, то есть излучение уже будет *проходить вперёд*. Правда, лучи не будут пересекать оптическую ось, то есть фокус будет мнимым (рис. 5)

В [26] рассмотрение конфигураций завершалось рассмотренными выше примерами. Однако можно заметить, что при уменьшении угла горизонтальная проекция выходящего луча, направленная вправо, *увеличивается*. При угле $\alpha_0 = 30^\circ$ имеет место особый случай: луч через нижнюю сторону идёт *без преломления*, причём независимо от значения показателя преломления в диапазоне $2/\sqrt{3} < n < 2$. В то же время вертикальная

проекция, наоборот, *уменьшается*. Следовательно, при некотором угле она обратится в нуль, и луч начнёт идти *горизонтально*, как и падающий. Рассматривая последний чертёж на рис. 5, можно убедиться, что такая конфигурация получится, когда имеет место равенство $\alpha_0 + \alpha_t = 90^\circ$ (α_t – угол преломления). Учитывая это равенство, закон преломления и факт, что угол падения на нижнюю сторону при $\alpha_0 < 30^\circ$ и *однократном* отражении от верхней стороны равен $90^\circ - 3\alpha_0$, получим, что горизонтальный ход луча (рис. 6) будет при угле, удовлетворяющем равенству:

$$n \cos 3\alpha_0 = \cos \alpha_0, \tag{4}$$

при $n=1,5$ этот угол равен $16,78^\circ$.

Если угол немного меньше определяемого уравнением (4), то вертикальная проекция луча станет направленной *вверх*, лучи будут пересекать оптическую ось, формируя *действительный* фокус (рис. 7).

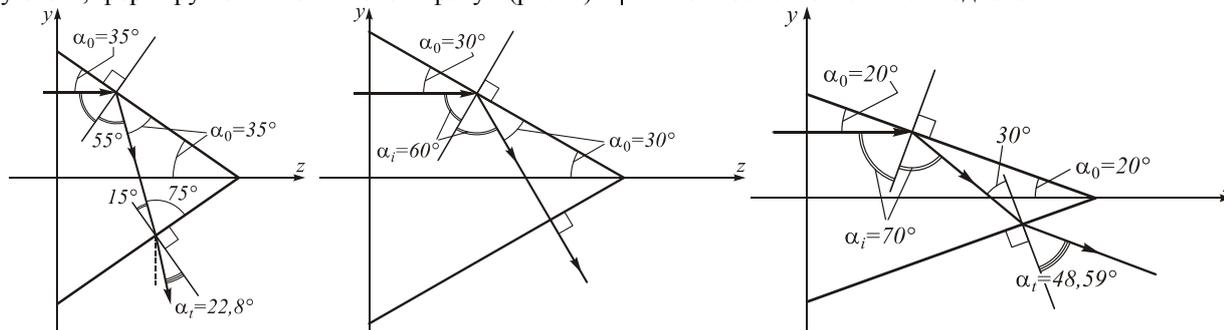


Рис. 5. Ход лучей при $\alpha_0 = 35^\circ; 30^\circ; 20^\circ$

В отличие от конфигурации, приведённой на рис. 1, выходящий луч пересекает оптическую ось *снизу* *вверх*. Ещё одна особенность – выходной зрачок аксикона заметно меньше входного.

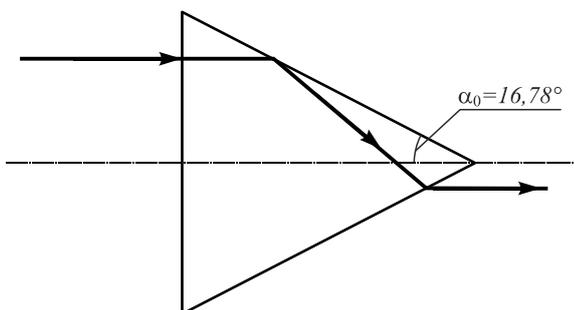


Рис. 6. Горизонтальный ход преломлённого луча при $\alpha_0 = 16,78^\circ$

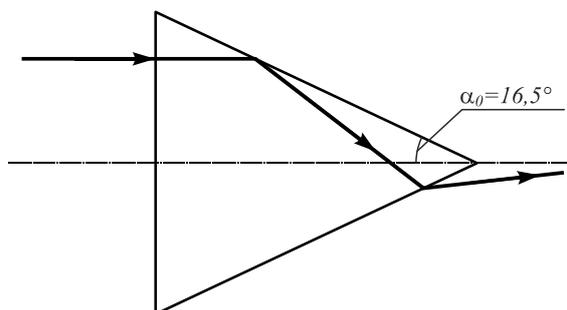


Рис. 7. Действительный фокус при наличии внутреннего отражения

Однако из равенства (4) видно, что диапазон углов, при которых аксикон обладает этим свойством, невелик – при малых углах косинус близок к единице, и достаточно скоро начнёт выполняться равенство, определяющее наличие внутреннего отражения:

$$n \cos 3\alpha_0 = 1 \sim \alpha_0 = \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{n}, \tag{5}$$

что в *три раза меньше* предельного угла по (1); при $n = 1,5$ оно выполняется для угла $16,06^\circ$. Изменяя угол в промежутке от (4) до (5), мы можем получить фокальный отрезок, любой длины. Как мы видим, диапазон углов, при которых имеет место действительный фокус, на самом деле очень мал: всего $0,72$ градуса.

При угле, несколько меньшем, чем (5), произойдёт внутреннее отражение от нижней стороны, луч упадёт на верхнюю сторону, а преломлённый луч пойдёт *вправо и вверх* – снова получится мнимый фокус. Аналогично ситуации, показанной на рис. 6, горизонтальный ход луча будет при том же равенстве $\alpha_0 + \alpha_i = 90^\circ$, но угол падения на верхнюю сторону при *двукратном* отражении от верхней, а затем нижней стороны равен $90^\circ - 5\alpha_0$. Отсюда получим, что горизонтальный ход луча (рис. 8) будет при угле, удовлетворяющем равенству:

$$n \cos 5\alpha_0 = \cos \alpha_0, \tag{6}$$

при $n = 1,5$ этот угол равен $9,785^\circ$.

Если угол немного меньше определяемого уравнением (6), то вертикальная проекция луча станет направленной *вниз*, лучи будут пересекать оптическую ось, формируя *действительный* фокус (рис. 9); так же, как на рис. 1, выходящий луч пересекает оптическую ось *сверху вниз*, но после двух внутренних отражений.

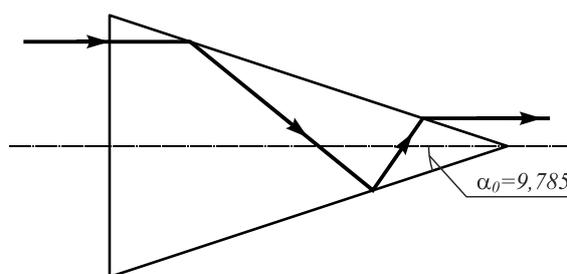


Рис. 8. Горизонтальный ход преломлённого луча при $\alpha_0 = 9,785^\circ$

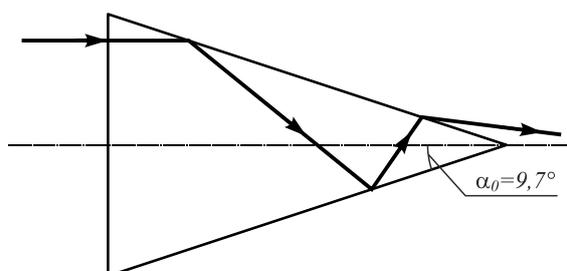


Рис. 9. Действительный фокус при наличии двух внутренних отражений

Аналогично конфигурации рис. 7, можно получить, что при уменьшении угла выполнится равенство, определяющее наличие внутреннего отражения:

$$n \cos 5\alpha_0 = 1 \sim \alpha_0 = \frac{1}{5} \arccos \frac{1}{n}, \quad (7)$$

что в *пять раз меньше* предельного угла по (1); при $n = 1,5$ оно выполняется для угла $9,64^\circ$. Таким образом, диапазон углов, при которых имеет место действительный фокус после *двух* внутренних отражений, ещё меньше – $0,145$ градуса.

Можно убедиться, что при последующем уменьшении угла при вершине будет *бесконечное* чередование конфигураций с мнимым и действительным фокусами. Границами диапазонов будут положения нового полного отражения (аналогично (5) и (7)) и положения горизонтальности выходящего луча (аналогично (4) и (6)).

Действительный фокус будет наблюдаться в узких диапазонах углов, определяемых неравенствами:

$$\alpha_{\min}^{real} < \alpha_0 < \alpha_{\max}^{real}, \quad (8)$$

где α_{\max}^{real} находится из равенства:

$$n \cos \left[(2p + 1)\alpha_{\max}^{real} \right] = \cos \left(\alpha_{\max}^{real} \right), \quad (8a)$$

а α_{\min}^{real} определяется из выражения:

$$n \cos \left[(2p + 1)\alpha_{\min}^{real} \right] = 1. \quad (8б)$$

Выражения (8a), (8б) дают границы при p -кратном внутреннем отражении, $p \geq 1$. Если p чётное, то луч пересекает оптическую ось сверху, как на рис. 9, если p нечётное, то снизу, как на рис. 7.

Мнимый фокус при p -кратном внутреннем отражении будет наблюдаться в более широких диапазонах углов, определяемых неравенствами:

$$\alpha_{\min}^{app} < \alpha_0 < \alpha_{\max}^{app}, \quad (9)$$

где $n \cos \left[(2p - 1)\alpha_{\max}^{app} \right] = 1, p \geq 2,$ (9a)

$$n \cos \left[(2p + 1)\alpha_{\min}^{app} \right] = \cos \left(\alpha_{\min}^{app} \right), p \geq 1. \quad (9б)$$

Верхняя граница при однократном внутреннем отражении *не выражается* формулой (9a), она равна величине α_{ver} , вычисляемой из (3). Очевидно, что ширина диапазонов будет становиться всё меньше, что явно следует из значения границы нового отражения, которая легко находится аналитически: $1/(2p + 1) \cdot \arccos(1/n)$ уменьшается с ростом p . Поэтому полученный при $p = 1$ диапазон углов для действительного фокуса в $0,72$ градуса является наибольшим, остальные диапазоны углов аксикона, при которых на оптической оси формируется максимум, будут ещё *уже*.

В силу узости интервалов углов, при которых получается действительный фокус, можно говорить о некотором подобии явлению резонанса. По причине той же узости интервалов могут появиться проблемы при использовании полихроматического освещающего

пучка. За счёт наличия дисперсии интервалы пропускания для различных длин волн могут не иметь общей области перекрытия, что приведёт к тому, что для части спектрального диапазона вместо действительного фокуса окажется мнимый, из-за чего исказится спектральное распределение на фокальном отрезке.

Таким образом, мы видим, что геометро-оптическая модель является очень полезной для понимания хода лучей и направления распространения энергии. Однако в этом случае проблематично получить общую картину распределения интенсивности и оценки размера формируемых пучков. В этом случае необходимо применять более строгую теорию.

2. Численное моделирование на основе решения уравнений Максвелла методом конечных элементов

В данном разделе приведены результаты численного моделирования дифракции Гауссова пучка на аксиконе на основе решения уравнения Гельмгольца методом конечных элементов в двумерном случае с использованием программного продукта Comsol.

Для удобства расчётов в данной модели числовая апертура аксиконов вычислялась по следующей формуле [26]:

$$NA = \frac{(2h/D) \left(n - \sqrt{1 + (1 - n^2)(2h/D)^2} \right)}{1 + (2h/D)^2}, \quad (10)$$

где D – размер основания аксикона, h – высота аксикона, n – показатель преломления.

Моделирование выполнено для Гауссова пучка с ТМ-поляризацией на аксиконах с одинаковой высотой 10 мкм, но с различными углами при вершине и, следовательно, числовыми апертурами.

В табл. 1 приведены распределения амплитуды электрического поля для диапазона углов аксикона α_0 от 8 до 20 градусов. Длина волны излучения $\lambda = 633$ нм, показатель преломления вещества аксикона $n = 1,5$.

Как видно из приведённых расчётов, при постепенном изменении угла аксикона происходит периодически повторяющаяся ситуация: аксикон становится то собирающим, то рассеивающим. Причём диапазон углов таких периодов сужается при уменьшении угла аксикона. Можно наблюдать, что аксиконы с довольно близкими значениями углов очень сильно отличаются по пропусканию. К примеру, при угле в $\alpha_0 = 10^\circ$ аксикон является пропускающим, а для угла в $\alpha_0 = 8,5^\circ$ аксикон является рассеивающим.

Чрезвычайная зависимость пропускания аксикона от малых изменений угла при вершине наглядно представлена на рис. 10. На графиках показано распределение амплитуды в поперечном сечении на расстоянии $8,5$ длин волн от острия аксикона при углах $\alpha_0 = 8^\circ$, $\alpha_0 = 8,5^\circ$ и $\alpha_0 = 9^\circ$. Как видно из рис. 10, согласно лучевой модели при малых вариациях угла при вершине аксикон становится то фокусирующим, то рассеивающим.

Табл. 1. Распределения амплитуды электрического поля для диапазона углов аксикона $\alpha_0 \in [8^\circ, 20^\circ]$, показатель преломления $n = 1,5$, длина волны излучения $\lambda = 633$ нм, высота аксиконов – 10 мкм

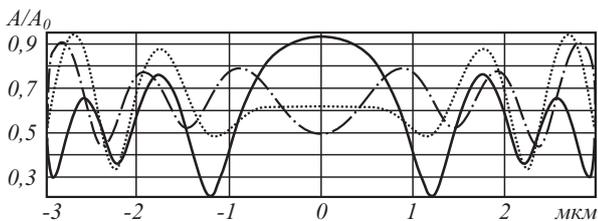
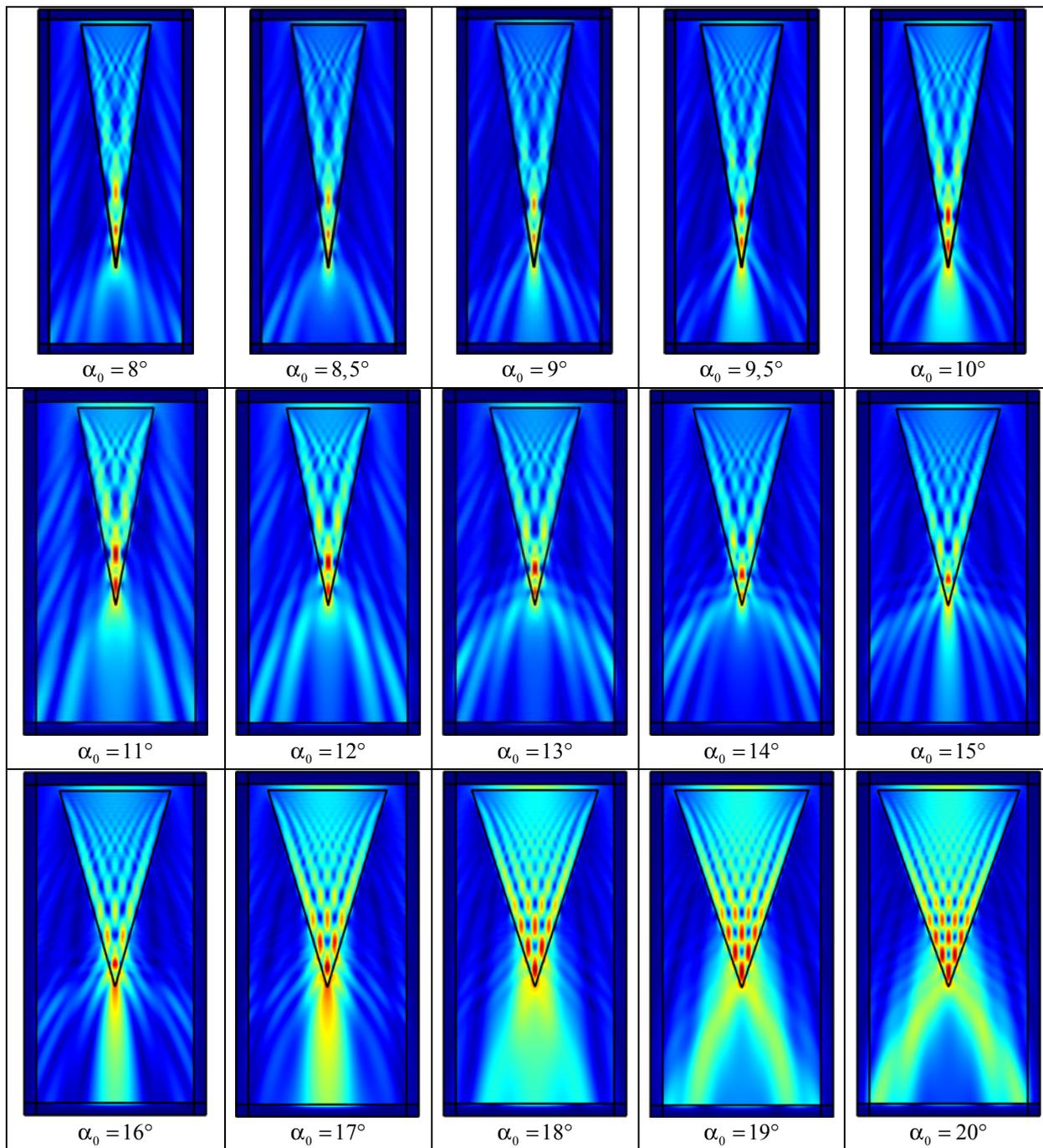


Рис. 10. Распределения амплитуды электрического поля в поперечных сечениях на расстоянии $8,5\lambda$ от острия аксикона при углах $\alpha_0 = 8^\circ$ (штрихпунктирная линия), $\alpha_0 = 8,5^\circ$ (точечная линия), $\alpha_0 = 9^\circ$ (сплошная линия)

Из табл. 1 видно, что период изменений от пропускания к рассеиванию является непостоянным: с уменьшением угла «период» уменьшается. Можно видеть, что имеется значительное пропускание при углах от $9,5^\circ$ до 10° , а также от 16° до 17° . Это хорошо согласуется с геометрическим предсказанием, согласно которому пропускание должно быть в диапазонах углов $\alpha_0 \in [9,64^\circ; 9,785^\circ]$ и $\alpha_0 \in [16,06^\circ; 16,78^\circ]$ соответственно.

Очевидно, между максимумами пропускания имеются минимумы, однако предсказанные диапазоны

ны углов формирования мнимого фокуса значительно шире, чем для действительного фокуса.

Более детально изменение значения амплитуды в точке на оптической оси на расстоянии 7λ от острия аксикона в зависимости от угла аксикона показано на рис. 11.

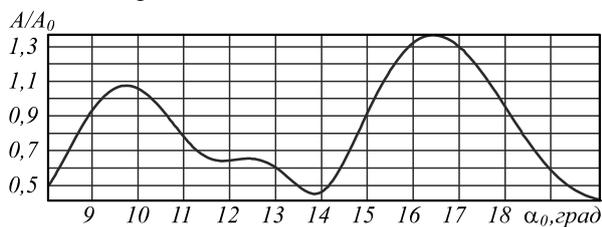


Рис. 11. Изменение значения амплитуды в точке на оптической оси на расстоянии 7λ от острия аксикона в зависимости от угла аксикона

Хорошо видно, что максимумы амплитуды формируются на оптической оси при $\alpha_0 \approx 9,75^\circ$ и $\alpha_0 \approx 16,45^\circ$. Минимальное значение достигается при $\alpha_0 \approx 13,85^\circ$. Заметим, что между двумя максимумами имеется также зона с мало изменяющимся значением амплитуды (между 11 и 13 градусами). Такое поведение было бы сложно предсказать в геометрическом приближении, что оправдывает значительное число проведённых численных расчётов с учётом волновой теории.

Разумеется, при использовании микроаксикон должны возникать эффекты, не отслеживаемые геометрической оптикой. Это наглядно показано в работе [16]. Однако заметим, что качественное согласование предсказаний геометрического подхода остаётся удовлетворительным вплоть до диаметра 3,5 мкм.

Отметим также, что при меньших углах аксикона формируется максимум с меньшей амплитудой. Геометрооптически это объясняется более пологим углом выхода лучей из аксикона. Это приводит к удлинению фокального отрезка и, следовательно, уменьшению яркости в каждой точке отрезка. С точки зрения волновой теории пологому углу соответствует снижение коэффициента пропускания. Также множественное внутреннее отражение на боковых стенках аксикона приводит к потере энергии в связи с её уходом в затухающие волны.

Таким образом, результаты моделирования в основном согласуются с геометрическими построениями и подтверждают полученные в предыдущем разделе аналитические выкладки.

Заключение

Рассмотрена дифракция Гауссовых пучков на рефракционном аксиконе в ситуации, когда угол аксикона значительно меньше предельного, соответствующего полному внутреннему отражению. Такая ситуация ранее не рассматривалась, т.к. считалось, что в этом случае аксикон не пропускает падающее излучение.

Дифракция рассмотрена в двух моделях: геометрооптической и на основе метода конечных элементов решения уравнений Гельмгольца. В первом случае получены аналитические оценки.

Хотя предельный угол в геометрооптической модели соответствует наступлению полного внутреннего отражения, анализ хода лучей показал, что при сужении угла аксикона часть энергии выходит из элемента через боковые грани. При этом выходящие лучи формируют расходящееся излучение, не попадающее на оптическую ось. При дальнейшем уменьшении угла аксикона происходит дополнительное внутреннее отражение, и боковые лучи меняют направление – они снова сходятся на оптической оси. Такая ситуация повторяется в соответствии с количеством отражений внутри аксикона.

Применение метода конечных элементов решения уравнения Гельмгольца обнаружило довольно хорошее соответствие геометрооптического подхода более строгой модели в случае достаточно малых углов аксикона. В частности, геометрооптический подход очень точно предсказал пропускание аксикона при $9,75$ и $16,45$ градусах, что наблюдается на полученных распределениях амплитуды электрического поля.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, а также грантов РФФИ 14-29-07133-офи-м, 13-07-00266, 13-07-97004-р_поволжье_a.

Литература

1. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // Journal of the Optical Society of America. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
2. **Jaroszewicz, Z.** Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // Optics & Photonics News. – 2005, April. – Vol. 16. – P. 34-39.
3. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr., J.H. Eberly // Physical Review Letters. – 1987. – Vol. 58. – P. 1499-1501.
4. **McGloin, D.** Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // Contemporary Physics. – 2005. – Vol. 46, Issue 1. – P. 15-28.
5. **Babadjanyan, A.J.** Superfocusing of surface polaritons in the conical structure / A.J. Babadjanyan, N.L. Margaryan, Kh.V. Nerkararyana // Journal of Applied Physics. – 2000. – Vol. 87(8). – P. 3785-3788.
6. **Novotny, L.** Principles of Nano-Optics / L. Novotny, D. Hecht. – New York: Cambridge, 2006.
7. **Goncharenko, A.V.** Wang, Electric near-field enhancing properties of a finite-size metal conical nano-tip / A.V. Goncharenko, H.-C. Chang, J.-K. Wang // Ultramicroscopy. – 2007. – Vol. 107. – P. 151-157.
8. **Antosiewicz, T.J.** Nanofocusing of radially polarized light with dielectric-metal-dielectric probe / T.J. Antosiewicz, P. Wróbel, T. Szoplík // Optics Express. – 2009. – Vol. 17, Issue 11. – P. 9191-9196.
9. **Choo, H.** Nanofocusing in a metal-insulator-metal gap plasmon waveguide with a three-dimensional linear taper / H. Choo, M.-K. Kim, M. Staffaroni, T.J. Seok, J. Bokor, S. Cabrini, P.J. Schuck, M.C. Wu, E. Yablonovitch // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 6. – P. 838-844.
10. **Berweger, S.** Light on the tip of a needle: plasmonic nanofocusing for spectroscopy on the nanoscale / S. Berweger, J.M. Atkin, R.L. Olmon, M.B. Raschke // Journal of Physical Chemistry Letters. – 2012. – Vol. 3. – P. 945-952.
11. **Gramotnev, D.K.** Optimized nonadiabatic nanofocusing of plasmons by tapered metal rods / D.K. Gramotnev,

- M.W. Vogel, M.I. Stockman // Journal of Applied Physics. – 2008. – Vol. 104. – P. 034311 (8 pp).
12. Davoyan, A.R. Optimal tapers for compensating losses in plasmonic waveguides / A.R. Davoyan, I.V. Shadrivov, Y.S. Kivshar, D.K. Gramotnev // Physica Status Solidi (RRL). – 2010. – Vol. 4(10). – P. 277-279.
 13. Degtyarev, S.A. Theoretical and experimental study of aperture size effects on the polarization sensitivity of near-field microscopy fiber-optic probes / S.A. Degtyarev, S.N. Khonina, S.V. Alferov, S.V. Karpeev // Proceedings of SPIE. – 2014. – Vol. 9156. – P. 915608 (13 pp). – DOI:10.1117/12.2054204.
 14. Degtyarev, S.A. Transmission of focused light signal through an apertured probe of a near-field scanning microscope / S.A. Degtyarev, S.N. Khonina // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2015. – Vol. 25(2). – P. 306-313.
 15. Gramotnev, D.K. Nanofocusing of electromagnetic radiation / D.K. Gramotnev, S.I. Bozhevolnyi // Nature Photonics. – 2014. – Vol. 8. – P. 14-23.
 16. Дегтярев, С.А. Нанофокусировка с помощью заостренных структур / С.А. Дегтярев, А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 4. – С. 629-637.
 17. Zhang, Y. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // Journal of the Optical Society of America A. – 2005. – Vol. 22, Issue 11. – P. 2542-2546.
 18. Котляр, В.В. Моделирование острой фокусировки радиально-поляризованной лазерной моды с помощью конического и бинарного микроаксиконов / В.В. Котляр, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 52-60.
 19. Khonina, S.N. A longitudinally polarized beam generated by a binary axicon / S.N. Khonina, S.A. Degtyarev // Journal of Russian Laser Research. – 2015. – Vol. 36, No. 2. – P. 151-161.
 20. Хонина, С.Н. Исследование поляризационной чувствительности ближнепольного микроскопа с использованием бинарной фазовой пластины пучка / С.Н. Хонина, С.В. Алфёров, О.Ю. Моисеев, С.В. Карпеев // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 326-331.
 21. Khonina, S.N. Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // Optics Letters. – 2013. – Vol. 38(17). – P. 3223-3226.
 22. Alferov, S.V. Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate / S.V. Alferov, S.N. Khonina, S.V. Karpeev // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – Vol. 31(4). – P. 802-807.
 23. Khonina, S.N. Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2012. – Vol. 21(1). – P. 17-26.
 24. Khonina, S.N. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // Journal of Optics. – 2013. – Vol. 15. – P. 085704 (9 pp).
 25. Khonina, S.N. High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam / S.N. Khonina, D.A. Savelyev // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2013. – Vol. 117(4). – P. 623-630.
 26. Устинов, А.В. Расчёт комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 480-490.
 27. Устинов, А.В. Анализ дифракции лазерного излучения на аксиконе с числовой апертурой выше предельной / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 213-222.

References

- [1] McLeod JH. The axicon: a new type of optical element. J Opt Soc Am 1954; 44: 592-7.
- [2] Jaroszewicz Z, Burvall A, Friberg AT. Axicon – the most important optical element. Optics & Photonics News 2005; 16: 34-39.
- [3] Durnin J, Miceli JJ Jr, Eberly JH. Diffraction-free beams. Physical Review Letters 1987; 58: 1499-1501.
- [4] McGloin D, Dholakia K. Bessel beams: diffraction in a new light. Contemporary Physics 2005; 46(1): 15-28.
- [5] Babadjanyan AJ, Margaryan NL, Nerkararyana KhV. Superfocusing of surface polaritons in the conical structure. J Appl Phys 2000; 87(8): 3785-8.
- [6] Novotny L, Hecht D. Principles of Nano-Optics. Cambridge: New York, 2006.
- [7] Goncharenko AV, Chang H-C, Wang J-K. Electric near-field enhancing properties of a finite-size metal conical nano-tip. Ultramicroscopy 2007; 107: 151-7.
- [8] Antosiewicz TJ, Wróbel P, Szoplik T. Nanofocusing of radially polarized light with dielectric-metal-dielectric probe. Optics Express 2009; 17(11): 9191-6.
- [9] Choo H, Kim M-K, Staffaroni M, Seok TJ, Bokor J, Cabrini S, Schuck PJ, Wu MC, Yablonovitch E. Nanofocusing in a metal-insulator-metal gap plasmon waveguide with a three-dimensional linear taper. Nature Photonics 2012; 6: 838-44.
- [10] Berweger S, Atkin JM, Olmon RL, Raschke MB. Light on the tip of a needle: plasmonic nanofocusing for spectroscopy on the nanoscale. J Phys Chem Lett 2012; 3: 945-52.
- [11] Gramotnev DK, Vogel MW, Stockman MI. Optimized nonadiabatic nanofocusing of plasmons by tapered metal rods. J Appl Phys 2008; 104: 034311 (8pp).
- [12] Davoyan AR, Shadrivov IV, Kivshar YS, Gramotnev DK. Optimal tapers for compensating losses in plasmonic waveguides. Phys Status Solidi RRL 2010; 4(10): 277-9.
- [13] Degtyarev SA, Khonina SN, Alferov SV, Karpeev SV. Theoretical and experimental study of aperture size effects on the polarization sensitivity of near-field microscopy fiber-optic probes. Proc of SPIE 2014; 9156: 915608 (13pp). DOI:10.1117/12.2054204.
- [14] Degtyarev SA, Khonina SN. Transmission of focused light signal through an apertured probe of a near-field scanning microscope. Pattern Recognition and Image Analysis 2015; 25(2): 306-13.
- [15] Gramotnev DK, Bozhevolnyi SI. Nanofocusing of electromagnetic radiation. Nature Photonics 2014; 8: 14-23.
- [16] Degtyarev SA, Khonina SN, Ustinov AV, Kazanskiy NL. Lightning-rod effect near sharp dielectric structures. Proc of SPIE 2015; 9533: 95330A (6pp). DOI: 10.1117/12.2180353
- [17] Zhang Y, Wang L, Zheng C. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon. J Opt Soc Am A 2005; 22(11): 2542-6.
- [18] Kotlyar VV, Stafeyev SS. Modeling sharp focus radially-polarized laser mode with conical and binary microaxicons (in Russian). Computer Optics 2009; 33(1): 52-60.
- [19] Khonina SN, Degtyarev SA. A longitudinally polarized beam generated by a binary axicon. Journal of Russian Laser Research 2015; 36(2): 151-61.
- [20] Khonina SN, Alferov SV, Karpeev SV, Moiseev OYu. Study of polarization sensitivity OF near-field microscope using a binary phase plate. Computer Optics 2013; 37(3): 326-31.
- [21] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV. Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric

- field by means of higher-order laser beams. *Optics Letters* 2013; 38(17): 3223-6.
- [22] Alferov SV, Khonina SN, Karpeev SV. Study of polarization properties of fiber-optics probes with use of a binary phase plate. *J Opt Soc Am A* 2014; 31(4): 802-7.
- [23] Khonina SN, Nesterenko DV, Morozov AA, Skidanov RV, Soifer V.A. Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons. *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)* 2012; 21(1): 17-26.
- [24] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Savelyev DA, Laukkanen J, Turunen J. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams. *Journal of Optics* 2013; 15: 085704 (9pp).
- [25] Khonina SN, Savelyev DA. High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 2013; 117(4): 623-30.
- [26] Ustinov AV, Khonina SN. Calculating the complex transmission function of refractive axicons. *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)* 2012; 21(3): 133-44.
- [27] Ustinov AV, Khonina SN. Analysis of laser beam diffraction by axicon with the numerical aperture above limiting. *Computer Optics* 2014; 38(2): 213-22.

DIFFRACTION BY A CONICAL AXICON CONSIDERING MULTIPLE INTERNAL REFLECTIONS

A.V. Ustinov^{1,2}, S.A. Degtyarev^{1,2}, S.N. Khonina^{1,2}

¹*Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,*

²*Samara State Aerospace University*

Abstract

In this paper we consider diffraction of a laser beam by a narrow axicon when the cone angle is much less than a limit (at which total internal reflection occurs). In this case, the correct description of the propagation of light through the axicon calls for the consideration of multiple internal reflections. The diffraction is considered using two models: through a geometric optics approach and via solving the Helmholtz equation by a finite element method. Based on the geometrical model, analytical expressions are found for the angles defining the boundaries of the real and imaginary foci. Simulations conducted using the finite element method have confirmed the theoretical results.

Keywords: conic axicon, total internal reflection, real and imaginary focus, finite element method.

Citation: Ustinov AV, Degtyarev SA, Khonina SN. Diffraction by a conical axicon considering multiple internal reflections. *Computer Optics* 2015, 39(4): 500-7. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-4-500-507.

Acknowledgement: This work was financially supported by the RF Ministry of Education and Science and by the Russian Foundation for Basic Research (grants 14-29-07133-ofi-m, 13-07-00266, 13-07-97004-r_povolzhye_a).

Сведения об авторах

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Институте систем обработки изображений РАН; является аспирантом Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических и биомедицинских процессов.

E-mail: andr@smr.ru.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI), majoring in Applied Mathematics, works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS; postgraduate student of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.

Дегтярев Сергей Александрович, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета), стажёр-исследователь Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная и сингулярная оптика.

E-mail: sealek@gmail.com.

Sergei Alexandrovich Degtyarev, post-graduate student, trainee-researcher of the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS). Research interests: diffractive and singular optics.

Сведения об авторе Хонина Светлана Николаевна – см. стр. 479 этого номера.

*Поступила в редакцию 17 сентября 2015 г.
Окончательный вариант – 30 сентября 2015 г.*