

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ФУРЬЕ-МОД К РАСЧЁТУ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

Д. А. Быков, Л. Л. Досколович

Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Аннотация

Предложено обобщение метода фурье-мод, предназначенное для расчёта локализованных мод интегральных оптических резонаторов. Метод позволяет рассчитывать комплексные частоты и распределение поля мод. Рассчитаны моды двумерного прямоугольного резонатора на металлической подложке.

Ключевые слова: резонатор, метод фурье-мод, мода, резонанс, магнитооптический эффект.

Цитирование: Быков, Д. А. О применении метода фурье-мод к расчёту локализованных мод интегральных оптических резонаторов / Д. А. Быков, Л. Л. Досколович // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 5. – С. 663-673. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-663-673.

Введение

В последнее время большое внимание уделяется изучению оптических свойств резонансных дифракционных структур [1–6]. Простейшим примером периодической резонансной дифракционной структуры является субволновая дифракционная решётка (рис. 1а).

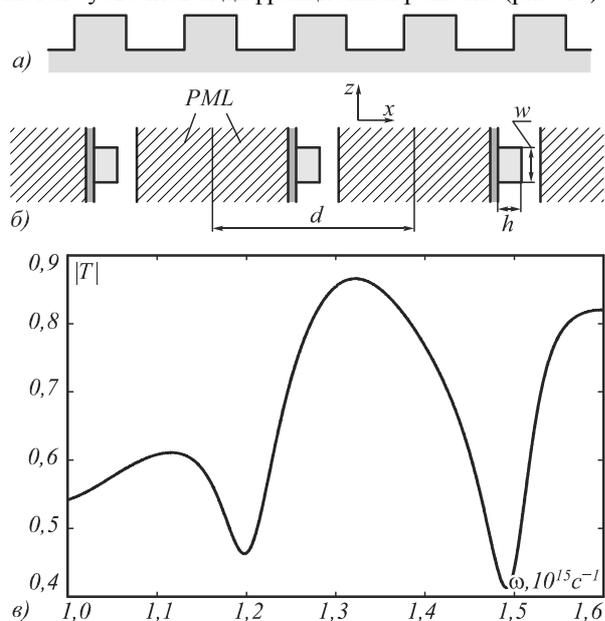


Рис. 1. Геометрия периодической структуры: система ступенек на металлическом слое (структура бесконечна в направлении оси y) (а); геометрия неперидической структуры: двумерный прямоугольный резонатор на толстом металлическом слое (структура бесконечна в направлении оси y) (б); спектр прохождения поверхностного плазмон-поляритона через прямоугольный резонатор (длина $w = 900$ нм, высота $h = 600$ нм, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 5,5$) на слое серебра толщиной 200 нм (в)

В таких структурах наблюдаются резонансы в виде резких максимумов и минимумов в спектрах отражения и пропускания. Резонансы дифракционных структур обусловлены возбуждением собственных мод структуры [1, 5, 6]. Такие моды описываются комплексным значением частоты [1, 2, 6]. Модами периодической структуры могут быть квазиволноводные моды, распространяющиеся в направлении периодич-

ности структуры [1], или локализованные моды (щелей или ступенек) структуры [4]. Одним из наиболее универсальных методов расчёта дифракции света на периодических структурах является метод фурье-мод (в англ. литературе – Rigorous Coupled-Wave Analysis или Fourier Modal Method) [7]. Для расчёта собственных мод периодических дифракционных структур разработана модификация данного метода, основанная на вычислении полюсов аналитического продолжения матрицы рассеяния структуры [1, 6].

С практической точки зрения большой интерес представляет исследование резонансов в неперидических дифракционных структурах. Для расчёта дифракции света на неперидических структурах разработан аперидический вариант метода фурье-мод (в англ. литературе – Aperiodic Fourier Modal Method) [8, 9]. Данный метод основан на рассмотрении периодической структуры, соседние периоды которой оптически изолированы. Изоляция достигается либо применением анизотропных (PML) или градиентных поглощающих слоёв [8], либо введением комплексного преобразования координат [9].

При решении задачи дифракции света на неперидической структуре наблюдаются резонансы, аналогичные резонансам дифракционных решёток, за тем лишь исключением, что они обусловлены возбуждением исключительно локализованных мод. Расчёт локализованных мод неперидических структур – важная задача при проектировании и исследовании элементов интегральной и плазмонной оптики, таких как резонаторы вертикально-излучающих лазеров (VCSEL) и спазеров, элементы для ввода и вывода излучения из волновода. В известных работах предложено несколько методов расчёта локализованных мод [3, 10–12]. Наиболее распространённым является метод, заключающийся в анализе временной зависимости амплитуды электромагнитного поля в рамках FDTD-подхода [10]. Недостатком данного метода является низкая точность расчёта низкодобротных мод и невозможность расчёта распределения поля отдельно взятой моды. В работе [11] рассчитываются моды лазерных резонаторов: для этого используется аперидический метод фурье-мод. Данный метод позво-

ляет рассчитывать только лазерные моды с действительной частотой. В работе [12] разработана модификация метода фурье-мод в цилиндрической системе координат, которая позволяет рассчитывать моды радиально-симметричных резонаторов.

В настоящей работе предлагается строгий метод расчёта мод неперіодических дифракционных структур, основанный на вычислении полюсов аналитического продолжения матрицы рассеяния. Предложенный метод, основанный на аперіодическом методе фурье-мод, позволяет рассчитывать комплексные частоты мод и распределение их поля. Несмотря на схожесть периодического и аперіодического методов фурье-мод, задача расчёта мод неперіодических структур существенно сложнее и включает ряд особенностей, требующих отдельного рассмотрения.

1. Моды и резонансы периодических дифракционных структур

Рассмотрим сначала задачу дифракции электромагнитной волны на периодической структуре (дифракционной решётке) (см. рис. 1а). Будем считать, что электромагнитные волны падают на структуру сверху и снизу. Обычно рассматривается падение плоских волн, однако в общем случае можно рассмотреть падение электромагнитных волн, распределение полей которых квазипериодично с тем же периодом, что и у рассматриваемой структуры. Как следует из теоремы Блоха-Флоке, прошедшее и отражённое поле в этом случае можно представить в виде разложения Рэлея, то есть в виде разложения по плоским волнам (распространяющимся и затухающим порядкам дифракции). Падающее излучение также можно представить в виде разложения по плоским волнам. Тогда решение задачи дифракции состоит в нахождении амплитуд рассеянных плоских волн (порядков дифракции) по заданным амплитудам падающих плоских волн. Решение задачи дифракции можно представить через матрицу рассеяния [2, 6, 13]. Матрица рассеяния решётки \mathbf{S} связывает комплексные амплитуды волн, падающих на решётку (Ψ^{inc}), и амплитуды волн, рассеянных решёткой (Ψ^{scatt}), в виде:

$$\Psi^{\text{scatt}} = \mathbf{S} \cdot \Psi^{\text{inc}}, \quad (1)$$

где $\Psi^{\text{inc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$, $\Psi^{\text{scatt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}$, \mathbf{R} и \mathbf{T} – векторы комплексных амплитуд отражённых и прошедших порядков дифракции, а \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_2 – векторы комплексных амплитуд плоских волн, падающих на структуру сверху и снизу. Элемент матрицы рассеяния с индексом (i, j) задаёт амплитуду рассеяния падающей волны с номером j в рассеянную волну с номером i .

Матрица рассеяния имеет физический смысл только при действительных частотах. Рассмотрим аналитическое продолжение матрицы рассеяния на комплексную ω -плоскость. Предположим, что определитель матрицы $\mathbf{S}(\omega)$ имеет комплексный полюс при $\omega = \omega_p$. В этом случае $\det \mathbf{S}^{-1}(\omega_p) = 0$ и существуют нетривиальные решения однородного уравнения:

$$\mathbf{S}^{-1} \cdot \Psi^{\text{scatt}} = \mathbf{0}. \quad (2)$$

То есть при частоте ω_p существует нетривиальное решение уравнений Максвелла, не содержащее падающих волн, а это значит, что частоте ω_p соответствует мода структуры [6]. Зафиксируем теперь падающую плоскую волну и рассмотрим отдельный элемент матрицы рассеяния, соответствующий комплексному коэффициенту пропускания (или отражения) структуры. Если мода, соответствующая полюсу матрицы рассеяния ω_p , возбуждается падающей волной, то ω_p также будет являться полюсом коэффициента пропускания (отражения) $T(\omega)$. Тогда для $T(\omega)$ справедливо следующее приближённое соотношение, имеющее смысл отрезка ряда Лорана в окрестности точки ω_p [14]:

$$T(\omega) \approx a + b/(\omega - \omega_p). \quad (3)$$

Представление коэффициента пропускания (3), справедливое в окрестности частоты собственной моды структуры, объясняет резонансные особенности в спектре пропускания. Таким образом, задача анализа и объяснения резонансов структуры сводится к задаче расчёта комплексных частот собственных мод структуры. Отметим, что действительная часть комплексной частоты задаёт частоту резонанса, а мнимая часть определяет добротность резонанса $Q = \text{Re}\omega_p / (-2\text{Im}\omega_p)$.

2. Моды и резонансы неперіодических дифракционных структур

Рассмотрим теперь неперіодическую задачу, соответствующую дифракции моды плоскопараллельного волновода на неоднородности (резонаторе). В этом случае падающее и рассеянное излучение распространяются не в свободном пространстве, а в среде, содержащей плоскопараллельный волновод. В частности, на рис. 1б над и под структурой находится металлический (плазмонный) волновод. Анализ неперіодической дифракционной структуры может быть сведён к анализу периодической структуры следующим образом. Рассматриваемая неперіодическая структура периодически продолжается (см. рис. 1б), при этом либо соседние периоды отделяются идеально согласованными поглощающими (PML) слоями (штрихованная область на рис. 1б) [8], либо вводится комплексное преобразование координат [9]. При этом соседние периоды становятся оптически изолированными и, соответственно, решение задачи дифракции на периодически продолженной структуре совпадает с решением задачи дифракции на неперіодической структуре. Таким образом, над и под структурой вместо однородной подложки (рис. 1а) оказывается периодическая среда (рис. 1б). Аналогом разложения Рэлея для рассеянного и падающего поля в этом случае служит разложение по модам периодической среды.

В качестве примера рассмотрим задачу прохождения плазмонной моды толстой серебряной плёнки через диэлектрическую ступеньку (рис. 1б; параметры структуры приведены в подписи к рисунку). Спектр пропускания представлен на рис. 1в. При этом под коэффициентом пропускания понимается отношение

комплексной амплитуды прошедшей плазмонной моды к комплексной амплитуде падающей моды. В спектре пропускания наблюдаются выраженные резонансные особенности, поэтому актуальной является задача расчёта (комплексных частот) собственных мод неперриодической структуры. Расчёт собственных мод позволит объяснить указанные особенности спектра пропускания и найти численные характеристики резонансов.

Для расчёта полюсов матрицы рассеяния (коэффициента пропускания) необходимо уметь вычислять матрицу рассеяния (коэффициент пропускания) при комплексных значениях частоты. Одним из наиболее универсальных методов расчёта матрицы рассеяния является метод фурье-мод [7, 15]. В следующем разделе приведены основные необходимые формулы метода фурье-мод в случае действительной частоты, а затем рассмотрен вопрос построения аналитического продолжения.

3. Метод фурье-мод

Метод фурье-мод основан на теореме Блоха–Флоке, из которой следует, что решение уравнений Максвелла в периодической структуре можно представить в виде квазипериодической функции. В рамках метода фурье-мод предполагается, что структура состоит из слоёв, в которых диэлектрическая проницаемость материалов не зависит от переменной z . В этом случае поле в каждом слое можно представить в виде ряда Фурье по переменной x , соответствующей направлению периодичности структуры [7, 15] (см. рис. 1а, б). Пусть $\Phi_i(z)$ – вектор, состоящий из фурье-коэффициентов тангенциальных компонент электромагнитного поля в i -м слое ($i = 1, \dots, L$). Вектор $\Phi_i(z)$ имеет размерность $4N$, где N – используемое число фурье-гармоник. Из уравнений Максвелла следует, что $\Phi_i(z)$ удовлетворяет следующему матричному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\Phi_i(z)}{dz} = \mathbf{A}_i \cdot \Phi_i(z), \quad (4)$$

где матрица $\mathbf{A}_i \in \mathbb{C}^{4N \times 4N}$ определяется геометрией i -го слоя и параметрами падающей на структуру волны (частота, квазиволновое число) [7, 15]. Решением уравнения (4) является представление поля в i -м слое:

$$\Phi_i(z) = \exp(z \mathbf{A}_i) \tilde{\mathbf{C}}_i = \mathbf{W}_i \exp(z \mathbf{A}_i) \mathbf{C}_i, \quad (5)$$

где \mathbf{W}_i – матрица, столбцы которой являются собственными векторами матрицы \mathbf{A}_i ; $\mathbf{I} \mathbf{A}_i$ – диагональная матрица соответствующих собственных значений; \mathbf{C}_i – вектор произвольных постоянных.

Выражение (5) следует рассматривать как разложение поля в i -м слое по модам этого слоя, распространяющимся в направлении оси z . При этом константа распространения j -й моды в направлении оси z определяется на основе собственного числа λ_j (при использовании зависимости от времени в виде $e^{-i\omega t}$ получаем, что $k_{z,j} = -i\lambda_j$). Поперечное распределение

поля этой моды задаётся j -м столбцом матрицы \mathbf{W}_i . При этом элементы j -го столбца являются фурье-коэффициентами в разложении поля по переменной x .

Для решения уравнений Максвелла в многослойной структуре необходимо приравнять тангенциальные компоненты (или, что то же, фурье-коэффициенты тангенциальных компонент) электромагнитного поля на границах раздела слоёв. В результате получается следующая система уравнений:

$$\Phi_i(z_i) = \Phi_{i+1}(z_i), \quad i = 0, \dots, L, \quad (6)$$

где $z = z_i$ – граница раздела слоёв с номерами i и $i+1$. В системе (6) присутствуют величины $\Phi_0(z_0)$ и $\Phi_{L+1}(z_L)$, имеющие смысл фурье-коэффициентов в разложениях поля над структурой (на верхней её границе) и под структурой (на нижней границе).

Рассмотрим решение задачи дифракции моды на структуре. Пусть на структуру сверху падает мода, распределение поля которой описывается вектором фурье-коэффициентов \mathbf{V}_{inc} . Полагается, что \mathbf{V}_{inc} – один из столбцов матрицы \mathbf{W}_0 . При дифракции моды на структуре образуется набор рассеянных (отражённых и прошедших) мод. Пусть матрица \mathbf{V}_r состоит из тех столбцов матрицы \mathbf{W}_0 , которые описывают отражённые моды, а матрица \mathbf{V}_t – из тех столбцов матрицы \mathbf{W}_{L-1} , которые описывают прошедшие моды. Тогда поле над структурой мы можем записать как суперпозицию отражённых мод и падающей моды

$$\Phi_0(z_0) = \mathbf{V}_r \mathbf{R} + \mathbf{V}_{inc}, \quad \begin{aligned} \mathbf{V}_r &\in \mathbb{C}^{4N \times 2N}, \\ \mathbf{V}_{inc} &\in \mathbb{C}^{4N \times 1}, \\ \mathbf{R} &\in \mathbb{C}^{2N \times 1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где \mathbf{R} – вектор комплексных амплитуд отражённых мод. Поле под структурой записывается как суперпозиция прошедших мод:

$$\Phi_{L+1}(z_L) = \mathbf{V}_t \mathbf{T}, \quad \mathbf{V}_t \in \mathbb{C}^{4N \times 2N}, \mathbf{T} \in \mathbb{C}^{2N \times 1}, \quad (8)$$

где \mathbf{T} – вектор комплексных амплитуд прошедших мод. Отметим, что в настоящей работе не приведён общий вид матриц \mathbf{A} , \mathbf{V}_r , \mathbf{V}_{inc} , \mathbf{V}_t , $\Phi_i(z)$ из-за их громоздкости. Однако вид данных матриц приведён в работах [7, 15]. В частности, в работе [15] использованы следующие обозначения: $\mathbf{V}_r = \mathbf{P}^{(U)}$, $\mathbf{V}_{inc} = \mathbf{D}$, $\mathbf{V}_t = \mathbf{P}^{(D)}$, $\Phi_i(z) = [\mathbf{S}_y^T(z) \ \mathbf{S}_x^T(z) \ \mathbf{U}_y^T(z) \ \mathbf{U}_x^T(z)]^T$.

Уравнения (6), (7), (8) представляют собой систему линейных уравнений относительно неизвестных амплитуд отражённых и прошедших мод (\mathbf{R} и \mathbf{T}). В решении данной системы линейных уравнений и состоит решение задачи дифракции. Отметим, что на практике при решении данной системы применяется ряд методов, позволяющих избежать проблем с численной неустойчивостью [7, 13, 16, 15]. Кроме того, при вычислении матрицы \mathbf{A}_i также есть ряд особенностей [17, 15].

Если над и под структурой находится однородная среда (см. рис. 1а), модами 0-го и $L+1$ -го слоёв являются плоские волны (распространяющиеся и зату-

хающие порядки дифракции). В этом случае матрицы \mathbf{A}_o , \mathbf{A}_{L+1} имеют простой вид и матрицы \mathbf{V}_l , \mathbf{V}_r , \mathbf{V}_{inc} выписываются аналитически. При этом разложения (7), (8) называются разложениями Рэлея.

В общем случае матрицы \mathbf{V}_l , \mathbf{V}_r , \mathbf{V}_{inc} получаются выбором соответствующих столбцов из матрицы \mathbf{W} . Под «соответствующими» здесь понимается следующее. Матрица \mathbf{V}_l должна содержать столбцы матрицы \mathbf{W}_{L+1} , описывающие прошедшие моды, матрица \mathbf{V}_r – столбцы матрицы \mathbf{W}_0 , описывающие отражённые моды, вектор \mathbf{V}_{inc} – столбец матрицы \mathbf{W}_0 , описывающий падающую моду. В большинстве случаев (для взаимных материалов) для каждой моды с константой распространения k_z находится «парная» мода с константой распространения $-k_z$. При этом одна из этих мод – падающая, а вторая – рассеянная. Таким образом, для решения задачи дифракции требуется разделить все моды (над и под структурой) на падающие и рассеянные. Моды можно разделять по направлению распространения (по знаку действительной части k_z) или по направлению затухания (по знаку мнимой час-

ти k_z). Разделение мод на падающие и рассеянные – достаточно тонкая проблема, которая решается с учётом физического смысла решаемой задачи.

Если над (под) структурой находится однородная непоглощающая среда (рис. 1а), то моды (плоские волны) над структурой являются либо распространяющимися, либо затухающими. В этом случае рассеянные моды выбираются из условия, что, будучи распространяющимися, они должны распространяться в направлении «от» структуры, а будучи затухающими, – затухать при удалении от структуры. Например, при использовании зависимости от времени в виде $e^{-i\omega t}$ отражёнными волнами (в области над структурой) будут распространяющиеся моды (порядки дифракции) с $\text{Im}k_z=0$, $\text{Re}k_z>0$, а также затухающие моды (порядки дифракции) с $\text{Re}k_z=0$, $\text{Im}k_z>0$. На рис. 2а крестиками и окружностями показаны значения комплексной константы распространения $k_z = \pm\sqrt{(\omega/c)^2 - ((2\pi/d) \cdot n)^2}$, где $d=5300$ нм.

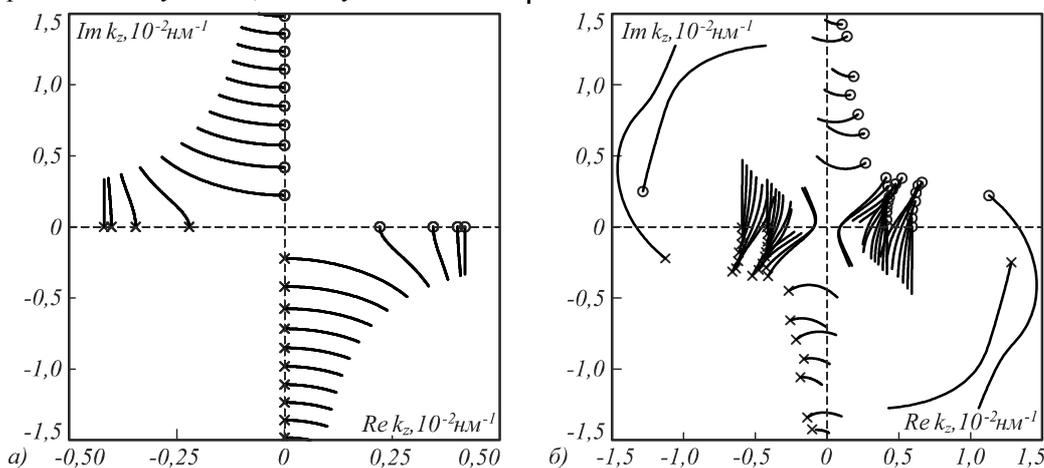


Рис. 2. Константы распространения (k_z) мод над структурой: (а) однородная среда (см. рис. 1а) и (б) периодическая среда (см. рис. 1б; показаны не все моды). При действительной частоте $\omega = 1,256 \times 10^{15}$ падающие моды обозначены крестиками, рассеянные – окружностями. Линиями показано изменение констант распространения при добавлении отрицательной мнимой части к частоте в диапазоне от 0 до $-10^{15}i$

Если под структурой находится не однородная, а периодическая среда (бесконечная решётка, рис. 1б), то константы распространения k_z , как правило, являются комплексными с ненулевыми действительной и мнимой частями. При этом направление затухания моды (определяемое знаком $\text{Im}k_z$) и направление, определяемое по знаку $\text{Re}k_z$, могут отличаться. Таким образом, задача определения направления распространения моды требует отдельного рассмотрения. Особенно актуальной эта проблема становится при расчёте локализованных мод плазмонных элементов, когда над (под) структурой одновременно могут присутствовать диэлектрик, металл и анизотропные PML-материалы. В этом случае разделение мод на падающие и рассеянные производится следующим образом: моды с действительным k_z по-прежнему можно разделить по направлению их распространения. Остальные же моды (у которых k_z комплексно) следует разделить по направлению затухания [8]. Это

гарантирует, что поле, полученное как результат решения задачи дифракции, не будет возрастать при удалении от структуры. Таким образом, отражёнными модами будут моды с $\text{Im}k_z=0$, $\text{Re}k_z>0$, а также моды с $\text{Im}k_z>0$ (рис. 2б).

Таким образом, выбрав из общего набора мод над (под) структурой отражённые (прошедшие) моды, а также выбрав падающую моду, мы можем решить задачу дифракции. В частности, можно вычислить зависимость коэффициента пропускания моды от действительной частоты ($T(\omega)$). Как было указано выше, для объяснения резонансов необходимо рассмотреть задачу построения аналитического продолжения функции $T(\omega)$ на комплексную ω -плоскость.

4. Построение аналитического продолжения

Для вычисления коэффициента пропускания при комплексной частоте, как и в вышеизложенном методе фурье-мод, мы должны вычислить собственное

разложение матрицы \mathbf{A} для областей над (под) структурой и разделить моды (т. е. собственные векторы и соответствующие им собственные числа) на два класса: падающие и рассеянные. Для обеспечения аналитичности $T(\omega)$ мы должны обеспечить аналитичность элементов матриц \mathbf{V}_t , \mathbf{V}_r и \mathbf{V}_{inc} , рассматриваемых как функции частоты. Главное отличие от случая действительной частоты состоит в том, что при комплексных частотах мы не можем руководствоваться физическими соображениями при разделении мод на падающие и рассеянные.

На рис. 2а представлено изменение констант распространения падающих (линии с крестиком) и рассеянных (линии с окружностями) мод над структурой при добавлении к действительной частоте мнимой части ($\text{Im}\omega < 0$). Из рисунка видно, что рассеянные (отражённые) моды, которые были распространяющимися ($k_z \in \mathbb{R}^+$), при добавлении мнимой части к частоте становятся экспоненциально возрастающими (приобретают отрицательную мнимую часть). Таким образом, в случае комплексной частоты мы не можем полагаться на направление распространения или затухания мод при построении матриц \mathbf{V}_t , \mathbf{V}_r и \mathbf{V}_{inc} .

В простейшем случае, когда над (под) периодической структурой находится однородный диэлектрик (рис. 1а), представление поля над (под) структурой задаётся аналитически [7]. В этом случае построение аналитического продолжения матриц \mathbf{V}_t , \mathbf{V}_r и \mathbf{V}_{inc} (а соответственно, и аналитического продолжения $T(\omega)$) является тривиальным [1].

В общем случае, когда над и под структурой находится неоднородная периодическая среда (рис. 1б), аналитическое выражение для собственных векторов матрицы \mathbf{A} неизвестно и задача построения аналитического продолжения становится существенно сложнее. Единственное условие, исходя из которого следует разделять моды на падающие–рассеянные (т. е. построить вышеуказанные матрицы), можно сформулировать следующим образом. При комплексной частоте мода является падающей (рассеянной) тогда и только тогда, когда при уменьшении мнимой части комплексной частоты до нуля эта мода становится падающей (рассеянной) в смысле определения падающей (рассеянной) моды при действительной частоте.

Таким образом, разделение мод на падающие и рассеянные можно осуществить, разделив моды при действительной частоте, а затем, плавно увеличивая частоту, «проследить» за каждой из мод. На практике достаточно «следить» за изменением констант распространения мод, используя следующий метод.

Сначала следует рассчитать моды среды над (под) структурой в случае действительной частоты $\omega_0 = \text{Re}\omega$ и разделить эти моды на падающие/рассеянные. Затем следует рассчитать моды при комплексной частоте $\omega_1 = \text{Re}\omega + i\text{Im}\omega$. Каждой из мод на частоте ω_1 ставится во взаимно-однозначное соответствие «ближайшая» мода на частоте ω_0 . Мода на частоте ω_1 считается падающей (рассеянной), если

соответствующая мода на частоте ω_0 является падающей (рассеянной).

Предложенный метод позволяет поставить в соответствие каждой моде на частоте ω_1 моду на частоте ω_0 , при этом минимизируется суммарное изменение констант распространения мод. Отметим, что построение взаимно-однозначного соответствия между модами является наиболее времязатратной операцией. Предлагается использовать следующий метод. Формируется матрица «близости» мод, элементы которой определены как

$$(\mathbf{P})_{ij} = |k_{z,i} - \tilde{k}_{z,j}|^2, \quad (9)$$

где $k_{z,i}$ – константы распространения мод на частоте ω_0 , $k_{z,j}$ – набор констант распространения мод на частоте ω_1 . Затем для матрицы \mathbf{P} решается задача о назначениях с использованием венгерского алгоритма [18]. Вообще говоря, если мнимая часть частоты рассматриваемой моды достаточно велика, то даже использование предложенного алгоритма может дать неверный результат, так как константы распространения мод на частоте ω_1 могут существенно отличаться от констант распространения мод на частоте ω_0 . В этом случае целесообразно применять предложенный метод K раз, последовательно увеличивая значение мнимой части частоты: $\omega_k = \text{Re}\omega + i(k/K)\text{Im}\omega$, $k = 0 \dots K$. «Эволюционные» кривые на рис. 2, показывающие изменения констант распространения, были рассчитаны с использованием данного метода при большом значении K . При расчёте мод использовалось $K = 1 + [-10^{-13}\text{Im}\omega]$.

Отметим, что в отдельных случаях разделение мод на падающие–рассеянные может быть осуществлено приближённо [3], например, по знаку величины $\text{Re}k_z + \text{Im}k_z$. Однако данный приближённый подход работает не во всех случаях. В частности, такое разделение оказывается неверным при большой мнимой части комплексной частоты (см. рис. 2б). Кроме того, приближённое разделение мод приводит к неправильному расчёту поля моды вне резонатора.

В настоящем разделе приведено построение аналитического продолжения коэффициента пропускания $T(\omega)$. Аналитическое продолжение всей матрицы рассеяния строится аналогично.

5. Аномалии Рэлея

Выше описан общий метод разделения мод на падающие и рассеянные моды. При этом не рассмотрен один важный случай. Если одна из мод имеет константу распространения $k_z = 0$, то в наборе мод должны присутствовать две моды с $k_z = 0$. Одну из них следует считать падающей, вторую – рассеянной. Таким образом, мы имеем случай, когда падающую моду не удаётся отличить от рассеянной.

Для дифракционной решётки (рис. 1а) этот особый случай соответствует аномалиям Рэлея. Они наблюдаются на частотах Рэлея одного из порядков дифракции. При частотах, меньших частоты Рэлея, этот

порядок дифракции является затухающим ($i k_z \in \mathbb{R}$), а при частотах больших частоты Рэлея – распространяющимся ($k_z \in \mathbb{R}$). Если говорить в терминах аналитического продолжения функции пропускания, то аномалии Рэлея – точки ветвления функции пропускания. Наличие точек ветвления приводит к ряду интересных особенностей спектра пропускания дифракционных решёток [14].

Такие же аномалии проявляются и в идеально проводящих интегральных элементах [19], в частности, при сочленении идеально проводящих волноводов или при наличии неоднородностей в идеально проводящих волноводах. Это объясняется тем, что дисперсионное соотношение мод плоскопараллельного волновода с идеально-проводящими обкладками совпадает с дисперсионным соотношением плоских волн в разложении Рэлея.

В случае интегральных элементов, работающих в оптическом диапазоне частот, законы дисперсии падающих и рассеянных мод имеют более сложный вид. Поэтому аналоги аномалий Рэлея могут наблюдаться лишь случайно, когда две комплексные константы распространения падающей и рассеянной волны совпадут (при действительной или комплексной частоте). Появление такой ситуации на практике представляется достаточно маловероятным.

6. Расчёт мод неперiodической структуры

В соответствии с (2) моды структуры являются полюсами матрицы рассеяния, поэтому наиболее естественный подход к расчёту мод заключается в отыскании полюса матрицы рассеяния структуры. В простейшем случае расчёт полюса матрицы рассеяния сводится к численному нахождению комплексного корня уравнения

$$1/\det \mathbf{S} = 0. \tag{10}$$

Отметим, что непосредственное решение уравнения (10) приводит к численной неустойчивости. В связи с этим для нахождения полюсов матрицы рассеяния было разработано несколько численно-устойчивых методов [6, 3]. Отметим, что некоторые из методов работы [6] требуют вычисления производной матрицы рассеяния, что следует делать осторожно: при вычислении производной по конечно-разностным формулам следует убедиться, что соответствующие моды в представлении поля над и под структурой упорядочиваются одинаково при разных значениях частоты [3].

Расчёт мод на основе полюсов матрицы рассеяния является наиболее универсальным подходом. Однако при этом подходе могут найтись не только все локализованные моды структуры, но и, возможно, «фиктивные» моды, локализованные в PML-слоях (англ. Berenger modes), не имеющие физического смысла. Таким образом, при расчёте мод как полюсов матрицы рассеяния приходится рассчитывать распределение поля всех мод, отбрасывая нефизические.

Если нас интересуют только моды, непосредственно оказывающие влияние на спектр пропускания (рис. 1б), то целесообразно вычислять моды как полюсы коэффициента пропускания. В этом случае собственные частоты мод находятся численно как корни уравнения

$$1/T(\omega) = 0. \tag{11}$$

В качестве примера с использованием вышеизложенного метода были рассчитаны моды прямоугольного резонатора на металлической подложке (см. рис. 1б). В качестве металла рассматривалось серебро, диэлектрическая проницаемость которого описывалась моделью Лоренца–Друде [20]. Ширина резонатора составляла $w = 900$ нм, высота – $h = 600$ нм, диэлектрическая проницаемость материала резонатора – $\epsilon = 5,5$, толщина металлического слоя – 200 нм. Моды рассчитывались в диапазоне частот $\text{Re } \omega \in [1,0 \times 10^{15}; 1,6 \times 10^{15}] \text{ c}^{-1}$. При этом рассчитывались только высокочастотные моды ($\text{Im } \omega \in [-1,5 \times 10^{14}; 0] \text{ c}^{-1}$). Частоты мод были рассчитаны как корни уравнения (11). При этом коэффициент пропускания $T(\omega)$ при комплексных аргументах вычислялся с использованием вышеизложенного алгоритма, основанного на методе фурье-мод в формулировке работ [7, 13, 17]. При расчёте использовалась $N = 75 \times 2 + 1$ фурье-гармоника. Распределение электромагнитного поля мод, рассчитанное с использованием численно-устойчивого метода [11], приведено на рис. 3. Соответствующие комплексные частоты мод приведены в таблице. Отметим, что использование приближённого подхода из работы [3], в рамках которого разделение мод на падающие и рассеянные производится по знаку величины $\text{Re} k_z + \text{Im} k_z$, даёт неправильное распределение поля, которое резко возрастает вне области ступеньки.

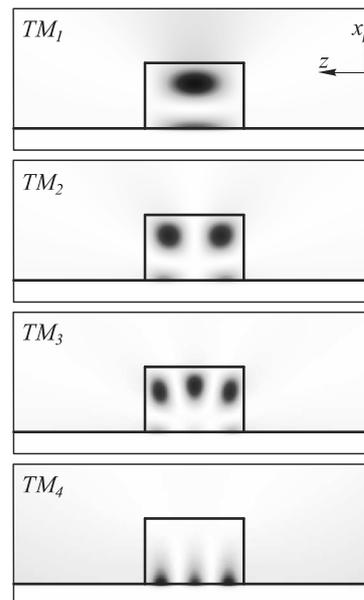


Рис. 3. Распределения поля $|H_y|^2$ TM-мод: TM_1, TM_2, TM_3, TM_4

Табл. Параметры мод, рассчитанных предложенным методом и с использованием МЕЕР (в скобках)

Мода	ω_p, c^{-1}	$\text{Re } \lambda, \text{нм}$	Q
TM_1	$1,011 \times 10^{15} - 1,092 \times 10^{14}i$ ($1,007 \times 10^{15} - 1,092 \times 10^{14}i$)	1841,3 (1848,1)	4,6 (4,6)
TM_2	$1,201 \times 10^{15} - 4,702 \times 10^{13}i$ ($1,217 \times 10^{15} - 4,241 \times 10^{13}i$)	1565,7 (1545,9)	12,8 (14,3)
TM_3	$1,505 \times 10^{15} - 3,932 \times 10^{13}i$ ($1,503 \times 10^{15} - 3,871 \times 10^{13}i$)	1250,8 (1252,3)	19,1 (19,4)
TM_4	$1,290 \times 10^{15} - 1,320 \times 10^{14}i$ ($1,283 \times 10^{15} - 1,312 \times 10^{14}i$)	1444,8 (1453,2)	4,9 (4,9)
TE_1	$1,049 \times 10^{15} - 8,939 \times 10^{13}i$ ($1,050 \times 10^{15} - 8,569 \times 10^{13}i$)	1782,9 (1782,3)	5,9 (6,1)
TE_2	$1,068 \times 10^{15} - 4,222 \times 10^{13}i$ ($1,064 \times 10^{15} - 4,383 \times 10^{13}i$)	1761,5 (1767,9)	12,7 (12,2)
TE_3	$1,466 \times 10^{15} - 7,423 \times 10^{13}i$ ($1,464 \times 10^{15} - 6,427 \times 10^{13}i$)	1281,7 (1283,9)	9,9 (11,4)
TE_4	$1,241 \times 10^{15} - 4,208 \times 10^{13}i$ ($1,243 \times 10^{15} - 5,656 \times 10^{13}i$)	1516,2 (1512,5)	14,7 (11,0)
TE_5	$1,522 \times 10^{15} - 2,332 \times 10^{13}i$ ($1,521 \times 10^{15} - 2,240 \times 10^{13}i$)	1237,1 (1238,2)	32,6 (34,0)

Наибольшее влияние на спектр оказывают моды (б) и (в). Эти моды обладают наибольшей добротностью, и их возбуждение обуславливает резкие минимумы в спектре пропускания на частотах $\omega \approx 1,2 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$, $\omega \approx 1,5 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$ (см. рис. 1б).

Из распределения поля видно, что моды TM_1 , TM_2 и TM_3 являются модами прямоугольного резонатора порядков 1, 2, 3 соответственно. Мода TM_4 является плазмонной модой типа Фабри–Перо. Распределение поля снаружи резонатора показывает, что мода TM_1 рассеивается в волну, направленную по нормали к поверхности, в то время как моды TM_2 и TM_3 рассеиваются по нескольким направлениям. Мода TM_4 по большей части рассеивается в поверхностный плазмон-поляритон. Таким образом, анализ распределения поля моды позволяет определить направления (каналы) рассеяния электромагнитной энергии. Используя теорему взаимности, можно показать, что эти же направления определяют возможные направления, из которых рассматриваемую моду можно возбудить [21]. Более того, метод фурье-мод позволяет численно рассчитать коэффициент связи моды с плазмон-поляритоном. Данный анализ важен при создании элементов нанопластики для эффективного возбуждения волноводных мод и поверхностных плазмон-поляритонов [21]. В частности, предложенный в настоящей работе метод расчёта мод в совокупности с теоремой взаимности были применены авторами в задаче управляемого возбуждения поверхностных плазмон-поляритонов с помощью прямоугольных резонаторов из магнитооптического материала [22].

Как было отмечено выше, расчёт мод на основе уравнения (11) позволяет получить только те моды,

которые можно возбудить рассматриваемой падающей модой. В настоящей задаче в качестве падающей волны выбран поверхностный плазмон-поляритон, следовательно, набор рассчитанных мод ограничен только ТМ-модами. Кроме ограничений по поляризации, выбранный подход может накладывать ограничения на симметрию рассчитываемых мод [2, 5]. Для расчёта *всех* мод структуры в рассматриваемом диапазоне частот были рассчитаны моды как полюсы матрицы рассеяния. В результате расчёта были получены все моды рис. 3, а также ТЕ-моды, изображённые на рис. 4. Из распределения поля ТЕ-мод видно, что они не связаны с поверхностными плазмон-поляритонами и их рассеяние происходит в свободное пространство над структурой.

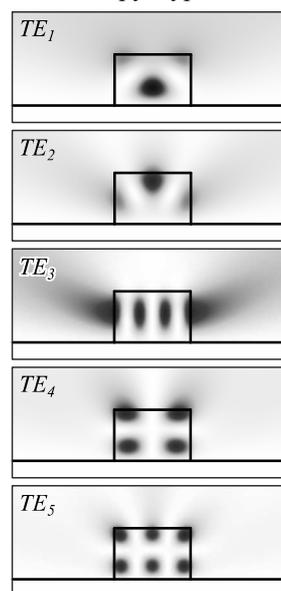


Рис. 4. Распределение поля $|E_y|^2$ ТЕ-мод: $TE_1, TE_2, TE_3, TE_4, TE_5$

В таблице приведены комплексные частоты, длины волны и добротности всех рассчитанных мод структуры. Для сравнения в скобках указаны те же величины, рассчитанные с использованием пакета МЕЕР [23] и библиотеки *harminv*, которые реализуют метод FDTD и метод работы [10] соответственно. Данные приведённой таблицы подтверждают правильность работы предложенного метода. Отличия частот мод, рассчитанных предложенным методом и пакетом МЕЕР, не превышает 1,4%. Отметим, что разработчики пакета МЕЕР 1.3 указывают на низкую точность расчёта низкодобротных ($Q < 50$) мод. Также отметим, что метод работы [10] не позволяет рассчитать распределение поля отдельно взятой моды, в то время как предложенный в настоящей работе метод позволяет это сделать (см. рис. 3–4).

7. Расчёт мод намагниченной неперриодической структуры

В рассмотренной выше структуре особенности в спектре пропускания объясняются возбуждением лишь ТМ-поляризованных мод. В случае, если резонатор выполнен из магнитооптического материала,

плазмон-поляритон может возбудить ТЕ-поляризованные моды структуры. В этом случае спектры пропускания намагниченной и ненамагниченной структуры могут существенно отличаться.

В качестве примера рассмотрим прямоугольный резонатор (см. врезку к рис. 5а) со следующими параметрами: ширина $w = 2650$ нм, высота $h = 2260$ нм. Резонатор расположен на серебряной подложке, диэлектрическая проницаемость которой задаётся моделью Лоренца–Друде [20]. Диэлектрическая проницаемость резонатора задаётся следующим тензором:

$$\begin{bmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{bmatrix}. \quad (12)$$

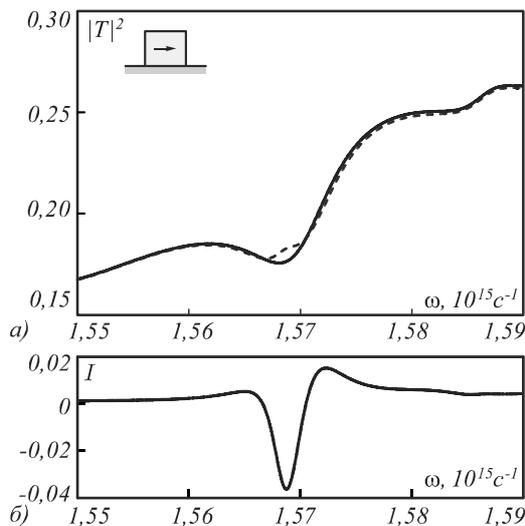


Рис. 5. Спектр пропускания намагниченной (пунктир) и ненамагниченной (сплошная линия) структур (а), величина интенсивного эффекта (13) (б)

Данный вид тензора соответствует намагничиванию резонатора в направлении оси z . При расчёте использовались следующие параметры тензора (12): $\epsilon = 5,0625 + 4,3 \times 10^{-4}i$, $g = 0,015319 - 3 \times 10^{-5}i$. Данные параметры соответствуют материалу висмут-замещённый диспрозиевый феррит гранат [24].

На рис. 5а представлены спектры пропускания намагниченного и ненамагниченного резонаторов. В окрестности длины волны $\omega = 1,569 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$ коэффициенты пропускания намагниченного и ненамагниченного резонаторов существенно отличаются. На рис. 5б представлена величина магнитооптического эффекта, представляющая собой относительное изменение интенсивности прошедшего плазмон-поляритона, обусловленное намагничиванием образца:

$$I = \frac{(|T(g)|^2 - |T(0)|^2)}{|T(0)|^2}, \quad (13)$$

где $|T(g)|^2$ и $|T(0)|^2$ – интенсивность прошедшего плазмон-поляритона для намагниченного и ненамагниченного резонаторов соответственно. Из рис. 5б видно, что при частоте $\omega = 1,569 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$ намагниченность резонатора существенно влияет на её коэффициент пропускания, а величина магнитооптического эффекта

(13) достигает значения $|I| = 0,036$. Отметим, что вдали от резонанса (нерезонансный) магнитооптический эффект на порядок меньше, чем на указанной частоте.

Для объяснения данного эффекта были рассчитаны моды структуры. В окрестности частоты $\omega = 1,569 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$ в структуре существует ТЕ-мода с комплексной частотой $\omega_p = 1,5667 \times 10^{15} - 3,8308 \times 10^{12}i \text{ c}^{-1}$. Данная мода не возбуждается в ненамагниченной структуре, но при намагничивании происходит преобразование поляризации, что приводит к возбуждению указанной моды и возникновению резонансного магнитооптического эффекта [5]. Отметим, что добротность данной моды на порядок выше добротности мод, рассмотренных в разделе 5. Это достигается большим объёмом резонатора и приводит к большой величине магнитооптического эффекта на рис. 5б.

Заключение

В настоящей работе предложено обобщение метода фурье-мод, предназначенное для расчёта локализованных мод интегральных оптических резонаторов. Обобщение заключается в строгом построении аналитического продолжения матрицы рассеяния, что позволяет рассчитывать моды неперiodических структур как полюсы матрицы рассеяния. Строгое построение аналитического продолжения особенно важно при расчёте низкодобротных мод. Представлены результаты расчёта локализованных мод диэлектрической структуры на металлической подложке. При этом показано, что комплексные частоты мод соответствуют резонансным особенностям в спектре пропускания и близки к частотам мод, рассчитанным на основе метода FDTD. Показано, что расчёт мод неперiodических структур позволяет объяснить резонансные магнитооптические эффекты, возникающие при прохождении поверхностного плазмон-поляритона через намагниченный резонатор.

В настоящей работе задача расчёта мод сводится к расчёту полюсов матрицы рассеяния. Альтернативным является подход, представленный в работах [11, 25], где моды рассчитываются из условия формирования резонансов типа Фабри–Перо. Отметим, что предложенный в настоящей работе метод построения аналитического продолжения матрицы рассеяния также может быть применён для обобщения метода работ [11, 25].

Благодарности

Работа выполнена за счёт гранта РФФ (14-19-00796).

Литература

1. **Tikhodeev, S.G.** Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S.G. Tikhodeev, A.L. Yablonskii, E.A. Muljarov, N.A. Gippius, T. Ishihara // Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics. – 2002. – Vol. 66(4). – P. 045102. – DOI: 10.1103/PhysRevB.66.045102.
2. **Gippius, N.A.** Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell / N.A. Gippius, S.G. Tikhodeev, T. Ishihara // Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics. – 2005. – Vol. 72(4). – P. 045138. – DOI: 10.1103/PhysRevB.72.045138.

3. **Weiss, T.** Derivation of plasmonic resonances in the Fourier modal method with adaptive spatial resolution and matched coordinates / T. Weiss, N.A. Gippius, S.G. Tikhodeev, G. Granet, H. Giessen // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2011. – Vol. 28(2). – P. 238-244. – DOI: 10.1364/JOSAA.28.000238
4. **Belotelov, V.I.** Fabry–Perot plasmonic structures for nanophotonics / V.I. Belotelov, A.N. Kalish, A.K. Zvezdin, A.V. Gopal, A.S. Vengurlekar // *Journal of the Optical Society of America B.* – 2012. – Vol. 29(3). – P. 294-299. – DOI: 10.1364/JOSAB.29.000294.
5. **Bykov, D.A.** Magneto-optical resonances in periodic dielectric structures magnetized in plane / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich // *Journal of Modern Optics.* – 2010. – Vol. 57(17). – P. 1611-1618. – DOI: 10.1080/09500340.2010.514074.
6. **Bykov, D.A.** Numerical methods for calculating poles of the scattering matrix with applications in grating theory / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich // *Journal of Lightwave Technology.* – 2013. – Vol. 31(5). – P. 793-801. – DOI: 10.1109/JLT.2012.2234723.
7. **Moharam, M.G.** Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings / M.G. Moharam, E.B. Grann, D.A. Pommet, T.K. Gaylord // *Journal of the Optical Society of America A.* – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1068-1076. – DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
8. **Silberstein, E.** Use of grating theories in integrated optics / E. Silberstein, P. Lalanne, J.-P. Hugonin, Q. Cao // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2001. – Vol. 18(11). – P. 2865-2875. – DOI: 10.1364/JOSAA.18.002865.
9. **Hugonin, J.-P.** Perfectly matched layers as nonlinear coordinate transforms: a generalized formalization / J.-P. Hugonin, P. Lalanne // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2005. – Vol. 22(9). – P. 1844-1849. – DOI: 10.1364/JOSAA.22.001844.
10. **Mandelshtam, V.A.** Harmonic inversion of time signals and its applications / V.A. Mandelshtam, H.S. Taylor // *The Journal of Chemical Physics.* – 1997. – Vol. 107(17). – P. 6756-6769. – DOI: 10.1063/1.475324.
11. **Vallius, T.** Electromagnetic field computation in semiconductor laser resonators / T. Vallius, J. Tervo, P. Vahimaa, J. Turunen // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2006. – Vol. 23(4). – P. 906-911. – DOI: 10.1364/JOSAA.23.000906.
12. **Armaroli, A.** Three-dimensional analysis of cylindrical microresonators based on the aperiodic Fourier modal method / A. Armaroli, A. Morand, P. Benech, G. Bellanca, S. Trillo // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2008. – Vol. 25(3). – P. 667-675. – DOI: 10.1364/JOSAA.25.000667.
13. **Li, L.** Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings / L. Li // *Journal of the Optical Society of America A.* – 1996. – Vol. 13(5). – P. 1024-1035. – DOI: 10.1364/JOSAA.13.001024.
14. **Bykov, D.A.** Single-resonance diffraction gratings for time-domain pulse transformations: integration of optical signals / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, V.A. Soifer // *Journal of the Optical Society of America A.* – 2012. – Vol. 29(8). – P. 1734-1740. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001734.
15. Дифракционная оптика и нанофотоника / Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, А.П. Порфирьев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.С. Стафеев, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – Москва: Физматлит, 2014. – 608 с. – ISBN: 978-5-9221-1571-1.
16. **Moharam, M.G.** Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach / M.G. Moharam, D.A. Pommet, E.B. Grann, T.K. Gaylord // *Journal of the Optical Society of America A.* – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1077-1086. – DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
17. **Li, L.** Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures / L. Li // *Journal of the Optical Society of America A.* – 1996. – Vol. 13(9). – P. 1870-1876. – DOI: 10.1364/JOSAA.13.001870.
18. **Kuhn, H.W.** The Hungarian method for the assignment problem / H.W. Kuhn // *Naval research logistics quarterly.* – 1955. – Vol. 2(1-2). – P. 83-97. – DOI: 10.1002/nav.3800020109.
19. **Kirilenko, A.A.** Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum / A.A. Kirilenko, B.G. Tysik // *Electromagnetics.* – 1993. – Vol. 13(3). – P. 301-318. – DOI: 10.1080/02726349308908352.
20. **Rakic, A.D.** Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices / A.D. Rakic, A.B. Djurišić, J.M. Elazar, M.L. Majewski // *Applied Optics.* – 1998. – Vol. 37(22). – P. 5271-5283. – DOI: 10.1364/AO.37.005271.
21. **Liu, H.** Surface plasmon generation by subwavelength isolated objects / H. Liu, P. Lalanne, X. Yang, J.-P. Hugonin // *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of.* – 2008. – Vol. 14(6). – P. 1522-1529. – DOI: 10.1109/JSTQE.2008.923291.
22. **Bykov, D.A.** Controlling the surface plasmon excitation efficiency using dielectric magneto-optical cavity / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich // *Journal of Optics.* – 2014. – Vol. 16(8). – P. 085001. – DOI: 10.1088/2040-8978/16/8/085001.
23. MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method / A.F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson // *Computer Physics Communications* – 2010. – Vol. 181. – P. 687-702. – DOI: 10.1016/j.cpc.2009.11.008.
24. **Zvezdin, A.K.** Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials / A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. – Bristol and Philadelphia: IOP Publishing, 1997. – 386 pp.
25. **Rosenkrantz de Lasson, J.** A Bloch mode expansion approach for analyzing quasi-normal modes in open nanophotonic structures / J. Rosenkrantz de Lasson, P.T. Kristensen, J. Mørk, N. Gregersen // *META'14: The 5th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, Book of Abstracts (2014, May 20-23).* – Sharjah: United Arab Emirates, 2014. – P. 645-647.

References

- [1] Tikhodeev SG, Yablonskii AL, Muļjarov EA, Gippius NA, Ishihara T. Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs. *Phys Rev B* 2002; 66(4): 045102. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.045102.
- [2] Gippius NA, Tikhodeev SG, Ishihara T. Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell. *Phys Rev B* 2005; 72(4): 045138. DOI: 10.1103/PhysRevB.72.045138.
- [3] Weiss T, Granet G, Gippius NA, Tikhodeev SG, Giessen H. Derivation of plasmonic resonances in the Fourier modal method with adaptive spatial resolution and matched coordinates. *J Opt Soc Am A* 2011; 28(2): 238-44. DOI: 10.1364/JOSAA.28.000238.
- [4] Belotelov VI, Kalish AN, Zvezdin AK, Gopal AV, Vengurlekar AS. Fabry–Perot plasmonic structures for nanophotonics. *J Opt Soc Am B* 2012; 29(3): 294-9. DOI: 10.1364/JOSAB.29.000294.
- [5] Bykov DA, Doskolovich LL. Magneto-optical resonances in periodic dielectric structures magnetized in

- plane. *J Mod Opt* 2010; 57(17): 1611-8. DOI: 10.1080/09500340.2010.514074.
- [6] Bykov DA, Doskolovich LL. Numerical methods for calculating poles of the scattering matrix with applications in grating theory. *J Lightw Technol* 2013; 31(5): 793-801. DOI: 10.1109/JLT.2012.2234723.
- [7] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1068-76. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
- [8] Silberstein E, Lalanne P, Hugonin J-P, Cao Q. Use of grating theories in integrated optics. *J Opt Soc Am A* 2001; 18(11): 2865-75. DOI: 10.1364/JOSAA.18.002865.
- [9] Hugonin J-P, Lalanne P. Perfectly matched layers as nonlinear coordinate transforms: a generalized formalization. *J Opt Soc Am A* 2005; 22(9): 1844-9. DOI: 10.1364/JOSAA.22.001844.
- [10] Mandelshtam VA, Taylor HS. Harmonic inversion of time signals and its applications. *The Journal of Chemical Physics* 1997; 107(17): 6756-69. DOI: 10.1063/1.475324.
- [11] Vallius T, Tervo J, Vahimaa P, Turunen J. Electromagnetic field computation in semiconductor laser resonators. *J Opt Soc Am A* 2006; 23(4): 906-11. DOI: 10.1364/JOSAA.23.000906.
- [12] Armaroli A, Morand A, Benech P, Bellanca G, Trillo S. Three-dimensional analysis of cylindrical microresonators based on the aperiodic Fourier modal method. *J Opt Soc Am A* 2008; 25(3): 667-75. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000667.
- [13] Li L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *J Opt Soc Am A* 1996; 13(5): 1024-35. DOI: 10.1364/JOSAA.13.001024.
- [14] Bykov DA, Doskolovich LL, Soifer VA. Single-resonance diffraction gratings for time-domain pulse transformations: integration of optical signals. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(8): 1734-40. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001734.
- [15] Bezus EA, Bykov DA, Doskolovich LL, Kovalev AA, Kotlyar VV, Nalimov AG, Porfirjev AP, Skidanov RV, Soifer VA, Stafeev SS, Khonina SN. *Diffraction optics and nanophotonics*. Ed. by Soifer VA. [In Russian]. Moscow: Fizmatlit; 2014. ISBN: 978-5-9221-1571-1.
- [16] Moharam MG, Pommet DA, Grann EB, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1077-86. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
- [17] Li L. Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J Opt Soc Am A* 1996; 13(9): 1870-6. DOI: 10.1364/JOSAA.13.001870.
- [18] Kuhn HW. The Hungarian method for the assignment problem. *Naval research logistics quarterly* 1955; 2(1-2): 83-97. DOI: 10.1002/nav.3800020109.
- [19] Kirilenko AA, Tysik BG. Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum. *Electromagnetics* 1993; 13(3): 301-18. DOI: 10.1080/02726349308908352.
- [20] Rakic AD, Djurišić AB, Elazar JM, Majewski ML. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices. *Appl Opt* 1998 Aug; 37(22): 5271-83. DOI: 10.1364/AO.37.005271.
- [21] Haitao L, Lalanne P, Xiaoyan Y., Hugonin J-P. Surface plasmon generation by subwavelength isolated objects. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2008; 14(6): 1522-9. DOI: 10.1109/JSTQE.2008.923291.
- [22] Bykov DA, Doskolovich LL. Controlling the surface plasmon excitation efficiency using dielectric magneto-optical cavity. *Journal of Optics* 2014; 16(8): 085001. DOI: 10.1088/2040-8978/16/8/085001.
- [23] Oskooi AF, Roundy D, Ibanescu M, Bermel P, Joannopoulos JD, Johnson SG. MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method. *Computer Physics Communications* 2010; 181: 687-702. DOI: 10.1016/j.cpc.2009.11.008.
- [24] Zvezdin AK, Kotov VA. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*. Bristol and Philadelphia: IOP Publishing; 1997. ISBN: 978-0-7503-0362-0
- [25] Rosenkrantz de Lasson J, Kristensen PT, Mørk J, Gregersen N. A Bloch mode expansion approach for analyzing quasi-normal modes in open nanophotonic structures. *META'14: The 5th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics*, Book of Abstracts Sharjah, United Arab Emirates, 2014 May 20-23: 645-647.

ON THE USE OF THE FOURIER MODAL METHOD FOR CALCULATION OF LOCALIZED EIGENMODES OF INTEGRATED OPTICAL RESONATORS

D. A. Bykov, L. L. Doskolovich

*Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences, Samara, Russia,
Samara State Aerospace University, Samara, Russia*

Abstract

We propose a generalization of the Fourier modal method aimed at calculating localized eigenmodes of integrated optical resonators. The method is based on constructing an analytical continuation of the structure's scattering matrix and calculating its poles. The method allows one to calculate the complex frequency of the localized mode and the corresponding field distribution. We used the proposed method to calculate modes of a rectangular dielectric block located on a metal surface. We show that the excitation of these modes by the surface plasmon-polariton (SPP) results in resonant features in the SPP transmission spectrum. In a magnetized structure, the mode excitation results in resonant magneto-optical effects. The proposed method can be used to design and investigate optical properties of integrated and plasmonic optical devices.

Keywords: resonator, Fourier modal method, eigenmode, resonance, magneto-optical effect.

Citation: Bykov DA, Doskolovich LL. On the use of the Fourier modal method for calculation of localized eigenmodes of integrated optical resonators. *Computer Optics* 2015; 39(5): 663-73. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-663-673.

Acknowledgements: This work was funded by the Russian Science Foundation (grant No. 14-19-00796).

Сведения об авторах

Быков Дмитрий Александрович в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2011 г.), научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН). Области научных интересов: нанофотоника, магнитооптика, плазмоника, электромагнитная теория дифракции.

E-mail: bykovd@gmail.com.

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2011). Currently he is a researcher in Diffractive Optics laboratory of the Image Processing Systems Institute of the RAS (IPSI RAS). His current research interests include nanophotonics, magneto-optics of nanostructured materials, plasmonics and electromagnetic diffraction theory.

Досколович Леонид Леонидович в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва, СГАУ) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, работает главным научным сотрудником лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН), профессором кафедры технической кибернетики СГАУ. Специалист в области дифракционной оптики, лазерных информационных технологий, нанофотоники.

E-mail: leonid@smr.ru.

Leonid Leonidovich Doshkovich graduated with honours (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara State Aerospace University, SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS, professor at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. Current research interests include diffractive optics, laser information technologies, nanophotonics.

*Поступила в редакцию 7 ноября 2015 г.
Окончательный вариант – 30 ноября 2015 г.*