

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ АМПЛИТУДЫ И ИНТЕНСИВНОСТИ В ТРЁХМЕРНОЙ ФИГУРЕ РАССЕЯНИЯ, ФОРМИРУЕМОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ ОСЕВОМ РАСПОЛОЖЕНИИ ТОЧЕЧНОГО ОБЪЕКТА

С.Н. Корешев<sup>1</sup>, Д.С. Смородинов<sup>1</sup>, О.В. Никаноров<sup>1</sup>, М.А. Фролова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия

### Аннотация

Дана количественная оценка глубины резкости оптических систем. Приведены результаты расчёта распределения комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой при осевом расположении точечного объекта. Работа выполнена в интересах разработки оптических систем с увеличенной глубиной резкости применительно к синтезированной голограмме точечного объекта, расположенного на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы.

**Ключевые слова:** глубина резкости, трёхмерная фигура рассеяния, разность хода, разность фаз, векторная сумма, синтез голограмм.

**Цитирование:** Корешев, С.Н. Распределение комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой при осевом расположении точечного объекта / С.Н. Корешев, Д.С. Смородинов, О.В. Никаноров, М.А. Фролова // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 377-384. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-377-384.

### Введение

Глубина резко изображаемого пространства является одной из важнейших характеристик оптических систем, поскольку отражает допустимую величину сдвига вдоль оптической оси относительно плоскости фокусировки, при которой изображение все еще можно считать достаточно резким [1].

В настоящее время существует несколько подходов к количественной оценке глубины резкости оптической системы. Так, например, в традиционной оптике под глубиной резкости принято понимать такое смещение плоскости наблюдения изображения, при котором изображение точечного объекта, представляемое в виде геометрической точки, размывается в круг, диаметр которого равен диаметру центрального кружка картины дифракции Эйри. Выражение, позволяющее определить глубину резкости оптической системы в соответствии с этим критерием [2], имеет вид:

$$|b| = \pm (\lambda n / 2A^2), \quad (1)$$

где  $A$  – числовая апертура оптической системы;  $\lambda$  – длина волны используемого излучения;  $n$  – показатель преломления среды (в случае воздуха  $n = 1$ ).

В соответствии с выражением (1) изображение точечного объекта считается достаточно резким до тех пор, пока его диаметр не превысит диаметр первого минимума в картине функции рассеяния точки при отсутствии aberrаций, то есть пока центральный максимум не сливается с первым кольцом [2, 3].

Однако очевидно, что далеко не вся энергия, прошедшая через оптическую систему, распределяется исключительно внутри области, ограниченной величинами, рассчитанными на основании выражения (1). Так, в работе [4] приведена другая формула, полученная на основании интерференционной теории формирования изображений:

$$|b| \ll 2\lambda n / A^2. \quad (2)$$

Она не позволяет рассчитать глубину резкости, а лишь ограничивает сверху ее максимальное значение. Нетрудно заметить, что предельный диапазон сдвига относительно фокусного расстояния в этом случае отличается от величины, полученной в соответствии с выражением (1). В то же время, как следует из обеих формул, если считать длину волны неизменной, то на величину глубины резкости оказывает влияние фактически только один параметр – числовая апертура оптической системы.

Это является серьезной проблемой при разработке оптических систем с максимально возможной глубиной резкости. В частности, при разработке оптических проекционных систем, предназначенных для работы при больших числовых апертурах в коротковолновых областях спектра. К таким системам, например, относятся фотолитографические проекционные объективы. Свойственные им малые глубины резко отображаемого пространства обуславливают необходимость обеспечения высокой точности позиционирования полупроводниковой пластины, на поверхности которой формируется изображение, что приводит к значительному усложнению и удорожанию фотолитографических проекционных установок.

В настоящее время известны различные методы, позволяющие увеличить глубину резкости. В некоторых из них предлагается использование дополнительных фазовых масок [5], модификаций оптических установок [6], особой цифровой обработки изображений на стадии их регистрации [7]. Однако эти методы слабо подходят для применения в фотолитографии – обработка изображений после регистрации в данном случае, очевидно, невозможна, а модификация проекционного оборудования дополнительно усложнит конст-

рукцию и без того сложных фотолитографических объектов.

Метод, позволяющий обойти ограничения традиционных оптических систем, предложен в работе [8]. Он основан на замене традиционного проекционного объектива на синтезированную голограмму-проектор, формирующую требуемое изображение на поверхности полупроводниковой пластины. Причем синтез этой голограммы осуществляется в виртуальном пространстве, что позволяет использовать дополнительные корректировки формы представления объекта, недоступные для реализации в действительном физическом пространстве, например, в силу конструктивных ограничений установки для записи голограмм. Синтезированная таким образом голограмма при ее восстановлении формирует не одно, а сразу несколько параллельно расположенных на некотором заданном расстоянии друг от друга одинаковых изображений фотошаблона. Использование метода позволяет существенно увеличить глубину резкости изображения, проецируемого на поверхность полупроводниковой пластины. Синтез необходимой для его реализации голограммы требует применения такой объектной волны, которая фактически представляла бы собой суперпозицию нескольких объектных волн, формируемых одним и тем же заданным фотошаблоном при нескольких расстояниях между объектом и плоскостью синтеза голограммы, различающихся между собой на некоторую заданную величину сдвига  $\Delta$ , не превышающую глубину резкости голограммы. При этом оптимизация величины сдвига, оказывающей существенное влияние на глубину резкости голограммы, невозможна без знания распределений комплексной амплитуды и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, формируемой оптической системой, роль которой в данном случае выполняет голограмма-проектор.

**1. Расчёт распределения фазы и интенсивности в фигуре рассеяния, соответствующей изображению точки на оптической оси**

Прямой расчет распределения фазы и интенсивности в трёхмерной фигуре рассеяния, соответствующей изображению точечного объекта, требует точного решения задачи дифракции [9]. Полученные таким образом результаты точны, но чрезвычайно сложны для восприятия и не удобны для анализа. Вместе с тем применение принципа Гюйгенса–Френеля в сочетании с графическим методом сложения колебаний [10] позволяет получить значительно более удобные для последующего анализа результаты. Покажем это на примере изображения точечного объекта, формируемого голограммой-проектором и располагаемого на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы. Отметим, что для традиционной оптической системы этот случай соответствует изображению точечного объекта, располагаемому на оптической оси

системы. Для простоты анализа ограничимся случаем одномерной голограммы.

Итак, пусть поверхность голограммы совпадает с осью  $X$  (рис. 1), где точка  $O$  является центром голограммы, а точкой  $F$  обозначено положение восстановленного с ее помощью изображения точечного объекта в плоскости наилучшей установки.

В этом случае в точке  $F$  интенсивность света в фигуре рассеяния будет максимальной, а величину сдвига фазы для этой точки можно принять равной 0. Определим для начала величины сдвига фазы и интенсивность в точке  $K$ , сдвинутой вдоль оптической оси относительно  $F$  на величину  $\Delta$ .

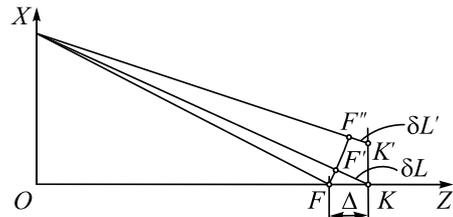


Рис. 1. Восстановление изображения точечного источника при сдвиге относительно плоскости наилучшей установки

Общая интенсивность света в точке  $K$  будет складываться как сумма комплексных амплитуд, приходящих от всех точек голограммы, возведённая по модулю в квадрат. Для расчётов выберем некоторую точку  $X$ , лежащую на плоскости голограммы. Поскольку мы условились считать суммарную фазу в точке  $F$  нулевой, то величина фазы во всех точках, лежащих на окружности с центром в точке  $X$ , будет одинакова. Соответственно, набег фазы в точке  $K$  относительно  $F$  будет зависеть от разности хода между лучами  $XK$  и  $XF'$ , иначе говоря [10]:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (XK - XF') = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (XK - XF), \quad (3)$$

где  $\lambda$  – рабочая длина волны;  $\delta l$  – разность хода между лучами. В случае осевого луча она равна величине сдвига  $\Delta$ , то есть расстоянию  $FK$ . Для других случаев величина разности хода будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta l &= XK - XF = \\ &= \sqrt{OX^2 + (OF + \Delta)^2} - \sqrt{OX^2 + OF^2} = \\ &= \sqrt{OX^2 + OF^2 + \Delta^2 + 2 \cdot OF \cdot \Delta} - \sqrt{OX^2 + OF^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Это выражение также может быть дополнено для общего случая, когда точка  $K$  не лежит на оптической оси. В этом случае добавляется параметр  $KK'$  – величина вертикального сдвига, направленного перпендикулярно оптической оси. Тогда разность хода будет считаться, как:

$$\begin{aligned} |\delta l'| &= XK' - XF'' = XK' - XF = \\ &= \sqrt{(OX - KK')^2 + (OF + \Delta)^2} - \sqrt{OX^2 + OF^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Раскладывая выражение (4) в ряд Маклорена для квадратного корня [11], получаем:

$$\delta l = OF \left\{ \sqrt{1 + \frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2}} - \sqrt{1 + \frac{OX^2}{OF^2}} \right\} =$$

$$= OF \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2} \right) - \frac{1}{8} \left( \frac{OX^2}{OF^2} + \frac{2\Delta}{OF} + \frac{\Delta^2}{OF^2} \right)^2 - \left[ -1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{OX^4}{8 \cdot OF^4} \right] \right\}. \quad (6)$$

После раскрытия скобок и упрощения выражение (6) можно привести к следующему виду:

$$\delta l = \Delta - OF \left\{ \frac{\Delta^3}{2OF^3} \left( 1 + \frac{\Delta}{4OF} \right) + \frac{OX^2 \cdot \Delta}{2OF^3} \left( 1 + \frac{\Delta}{2OF} \right) \right\}. \quad (7)$$

При незначительных по сравнению с фокусным расстоянием системы величинах сдвига  $\Delta$  значения сумм в круглых скобках приближаются к 1, что позволяет ещё более упростить выражение:

$$\delta l = \Delta - \left( \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{\Delta^3}{2 \cdot OF^2} \right) =$$

$$= \Delta \left( 1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} - \frac{\Delta^2}{2 \cdot OF^2} \right). \quad (8)$$

Подставив (8) в (3), получим:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left( 1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} - \frac{\Delta^2}{2 \cdot OF^2} \right) \approx$$

$$\approx \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left( 1 - \frac{OX^2}{2 \cdot OF^2} \right). \quad (9)$$

Если же мы хотим посчитать изменение длины пути и, соответственно, сдвиг фаз не относительно точки  $F$ , а с учётом разности хода для осевого луча, то из (8) нужно вычесть величину сдвига  $\Delta$ :

$$\delta l'' = (XK - OK) - (XF - OF) =$$

$$= XK - XF - \Delta = - \left( \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2} + \frac{\Delta^3}{2 \cdot OF^2} \right) \approx \quad (10)$$

$$\approx \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2},$$

$$\phi'' = - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta \cdot OX^2}{2 \cdot OF^2}. \quad (11)$$

В случае, если сдвиг фаз  $\phi''$  принять равным  $2\pi$ , то из выражения (11) можно вывести следующее равенство:

$$|\Delta| = \frac{2\lambda \cdot OF^2}{OX^2} = \frac{2\lambda}{OX^2 / OF^2} \approx \frac{2\lambda}{A^2}, \quad (12)$$

где  $A$  – числовая апертура. Выражение (12) совпадает с формулой (2) для ограничения глубины резкости.

Как уже было сказано выше, результирующая комплексная амплитуда в точке будет равна сумме дошедших до неё комплексных амплитуд от всех точек голограммы. Поскольку в нашем случае речь идёт о синтезированных голограммах, имеющих дискретную структуру [12, 13], то количество этих точек конечно, а каждая из них фактически представляет собой отдельный точечный источник. Удобнее всего комплексную амплитуду от точечного источника рассматривать в виде вектора, длина которого соответствует амплитуде, а направление – фазе (рис. 2а) [14].

Тогда суммарная комплексная амплитуда в некоторой точке будет представлять собой векторную сумму амплитуд от разных источников (рис. 2б).

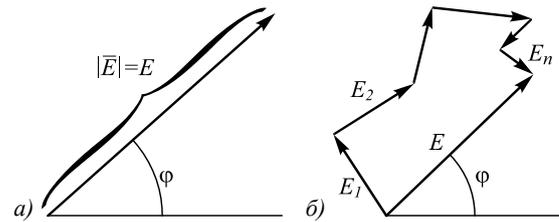


Рис. 2. Представление комплексной амплитуды в виде вектора: единичный вектор (а); суммирование комплексных амплитуд (б)

Далее остаётся найти распределение комплексной амплитуды восстановленной волны в каждой из точек от  $O$  до  $X$ . Отметим, что значения комплексной амплитуды симметричны относительно начала координат. Сделаем это в обратном ходе лучей, т.е. рассматривая процесс записи голограммы. Поскольку точечный источник распространяет свет во всех направлениях равномерно, исходящее от него излучение можно изобразить в виде сферы, центр которой совпадает по положению с рассматриваемым точечным источником. Тогда естественно предположить, что в единицу времени через поверхность сферы будет проходить одинаковое количество энергии.

Распространяющийся от точечного источника свет достигает плоскости регистрации голограммной структуры. Отношение между комплексными амплитудами в двух разных точках поверхности голограммы в рассматриваемом случае будет равно отношению площадей сфер  $S_h$  и  $S_l$ , на которых они расположены (рис. 3).

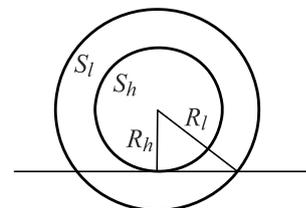


Рис. 3. Распределение комплексной амплитуды по плоскости от точечного источника

Отсюда следует, что в нашем случае, если комплексную амплитуду в точке  $O$  принять равной единичной величине  $E_o$ , то амплитуда в точке  $X$  (рис. 1) будет равна:

$$E_x = \frac{E_o \cdot S_h}{S_l} = \frac{S_h}{S_l} = \frac{4\pi \cdot R_h^2}{4\pi \cdot R_l^2} = \frac{4\pi \cdot OF^2}{4\pi \cdot XF^2} = \frac{OF^2}{XF^2} = \frac{OF^2}{OX^2 + OF^2}. \quad (13)$$

Таким образом, при помощи выражений (9) и (13) с использованием векторной суммы можно рассчитать значение комплексной амплитуды в любой точке на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы, а, возведя его в квадрат, получим значение интенсивности в выбранной точке.

Вычислить суммарную комплексную амплитуду в точке  $K$  можно через суммы проекций на координатные оси всех составляющих вектора суммарной комплексной амплитуды (рис. 2б). Если комплексную амплитуду от одной точки считать как  $E_x$ , то её проекция на ось абсцисс будет считаться как косинус угла наклона вектора, равного сдвигу фазы, на ось ординат – как синус. В общем обе составляющие будут складываться из всех значений амплитуды и фазы, пришедших от каждой из точек, лежащих на плоскости от  $O$  до  $X$ :

$$E_{\cos} = \sum_{x=0}^{x=X} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{x^2}{2 \cdot OF^2}\right)\right) \cdot \frac{OF^2}{x^2 + OF^2}, \quad (14)$$

$$E_{\sin} = \sum_{x=0}^{x=X} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta \left(1 - \frac{x^2}{2 \cdot OF^2}\right)\right) \cdot \frac{OF^2}{x^2 + OF^2}. \quad (15)$$

Итоговое значение интенсивности в этом случае будет равно:

$$I = E_{\sin}^2 + E_{\cos}^2. \quad (16)$$

Количество отсчётов на участке  $OX$ , которое необходимо взять для получения суммарного распределения интенсивности с достаточной точностью, в целом зависит от типа оптической системы. Нетрудно заметить, что в случае, если фокусное расстояние  $OF$  значительно превышает радиус выходного зрачка  $OX$ , значения выражения  $x^2/2 \cdot OF^2$  приближается к 0, а выражения  $OF^2/(x^2 + OF^2)$  – наоборот, стремится к 1. К примеру, уже в случае  $OF = 4x$ , первое выражение приобретает значение 0,03125; а второе – 0,94. Следовательно, в таких случаях большее влияние на суммарное значение будет оказывать величина сдвига  $\Delta$ . В то же время, если  $OF \approx OX$ , указанные выражения влияют сильнее. Кроме того, распределение комплексной амплитуды на плоскости голограммы, в целом, не во всех случаях будет соответствовать выражению (13). Например, если падающая объектная волна является плоской, то распределение уже не будет определяться отношением площадей сфер.

В нашем случае выбор количества отсчётов определялся результатами работы [12], в соответствии с которыми для успешной голографической регистрации период дискретизации голограммы должен быть как минимум в 4 раза меньше характеристического размера объекта. То есть если размер голографируемой точки  $a_t$  принять равным  $80 \times 80$  нм, то размер одного пикселя на плоскости регистрации её голо-

граммы должен быть не более  $20 \times 20$  нм. Таким образом, отсчёты вдоль  $OX$  брались каждые 20 нм.

Следует особенно отметить относительную простоту полученных формул, позволяющих определить относительную интенсивность в любой точке на основании значений положения исследуемой точки относительно фокуса (значения  $\Delta, \Delta'$  – для случая, когда точка расположена вне оси), по сравнению с известными выражениями, основанными на вычислении функций Ломмеля [9]:

$$I(u, v) = \left(\frac{2}{u}\right)^2 [U_1^2(u, v) + U_2^2(u, v)] I_0, \quad (17)$$

где  $I_0$  – интенсивность в точке фокуса;  $U_1(u, v)$  и  $U_2(u, v)$  – функции Ломмеля:

$$U_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{u}{v}\right)^{n+2s} J_{n+2s}(v). \quad (18)$$

Здесь  $u$  и  $v$  – особые параметры, определяющие положение точки и зависящие от её непосредственных координат  $x, y, z$  следующим образом:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f}\right)^2 z; \quad v = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{a}{f}\right) \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (19)$$

где  $f$  – фокусное расстояние;  $a$  – радиус выходного отверстия оптической системы. Координаты при этом установлены таким образом, что в точке фокуса  $x = y = z = u = v = 0$ . Более подробно вывод формул можно узнать в работе [9], в настоящей работе мы на нём останавливаться не будем.

## 2. Оценка зависимости относительной интенсивности и фазы в изображении точки от смещения относительно плоскости наилучшей установки

На основании (14), (15) и (16) можно построить график зависимости интенсивности от координаты  $Z$  (расстояния от плоскости голограммы) на перпендикуляре, восстановленном из центра голограммы.

Все расчёты, выполненные по изложенной выше методике, проводились для условий и параметров синтеза голограмм, приведённых в работе [8]. Сама голограмма считалась внеосевой, полученной при использовании плоской опорной волны, падающей на плоскость синтеза голограммы под углом  $\alpha$ , равном  $14,7^\circ$ . Объектная волна при этом считалась падающей по нормали на плоскость объекта, расположенную параллельно плоскости синтеза голограммы. Рабочая длина волны  $\lambda$  была выбрана равной 13,5 нм; расстояние между плоскостью объекта и плоскостью регистрации голограмм  $R_h$  – 20345 нм. Расстояние от плоскости голограммы до плоскости наилучшей установки  $F$  также равно 20345 нм, плоскость регистрации изображений будем постепенно смещать относительно неё в обе стороны. Размер точки-объекта (минимального элемента структуры объекта, состоящего из нескольких точек)  $a_t$  принят равным  $80 \times 80$  нм, размер апертуры синтезируемых голограмм при таких условиях составляет  $440 \times 440$  пикселей при размере каждого  $20 \times 20$  нм. При

таких параметрах расстояние от  $O$  до  $X$  состоит из 220 точек, так как ось  $Z$  проходит через центр голограммы перпендикулярно её плоскости.

На рис. 4 приведён график зависимости интенсивности на оси пятна рассеивания, представляющего собой трехмерное восстановленное изображение точечного объекта, от координаты  $Z$ , при этом максимальное значение интенсивности в точке  $F$  принято за 1, а в остальных точках интенсивность оценивается в долях от максимума.

На графике чётко виден центральный максимум вблизи точки фокуса и несколько побочных, значительно менее выраженных на общем фоне. При этом даже на достаточно большом расстоянии от плоскости наилучшей установки интенсивность всё равно превышает нулевое значение, что, вероятно, связано с наличием осевого луча, следующего точно вдоль оси  $Z$ .

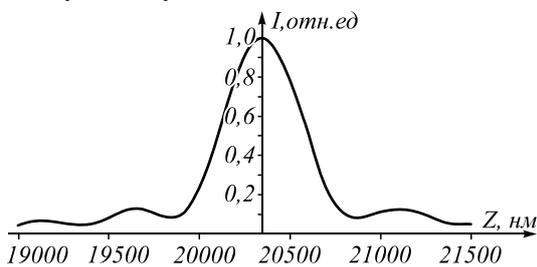


Рис. 4. Зависимость интенсивности в осевых точках от координаты

При описанных выше условиях числовая апертура излучения  $A$ , дифрагировавшего на точечном объекте, может быть описана с помощью следующего выражения:

$$A = n \sin \theta = \frac{\lambda}{a_t}, \quad (20)$$

где  $n$  – показатель преломления среды, равный для воздуха 1;  $\lambda$  – рабочая длина волны;  $a_t$  – размер точки-объекта.

Зная указанные выше условия синтеза голограммы и учитывая выражение (20), можно оценить теоретические пределы глубины резкости изображения. Согласно требованиям, традиционным для оптики (1), при установленных условиях синтеза она будет равна  $b_1 = \pm 237$  нм, а в соответствии с интерференционной теорией формирования изображений (2) в целом глубина резкости не должна превышать величины  $b_2 = \pm 948$  нм. При положении плоскости наилучшей установки на расстоянии 20345 нм от плоскости голограммы, диапазон возможных смещений плоскости регистрации изображения в пределах, соответствующих величине  $b_1$ , равен [20108, 20582], что примерно соответствует участку графика, на котором интенсивность превышает величину, равную половине от максимума. Диапазон смещений с учётом только величины  $b_2$  более широк: [19397, 21293], он включает не только центральный максимум, но и два побочных, лежащих по обе стороны от него.

Воспользовавшись выражением (5), а также формулами (14) и (15), можно построить изображения

поперечного сечения пятна рассеивания в зависимости от положения плоскости регистрации. На рис. 5 представлены графики, демонстрирующие распределение интенсивности в восстановленном изображении точки при различных положениях плоскости регистрации – от плоскости наилучшей установки до предельного сдвига в соответствии с (2). В целях упрощения картины приведена только половина от распределения интенсивности, так как общая картина симметрична относительно оси  $Z$ .

Из приведённых графиков видно, что если плоскость регистрации располагается точно в плоскости наилучшей установки  $F$  (график 1 на рис. 5), то картина распределения интенсивности в изображении соответствует дифракционной картине точки [15]. Если сдвиг плоскости регистрации относительно  $F$  не превышает величины глубины резкости  $b_1$  (график 2), установленной согласно требованиям традиционной оптики, то интенсивность центрального максимума несколько снижается, но первый минимум и кольца ещё достаточно различимы. При сдвиге, равном  $b_1$  (график 3), центральный максимум фактически сливается с первым побочным. При дальнейшем увеличении сдвига (графики 4 – 6) чёткое изображение точки постепенно разрушается – на больших расстояниях определить максимумы в целом уже невозможно.

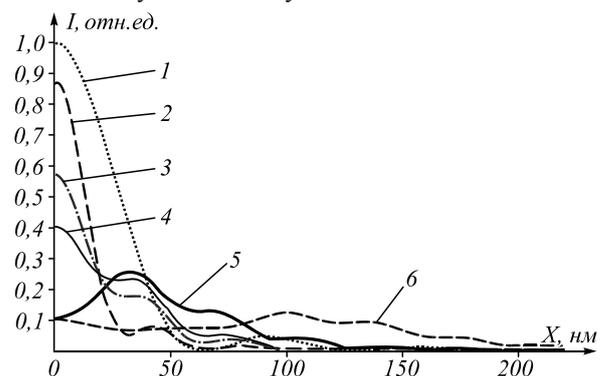


Рис. 5. Распределение интенсивности в восстановленном изображении точки при различных положениях плоскости регистрации: 1 – в фокусной плоскости; 2 – при величине сдвига  $\Delta = 118$  нм; 3:  $\Delta = 237$  нм; 4:  $\Delta = 300$  нм; 5:  $\Delta = 474$  нм; 6:  $\Delta = 948$  нм

Таким образом, наибольшая часть световой энергии в восстановленном изображении точки оказывается локализованной в объекте, имеющем сигарообразную форму, что соответствует выводам, представленным в работах [4, 9]. Его длина, при приведённых выше параметрах синтеза и восстановления голограммы, составляет порядка 1000 нм, толщина – около 120 нм.

При помощи формул (14–16) можно определить не только зависимость относительной интенсивности от смещения относительно точки фокуса, но и изменение суммарного набега фазы по мере смещения. Как уже упоминалось выше, при использовании векторного представления длина вектора оказывается величиной интенсивности, а угол его наклона – фазой (рис. 2а). Тогда фазу можно вычислить на основании следующего выражения:

$$\Delta\phi = \arccos\left(\frac{E_{\cos}}{\sqrt{E_{\sin}^2 + E_{\cos}^2}}\right). \quad (21)$$

На рис. 6 представлен график, изображающий зависимость суммарного сдвига определённой с точностью до  $2\pi$  фазы от смещения плоскости регистрации вдоль оси при указанных выше параметрах синтеза и восстановления голограммы, рассчитанную в соответствии с (21). Значения фазы представлены на участке от 0 до  $2\pi$ , то есть за вычетом величины  $2n\pi$ , где  $n = 1, 2, \dots$

Хорошо заметна периодичность, при этом период сдвига равен рабочей длине волны.

Однако также видно, что если при положении плоскости регистрации в фокусе суммарный сдвиг фазы считается нулевым, то по мере смещения он далеко не во всех случаях снова достигает 0. Это связано с дискретностью, поскольку сдвиг плоскости регистрации всегда производился на строго установленную величину и не во всех случаях совпадает с реальным смещением, которое требуется для «обнуления» фазы. Из приведенного рисунка можно сделать вывод о том, что распределение фазы вдоль пятна рассеяния полностью определяется фазой, отсчитываемой вдоль главного луча восстановленного пучка лучей. При этом отстоящие от центра участки апертуры голограммы (оптической системы) при сдвиге относительно плоскости наилучшей установки в пределах центрального максимума практически не оказывают никакого влияния на распределение фазы вдоль оси пятна рассеяния.

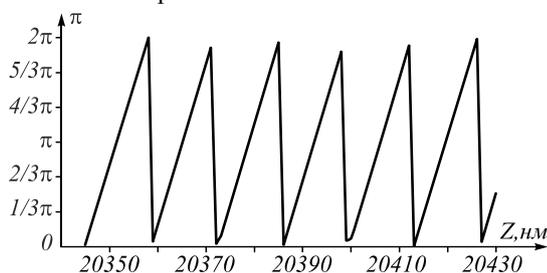


Рис. 6. Зависимость суммарного сдвига фазы в осевых точках от координаты

### Заключение

Таким образом, в ходе проведенного исследования был установлен характер изменения комплексной амплитуды, фазы и интенсивности в зависимости от величины сдвига относительно плоскости наилучшей установки и оптической оси. Полученные в результате расчетов выражения значительно проще аналогов, установленных путём решения задачи дифракции. Приведены результаты численных исследований установленных теоретических положений.

### Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках госзадания (тема № 3.2506.2017/4.6)

### Литература

1. Фотокинетика / Е.А. Иофис. – М.: Советская энциклопедия, 1981. – 447 с.
2. Прикладная оптика. Часть 2: Учеб.-метод. пособие / Г.И. Цуканова, Г.В. Карпова, О.В. Багдасарова, В.Г. Карпов, Е.В. Кривоустова, К.В. Ежова, под ред. проф. А.А. Шехонина. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2003. – 83 с.
3. Фотографическая оптика: Учеб. пособие / Д.С. Волосов. – 2-е изд. – М.: Искусство, 1978. – 543 с.
4. Оптика спеклов / М. Франсон; пер. с французского. – М.: Мир, 1980. – 172 с.
5. **Castro A.** Asymmetric phase masks for extended depth of field / A. Castro, J. Ojeda-Castañeda // Applied Optics. – 2004 – Vol. 43, Issue 17. – P. 3474-3479. – DOI: 10.1364/AO.43.003474.
6. **Shain, W.J.** Extended depth-of-field microscopy with a high-speed deformable mirror / W.J. Shain, N.A. Vickers, B.V. Goldberg, T. Bifano, J. Mertz // Optics Letters. – 2017. – Vol. 42, Issue 5. – P. 995-998. – DOI: 10.1364/OL.42.000995.
7. **Басов, И.В.** Методы увеличения глубины резкости оптико-цифровых регистраторов изображения / И.В. Басов, А.А. Краснобаев // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2010. – № 37. – 32 с.
8. **Корешев, С.Н.** Методы увеличения разрешающей способности и глубины резкости синтезированных голограмм / С.Н. Корешев, О.В. Никаноров, М.А. Фролова, Я.А. Новицкая, Р.И. Хисамов // Оптический журнал. – 2016. – Т. 83, № 12. – С. 62-68.
9. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
10. Оптика / Г.С. Ландсберг. – Изд. 6-е, стереотипное. – М.: Физматлит, 2003. – 848 с. – ISBN: 5-9221-0314-8.
11. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – В 3 т. Т. 1. – М.: Физматлит, 2003. – 680 с. – ISBN 5-9221-0156-0.
12. **Корешев, С.Н.** Изображающие свойства дискретных голограмм. I. Влияние дискретности голограммы на восстановленное изображение / С.Н. Корешев, О.В. Никаноров, Д.С. Смородинов // Оптический журнал. – 2014. – Т. 81, № 3. – С. 14-19.
13. **Martínez-León, L.** Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination / L. Martínez-León, P. Clemente, Y. Mori, V. Climent, J. Lancis, E. Tajahuerce // Optics Express. – 2017. – Vol. 25, Issue 5. – P. 4975-4984. – DOI: 10.1364/OE.25.004975.
14. **Никаноров, О.В.** Программный комплекс для синтеза и цифрового восстановления голограмм-проекторов / О.В. Никаноров, Ю.А. Иванов, С.Н. Корешев // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – 2009. – № 5(63). – С. 42-47.
15. Основы оптики : конспект лекций / С.А. Родионов. – СПб.: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. – 169 с.

### Сведения об авторах

**Корешев Сергей Николаевич**, доктор технических наук, в 1974 году окончил электрофизический факультет ЛЭТИ по специальности «Электроакустика и ультразвуковая техника». С 1974 по 2000 гг. работал в ГОИ им. С.И. Вавилова. В 1986 году защитил кандидатскую диссертацию, в 2000 году получил степень доктора наук. С 2006 года профессор кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. Автор более 120

научных работ. Область научных интересов: голография и голограммная оптика, интерферометрия, астрономическая оптика, адаптивная оптика. E-mail: [koreshev@list.ru](mailto:koreshev@list.ru).

**Смородинов Денис Сергеевич**, кандидат технических наук, в 2013 году окончил факультет оптико-информационных систем и технологий Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики со степенью магистра по направлению «Оптотехника». С осени 2013 года – аспирант кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. В июне 2016 года защитил кандидатскую диссертацию. E-mail: [smorodinov.denis@gmail.com](mailto:smorodinov.denis@gmail.com).

**Никаноров Олег Викторович**, кандидат технических наук, в 2006 году окончил факультет оптико-информационных систем и технологий Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики, в том же году поступил в аспирантуру. В 2011 году успешно защитил кандидатскую диссертацию. E-mail: [nikanorovov@gmail.com](mailto:nikanorovov@gmail.com).

**Фролова Марина Алексеевна**, аспирантка кафедры прикладной и компьютерной оптики Университета ИТМО. В июне 2017 года защитила магистерскую работу. E-mail: [marrain6@yandex.ru](mailto:marrain6@yandex.ru).

ГРПТИ: 29.31.33

Поступила в редакцию 19 января 2018 г. Окончательный вариант – 16 февраля 2018 г.

## DISTRIBUTION OF THE COMPLEX AMPLITUDE AND INTENSITY IN A 3D SCATTERING PATTERN FORMED BY THE OPTICAL SYSTEM FOR AN ON-AXIS POINT OBJECT

S.N. Koreshev<sup>1</sup>, D.S. Smorodinov<sup>1</sup>, O.V. Nikanorov<sup>1</sup>, M.A. Frolova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia

### Abstract

A quantitative evaluation of the depth of field of optical systems is given. Results of the calculation of the distribution of the complex amplitude and intensity in a three-dimensional scattering pattern formed by the optical system for an on-axis point object are presented. The work was carried out as part of developing optical systems with an extended depth of field for a synthesized hologram of a point object located on a perpendicular constructed to the hologram center.

**Keywords:** depth of field, 3D scattering pattern, path difference, phase difference, vector sum, synthesis of holograms.

**Citation:** Koreshev SN, Smorodinov DS, Nikanorov OV, Frolova MA. Distribution of the complex amplitude and intensity in a 3D scattering pattern formed by the optical system for an on-axis point object. *Computer Optics* 2018; 42(3): 377-384. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-377-384.

### References

- [1] Iofis EA. Photo and movie technologies [In Russian]. Moscow: "Sovetskaya Enciklopediya" Publisher; 1981.
- [2] Shekhonin AA, ed, Tsukanova GI, Karpova GV, Bagdasarova OV, Karpov VG, Krivopustova YeV, Yezhova KV. Applied optics. Part 2. Study guide [In Russian]. Saint-Petersburg: "SPb GITMO (TU)" Publisher, 2003.
- [3] Volosov DS. Photographic optic. Study guide [In Russian]. Moscow: "Iskusstvo" Publisher; 1978.
- [4] Françon M. La granularité laser (speckle) et ses applications en optique. Paris: Institut d'Optique et Université de Paris; 1978.
- [5] Castro A, Ojeda-Castañeda J. Asymmetric phase masks for extended depth of field. *Appl Opt* 2004; 43(17): 3474-3479. DOI: 10.1364/AO.43.003474.
- [6] Shain WJ, Vickers NA, Goldberg BB, Bifano T, Mertz J. Extended depth-of-field microscopy with a high-speed deformable mirror. *Opt Lett* 2017; 42(5): 995-998. DOI: 10.1364/OL.42.000995.
- [7] Basov IV, KrasnobaeV AA. Methods of depth-of-field extending of optical-digital image detectors [In Russian]. Keldysh Institute preprints 2010; 037.
- [8] Koreshev SN, Nikanorov OV, Frolova MA, Novitskaya YaA, Khisamov RI. Methods of increasing the resolving power and depth of field of synthesized hologram-projectors. *J Opt Technol* 2016; 83(12): 760-764. DOI: 10.1364/JOT.83.000760.
- [9] Born M, Wolf E. Principles of optics. 4th ed. Oxford, London, Edinburg, New York, Paris, Frankfurt: Pergamon Press; 1970.
- [10] Landsberg GS. Optic [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003. ISBN: 5-9221-0314-8.
- [11] Fichtenholz GM. Course of differential and integral calculus. Vol 1 [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003.
- [12] Koreshev SN, Smorodinov DS, Nikanorov OV. Imaging properties of discrete holograms. I. How the discreteness of a hologram affects image reconstruction. *J Opt Technol* 2014; 81(3): 123-127. DOI: 10.1364/JOT.81.000123.
- [13] Martínez-León L, Clemente P, Mori Y, Climent V, Lancis J, Tajahuerce E. Single-pixel digital holography with phase-encoded illumination. *Opt Express* 2017; 25(5): 4975-4984. DOI: 10.1364/OE.25.004975.
- [14] Nikanorov OV, Ivanov JuA, Koreshev SN. Software for the synthesis and digital reconstruction of hologram projectors. [In Russian]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics* 2009; 63(5): 42-47.
- [15] Rodionov SA. Principles of optics. Lecture notes [In Russian]. Saint-Petersburg: "SPb GITMO (TU)" Publisher; 2000.

---

**Author's information**

**Sergey Nikolaevich Koreshev**, D.Sc. in Engineering, graduated from the Electrophysics faculty LETI in «Electroacoustics and Ultrasonic Equipment» in 1974. From 1974 to 2000 he worked in the State Optical Institute. In 1986 he defended his PhD thesis, in 2000 he became a Doctor of Science. Since 2006 Professor of Applied and Computer Optics department ITMO. Author of more than 80 scientific papers. His research interests are currently focused on holography and holography optics, interferometry, astronomical and adaptive optics. E-mail: [koreshev@list.ru](mailto:koreshev@list.ru).

**Denis Sergeevich Smorodinov**, PhD in Engineering, graduated from St.Peterburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics in 2013, majoring in Optical Technologies. In June 2016 he defended his PhD thesis. E-mail: [smorodinov.denis@gmail.com](mailto:smorodinov.denis@gmail.com).

**Oleg Viktorovich Nikanorov**, PhD in Engineering, graduated from St.Peterburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics in 2006, majoring in Optical Technologies. In 2011 he defended his PhD thesis. E-mail: [nikanorovov@gmail.com](mailto:nikanorovov@gmail.com).

**Marina Alexeevna Frolova**, postgraduate student of Applied and Computer Optics department ITMO. In June 2017 she defended her Master thesis. E-mail: [marrain6@yandex.ru](mailto:marrain6@yandex.ru).

---

*Received January 19, 2018. The final version – February 16, 2018.*

---