

Дифракционные оптические элементы для формирования цилиндрических пучков различных порядков

С.А. Дегтярев^{1,2}, Д.А. Савельев^{1,2}, С.В. Карпеев^{1,2}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, Самарская область, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

² ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, Самарская область, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

В работе предложен метод расчёта фазовой функции субволновых дифракционных оптических элементов на основе дифракционных решёток с варьируемым периодом для формирования векторных пучков с цилиндрической поляризацией произвольного порядка. Получены формулы фазовой функции решётки с учётом вариации периода для повышения эффективности поляризационного преобразования падающего пучка. Полученные поляризационные дифракционные элементы предполагается использовать для повышения помехоустойчивости оптических систем связи.

Ключевые слова: субволновые структуры, цилиндрические пучки, поляризационные преобразования, метод конечных элементов.

Цитирование: Дегтярев, С.А. Дифракционные оптические элементы для формирования цилиндрических пучков различных порядков / С.А. Дегтярев, Д.А. Савельев, С.В. Карпеев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 347-355. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-347-355.

Введение

Создание помехозащищённого оптического канала связи, устойчивого к прослушке, является одной из актуальных задач передачи информации в атмосфере.

Современная лазерная техника предлагает несколько способов повышения устойчивости оптического канала связи. К ним можно отнести использование частично когерентных пучков [1], лазерных пучков со специальной пространственной структурой (вихревые пучки, бездифракционные пучки и моды высших порядков) [2, 3], векторных пучков с неоднородной поляризацией [4], а также одновременно нескольких пучков с одинаковой или разными частотами [5]. В работе [6] было показано, что пучки с вихревой фазовой сингулярностью высокого порядка сохраняются в турбулентной среде на значительном расстоянии (несколько километров).

В работе [7] было показано, что суперпозиции цилиндрических векторных пучков с поляризационной сингулярностью могут эффективно применяться для кодирования цифровой информации в оптическом канале. Это также может применяться для помехозащищённой передачи информации, включая применение избыточности данных. Также цилиндрические пучки применяются не только в каналах связи, но и при острой фокусировке, и для поляризационно-амплитудной модуляции фокальных распределений [8–10].

В данной работе предложен способ формирования векторных пучков с цилиндрической поляризацией произвольного порядка с помощью дифракционных оптических элементов на основе субволновых дифракционных решёток с искривлёнными штрихами.

В настоящий момент существует несколько методов формирования цилиндрических векторных пучков. Основными подходами можно назвать поляризационные преобразования исходного пучка с помо-

щью жидкокристаллических поляризационных модуляторов [11], субволновых решёток [12, 13], с помощью суперпозиции векторных пучков [14], с помощью интерференционных методов [15], с помощью наноструктурированных полуволновых кварцевых q-пластинок [16, 17], с помощью металлических субволновых решёток [18].

У всех упомянутых методов есть плюсы и минусы. Металлические субволновые решётки работают, как правило, на отражение и менее химически инертны к агрессивным средам. Следует отметить, что для инфракрасного диапазона технология изготовления субволновых решёток несколько проще в силу большей длины волны. Основной недостаток субволновых поляризационных решёток, заключающийся в неравномерности френелевских отражений, можно обойти, комбинируя в соседних зонах Френеля субволновые решётки с ортогональными штрихами [19, 20].

В работах [12, 13] показано, что с помощью тонких ламеллярных структур, которые по сути являются субволновыми решётками, можно формировать векторные пучки. В работе [21] теоретически и экспериментально показана возможность формирования радиально- и азимутально-поляризованных пучков первого порядка с помощью субволновых решёток непрерывного профиля.

В данной статье предлагается метод расчёта субволновых дифракционных оптических элементов для формирования радиально-поляризованных пучков произвольного порядка. В отличие от секторных решёток [13, 22] в данной работе рассматривается непрерывный профиль субволновой решётки, что обеспечивает равномерность поляризационного преобразования. Основным достоинством предложенного метода расчёта предлагаемого ДОЭ является варьируемый в зависимости от координат период. Это позво-

ляет увеличить эффективность поляризационного преобразования.

Необходимо отметить, что на основе предложенного метода могут изготавливаться ДОЭ не только в виде субволновой решётки, но также и с другой структурой методами, описанными в работах [12–14, 21, 23]. К тому же предложенные ДОЭ могут применяться не только для кодирования информации в оптическом канале связи, но и для распознавания полуженного сигнала.

1. Субволновая гетерогенная ламеллярная структура как полуволновая пластинка

Субволновая гетерогенная ламеллярная структура представляет собой чередующиеся друг с другом два слоя из материалов с различными показателями преломления (рис. 1). Толщины слоёв равны d_1 и d_2 , диэлектрические проницаемости материалов слоёв равны ϵ_1 и ϵ_2 .

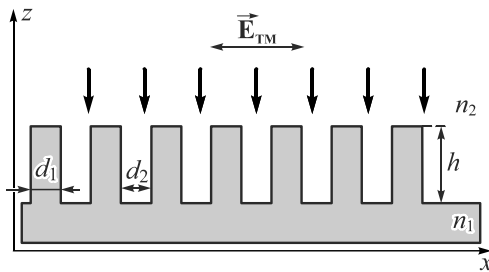


Рис. 1. Общий вид субволновой решётки

Если толщины перемежающихся слоёв d_1 и d_2 много меньше длины волны падающего излучения, то можно считать структуру гомогенной и анизотропной. Покажем это. Во-первых, в силу малой толщины слоёв можно усреднить диэлектрическую проницаемость структуры ϵ_{av} для выбранного направления, разделив модуль вектора электрической индукции D_{av} на модуль проекции вектора напряжённости электрического поля E_{av} :

$$\epsilon_{av} = \frac{D_{av}}{E_{av}}. \tag{1}$$

В силу симметрии у структуры два различных направления, определяющих тензор усреднённой диэлектрической проницаемости: направление параллельно и перпендикулярно слоям структуры. Рассмотрим каждый случай по отдельности.

1. Пусть на гетерогенную структуру падает ТЕ-поляризованная волна. Тогда вектор напряжённости электрического поля и вектор электрической индукции направлены параллельно слоям структуры. В этом случае нормальные к границе раздела компоненты электрического поля равны 0: $E_1^n = E_2^n = 0$. Рассмотрим граничные условия для тангенциальных компонент вектора напряжённости электрического поля на границе раздела двух слоёв $E_1^t = E_2^t = E_{av}^{TE}$. Векторы электрической индукции выразятся как $D_1^t = \epsilon_1 E_1^t$, $D_2^t = \epsilon_2 E_2^t$.

Усредним по объёму вектор электрической индукции:

$$D_{av}^{TE} = \frac{d_1 \epsilon_1 E_1^t + d_2 \epsilon_2 E_2^t}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \epsilon_1 + d_2 \epsilon_2}{d_1 + d_2} E_{av}^{TE}.$$

Тогда из (1) следует, что диэлектрическая проницаемость будет равна:

$$\epsilon_{av}^{TE} = \frac{d_1 \epsilon_1 + d_2 \epsilon_2}{d_1 + d_2} = Q \epsilon_1 + (1 - Q) \epsilon_2, \tag{2}$$

где $Q = d_1 / (d_1 + d_2)$ – филфактор, соответствующий отношению толщины первого слоя к периоду структуры.

2. Теперь рассмотрим случай, когда в слоистой структуре распространяется ТМ-поляризованная волна. Тогда $E_1^t = E_2^t = 0$. Граничные условия на границе раздела будут иметь вид $D_1^n = D_2^n = D_{av}^{TM}$ или $\epsilon_1 E_1^n = \epsilon_2 E_2^n$. Найдём усреднённую напряжённость электрического поля:

$$E_{av}^{TM} = \frac{d_1 E_1^n + d_2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} E_1^n}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \epsilon_2 + d_2 \epsilon_1}{\epsilon_2 (d_1 + d_2)} E_1^n.$$

Тогда диэлектрическая проницаемость:

$$\epsilon_{av}^{TM} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \epsilon_2 + d_2 \epsilon_1} = \left(\frac{Q}{\epsilon_1} + \frac{(1-Q)}{\epsilon_2} \right)^{-1}. \tag{3}$$

Положим, что среда немагнитна и показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, а также что слои плоскопараллельны и их толщина постоянна. Тогда данная структура может быть описана как одноосный кристалл с обыкновенным n_{eff}^{TE} и необыкновенным n_{eff}^{TM} показателями преломления, которые можно выразить из формул (2) и (3). Тогда диэлектрическая проницаемость:

$$n_{eff}^{TE} = [Q n_1^2 + (1 - Q) n_2^2]^{1/2}, \tag{4}$$

$$n_{eff}^{TM} = [Q n_1^{-2} + (1 - Q) n_2^{-2}]^{-1/2}, \tag{5}$$

где n_1 – показатель преломления первой среды, n_2 – показатель преломления второй среды, n_{eff}^{TE} – показатель преломления (обыкновенный), соответствующий направлению, параллельному слоям структуры, n_{eff}^{TM} – показатель преломления (необыкновенный), соответствующий направлению, перпендикулярному к слоям структуры. В [24] проведены более точные рассуждения.

Для примера найдем обыкновенный и необыкновенный показатели для ламеллярной структуры из слоев аморфного кремния (показатель преломления $n_1 = 4,206$ при длине волны $\lambda = 633$ нм), перемежающихся со слоями воздуха (показатель преломления $n_2 = 1,0$). Филфактор равен $Q = 0,5$. Получаем:

$$n_{eff}^{TE} = \sqrt{0,5 \sqrt{n_1^2 + 1}} = 3,057,$$

$$n_{eff}^{TM} = \frac{n_1}{\sqrt{0,5(n_1^2 + 1)}} = 1,3759.$$

Таким образом, основываясь на формулах (4) и (5), можно сделать вывод о том, что у описанной гетерогенной структуры разность обыкновенного и необык-

новенного показателей преломления (1,6811) значительно больше, чем у природных анизотропных кристаллов, таких как исландский шпат (0,17), ниобат лития (0,09), кристаллический кварц (0,009).

Толщину анизотропной пластинки, чтобы она работала как полуволновая пластинка, можно определить из условия: $H |n_{eff}^{TE} - n_{eff}^{TM}| 2\pi/\lambda = \pi$.

Сделаем подстановки для $\lambda = 633$ нм, получим [9]:

$$H = \lambda \sqrt{n^2 + 1} \left[\sqrt{2(n-1)^2} \right]^{-1} \approx 178 \text{ нм}. \quad (6)$$

Таким образом, вполне возможно создавать ламеллярные структуры, соответствующие полуволновым и четвертьволновым пластинкам в виде субволновой решётки на подложке.

Еще одно преимущество ламеллярной структуры перед двулучепреломляющим кристаллом заключается в том, что при изготовлении ламеллярной структуры можно произвольным образом изгибать профиль слоёв структуры, изменять филфактор, ориентацию и период решётки. Ограничение на форму субволновой решётки накладывают лишь возможности метода литографического изготовления.

2. Фазовая функция поляризационной решётки

Высота профиля решётки (рис. 1) определяется формулой:

$$h(\vec{r}) = \frac{h_0}{2} (1 + \text{sign}(\cos(f(\vec{r})))) \quad (7)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, h_0 – высота ступеньки бинарной решетки, операция $\text{sign}(x)$ – знаковая функция от x , $f(\vec{r})$ – фаза решётки. Вектор субволновой решётки \vec{K} (рис. 2) является градиентом фазы решётки: $\vec{K} = \nabla(f(\vec{r}))$.

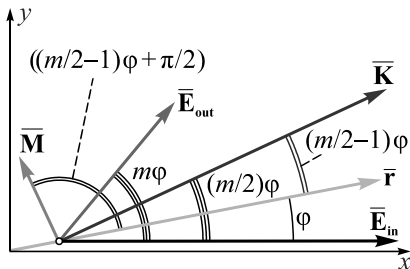


Рис. 2. Взаимное расположение вектора решётки \vec{K} и электрических векторов входного \vec{E}_{in} и выходного \vec{E}_{out} пучков при $m = 5$ и $\varphi = 10^\circ$

Исходя из формул (7), (4) и (5), можно заключить, что вектор решётки задаёт направление быстрой оси кристалла в каждой точке. Вектор \vec{K} коллинеарен плоскости подложки и перпендикулярен оси распространения пучка z (рис. 1).

Формула для электрического вектора радиально-поляризованного пучка m -го порядка в полярных проекциях записывается в следующем виде:

$$\vec{E}_m^{Rad}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} E_r(r, \varphi) \\ E_\varphi(r, \varphi) \end{pmatrix} = E(r) \begin{pmatrix} \cos((m-1)\varphi) \\ \sin((m-1)\varphi) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где (r, φ) – полярные координаты, $E(r)$ – амплитуда электрического вектора.

Пусть электрический вектор E_{in} исходного пучка ориентирован вдоль оси x (рис. 2). Сам пучок распространяется в направлении, перпендикулярном плоскости рис. 2. Чтобы создать радиально-поляризованный пучок (8), нужно в каждой точке (r, φ) поперечного сечения линейно-поляризованного пучка повернуть электрический вектор E_{in} на угол $m\varphi$. То есть угол между исходным электрическим вектором E_{in} и электрическим вектором выходного пучка E_{out} должен быть равным $m\varphi$. Вспомним, что поворот поляризации можно осуществить с помощью субволновой решётки, которая соответствует полуволновой пластинке. Причём угол между векторами E_{in} и E_{out} будет равен удвоенному углу между векторами \vec{K} и E_{in} . Так как угол между векторами E_{in} и E_{out} должен быть равен $m\varphi$, то угол между векторами \vec{K} и E_{in} должен быть равен $m\varphi/2$. Запишем формулу для вектора \vec{K} (в полярных проекциях):

$$\vec{K}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} K_r(x, y) \\ K_\varphi(x, y) \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{d} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \\ \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где d – период решетки, который вполне может зависеть от координат.

На рис. 2 наглядно проиллюстрированы упомянутые векторы и углы между ними, если требуемый порядок радиально-поляризованного пучка равен 5, и рассматривается точка с полярным углом $\varphi = 10^\circ$.

Ротор вектора решётки \vec{K} должен быть равен нулю, чтобы функция фазы решётки существовала, так как $\vec{K} = \nabla(f(\vec{r}))$. Однако более правильно было бы найти сразу фазовую функцию $f(\vec{r})$ и потом подставить её в (7) для нахождения профиля решётки.

3. Вывод формулы для фазовой функции решётки из уравнения направления быстрой оси

Нужно выбрать такую функцию $f(x, y)$, чтобы градиент $\nabla f(x, y)$ соответствовал вектору решетки \vec{K} .

Далее от декартовой системы координат перейдём к полярной. Если записать вектор \vec{K} в полярных координатах, то градиент от фазовой функции будет иметь вид:

$$\nabla f(r, \varphi) = \vec{K} = \begin{pmatrix} K_r \\ K_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Перепишем (10) с учётом (9) в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{2\pi}{d} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{2\pi}{d} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \end{cases} \quad (11)$$

Из системы (11) можно определить, как период d зависит от координат, а следовательно, определить и

функции $f(r, \varphi)$. Стоит отметить, что решить систему (11) в общем виде довольно сложно. Поэтому положим период d зависящим только от одной координаты и не зависящим от другой. Полагая d зависящим только от угла и используя $\partial d / \partial r = 0$, можно проинтегрировать первое уравнение (11):

$$f(r, \varphi) = \frac{2\pi r}{d(\varphi)} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (12)$$

Далее подставим выражение (12) во второе уравнение (11):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(\frac{2\pi r}{d(\varphi)} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \right)}{\partial \varphi} = \frac{2\pi}{d(\varphi)} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (13)$$

Решаем (13):

$$\frac{2\pi r}{r(d(\varphi))^2} \left\{ -\frac{m-2}{2} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) d(\varphi) - \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \frac{\partial d(\varphi)}{\partial \varphi} \right\} = \frac{2\pi}{d(\varphi)} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right),$$

$$\tan\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \frac{\partial d(\varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\partial d(\varphi)}{d(\varphi)},$$

$$\ln\left(\cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right)\right) \left(\frac{m}{m-2}\right) = \ln(C_1 d(\varphi)),$$

$$\cos\left(\frac{m}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) = C_1 d(\varphi).$$

Получаем выражение для периода:

$$d(\varphi) = C \cos\left(\frac{m}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (14)$$

Подставив (14) в (12), найдём выражение для фазовой функции:

$$f(r, \varphi) = C_2 r \cos\left(\frac{2}{2-m}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (15)$$

Аналогичным образом можно найти фазовую функцию, соответствующую периоду решетки, не зависящему от угла φ . В этом случае $\partial d / \partial \varphi = 0$ и можно проинтегрировать второе уравнение (11):

$$f(r, \varphi) = -\frac{2}{m-2} \frac{2\pi r}{d(r)} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (16)$$

Подставляем (16) в первое уравнение системы (11):

$$\frac{\partial \left(-\frac{2}{m-2} \frac{2\pi r}{d(r)} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \right)}{\partial r} = \frac{2\pi}{d} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right),$$

$$-\frac{2}{m-2} \left(d(r) - r \frac{\partial d(r)}{\partial r} \right) = d(r),$$

$$\frac{\partial d(r)}{d(r)} = \left(\frac{m}{2}\right) \frac{\partial r}{r},$$

$$\ln d(r) = \ln(C \cdot r^{m/2}).$$

В итоге получаем выражение для периода:

$$d(r) = Cr^{m/2}. \quad (17)$$

Подставив (17) в (16), найдем выражение для фазовой функции:

$$f(r, \varphi) = -\frac{4\pi}{(m-2)C} r^{\left(\frac{2-m}{2}\right)} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (18)$$

Интересно, что выражения для фазовых функций (15) и (18) совпадают между собой с точностью до возведения в степень.

Эквипотенциальные кривые фазовой функции служат одновременно и медленной осью, и гребнем решётки, что логично, так как и гребень, и медленная ось должны быть перпендикулярны быстрой оси в каждой точке.

Уравнения эквипотенциальных кривых фазовой функции (15) для периода, зависящего только от угла:

$$r = C \cos\left(\frac{2}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (19)$$

Уравнения эквипотенциальных кривых фазовой функции (18) для периода, зависящего только от радиуса:

$$r = C \left(\frac{2}{2-m}\right) \cos\left(\frac{2}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (20)$$

В уравнениях (19) и (20) C – некоторая константа. Проходя значения константы C с некоторым шагом, можно получить уравнения кромок гребней решётки. Очень интересный момент заключается в том, что формулы почти одинаковые для решёток с периодами, зависящими только от угла и только от радиуса. Разница лишь в том, что в первом случае константа C берётся в первой степени, а во втором случае – в степени $2/(2-m)$. Таким образом, одно и то же семейство кривых с разным прореживанием даёт решётки с различными зависимостями периодов (только от угла или только от радиуса).

Теперь осталось найти общую формулу для кривой быстрой оси предложенного метакристалла. Это нужно для того, чтобы показать, что быстрая ось кристалла перпендикулярна медленной, и чтобы наглядно нарисовать быстрые оси на чертеже. Найти уравнение быстрой оси можно таким же способом, как и уравнение медленной оси. Вектор \vec{K} является касательным к быстрой оси кристалла, а следовательно, он перпендикулярен медленной оси в каждой точке. На рис. 2 вектор \vec{M} , перпендикулярный \vec{K} , определяет направление медленной оси кристалла. Если найти фазовую функцию решётки с вектором \vec{M} , то вектор \vec{K} будет касательным к кромкам гребней такой решётки. В таком случае кромки гребней будут совпадать с искомыми кривыми быстрых осей, так как вектор \vec{K} определяет направление быстрых осей. Из рис. 2 легко видеть, что угол между радиус-вектором и направлением медленной оси \vec{M} будет составлять угол $(m-2)\varphi/2 + \pi/2$.

Из рис. 2 следует, что вектор решетки будет иметь следующий вид:

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} M_r \\ M_\varphi \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{d} \begin{pmatrix} -\sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \\ \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right) \end{pmatrix}. \quad (21)$$

$$\nabla f(r, \varphi) = \vec{M} = \begin{pmatrix} M_r \\ M_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \varphi} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

С учётом (21) перепишем (22) в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2\pi}{d} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \varphi} = \frac{2\pi}{d} \cos\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \end{cases} \quad (23)$$

Из системы (23) можно определить, как период d зависит от координат, а следовательно, определить и функции $g(r, \varphi)$.

Система (23) решается аналогичным образом, что и (11). Рассматривая зависимость периода только от угла, получим:

$$d(\varphi) = C \sin\left(\frac{m}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (24)$$

Это выражение идентично (14) за исключением того, что косинус заменяется на синус. Тогда выражение для фазовой функции:

$$g(r, \varphi) = C_2 r \sin\left(\frac{2}{2-m}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (25)$$

Видно, что (25) переходит в (15) при повороте системы координат на угол $\pi/(m-2)$. Это значит, что семейство кривых быстрых осей переходит в семейство медленных осей поворотом на этот угол для всех порядков, кроме $m=2$.

Заметим, что радиальная поляризация переходит в азимутальную при повороте координатной системы на угол $\pi/(2m-2)$.

Аналогичным образом можно найти фазовую функцию, соответствующую периоду решётки, не зависящему от радиального угла φ . В этом случае получаем следующее выражение для периода:

$$d(r) = Cr^{m/2} \quad (26)$$

и для фазовой функции:

$$g(r, \varphi) = C_2 r^{\left(\frac{2-m}{2}\right)} \sin\left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (27)$$

Эквипотенциальные кривые фазовой функции $g(r, \varphi)$ служат одновременно и быстрыми осями кристалла.

Уравнения эквипотенциальных кривых фазовой функции (25) для периода, зависящего только от угла:

$$r = C \sin\left(\frac{2}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (28)$$

Уравнения эквипотенциальных кривых фазовой функции (27) для периода, зависящего только от радиуса:

$$r = C^{\left(\frac{2}{2-m}\right)} \sin\left(\frac{2}{m-2}\right) \left(\frac{m-2}{2}\varphi\right). \quad (29)$$

Стоит отметить, что если поляризатор соответствует радиальной поляризации порядка m , то при повороте поляризатора на угол $\pi/(m-2)$ относительно направления поляризации падающего излучения, поляризатор будет соответствовать азимутальной поляризации порядка m .

На рис. 3 изображены кривые быстрых и медленных осей субволновой решётки с периодами, зависящими только от азимутального угла φ и только от радиуса r . При построении использовались формулы (19), (20), (28) и (29).

Из рис. 3 видно, что быстрые и медленные оси перпендикулярны между собой в каждой точке.

Заключение

В работе проведены выводы формул для обыкновенного и необыкновенного показателей преломления субволновой ламеллярной гетероструктуры, которая в исполнении тонкого элемента является субволновой решёткой или метакристаллом.

Получены выражения для фазовой функции поляризующей субволновой решётки, которая преобразует линейно поляризованный пучок в пучок с радиальной поляризацией произвольного порядка. Обоснована связь между вектором криволинейной решётки и функцией фазы решётки.

На основе полученных формул быстрых и медленных осей в статье предложено создавать поляризаторы для формирования лазерных пучков с вихревой поляризационной сингулярностью, которые находят применение в оптических каналах связи.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№18-29-20045 мк) в части разработки метода расчета, а также Министерства науки и высшего образования (государственное задание 3.3025.2017/4.6, грант президента НШ-6307.2018.8) в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН 007-ГЗ/ЧЗ363/26 в части моделирования.

Литература

1. **Wang, F.** Propagation of partially coherent beam in turbulent atmosphere: a review (invited review) / F. Wang, X. Liu, Y. Cai // Progress In Electromagnetics Research. – 2015. – Vol. 150. – P. 123-143. – DOI: 10.2528/PIER15010802.
2. **Chen, B.** Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams in turbulent atmosphere / B. Chen, Z. Chen, J. Pu // Optics & Laser Technology. – 2008. – Vol. 40, Issue 6. – P. 820-827. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2007.11.011.
3. **Soifer, V.A.** Vortex beams in turbulent media / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // Computer Optics. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.

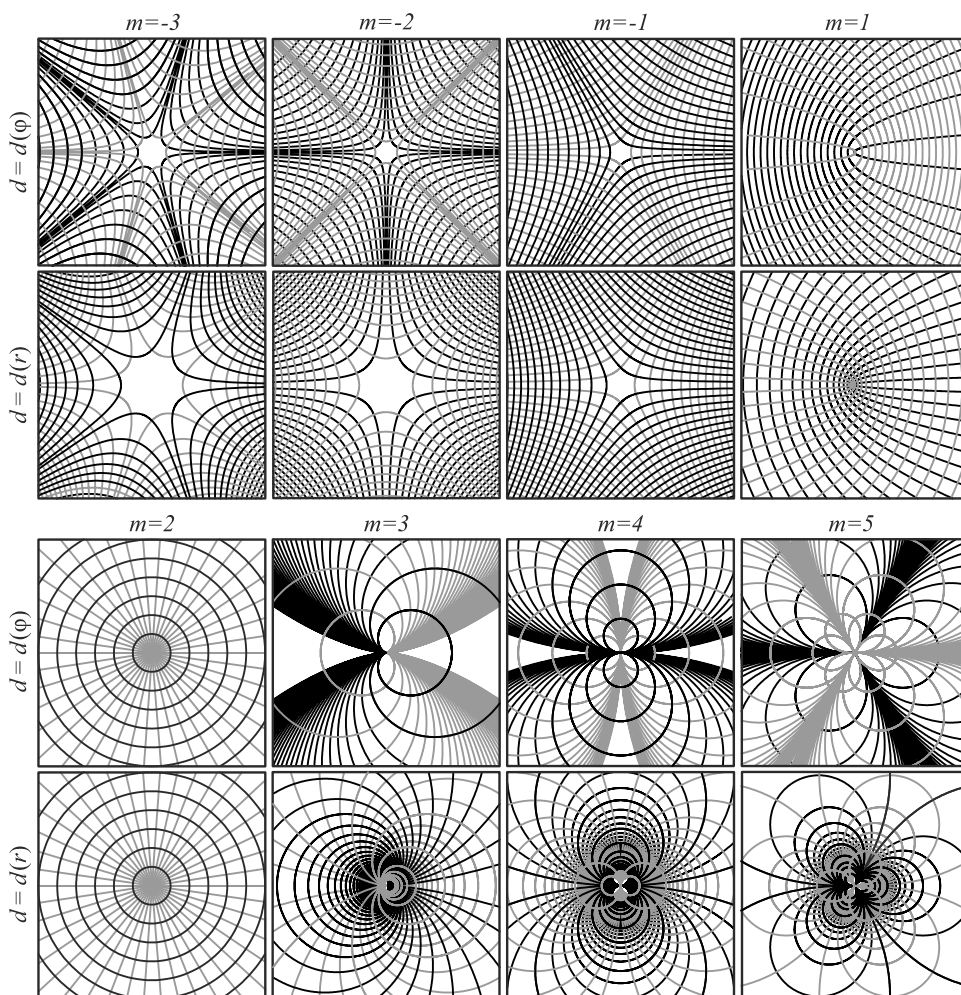


Рис. 3. Кривые быстрых (серые линии) и медленных (черные линии) осей кристалла, формирующего радиально-поляризованный пучок m -го порядка, период зависит только от азимутального угла ϕ (первая и третья строки) или только от радиуса r (вторая и четвертая строки)

4. **Wang, J.** Data information transfer using complex optical fields: a review and perspective / J. Wang // Chinese Optics Letters. – 2017. – Vol. 15, Issue 3. – 030005. – DOI: 10.3788/COL201715.030005.
5. **Chen, C.** Propagation of radial Airy array beams through atmospheric turbulence / C. Chen, H. Yang, M. Kavehrad, Z. Zhou // Optics and Lasers in Engineering. – 2014. – Vol. 52. – P. 106-114. – DOI: 10.1016/j.optlaseng.2013.07.003.
6. **Gbur, G.** Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation / G. Gbur, R.K. Tyson // Journal of the Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25, Issue 1. – P. 225-230. – DOI: 10.1364/JOSAA.25.000225.
7. **Millione, G.** Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication / G. Millione, Th.A. Nguyen, J. Leach, D.A. Nolan, R.R. Alfano // Optics Letters. – 2015. – Vol. 40, Issue 21. – P. 4887-4890. – DOI: 10.1364/OL.40.004887.
8. **Khonina, S.** Focused, evanescent, hollow, and collimated beams formed by microaxicons with different conical angles / S. Khonina, S. Degtyarev, D. Savelyev, A. Ustinov // Optics Express. – 2017. – Vol. 25, Issue 16. – P. 19052-19064. – DOI: 10.1364/OE.25.019052.
9. **Savelyev, D.A.** Investigation of vortex evanescent fields in the near zone of fiber taper and sub-wavelength diffractive axicon / D.A. Savelyev, S.A. Degtyarev // Proceedings of SPIE. – 2018. – Vol. 10774. – 107740J. – DOI: 10.1117/12.2318740.
10. **Khonina, S.N.** Analysis of polarisation states at sharp focusing / S.N. Khonina, D.A. Savelyev, N.L. Kazanskiy // Optika. – 2016. – Vol. 127, Issue 6. – P. 3372-3378. – DOI: 10.1016/j.ijleo.2015.12.108.
11. **Hsu, W.-L.** Infrared liquid crystal polymer micropolarizer / W.-L. Hsu, K. Balakrishnan, M. Ibn-Elhaj, S. Pau // Applied Optics. – 2014. – Vol. 53, Issue 23. – P. 5252-5858. – DOI: 10.1364/AO.53.005252.
12. **Bomzon, Z.E.** Space-variant Pancharatnam–Berry phase optical elements with computer-generated subwavelength gratings / Z.E. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner, E. Hasman // Optics Letters. – 2002. – Vol. 40, Issue 21. – P. 1141-1143. – DOI: 10.1364/OL.27.001141.
13. **Niv, A.** Propagation-invariant vectorial Bessel beams obtained by use of quantized Pancharatnam–Berry phase optical elements / A. Niv, G. Biener, V. Kleiner, E. Hasman // Optics Letters. – 2004. – Vol. 29, Issue 3. – P. 238-240. – DOI: 10.1364/OL.29.000238.
14. **Maurer, C.** Tailoring of arbitrary optical vector beams / C. Maurer, A. Jesacher, S. Fürhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte // New Journal of Physics. – 2007. – Vol. 9, Issue 78. – P. 1-20. – DOI: 10.1088/1367-2630/9/3/078.
15. **Khonina, S.N.** Polarization converter for higher-order laser beams using a single binary diffractive optical element as

- beam splitter / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37(12). – P. 2385-2387.
16. **Beresna, M.** Polarization sensitive elements fabricated by femtosecond laser nanostructuring of glass / M. Beresna, M. Gecevičius, P.G. Kazansky // Optical Materials Express. – 2011. – Vol. 1, Issue 4. – P. 783-795.
 17. **Shu, W.** Propagation model for vector beams generated by metasurfaces / W. Shu, Y. Liu, Y. Ke, X. Ling, Z. Liu, B. Huang, H. Luo, X. Yin // Optics Express. – 2016. – Vol. 24, Issue 18. – P. 21177-21189. – DOI: 10.1364/OE.24.021177.
 18. **Nesterov, A.V.** Generation of high-power radially polarized beam / A.V. Nesterov, V.G. Niziev, V.P. Yakunin // Journal of Physics D: Applied Physics. – 1999. – Vol. 32, Issue 22. – P. 2871-2875. – DOI: 10.1088/0022-3727/32/22/307.
 19. **Kildishev, A.V.** Planar photonics with metasurfaces / A.V. Kildishev, A. Boltasseva, V.M. Shalaev // Science. – 2013. – Vol. 339, Issue 6125. – 1232009. – DOI: 10.1126/science.1232009.
 20. **Remnev, M.A.** Metasurfaces: a new look at Maxwell's equations and new ways to control light / M.A. Remnev, V.V. Klimov // Physics-Uspekhi. – 2018. – Vol. 61, Issue 2. – P. 157-190. – DOI: 10.3367/UFNe.2017.08.038192.
 21. **Levy, U.** Engineering space-variant inhomogeneous media for polarization control / U. Levy, C.-H. Tsai, L. Pang, Y. Fainman // Optics Letters. – 2004. – Vol. 29, Issue 15. – P. 1718-1720. – DOI: 10.1364/OL.29.001718.
 22. **Stafeev, S.S.** Subwavelength gratings for polarization conversion and focusing of laser light / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, M.V. Kotlyar, L. O'Faolain // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. – 2017. – Vol. 27. – P. 32-41. – DOI: 10.1016/j.photonics.2017.09.001.
 23. **Котляр, В.В.** Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металинзы / В.В. Котляр, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 5. – С. 645-654. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
 24. **Lalanne, P.** On the effective medium theory of subwavelength periodic structures / P. Lalanne, D. Lemerrier-Lalanne // Journal of Modern Optics. – 1996. – Vol. 43. – P. 2063-2085. – DOI: 10.1080/09500349608232871.

Сведения об авторах

Дегтярев Сергей Александрович, доцент Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва, научный сотрудник ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: волновая и сингулярная оптика. E-mail: sealek@gmail.com.

Савельев Дмитрий Андреевич, доцент кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. Кандидат физико-математических наук, магистр прикладной математики и информатики, младший научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Научные интересы: дифракционная оптика, оптическая и цифровая обработка изображений, нанофотоника, сингулярная оптика, поляризационные преобразования, высокопроизводительные вычисления, наука о данных (Data Science), нейронные сети. E-mail: dmitrey.savelyev@yandex.ru.

Карпеев Сергей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, модовые и поляризационные преобразования, волоконная оптика, оптическая обработка изображений. E-mail: karp@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.17

Поступила в редакцию 3 апреля 2019 г. Окончательный вариант – 20 апреля 2019 г.

Diffractive optical elements for the generating cylindrical beams of different orders

S.A. Degtyarev^{1,2}, D.A. Savelyev^{1,2}, S.V. Karpeev^{1,2}

¹ Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia;

² IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia

Abstract

The paper proposes a method for calculating the phase function of subwavelength diffractive optical elements. The method is based on diffraction gratings with a varying period for generating vector beams with arbitrary-order cylindrical polarization. Formulas for the phase function of the grating are obtained with due regard for the period variation for increasing the efficiency of the polarization conversion of the incident beam. The obtained phase functions are supposed to be used for creating polarization-conversion diffractive optical elements for noise-resistant optical communication systems.

Keywords: subwavelength structures, cylindrical beams, polarization conversion, finite element method.

Citation: Degtyarev SA, Savelyev DA, Karpeev SV. Diffractive optical elements for generating cylindrical beams of different orders. *Computer Optics* 2019; 43(3): 347-355. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-347-355.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under RFBR grant 18-29-20045 mk (development of the calculation method), the RF Ministry of Science and Higher Education under state assignment 3.3025.2017 / 4.6 and RF President's grant NSh-6307.2018.8, and under the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS' state project 007-GZ/Ch3363/26 (numerical modeling).

References

- [1] Wang F, Liu X, Cai Y. Propagation of partially coherent beam in turbulent atmosphere: a review (Invited review). *Progress In Electromagnetics Research* 2015; 150: 123-143. DOI: 10.2528/PIER15010802.
- [2] Chen B, Chen Z, Pu J. Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams in turbulent atmosphere. *Optics & Laser Technology* 2008; 40(6): 820-827. DOI: 10.1016/j.optlastec.2007.11.011.
- [3] Soifer VA, Korotkova O, Khonina SN, Shchepakina EA. Vortex beams in turbulent media: review. *Computer Optics* 2016; 40(5): 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [4] Wang J. Data information transfer using complex optical fields: a review and perspective. *Chinese Optics Letters* 2017; 15(3): 030005. DOI: 10.3788/COL201715.030005.
- [5] Chen C, Yang H, Kavehrad M, Zhou Z. Propagation of radial Airy array beams through atmospheric turbulence. *Optics and Lasers in Engineering* 2014; 52: 106-114. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2013.07.003.
- [6] Gbur G, Tyson R. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation. *JOSA A* 2008; 25(1): 225-230. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000225
- [7] Milione G, Nguyen ThA, Leach J, Nolan DA, Alfano RR. Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication. *Opt Lett* 2015; 40(21): 4887-4890. DOI: 10.1364/OL.40.004887.
- [8] Khonina S, Degtyarev S, Savelyev D, Ustinov A. Focused, evanescent, hollow, and collimated beams formed by microaxicons with different conical angles. *Opt Express* 2017; 25(16): 19052-19064. DOI: 10.1364/OE.25.019052.
- [9] Savelyev DA, Degtyarev SA. Investigation of vortex evanescent fields in the near zone of fiber taper and sub-wavelength diffractive axicon. *Proc SPIE* 2018; 10774: 107740J. DOI: 10.1117/12.2318740.
- [10] Khonina SN, Savelyev DA, Kazanskiy NL. Analysis of polarisation states at sharp focusing. *Optik – International Journal for Light and Electron Optics* 2016; 127(6): 3372-3378. DOI: 10.1016/j.ijleo.2015.12.108.
- [11] Hsu W-L, Balakrishnan K, Ibn-Elhaj M, Pau S. Infrared liquid crystal polymer micropolarizer. *Appl Opt* 2014; 53(23): 5252-5258. DOI: 10.1364/AO.53.005252.
- [12] Bomzon ZE, Biener G, Kleiner V, Hasman E. Space-variant Pancharatnam–Berry phase optical elements with computer-generated subwavelength gratings. *Optics letters* 2002; 27(13): 1141-1143. DOI: 10.1364/OL.27.001141
- [13] Niv A, Biener G, Kleiner V, Hasman E. Propagation-invariant vectorial Bessel beams obtained by use of quantized Pancharatnam–Berry phase optical elements. *Optics letters* 2004; 29(3): 238-240. DOI: 10.1364/OL.29.000238.
- [14] Maurer C, Jesacher A, Fürhapter S, Bernet S, Ritsch-Marte M. Tailoring of arbitrary optical vector beams. *New Journal of Physics* 2007; 9(78): 1-20. DOI: 10.1088/1367-2630/9/3/078.
- [15] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV. Polarization converter for higher-order laser beams using a single binary diffractive optical element as beam splitter. *Optics Letters* 2012; 37(12): 2385-2387. DOI: 10.1364/OL.37.002385
- [16] Beresna M, Gecevičius M, Kazansky PG. Polarization sensitive elements fabricated by femtosecond laser nanostructuring of glass. *Optical Materials Express* 2011; 1(4): 783-795. DOI: 10.1364/OME.1.000783
- [17] Shu W, Liu Y, Ke Y, Ling X, Liu Z, Huang B, Luo H, Yin X. Propagation model for vector beams generated by metasurfaces. *Opt Express* 2016; 24(18): 21177-21189. DOI: 10.1364/OE.24.021177.
- [18] Nesterov AV, Niziey VG, Yakunin VP. Generation of high-power radially polarized beam. *J Phys D: Appl Phys* 1999; 32(22): 2871-2875. DOI: 10.1088/0022-3727/32/22/307.
- [19] Kildishev AV, Boltasseva A, Shalaev VM. Planar photonics with metasurfaces. *Science* 2013; 339(6125): 1232009. DOI: 10.1126/science.1232009.
- [20] Remnev MA, Klimov VV. Metasurfaces: a new look at Maxwell's equations and new ways to control light. *Physics-Uspexhi* 2018; 61(2): 157-190. DOI: 10.3367/UFNe.2017.08.038192
- [21] Levy U, Tsai C-H, Pang L, Fainman Y. Engineering space-variant inhomogeneous media for polarization control. *Opt Lett* 2004; 29(15): 1718-1720. DOI: 10.1364/OL.29.001718.
- [22] Stafeev SS, Kotlyar VV, Nalimov AG, Kotlyar MV, O'Faolain L. Subwavelength gratings for polarization conversion and focusing of laser light. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications* 2017; 27: 32-41. DOI: 10.1016/j.photonics.2017.09.001.
- [23] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [24] Lalanne P, Lemercier-Lalanne D. On the effective medium theory of subwave-length periodic structures. *J Mod Opt* 1996; 43: 2063-2085. DOI: 10.1080/09500349608232871.

Author's information

Sergey Alexandrovich Degtyarev, docent of Samara National Research University, research fellow of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: wave optics. E-mail: sealek@gmail.com.

Dmitry Andreevich Savelyev, Associate professor of Samara National Research University (Engineering Cybernetics department). Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Master of Applied Mathematics and Computer Sci-

ence, Junior researcher at the Laboratory of laser measurements of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: diffractive optics, optical and digital image processing, nanophotonics, singular optics, polarization transformations, high-performance computing, data science, neural networks. E-mail: dmitry.savelyev@yandex.ru .

Sergei Vladimirovich Karpeev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: karp@smr.ru .

Received April 3, 2019. The final version – April 20, 2019.
