

## Поток энергии вихревого поля в фокусе секансной градиентной линзы

А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В работе моделировалась фокусировка оптического вихря второго порядка с круговой поляризацией и цилиндрического векторного пучка второго порядка градиентной линзой Микаэляна. Показано, что в фокусе таких пучков образуется область, где проекция вектора Пойнтинга на ось  $Z$  отрицательна, то есть имеет место область с обратным потоком энергии. Добавление цилиндрического выреза в выходную плоскость линзы приводит к тому, что область с обратным потоком энергии находится в локальном максимуме интенсивности на оптической оси.

**Ключевые слова:** вектор Пойнтинга, обратный поток энергии, градиентная линза, цилиндрический векторный пучок, оптический вихрь.

**Цитирование:** Налимов, А.Г. Поток энергии вихревого поля в фокусе секансной градиентной линзы / А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 707-711. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-688.

**Citation:** Nalimov AG. Energy flux of a vortex field focused using a secant gradient lens. Computer Optics 2020; 44(5): 707-711. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-688.

### Введение

Интерес к острой фокусировке лазерного излучения в последнее время не ослабевает [1–4]. С помощью линз с высокой числовой апертурой можно формировать как фокусные пятна с увеличенной глубиной [1, 5–7], так и увеличенное по глубине затенение на оптической оси длиной до  $48\lambda$  [8], осуществлять фокусировку света в широком диапазоне длин волн [4]. Оптические системы с высокой числовой апертурой часто используются в микроскопии [9, 10]. Одно из перспективных направлений использования острой фокусировки и локализации света с максимальной интенсивностью в свободном пространстве – оптический захват микрообъектов [11]. Силу, действующую со стороны света, можно представить в виде суммы градиентной и рассеивающей сил [12]. Градиентная сила при прозрачной частице направлена в сторону максимума интенсивности, в то время как рассеивающая сила направлена к пучку света. В [12, 13] показано, что рассеивающая компонента силы на рэлеевскую частицу действует по направлению вектора Пойнтинга. Однако можно создать такое распределение поля в начальной плоскости, что в фокусной плоскости проекция вектора Пойнтинга на ось распространения света будет отрицательна [14]. Это означает, что в такой области рассеивающая компонента силы, действующей со стороны света на рэлеевскую частицу, также будет отрицательна. В работах [15] предлагалась такая фокусировка света, с помощью которой можно сформировать требуемую область с обратным потоком энергии, однако при этом область с обратным потоком энергии располагалась в области с локальным минимумом интенсивности. В области, где интенсивность света максимальна, поток направлен в положительном направлении оптической оси.

В предыдущей работе [16] была продемонстрирована возможность значительного увеличения интенсивности обратного потока энергии ( $S_z < 0$ ) в фокусе за счёт использования градиентной линзы Микаэляна. Кроме того, там рассматривалось выведение его из материала линзы за счёт цилиндрического выреза и локализация области с максимальной интенсивностью и положительным потоком  $S_z$  внутри материала линзы, чтобы он не мешал захвату рэлеевских частиц. Однако использование такого выреза накладывает ограничение на размер и местоположение объекта, который может в нём находиться. В некоторых случаях удобнее, когда обратный поток находится за плоскостью линзы. В данной работе рассматривается оптимизация параметров линзы Микаэляна, при которых область с обратным потоком энергии находится за выходной плоскостью линзы. Выбор именно градиентной линзы Микаэляна обусловлен наилучшим качеством (интенсивность и ширина фокусного пятна) фокусировки излучения [17]. Кроме того, в данной работе показано, что область с обратным потоком энергии (область с отрицательными значениями проекции вектора Пойнтинга на оптическую ось) может располагаться в области с максимальной интенсивностью, то есть нет необходимости как-то отгораживать область с положительным потоком, как в [16]. Такой эффект можно использовать для оптического захвата рэлеевских частиц.

### Фазовый вихрь 2-го порядка

Для расчётов бралась градиентная линза Микаэляна, рассчитанная для фокусировки излучения на своём торце.

Показатель преломления такой линзы изменяется в соответствии с формулой [14]:

$$n(r) = n_0 \left[ ch \left( \frac{\pi r}{2L} \right) \right]^{-1}, \tag{1}$$

где  $n_0$  – показатель преломления линзы на оси,  $r$  – радиальная координата,  $L$  – длина линзы. При этом диаметр линзы был равен  $D = 11,7$  мкм, длина линзы  $L = 4,89$  мкм, длина волны  $\lambda = 1,55$  мкм. Показатель преломления на оси линзы  $n(0) = 3,47$  (кремний), на краю линзы  $n(D/2) = 1,0$ . На одну из поверхностей такой линзы нормально падал плоский пучок света, имеющий левую круговую поляризацию и фазовый вихрь порядка  $m = 2$  (рис. 1).

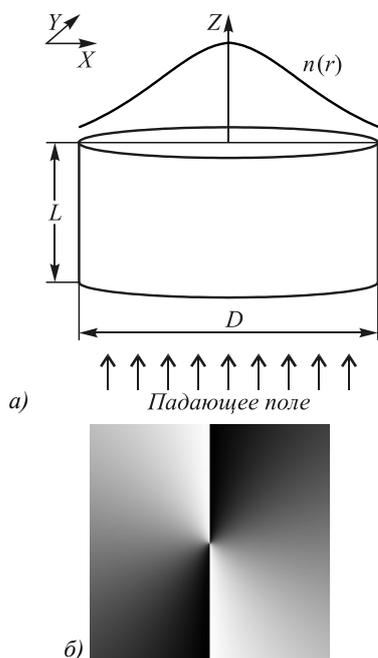


Рис. 1. Рассматриваемая градиентная линза (а) и фаза падающего поля (б), имеющего левую круговую поляризацию

При моделировании методом FDTD шаг разбиения составлял  $\lambda/70$  по всем трём осям координат. Линза представляет собой цилиндр, падающее поле – плоское с единичной амплитудой. Для формирования обратного потока в фокусе линзы падающее поле содержало фазовый вихрь порядка  $m = 2$ , использовалась левая круговая поляризация, поле было ограничено апертурой, равной диаметру линзы. Такая линза фокусирует плоскую волну на своей границе. Однако интерес представляет распространение поля с обратным потоком интенсивности дальше за границей линзы. Регистрация поля осуществлялась на оптической оси на расстоянии 50 нм от поверхности линзы. На рис. 2 представлен результат такого моделирования в зависимости от длины линзы  $L$ . Моделировалось прохождение света через линзу с вырезом на оптической оси, аналогичной работе [16], и без такового. Вырез был цилиндрический, диаметром 147 нм и длиной

147 нм, эти значения были выбраны в ходе оптимизации для максимизации интенсивности в фокусной плоскости.

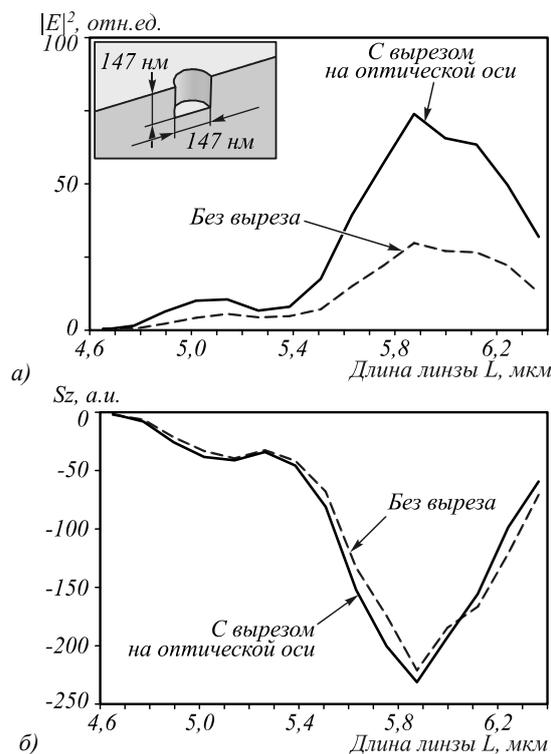


Рис. 2. Интенсивность (а) и схема цилиндрического выреза в выходной плоскости линзы (вставка в разрезе) и проекция вектора Пойнтинга (б) на ось Z

Из рис. 2 видно, что для максимизации интенсивности и потока энергии на оптической оси предпочтительнее градиентная линза Микаэляна с высотой, больше расчётной, что согласуется с результатами [16]. Ширина интенсивности на выходе по полуспаду  $\text{FWHM} = 539 \text{ нм} = 0,348\lambda$ , а ширина потока  $S_z$  по полуспаду  $\text{FWHM} = 193 \text{ нм} = 0,124\lambda$ . Так, для данных условий максимальная интенсивность света на границе линзы, равно как и максимальное по модулю негативное значение потока интенсивности  $S_z$ , наблюдается при длине линзы  $L = 5,88$  мкм. Также из рис. 2 видно, что наличие выреза усиливает как интенсивность электрического поля на оптической оси, так и модуль потока вектора Пойнтинга (менее выражено).

Но интересно, что при данной высоте линзы на её границе на оптической оси образуется область, где обратный поток интенсивности ( $S_z < 0$ ) сочетается с почти максимальной интенсивностью электрического поля (рис. 3). В отличие от данного случая в предыдущих работах обратный поток вектора Пойнтинга возникал в области, где интенсивность света не максимальна, а в точках максимальной интенсивности поток вектора Пойнтинга был направлен в положительном направлении вдоль оси Z. В рассматриваемом случае поток энергии в обратном направлении в 4,86 раза больше по модулю, чем в прямом направлении оси Z.

Если убрать вырез, то проекция вектора Пойнтинга на ось Z становится примерно на 4,5% меньше по модулю, но сильно не меняется, а вот интенсивность на оптической оси падает приблизительно вдвое. Это проиллюстрировано на рис. 3б, в.

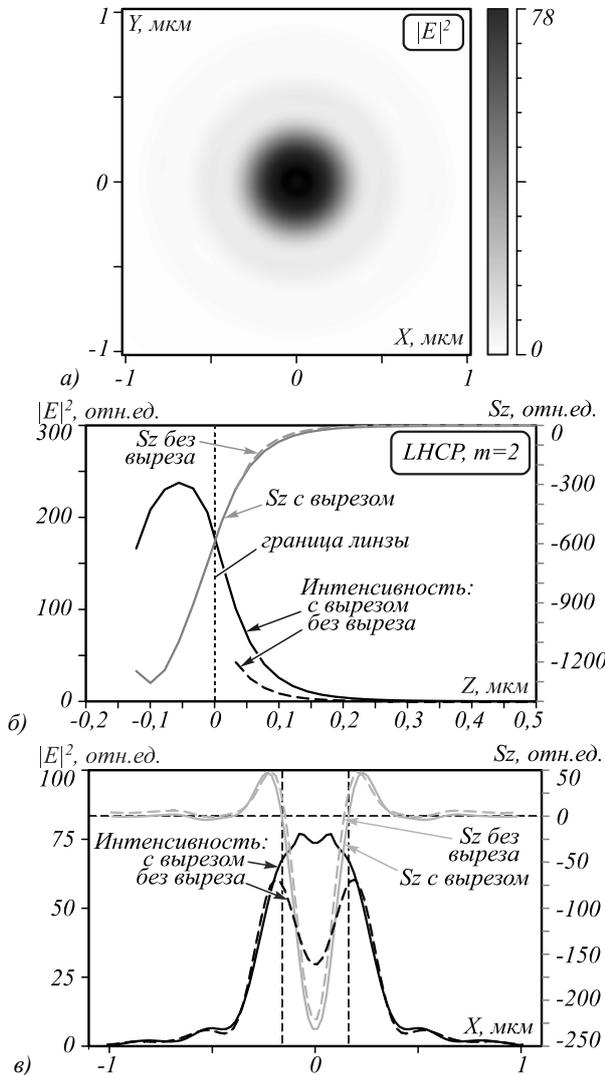


Рис. 3. Интенсивность  $|E|^2$  (а) и проекция вектора Пойнтинга  $S_z$  за линзой длиной  $L=5,8$  мкм при наличии и отсутствии в ней цилиндрического выреза: их сечения вдоль оси Z (б) и вдоль оси X (в) на расстоянии 50 нм за линзой

**Цилиндрический векторный пучок 2-го порядка**

На рис. 4 представлено падающее поле, имеющее поляризационный вихрь 2-го порядка. В качестве освещающего пучка использовался цилиндрический векторный пучок второго порядка, вектор Джонса для него равен

$$\begin{pmatrix} -\sin(2\varphi) \\ \cos(2\varphi) \end{pmatrix},$$

где  $\varphi$  – азимутальный угол в цилиндрической системе координат, выбранной таким образом, что ось Z совпадает с направлением распространения пучка.

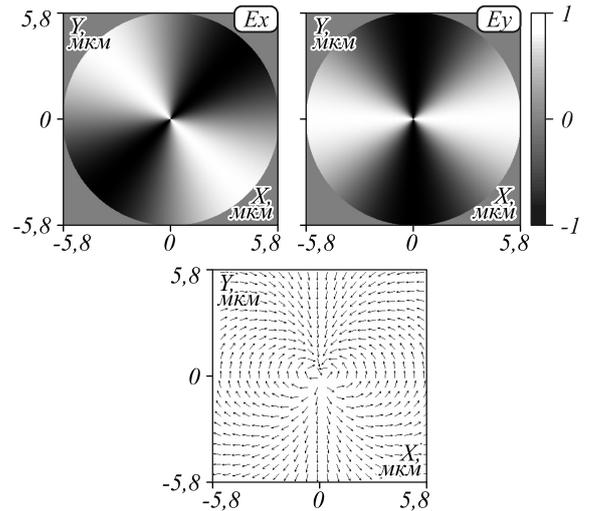


Рис. 4. Падающее поле, имеющее фазовый вихрь второго порядка

Такое падающее поле тоже генерирует в остром фокусе область на оптической оси, в которой проекция вектора Пойнтинга на ось Z отрицательна. Зависимость интенсивности и проекции  $S_z$  сразу за линзой в зависимости от её длины выглядит для данного падающего поля похожим образом, как и на рис. 1 в предыдущем случае (рис. 5). Наибольшие интенсивность и поток в данной точке по-прежнему получаются при высоте линзы  $L=5,88$  мкм.

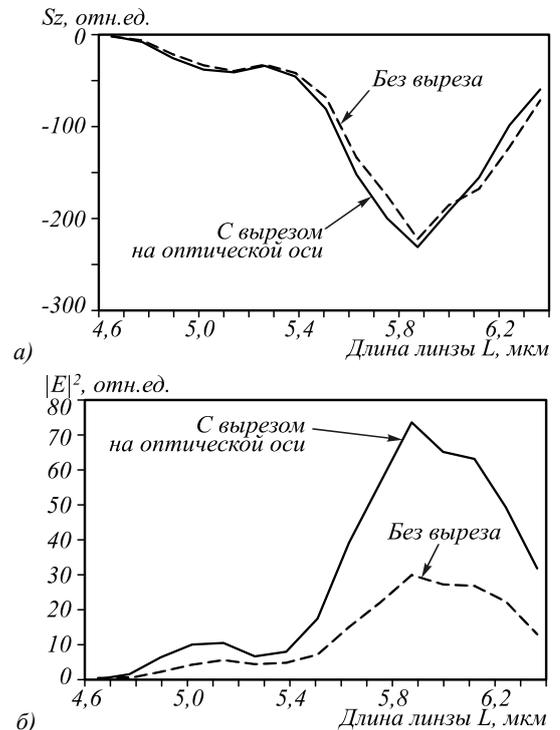


Рис. 5. Интенсивность в выходной плоскости (а) и проекция вектора Пойнтинга (б) на ось Z для падающего цилиндрического векторного пучка второго порядка

Из рис. 5 видно, что в случае цилиндрического векторного пучка зависимости схожие, и с вырезом по-прежнему интенсивность выше примерно вдвое.

Однако в случае фазового вихря интенсивность меньше на 28 % по сравнению со случаем падающего цилиндрического векторного пучка, который показан на рис. 6. Отчасти это объясняется тем, что в случае цилиндрического векторного пучка в фокусной плоскости образуются два пятна, которые по площади меньше кольца.

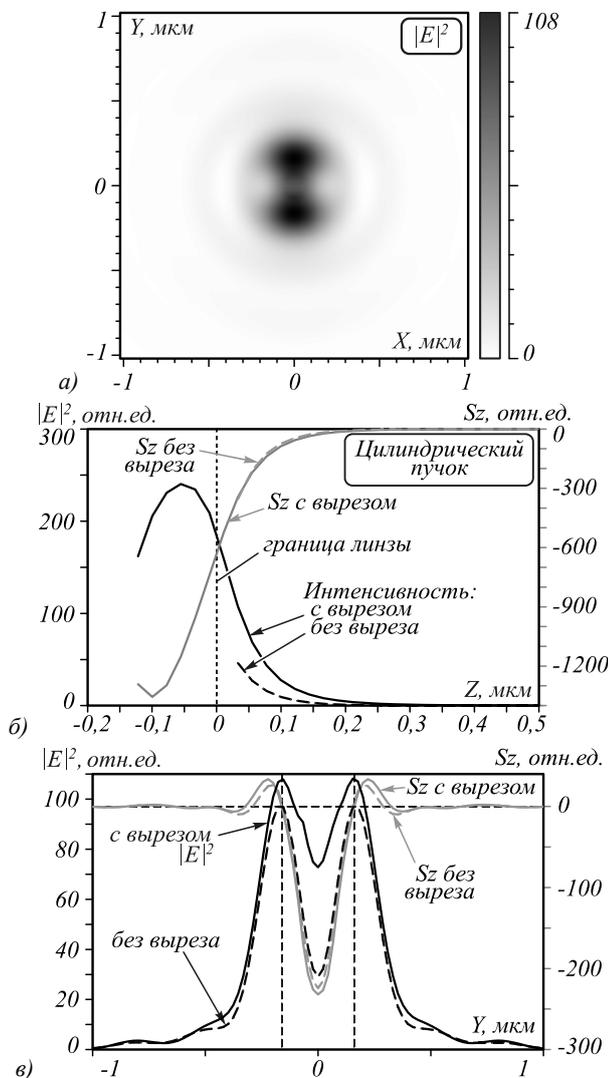


Рис. 6. Интенсивность  $|E|^2$  (а) и проекция вектора Пойнтинга  $S_z$  за линзой длиной  $L=5,88$  мкм при наличии и отсутствии в ней выреза: их сечения вдоль оси  $Z$  (б) и вдоль оси  $Y$  (в) на расстоянии 50 нм за линзой

При этом максимальные значения проекции вектора Пойнтинга вдоль оси  $Z$  по модулю больше примерно на 4%, чем в случае фазового вихря второго порядка (рис. 6в).

### Заключение

В работе показано, что с помощью цилиндрической линзы Микаэляна с вырезом на оптической оси, достигающим до выходной плоскости, можно сфокусировать пучок с фазовым вихрем второго порядка или поляризационным вихрем второго порядка, причём на выходной границе линзы образуется область с об-

ратным потоком энергии. Оптимизируя размер выреза и длину линзы, можно добиться максимальной интенсивности света и обратного потока вектора Пойнтинга, причём область с обратным потоком совпадает с областью максимума интенсивности. Такой эффект можно использовать для захвата силой со стороны света рэлеевских частиц.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в частях «Фазовый вихрь второго порядка» и «Цилиндрический векторный пучок второго порядка» (грант 18-19-00595), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26) в части «Введение» и «Заключение».

### Литература

1. **Makowski, M.** Increased depth of focus in random-phase-free holographic projection / M. Makowski, T. Shimobaba, T. Ito // Chinese Optics Letters. – 2016. – Vol. 14, Issue 12. – 120901. – DOI: 10.3788/COL201614.120901.
2. **Wackenhut, F.** Tuning the fields focused by a high NA lens using spirally polarized beams (Invited Paper) / F. Wackenhut, B. Zobiak, A. Meixner, A. Failla // Chinese Optics Letters. – 2017. – Vol. 15, Issue 3. – 030013.
3. **Liang, H.** High NA silicon metalens at visible wavelengths / H. Liang, Q. Lin, Y. Wang, Q. Sun, J. Li // Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online). – 2018. – FM3J.3. – DOI: 10.1364/CLEO\_QELS.2018.FM3J.3.
4. **Wan, X.** High-NA chromatic-aberration-corrected diffractive lens for broadband focusing / X. Wan, R. Menon // Imaging and Applied Optics 2017 (3D, AIO, COSI, IS, MATH, pcAOP), OSA Technical Digest (online). – 2017. – IW3E.4. – DOI: 10.1364/ISA.2017.IW3E.4.
5. **Grosjean, T.** Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths / T. Grosjean, I. Gauthier // Optics Communications. – 2013. – Vol. 294. – P. 333-337.
6. **Wu, Z.** Optimization-free approach for generating sub-diffraction quasi-non-diffracting beams / Z. Wu, K. Zhang, S. Zhang, Q. Jin, Z. Wen, L. Wang, L. Dai, Z. Zhang, H. Chen, G. Liang, Y. Liu, G. Chen // Opt. Express – 2018. – Vol. 26, Issue 13. – 16585.
7. **Guan, J.** Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus / J. Guan, J. Lin, C. Chen, Y. Ma, J. Tan, P. Jin // Optics Communications. – 2017. – Vol. 404. – P. 118-123.
8. **Lalithambigai, K.** Generation of sub wavelength super-long dark channel using high NA lens axicon / K. Lalithambigai, P. Suresh, V. Ravi, K. Prabhakaran, Z. Jaroszewicz, K. Rajesh, P. Anbarasan, T. Pillai // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37. – P. 999-1001.
9. **Beverluis, M.** Effects of inhomogeneous fields in super-resolving structured-illumination microscopy / M. Beverluis, G. Bryant, S. Stranick // Journal of the Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25. – P. 1371-1377.
10. **Metzger, M.** Resolution enhancement for low-temperature scanning microscopy by cryo-immersion / M. Metzger, A. Konrad, S. Skandary, I. Ashraf, A. Meixner, M. Brecht // Optics Express. – 2016. – Vol. 24. – P. 13023-13032.

11. **Merenda, F.** Three-dimensional force measurements in optical tweezers formed with high-NA micromirrors / F. Merenda, M. Grossenbacher, S. Jeney, L. Forró, R. Salathé // *Optics Letters*. – 2009. – Vol. 34. – P. 1063-1065.
12. **Novotny, L.** Principles of nano-optics / L. Novotny, B. Hecht. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 539 p.
13. **Sukhov, S.** On the concept of “tractor beams” / S. Sukhov, A. Dogariu // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 22. – P. 3847-3849.
14. **Kotlyar, V.V.** Single metalens for generating polarization and phase singularities leading to a reverse flow of energy / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, S.S. Stafeev, L. O’Faolain // *Journal of Optics*. – 2019. – Vol. 21, Issue 5. – 055004. – DOI: 10.1088/2040-8986/ab14c8.
15. **Kotlyar, V.V.** Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.A. Kovalev // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 12. – P. 16689-16702. – DOI: 10.1364/OE.27.016689.
16. **Стафеев, С.С.** Фокусировка цилиндрического векторного пучка второго порядка градиентной линзой Микаэляна / С.С. Стафеев, Е.С. Козлова, А.Г. Налимов // *Компьютерная оптика*. – 2020. – Т. 44, № 1. – С. 29-33. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-633.
17. **Kotlyar, V.V.** High resolution through graded-index micro-optics / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov, S.S. Stafeev // *Advances in Optical Technologies*. – 2012. – Vol. 2012. – 647165. – DOI: 10.1155/2012/647165.

---

#### *Сведения об авторах*

Сведения об авторе **Налимов Антон Геннадьевич** см. стр. 706 этого номера.

---

*ГРНТИ: 29.31.15*

*Поступила в редакцию 9 января 2020 г. Окончательный вариант – 13 мая 2020 г.*

---

---

# Energy flux of a vortex field focused using a secant gradient lens

A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,*

<sup>2</sup> *Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34*

## Abstract

In this paper we simulated the focusing of left circular polarized beam with a second order phase vortex and a second-order cylindrical vector beam by a gradient index Mikaelian lens. It was shown numerically, that there is an area with a negative Poynting vector projection on  $Z$  axis, that can be called an area with backward energy flow. Using a cylindrical hole in the output surface of the lens and optimizing it one can obtain a negative flow, which will be situated in the maximum intensity region, unlike to previous papers, in which such backward energy flow regions were situated in a shadow area. Thereby, this lens will work as an “optical magnet”, it will attract Rayleigh particles (with diameter about  $1/20$  of the wavelength) to its surface.

**Keywords:** Poynting vector, energy backflow, gradient index lens, cylindrical vector beam, optical vortex.

**Citation:** Nalimov AG. Energy flux of a vortex field focused using a secant gradient lens. *Computer Optics* 2020; 44(5): 707-711. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-688.

**Acknowledgements:** The work was partly funded the Russian Science Foundation under grant # 17-19-01186 (in parts “Second-order phase vortex”), # 18-19-00595 (in part “Second order cylindrical vector beam”) and by the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the “Crystallography and Photonics” Research Center of the RAS under agreement 007-Г3/Ч3363/26 (in part “Introduction”, “Conclusion”).

## References

- [1] Makowski M, Shimobaba T, Ito T. Increased depth of focus in random-phase-free holographic projection. *Chinese Opt Lett* 2016; 14(12): 120901. DOI: 10.3788/COL201614.120901.
- [2] Wackenhut F, Zobiak B, Meixner A, Failla A. Tuning the fields focused by a high NA lens using spirally polarized beams (Invited Paper) *Chin. Opt. Lett.*, 2017; 15(3): 030013.
- [3] Liang H, Lin Q, Wang Y, Sun Q, Li J. High NA silicon metalens at visible wavelengths. *Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online)* 2018: FM3J.3. DOI: 10.1364/CLEO\_QELS.2018.FM3J.3.
- [4] Wan X, Menon R. High-NA Chromatic-aberration-corrected Diffractive Lens for Broadband Focusing. In *Imaging and Applied Optics 2017 (3D, AIO, COSI, IS, MATH, pcAOP)*, OSA Technical Digest (online) 2017: IW3E.4. DOI: 10.1364/ISA.2017.IW3E.4.
- [5] Grosjean, T, Gauthier I. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths. *Opt Commun* 2013; 294: 333-337.
- [6] Wu Z, Zhang K, Zhang S, Jin Q, Wen Z, Wang L, Dai L, Zhang Z, Chen H, Liang G, Liu Y, Chen G. Optimization-free approach for generating sub-diffraction quasi-non-diffracting beams. *Opt Express* 2018; 26(13): 16585.
- [7] Guan J, Lin J, Chen C, Ma Y, Tan J, Jin P. Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus. *Opt Commun* 2017; 404: 118-123.
- [8] Lalithambigai K, Suresh P, Ravi V, Prabakaran K, Jaroszewicz Z, Rajesh K, Anbarasan P, Pillai T. Generation of sub wavelength super-long dark channel using high NA lens axicon. *Opt Lett* 2012; 37: 999-1001.
- [9] Beversluis M, Bryant G, Stranick S. Effects of inhomogeneous fields in superresolving structured-illumination microscopy. *J Opt Soc Am A* 2008; 25: 1371-1377.
- [10] Metzger M, Konrad A, Skandary S, Ashraf I, Meixner A, Brecht M. Resolution enhancement for low-temperature scanning microscopy by cryo-immersion. *Opt Express* 2016; 24: 13023-13032.
- [11] Merenda F, Grossenbacher M, Jeney S, Forró L, Salathé R. Three-dimensional force measurements in optical tweezers formed with high-NA micromirrors. *Opt Lett* 2009; 34: 1063-1065.
- [12] Novotny L, Hecht B. *Principles of nano-optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 2006.
- [13] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of “tractor beams.” *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849.
- [14] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS, O’Faolain L. Single metalens for generating polarization and phase singularities leading to a reverse flow of energy. *J Opt* 2019; 21(5): 055004. DOI: 10.1088/2040-8986/ab14c8.
- [15] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019 10; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
- [16] Stafeev SS, Kozlova ES, Nalimov AG. Focusing of second-order cylindrical vector beam by gradient index Mikaelian lens. *Computer Optics* 2020; 44(1): 29-33. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-633.
- [17] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Stafeev SS. High resolution through graded-index microoptics. *Adv Opt Technol* 2012; 2012: 647165. DOI: 10.1155/2012/647165.

---

## Authors’ information

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, fin-

---

---

ished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 130 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru) .

---

*Received – January 9, 2020. The final version – May 13, 2020.*

---