

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Преобразования структурно устойчивых состояний спиральных пучков под действием секторных возмущений

А.В. Воляр¹, Я.Е. Акимова¹

¹ КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт,
295007, Россия, Республика Крым, г. Симферополь, пр. Академика Вернадского, д. 4

Аннотация

Исследовались условия нарушения структурной устойчивости спирального пучка, подверженного секторным возмущениям. На основе метода компьютерного моделирования и измерения спектров мод показано, что спиральный вихревой пучок имеет характерную каустическую поверхность, пересечение которой непрозрачным сектором резко изменяет форму линий тока вектора Пойнтинга и полный топологический заряд пучка. Секторное возмущение пучка почти не изменяет структуру линий тока с точностью до масштаба и поворота. Мы обнаружили, что возмущение пучка вызывает изменение направления циркуляции линий тока в области возмущения, которым вызваны появления вихрей с отрицательными топологическими зарядами. Их вклад в общий поток энергии составляет доли процента. Однако значимого изменения орбитального углового момента в пучке такие возмущения не вызывают, несмотря на рост числа вихревых мод. Тем не менее возмущенный пучок остается только условно структурно устойчивым из-за наличия малой доли оптических токов с противоположной циркуляцией.

Ключевые слова: структурная устойчивость, спиральный пучок, спектр вихрей, линии тока.

Цитирование: Воляр, А.В. Преобразование структурно устойчивых состояний спиральных пучков под действием секторных возмущений / А.В. Воляр, Я.Е. Акимова // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 6. – С. 789-799. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1009.

Citation: Volyar AV, Akimova YE. Transformations of structurally stable states of spiral beams subjected to sector perturbations. Computer Optics 2021; 45(6): 789-799. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1009.

Введение

Вспыхнувший в начале этого столетия интерес к структурированным вихревым (СВ) пучкам не только не снизился, но, наоборот, резко возрос за последние три года и занимает первые места в списках уважаемых научных журналов [1–4]. Причина такого успеха очень простая – разнообразие скрытых симметрий и, соответственно, новых необычных свойств, находящихся применение в самых различных областях науки и техники от квантовой механики [5] до компьютерных технологий [6], от систем захвата и транспортировки микрочастиц до генетики и молекулярной биологии [7]. Когерентные СВ-пучки состоят из массива стандартных параксиальных вихревых мод, согласованных по фазам, амплитудам и поляризациям, что позволяет им оставаться структурно устойчивыми волновыми конструкциями при распространении с точностью до масштабных и угловых преобразований. Разнообразие способов формирования СВ-пучков, переносящих орбитальный угловой момент (ОУМ), стимулировало разработку новых математических подходов для анализа их свойств в сочетании с геометрическим отображением СВ-пучков на сферу Пуанкаре [13, 14] и представлением Майо-

рана [15, 16]. Особую популярность приобрел подход, комбинирующий лучевые и волновые свойства света в виде замысловатых узоров регулярных или случайных спекл-картин [8–12], а также новых семейств пучков, обладающих свойствами структурной устойчивости оптических каустик (так называемые каустические пучки) [17–20]. Плоская каустическая кривая очерчивает при распространении каустическую поверхность, которую также называют поверхностью устойчивости [21, 22]. Также многомерная каустическая поверхность ограничивает область, внутри которой СВ-пучок остается структурно устойчивым относительно различных малых возмущений. Если внешнее возмущение все же частично разрушает поверхность устойчивости, то динамическая система занимает новое устойчивое состояние, а сам переход сопровождается цепочкой бифуркаций, которые в линейной сингулярной оптике называют событиями рождения/уничтожения оптических вихрей [24].

Сразу отметим, что более чем два десятилетия назад Абрамочкин и Волостников открыли особый класс сингулярных пучков, получивших название спиральных вихревых пучков [25, 26]. Особое свойство таких СВ-пучков заключается в том, что любая непрерывная линия на комплексной плоскости может

быть отображена в виде распределения интенсивности спирального вихревого пучка посредством специальных интегральных преобразований. Причем тонкая структура дифракционной картины спирального пучка не сопровождается яркую кривую интенсивности, как это имеет место в каустических пучках (см., например, [17, 18, 27, 28]). Согласно Берри и Наю [27, 28], именно регулярная дифракционная картина внутри каустической поверхности обеспечивает структурную устойчивость светового пучка. В случае спиральных пучков такая дифракционная картина подавлена, но вместо нее возникает сложная сеть линий оптического тока, в то время как ее критические точки управляют направлениями потока энергии [30]. Важно подчеркнуть, что карту особых точек можно получить в явной аналитической форме только в редких простейших случаях [17, 27], поэтому основным инструментом анализа устойчивости СВ-пучков является цифровой подход для обработки экспериментальных данных и компьютерное моделирование.

Как выглядит каустическая поверхность спиральных пучков? Какие новые устойчивые состояния занимает спиральный пучок, если поверхность устойчивости повреждена внешним возмущением? Этот круг вопросов мы и собираемся обсудить. Таким образом, целью нашей статьи является выяснение вида каустической поверхности спирального пучка с тре-

угольной формой образующей и анализ новых состояний спирального пучка, подверженного секторному возмущению. Для анализа используются методы компьютерного моделирования и цифровая обработка результатов измерений спектров мод.

1. Основные свойства спирального пучка и его поверхность устойчивости

Коротко рассмотрим основные свойства СВ-пучков [26, 31], которые будут использоваться в нашем анализе. Прежде всего, СВ-пучки являются структурно устойчивыми волновыми композициями относительно распространения вдоль z-оси. Параболическое волновое уравнение допускает структурно устойчивые решения в виде $\Psi = \exp(-r^2) F(x + iy)$ или $\Psi = \exp(-r^2) F(x - iy)$, причем $F(x \pm iy)$ является целой аналитической функцией на всей комплексной плоскости. Фактически это означает, что СВ-пучки содержат оптические вихри только с одним знаком топологического заряда (ТЗ). Структурная устойчивость поддерживается за счет масштабных преобразований и вращения пучка вокруг оси распространения. Остановимся на последовательности построения спирального пучка. Пусть на комплексной плоскости задана непрерывная кривая в параметрической форме $\zeta(t) = \zeta(t) + i\eta(t)$ (рис. 1а), имеющая первые две однозначные производные.

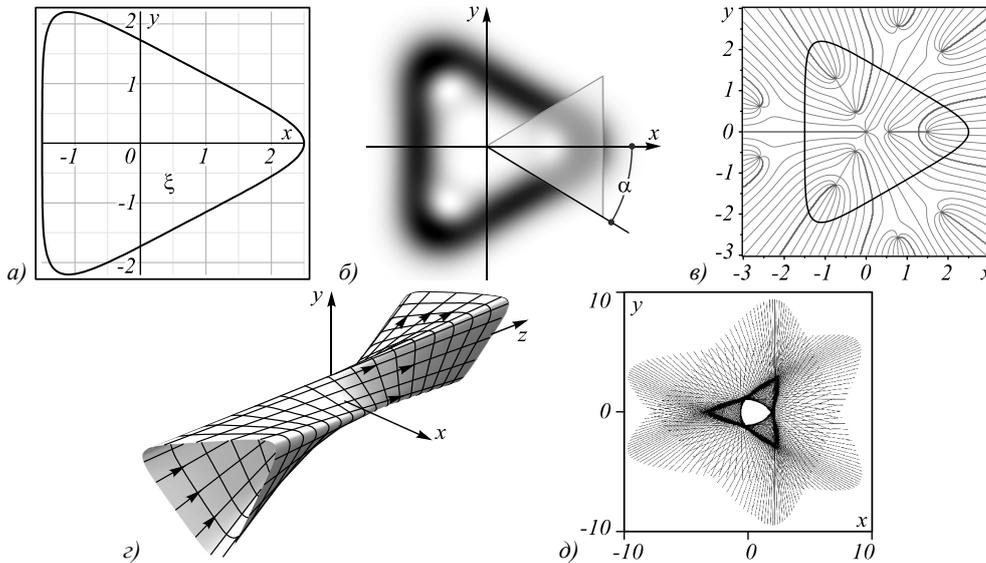


Рис. 1. Треугольный СВ-пучок: треугольная образующая $\zeta(t)=2e^{it}+(1/2)e^{-12t}$ на комплексной плоскости (ξ, η) (а), распределение интенсивности (б); распределение фазы на фоне треугольной образующей (в); линейчатая поверхность, заметаемая образующей вдоль пучка (г); проекция лучевых образующих на плоскость $z=0$ (д).

Клин на рис. 1б характеризует секторное возмущение

В общем случае кривая может иметь самопересечения, однако мы ограничимся только замкнутыми кривыми $\zeta(t)$ без самопересечений. Тогда комплексная амплитуда пучка записывается в интегральной форме

$$\Psi(\mathbf{r}|\zeta(t), t \in [0, 2\pi]) = e^{-r^2} \int_0^{2\pi} |\zeta'(t)| \times \exp\left\{2\zeta^*(t)r e^{i\varphi} - |\zeta(t)|^2 + i\Phi(t)\right\} dt, \tag{1}$$

где $\Phi(t) = 2 \int_0^t \text{Im}\{\zeta^*(\tau)\zeta'(\tau)\} d\tau$ – площадь, очерченная радиус-вектором $\mathbf{r} = i\mathbf{x} + \mathbf{j}y$, соединяющим начало координат с точкой на образующей $\zeta(t)$, а $\zeta'(t)$ – производная. Комплексную амплитуду (1) можно представить в виде бесконечного ряда из пучков Лагерра–Гаусса (ЛГ) с положительными и отрицательными ТЗ [30]

$$\Psi(X, Y, Z) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m LG_{0,m}(X, Y, Z). \quad (2)$$

Здесь C_m – амплитуда $LG_{0,m}$ -пучка с нулевым радиальным числом (общий вид амплитуды можно найти в [32]), а его комплексная амплитуда записывается как

$$LG_{0,m}(X, Y, Z) = \left(\frac{X + siY}{\sigma(Z)} \right)^{|m|} \exp\left(-\left(X^2 + Y^2 / \sigma(Z)\right)\right), \quad (3)$$

$X = x/w_0$, $Y = y/w_0$, $\sigma(Z) = 1 - iZ$, $Z = z/z_0$, w_0 – радиус перетяжки пучка, $z_0 = kw_0^2/2$, k – волновое число, $s = \pm 1$ – знак ТЗ вихря, а амплитуды мод записываются в виде

$$C_m = \frac{1}{m!} \left(\frac{2}{A} \right)^m \times \int_0^{2\pi} \zeta^{*m}(t) |\zeta'(t)| \exp\left\{-|\zeta(t)|^2 + i\Phi(t)\right\} dt. \quad (4)$$

Комплексная амплитуда (2) содержит бесконечное число вихревых ЛГ-пучков с одинаковыми знаками ТЗ. При распространении спиральный пучок закручивается вокруг оси распространения, а поперечный масштаб его интенсивности \mathfrak{Z} изменяется по закону [26]

$$\mathfrak{Z}(R, \varphi, Z) = \frac{1}{1 + Z^2} \mathfrak{Z}\left(\frac{R}{\sqrt{1 + Z^2}}, \varphi + \theta \arctan Z\right), \quad (5)$$

где $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, θ – действительный параметр, характеризующий величину закручивания пучка. Каждая точка спирального пучка очерчивает траекторию

$$X + iY = (X_0 + iY_0) \sqrt{1 + Z^2} \exp(-i\theta \arctan Z), \quad (6)$$

где (X_0, Y_0) – исходное положение точки в плоскости перетяжки $z=0$. Результаты компьютерного моделирования указывают на то, что точки максимальной интенсивности $\mathfrak{Z}(X_{\max}, Y_{\max}, Z)$ СВ-пучка описывают прямые лучевые траектории точно так же, как и в каждой ЛГ-моды [33], в то время как огибающая вектора Пойнтинга в окрестности максимума интенсивности очерчивает сложную спиралевидную кривую [34].

Для анализа распределения интенсивности спирального пучка мы воспользовались записью образующей в виде гипоциклоиды треугольной формы

$$\begin{aligned} \xi &= 2 \cos t + (1/2) \cos 2t, \\ \eta &= 2 \sin t - (1/2) \sin 2t. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее мы предположили, что интенсивность $\mathfrak{Z}_\Delta = \Psi_\Delta \Psi_\Delta^*$ треугольного СВ-пучка с образующей (7) и комплексной амплитудой (1) имеет в максимуме аналогичное треугольное распределение, которое вращается вокруг оси пучка согласно формуле (6), а его линейные размеры изменяются с длиной Z в соот-

ветствии с формулой (5). В рамках геометрико-оптического подхода положения критических точек $\partial_x \Phi_\Delta = 0$, $\partial_y \Phi_\Delta = 0$ в распределении фазы $\Phi_\Delta = \arg \Psi_\Delta$ треугольного СВ-пучка (1) в волновой зоне дифракции задаются уравнениями (см. (7.2) в [31]):

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= x + (Z/k) \partial_x \Phi_\Delta(x, y), \\ \tilde{Y} &= y + (Z/k) \partial_y \Phi_\Delta(x, y), \end{aligned}$$

где $x = (x)t$, $y = (y)t$, $t \in (0, 2\pi)$. Мы нашли, что этим условиям удовлетворяют положения максимумов интенсивности

$$\begin{aligned} X &\sim \left(2 \cos t + \frac{1}{2} \cos 2t\right) - Z \left(2 \sin t - \frac{1}{2} \sin 2t\right), \\ Y &\sim Z \left(2 \cos t + \frac{1}{2} \cos 2t\right) + \left(2 \sin t - \frac{1}{2} \sin 2t\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь координаты (X, Y, Z) нормированы. Линия оптической каустики в заданной плоскости $Z = \text{const}$ проходит через критические точки градиента фазы и должна соответствовать критическому условию гесса [23]

$$\begin{vmatrix} \partial_{xx} \Phi_\Delta & \partial_{xy} \Phi_\Delta \\ \partial_{yx} \Phi_\Delta & \partial_{yy} \Phi_\Delta \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

На рис. 2 пересечения линий градиента фазы задают положения критических точек. Непосредственное использование условия (9) задает сложную картину одновременного выполнения двух критических условий. Для того, чтобы среди множества точек выбрать только требуемые критические точки, мы налагаем дополнительное условие расположения их в малой окрестности линии максимума интенсивности. Именно им соответствуют жирные черные точки на рис. 2. Вообще говоря, эти условия задают положение оптической каустики. Однако, поскольку приведенные результаты были получены на основе компьютерного моделирования, мы, прежде чем говорить об уравнении (8) как об образующей поверхности устойчивости, сначала обсудим, какие локальные изменения происходят в СВ-пучке при частичном возмущении такой особой кривой непрозрачным сектором.

В соответствии с работой [26] структурная устойчивость спирального пучка многоугольной формы обеспечивается двумя условиями отбора. Во-первых, спиральный пучок с замкнутой образующей (2) может содержать ЛГ-моды только со строгой последовательностью ТЗ m с одинаковыми знаками. Например, для треугольного пучка это есть $3m+1$ - последовательность, для квадратного пучка – $4m$, для пятиугольного пучка – $5m$ и т.д. Во-вторых, для равномерного распределения интенсивности вдоль контура образующей необходимо, чтобы число траекторий центра фазовой сингулярности вдоль z , пересекающих поверхность, натянутую на образующую f , рав-

нялось строго заданному числу N , которую называют числом квантования. Траектории не могут пересекать контур образующей. Например, для треугольного спирального пучка число квантования равно $N=7$. При пересечении образующей f_Δ число вихрей (согласно выражению (3)) стремится к бесконечности $N \rightarrow \infty$ (см. рис. 1в). Таким образом, внутри образующей f_Δ имеем ТЗ, равный $\text{ТЗ}=7$, тогда как за ее пределами – $\text{ТЗ} \rightarrow \infty$. Стоит заметить, что в случае каустики эллиптической и гиперболической омбилики тонкая дифракционная структура внутри геометрической каустики образована регулярной сеткой вихрей с чередующимися ТЗ. При пересечении каустической кривой оптические вихри исчезают [27, 28], а ТЗ всего пучка равен нулю.

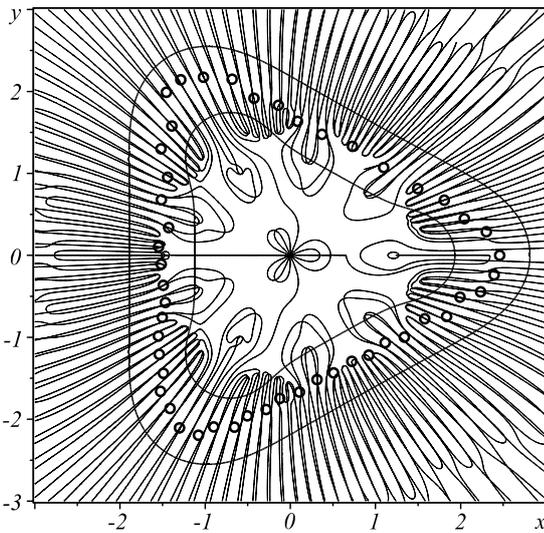


Рис. 2. Компьютерное моделирование каустики: пересечения тонких фазовых линий задают положения критических точек, жирные точки – решения уравнения (9), треугольные линии равной интенсивности $\mathfrak{I} = 0,05$

Кроме того, как мы отмечали выше, образующими поверхности на рис. 1г является семейство прямых лучей, в то время как их окружают с обеих сторон спиралевидные траектории. Таким образом, учитывая результат компьютерного моделирования в виде критических условий (9), поверхность, сформированную образующей f_Δ , можно рассматривать в качестве каустической поверхности [22], в то время как проекция прямых лучей на плоскость $z=0$ отображает лучевую каустическую, изображенную на рис. 1д.

2. Секторное возмущение треугольного спирального пучка

Что произойдет, если каустическую поверхность треугольного спирального пучка частично разрушить внешним воздействием в виде секторного возмущения? Ответ на этот вопрос и является основной задачей параграфа. Схематически геометрия секторного возмущения приведена на рис. 1б. Поскольку возмущенный спиральный пучок можно представить в виде бесконечной суперпозиции ЛГ-мод в уравнении

(2), то имеет смысл исследовать секторное возмущение единичного ЛГ-пучка, а затем рассмотреть их суперпозицию в СВ-пучке.

2.1. Преобразование мод в возмущенном пучке

Возмущенный СВ-пучок треугольной формы запишем в виде

$$\Psi_\Delta(X, Y, Z|\alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{m,n}(\alpha) LG_{0,n}(X, Y, Z). \quad (10)$$

Здесь возмущение индивидуально действует на все ЛГ-моды. Как было показано в работе [36], амплитуды $C_{m,n}(\alpha)$ каждой возмущенной моды задаются соотношением

$$C_{m,n}(\alpha) = (-1)^{m-n} \Gamma\left(\frac{|m|+|n|}{2} + 1\right) \times \frac{\sin\left[(m-n)(\pi-\alpha)\right]}{m-n} / \left(\pi 2^{(|m|-|n|)/2} |n|\right). \quad (11)$$

Отметим, что комплексные амплитуды ЛГ-мод в (10) не нормированы. Второе правило отбора требует, чтобы последовательность с $\text{ТЗ} = 3m + 1$ содержала число ЛГ-мод в (10) не меньше, чем число квантования $N=7$ с амплитудами

$$C_m = \frac{2^{3m+1}}{(3m+1)} \int_0^{2\pi} (-4, 24 + 2 \cos 3t + i(7 - 3m - 1) \times \left(2 - \frac{1}{2} \exp(3it)\right) dt. \quad (12)$$

Может показаться, что расчет можно существенно упростить заменой пределов интегрирования в общей формуле (1), записав $(0, 2\pi) \rightarrow (t_1, t_2)$ с параметрами $t_{1,2}(\alpha)$, соответствующими углу разрыва образующей на рис. 1а, б. Однако такая замена не соответствует решению задачи, поскольку согласно выражению (2) мы получим вновь структурно устойчивый СВ-пучок с одинаковыми знаками ТЗ вихревых мод [26]. В противоположность этому возмущенный пучок в (10) содержит вихри с различными знаками ТЗ. При этом также нарушается как условие последовательности ТЗ в формуле (2), так и условие квантования. Пучок перестает быть спиральным, а вопрос о его структурной устойчивости остается открытым.

Результат компьютерного моделирования и эксперимента эволюции треугольного пучка при распространении вдоль ось Z в соответствии с (3), (10)–(12) спирального пучка, возмущенного сектором с $\alpha = \pi/6$, иллюстрирует рис. 3. Характерно, что форма картины интенсивности $\mathfrak{I}(x, y, z)$ (рис. 3а, б) при распространении от $Z=0$ до $Z=10$ не меняется даже в области возмущения, если учесть расширение пучка в поперечном сечении и его угловое вращение. Распре-

деление фазы (рис. 3в) синхронно следует за распределением интенсивности.

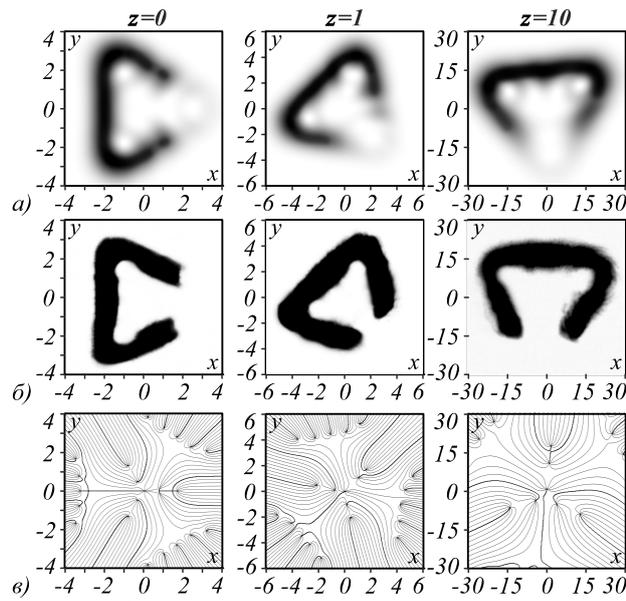


Рис. 3. Компьютерное моделирование эволюции треугольного пучка вдоль z -оси, возмущенного секторной диафрагмой с $\alpha=\pi/6$: интенсивность – теория (а), эксперимент (б), фаза (в)

Сравнивая распределения интенсивности и фазы на рис. 1б, в и рис. 3а, б, в, видим, что вихри, расположенные вдоль луча $\varphi=0$, не экранируются секторной диафрагмой, но смещаются, искажая локальную картину линий равной фазы, в то время как при смещении плоскости наблюдения вдоль пучка картина фаз сохраняет исходную структуру при расширении и повороте. Вместе с картиной интенсивности вращается и оптическая каустика, не меняя своей формы. Вид разрушенной каустической поверхности представлен на рис. 4. Каждая точка исходной каустической кривой в плоскости $Z=0$ соединена прямыми лучами с соответствующей точкой каустики в плоскости $Z=10$. Ход лучей в возмущенной области не изображен.

Важной частью компьютерного моделирования явился анализ картины распределения фаз при ее перестройке под действием изменяющегося угла возмущения α , изображенной на рис. 5. Заметим, невозмущенный треугольный пучок содержит 21 единичный оптический вихрь. Семь вихрей располагаются в вершинах двух фазовых треугольников, окруженных линией каустики на рис. 5 при $\alpha=0$, один вихрь расположен на оси пучка, три квадрупольных вихрей располагаются на внешних сторонах каустики, остальные вихри не захвачены площадью рисунка. Стоит только внести секторное возмущение с очень малым углом $\alpha < 1^\circ$, как регулярная картина вихрей разрушается. Проследим за процессом разрушения. В нашей модели было выбрано тридцать ЛГ-мод как с положительными, так и с отрицательными ТЗ. Слабое возмущение $\alpha=\pi/20$ вызывает резкую перестройку картины вихрей вдоль луча $\varphi=0$, в частности в области вер-

шины каустики, хотя остальные вихри внутри каустики «не заметили» возмущения. Одновременно появилось 9 новых вихрей вокруг возмущенной каустики. Также нарушился строй четырех вихрей на двух внешних сторонах каустики. По двум сторонам луча $\varphi=0$ появилось два симметрично расположенных вихря. При небольшом увеличении возмущения до $\alpha=\pi/10$ эти два вихря выстраиваются вдоль луча $\varphi=0$, которые при увеличении угла возмущения α сдвигаются к центру. Окончательно, при угле возмущения $\alpha=\pi/2$ внутренние вихри располагаются в вершинах двух вложенных друг в друга треугольников внутри каустики, которые как бы старались воспроизвести картину «фантомной каустики» (пунктирная кривая), эквивалентной невозмущенному случаю при $\alpha=0$.

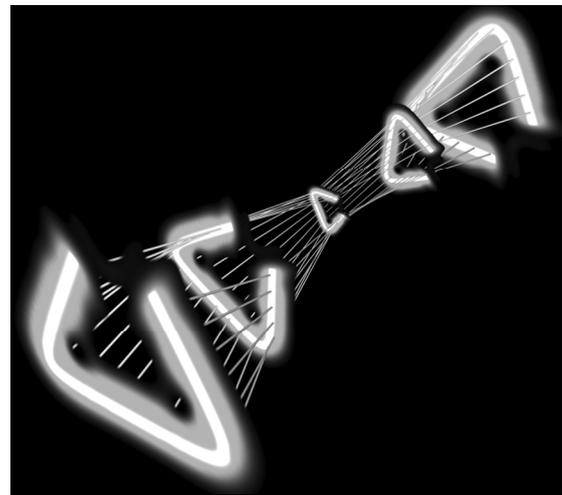


Рис. 4. Форму каустической поверхности возмущенного пучка очерчивают прямые лучи, как ее образующие. Лучи на возмущенных краях каустики не изображены

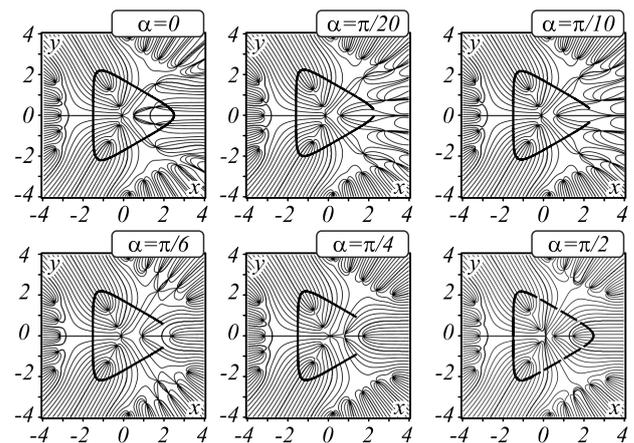


Рис. 5. Картины линий равных фаз возмущенного пучка с управляющим углом сектора α в плоскости $z=0$. Толстая линия соответствует форме возмущенной каустики. Пунктирная линия для случая $\alpha=\pi/2$ указывает на форму невозмущенной каустики

На первый взгляд, возникла парадоксальная ситуация – на внутреннем участке пучка в области темноты сформировалась прежняя сингулярная фазовая структу-

ра, свойственная невозмущенному случаю. Но эта структура сингулярностей явилась реакцией света на разрезы исходного волнового фронта краями апертуры. С другой стороны, сингулярная фазовая структура в целом перераспределяет потоки энергии таким образом, чтобы воссоздать новое структурно устойчивое состояние пучка. Проследим за этим процессом.

2.2. Перестройка потоков энергии

Отображение СВ-пучков в виде линий тока вектора Пойнтинга содержит такие детали процесса разрушения сингулярной структуры, которые скрыты в распределении фаз, но проявляются в характерном узоре критических точек потока энергии. В отличие от лучей, линии тока очерчивают сложные траектории в окрестности особых точек. Форма линий тока определяется градиентом фазы СВ-пучка $\nabla(\Phi_\Delta)$, $\nabla = i\partial_x + j\partial_y + k\partial_z$, и записывается как [37, 38]

$$\mathbf{J}_\Delta(\mathbf{r}) = \text{Im}(\Psi^* \nabla \Psi_\Delta). \quad (13)$$

Недавно мы показали [30], что узор критических точек в многоугольных спиральных пучках распределен таким образом, чтобы обеспечить структурную устойчивость композиции оптических вихрей. В этом параграфе мы воспользуемся тем же подходом, чтобы проанализировать процесс перехода между структурно устойчивыми состояниями.

Сразу отметим, что в противоположность распределению фаз на рис. 5, картина линий тока на рис. 6 более насыщена взаимосвязью критических точек между собой. Напомним, что линии тока в невозмущенном треугольном пучке на рис. 1 в работе [26] характеризуются системой сепаратрис с одинаковыми направлениями циркуляции. Две сепаратрисы внутри каустики охватывают по три центра, расположенных на месте оптических вихрей. Каждая тройка центров образует три вершины правильных треугольников. На внешней стороне каустики располагается симметричная триада сепаратрис, охватывающих по три дополнительных центра. Даже слабое секторное возмущение вдоль луча $\varphi=0$ с углом возмущения $\alpha < 1^\circ$ разрушает эту симметрию. Почему пучок продолжает устойчиво распространяться, не изменяя своей возмущенной структуры, несмотря на удаление нескольких оптических вихрей и частичное разрушение каустики? Нашей задачей является выявить особенности распределения потоков энергии в возмущенном треугольном СВ-пучке.

Общая картина распределения линий тока представлена на рис. 6 на фоне плотности потока энергии $\rho = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$ в поперечном сечении $z=0$ треугольного СВ-пучка, подверженного секторному возмущению. Слабое возмущение $\alpha = \pi/10$ на рис. 6I хотя и частично разрушает каустику, вырезает два вихря на вершинах двух треугольников внутри каустики и затрагивает вихрь на оси пучка, не изменяет суще-

ственно внутреннюю структуру линий тока (рис. 6Ia). Однако на луче $\varphi=0$ внутри каустики появилось два вихря по бокам вершины треугольника на рис. 6Ib.

Два соседних вихря разделены сепаратрисой от центрального вихря. Заметим, что отображение этого процесса на плоскость линий тока проявилось на рис. 6Ib в виде шести особых точек (три центра и три седла) на месте экранированных вихрей (см. рис. 5 ($\pi/10$)) с противоположной циркуляцией линий тока. Возросшее возмущение «притянуло» в область каустики вихри из удаленных областей (см. рис. 5 ($\pi/20$)). Дальнейшее увеличение угла возмущения $\alpha \rightarrow \pi/9$ приводит к уничтожению двух пар центр/седло с противоположной циркуляцией. Остается только пара центр/седло на луче $\varphi=0$. Таким образом, внутри каустики появилось три вершины двух вложенных треугольников, присущие невозмущенному случаю. Однако в области секторного препятствия продолжается процесс рождения/уничтожения критических точек. На рис. 6Ia-г приведена картина критических точек в этой области для $\alpha = \pi/2$ угла. Примечательно, что в области экрана появилась обширная область с противоположной циркуляцией линий тока, которая характерна для вихрей с противоположными знаками ТЗ.

Важной частью нашего исследования являлся анализ изменения структуры линий тока при распространении возмущенного СВ-пучка. Для этого мы построили пространственную модель линий тока, показанную на рис. 7. Линии тока на рисунке изображены на фоне распределения интенсивности для $\alpha = \pi/4$. Из рисунка видим, что линии тока следуют за распределением интенсивности даже в области секторного затемнения у краев каустики с учетом расширения и вращения. Также отметим, что степень корреляции картин интенсивности в исходной плоскости $Z=0$ и на расстоянии $Z=10$ остается не хуже 0,93. Нарушение структурной устойчивости возмущенного спирального пучка может возникать за счет появления обширной области со встречной циркуляцией оптических токов (см. рис. 6II). Однако вклад этой области в общий поток энергии составляет только 0,3% (более подробно этот вопрос рассмотрен в следующем параграфе и отображен на рис. 12). Тем не менее, столь малый вклад встречных циркуляций не искажает существенно картину интенсивности, а возмущенный спиральный пучок можно считать *условно структурно устойчивым*. Полученные далеко не очевидные результаты компьютерного моделирования требуют экспериментальной проверки, что мы и рассмотрим в следующем параграфе.

3. Эксперимент

Задачей данного параграфа явилось измерение картины интенсивности при распространении пучка и спектра мод СВ треугольного пучка, возмущенного секторной диафрагмой, позволяющих рассчитать

ОУМ и информационную энтропию. Для анализа картины интенсивности, содержащих большой массив мод Лагерра–Гаусса или Эрмита–Гаусса (ЭГ), использовался подход моментов интенсивности, детально рассмотренный в наших статьях [11, 39]. Основное отличие заключалось в том, что при измерении эволюции картины интенсивности требовалось как одновременное и точное смещение на расстояние порядка 0,4 м в обоих оптических плечах со сферической L и цилиндрической CL-линзами в экспериментальной установке на рис. 8, так и измерение в ЛГ- и ЭГ-базисах. Грубая настройка осуществлялась простым механическим смещением оптических элементов на голографическом столе. Точная под-

стройка потребовала крепления фотодетекторов и линз на оптических столиках типа Thorlabs «MAX603D» с 6-D степенями свободы: 3D-смещений и 3D-поворотов. Точность продольных смещений достигала 50 мкм, а угловых поворотов – до 0,5°. Кроме того, максимальное число мод, вызванных возмущением СВ-пучка, достигало 150, что требовало использования устройств с высокой разрешающей способностью как для формирования, так и для детектирования пучков. Для формирования пучков использовался Thorlabs EXULUS-4K1/M SLM модулятор, а для детектирования применялся CMOS (metal-oxide-semiconductor detector) детектор Michrome 20.

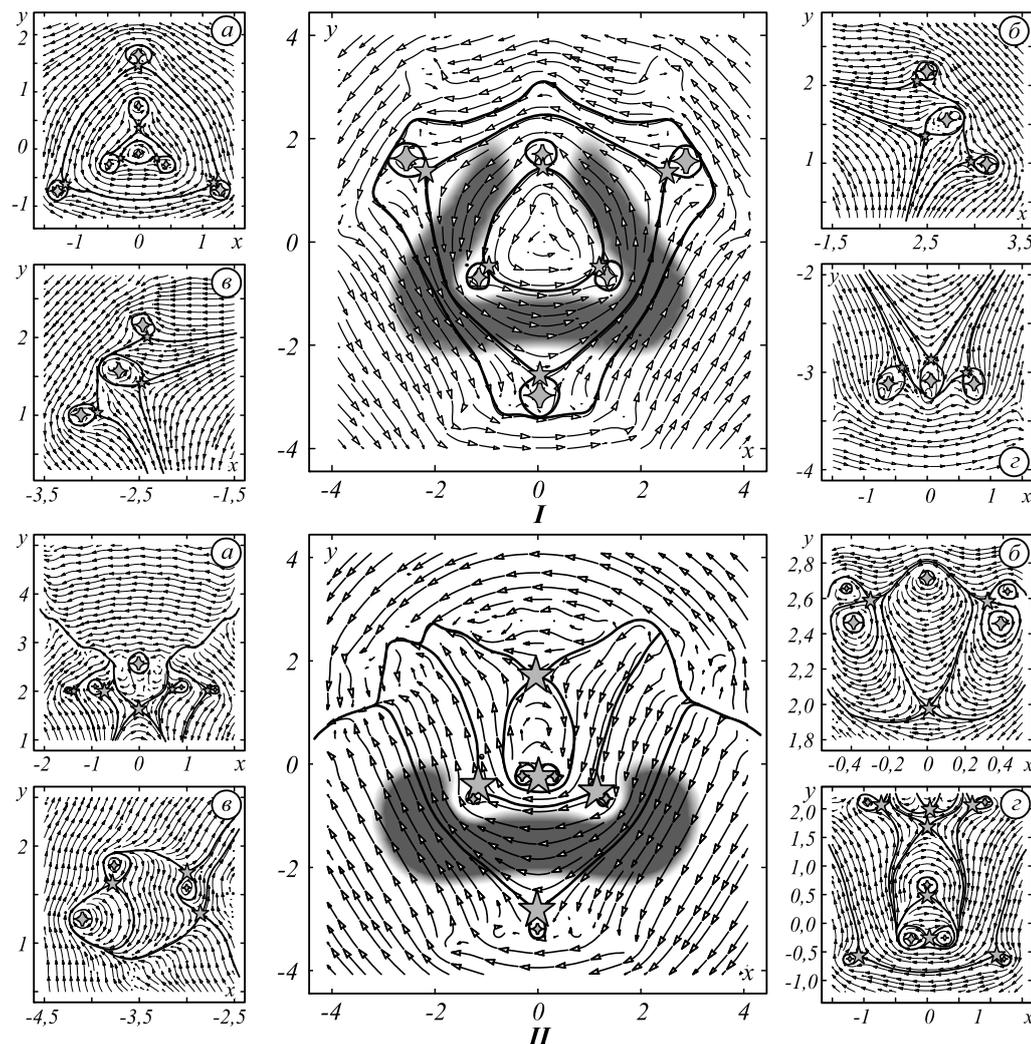


Рис. 6. Картина линий тока на фоне плотности тока $p(x, y)$ для различных углов возмущения в $z = 0$ плоскости: $\alpha = \pi/10$ (I), $\alpha = \pi/2$ (II). Критические точки двух типов – \diamond центр и \star седло; среди других линий сепаратриса выделяется толще

Столь большое число мод в возмущенном пучке связано с процессом возмущения. Хотя для формирования невозмущенного СВ-пучка достаточно ограничиться только восемью ЛГ-модами с максимальным $T_3 = 22$, при оценке процесса измерений мы учитывали 20 вторичных ЛГ-мод для каждой невозмущенной моды. Кроме того, необходимость использования двух измерительных оптических плеч в эксперимен-

тальной установке на рис.8 связана с тем, что при больших углах сектора $\alpha > \pi/4$ каждая мода СВ-пучка возбуждает до 30 ЛГ-мод с различными знаками T_3 , а для их отдельного измерения требуется использование как сферической, так и цилиндрической линзы [39].

На рис. 9 изображен спектр ненормированных амплитуд ЛГ-мод треугольного СВ-пучка, описываемо-

го выражением (12). Поскольку в спектре выделяется только четыре линии, может показаться, что остальные ЛГ-моды пучка можно не принимать во внимание. Однако это не так. Дело в том, что по мере увеличения ТЗ-моды быстро возрастает ее амплитуда. Такое возрастание максимальной амплитуды ЛГ-моды уравнивается уменьшением в (12) абсолютной величины каждого коэффициента C_m . В результате, реальный вклад амплитудных множителей C_m не отражен на рис. 9. Поэтому в целях лучшей иллюстрации процесса рождения вторичных ЛГ-мод из каждой ЛГ-моды невозмущенного СВ-пучка мы осуществили перенормировку, как каждой амплитуды основной ЛГ-моды в (12), умножив ее на нормировочный множитель $C_m \rightarrow C_m \sqrt{2^{-2-m} m!}$. На рис. 10 перенормированная амплитуда обозначена как \tilde{C}_{mn} .

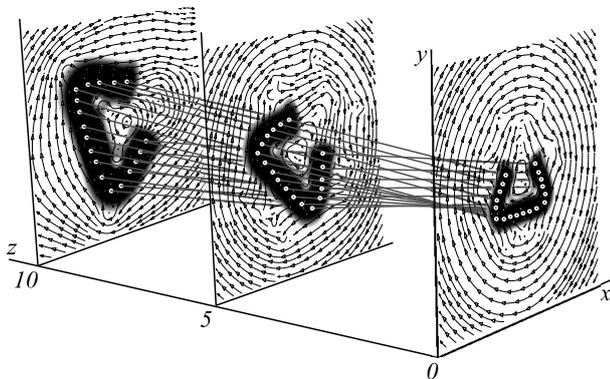


Рис. 7. Компьютерное моделирование пространственной эволюции линий тока для $\alpha = \pi/4$ угла возмущения

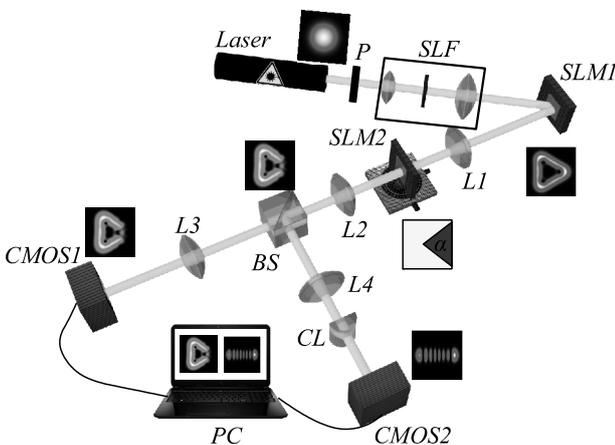


Рис. 8. Экспериментальная установка: Laser – He-Ne лазер $\lambda = 0,63$ мкм, P – поляризатор, L – сферические линзы, CL – цилиндрическая линза $f = 17$ см, BS – делительная призма, SLM – пространственный модулятор света, CMOS – фотодетектор

Величина амплитуд ЛГ-мод с отрицательными ТЗ $n < 0$ попадает в область ошибки измерений. Начиная с ЛГ-мод с $m = 13$ наблюдается быстрый рост вторичных ЛГ-мод с отрицательными ТЗ. Интегральный вклад вихрей с отрицательным ТЗ в возмущенный СВ-пучок отчетливо проявляется в форме зависимостей информационной энтропии [36]

$$H_1(\alpha) = -\sum_{m=0}^N \sum_{n=-M}^M \bar{C}_{m,n}^2(\alpha) \log_2 \bar{C}_{m,n}^2(\alpha) \quad (14)$$

и ОУМ

$$\ell_z = \sum_{m=0}^N \sum_{n=-M}^M n \bar{C}_{m,n}^2, \quad (15)$$

показанных на рис.10. Здесь используются нормированные амплитуды мод $\bar{C}_{m,n}$. Мы специально расширили область углов возмущения $\alpha \in (0, \pi)$, чтобы выявить ту область возмущений, где вихри с отрицательным ТЗ оказывают существенное влияние. В области углов $\alpha \in (0, \pi/2)$ энтропия H_1 медленно возрастает, поскольку вклад новых ЛГ-состояний в возмущенный пучок еще небольшой. Однако на следующем участке углов $\alpha \in (\pi/2, \pi)$ возмущения наблюдается быстрый рост числа состояний.

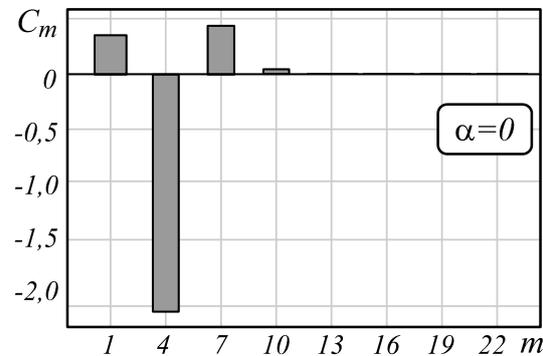


Рис. 9. Спектр ненормированных амплитуд C_m невозмущённого треугольного пучка

Аналогично ОУМ на участке $\alpha \in (0, \pi/2)$ практически не изменяется, и только вблизи углов $\alpha \sim 170^\circ$ возникает резкое падение ОУМ. На первый взгляд кажется странным тот факт, что сильное секторное возмущение переводит спиральный пучок в новое устойчивое состояние относительно продольного сдвига, оставляя неизменным ОУМ. Действительно, секторное возмущение вызывает появление оптических токов с противоположной циркуляцией в обширной области поперечного сечения пучка, которые синхронно вращаются при распространении (см. рис. 6 и 7) как единое целое, хотя оптические токи с противоположной циркуляцией вращают часть пучка в противоположном направлении. Такие потоки связаны с отрицательными топологическими зарядами вторичных ЛГ-пучков, и их вклад не меняется вдоль пучка. Оценим энергетический вклад потоков с противоположной циркуляцией, основываясь на экспериментальных спектрах ЛГ-мод $|C_m C_{m,n}(\alpha)|^2$ возмущенного спирального пучка (см. также (10)). Обозначим через полную энергию спирального пучка

$$P_{-M} = \sum_{m=0}^N \sum_{n=-M}^{-1} |C_m C_{mn}|^2,$$

а через

$$P_N = \sum_{m=0}^N \sum_{n=-M}^M |C_m C_{mn}|^2,$$

энергию, приходящуюся на ЛГ-пучок с отрицательными ТЗ. Тогда доля энергии, приходящаяся на

поток с противоположной циркуляцией оптических токов, есть

$$P_t(\alpha) = P_{-M} / P_N. \tag{16}$$

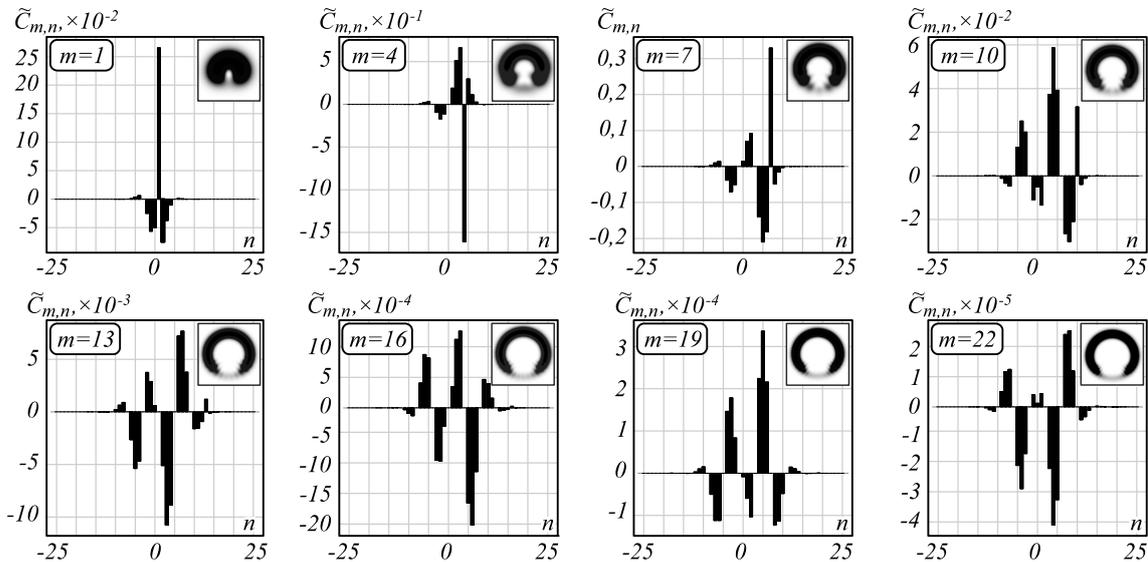


Рис. 10. Модовые амплитуды \tilde{C}_{mn} треугольного спирального пучка с углом сектора $\alpha = \pi/4$ для разных ТЗ m .
Выводы: восстановленные в цифровом виде моды ЛГ

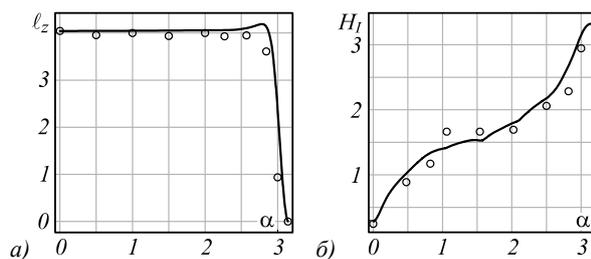


Рис. 11. Изменение информационной энтропии $H_1(\alpha)$ и ОУМ $l_z(\alpha)$ возмущённого СВ-пучка в области углов $\alpha \in (0, \pi)$ (б)

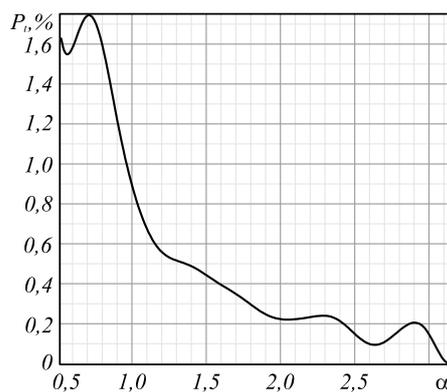


Рис. 12. Вклад потока энергии с противоположным направлением циркуляции оптического тока $P_t(\alpha)$ в общий поток энергии возмущённого спирального пучка как функция угла сектора α

Зависимость энергетического вклада $P_t(\alpha)$ противоположных направлений оптического тока от угла секторного возмущения α иллюстрирует рис. 12. За-

метим, что при небольших углах возмущения $\alpha < \pi/8$ величина вклада $P_t(\alpha)$ максимальная, быстро снижаясь до долей процента при $\alpha \sim 7\pi/8$. Так, при возмущении $\alpha = \pi/2$, когда половина поперечного сечения пучка «обрезается», вклад противоположных циркулирующей энергии составляет всего $P_t = 0,3\%$.

Вообще говоря, структурная устойчивость пучка относительно внешних возмущений подразумевает, что распределение интенсивности восстанавливается с точностью до масштаба и вращения и некоторого постоянного множителя [31]. В нашем случае это требование выполняется не точно, а с небольшой погрешностью. Поэтому мы склонны говорить об условном восстановлении структурной устойчивости.

Заключение

Используя методы компьютерного моделирования и измерение 3D-спектров мод (амплитуд и фаз), мы исследовали свойство спиральных пучков треугольной формы сохранять структурную устойчивость, несмотря на значительные секторные возмущения, нарушающие форму каустики. Было обнаружено, что картина линий тока вектора Пойнтинга на каустической поверхности характеризуется семейством прямых лучей, в то время как вблизи поверхности линии тока принимают спиралевидную форму. Кроме того, в каждом поперечном сечении каустическая поверхность охватывает конечное число оптических вихрей, равное числу квантования спирального пучка, в то время как за пределами каустики число вихрей стремится к бесконечности. Секторное возмущение вызы-

вают существенные искажения картины линий тока в области тени секторной диафрагмы. Тем не менее, они имеют одинаковое направление циркуляции на всей площади поперечного сечения пучка при небольших углах возмущения. При больших углах секторной диафрагмы появляются широкие участки сечения пучка с противоположной циркуляцией линий тока. Тем не менее, вся картина линий тока не изменяет свою структуры при распространении пучка с точностью до масштаба и поворота. 3D-спектры мод указали на то, что при увеличении угла возмущения возникают широкие участки вихревых мод с отрицательными ТЗ. Хотя картина линий тока почти не изменяет свою структуры при распространении пучка с точностью до масштаба и поворота, но оптические токи с противоположной циркуляцией вносят слабые возмущения, составляющие доли процента от полного потока энергии. Также оказалось, что ОУМ остается неизменным в широкой области углов возмущения, несмотря на быстрый рост числа состояний, и только при углах сектора около 170° возникает резкое падение ОУМ. Это значит, что вклад вихрей с отрицательными ТЗ не сказывается на распространении пучка, так что СВ-пучок остается только условно структурно устойчивым из-за небольшого вклада оптических токов с противоположной циркуляцией.

Благодарности

Авторы благодарны профессору Е.Г. Абрамочкину за полезные советы и обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Совета министров Республики Крым (проекты № 20-47-910002 в части «Теоретические результаты», № 20-37-90066, № 19-29-01233 в части «Методы измерения спектра оптических вихрей», № 20-37-90068 в части «Экспериментальные результаты»).

Литература

1. **Forbes, A.** Structured light tailored for purpose / A. Forbes // Optics and Photonics News. – 2020. – Vol. 31, Issue 6. – P. 24-31. – DOI: 10.1364/OPN.31.6.000024.
2. **Shen, Y.** Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities / Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, X. Yuan // Light: Science & Applications. – 2019. – Vol. 8. – 90. – DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
3. **Forbes, A.** Structured light / A. Forbes, M. de Oliveira, M.R. Dennis // Nature Photonics. – 2021. – Vol. 15. – P. 253-262. – DOI: 10.1038/s41566-021-00780-4.
4. **Willner, A.E.** OAM light for communications / A.E. Willner // Optics and Photonics News. – 2021. – Vol. 32, Issue 6. – P. 34-41. – DOI: 10.1364/OPN.32.6.000034.
5. **Erhard, M.** Twisted photons: New quantum perspectives in high dimensions / M. Erhard, R. Fickler, M. Krenn, A. Zeilinger // Light: Science & Applications. – 2018. – Vol. 7. – 17146. – DOI: 10.1038/lsa.2017.146.
6. **Marrucci, L.** Spin-to-orbital conversion of the angular momentum of light and its classical and quantum applications / L. Marrucci, E. Karimi, S. Slussarenko, B. Piccirillo, E. Santamato, E. Nagali, F. Sciarrino // Journal of Optics. – 2011. – Vol. 13, Issue 6. – 064001. – DOI: 10.1088/2040-8978/13/6/064001.
7. **Rubinsztein-Dunlop, H.** Roadmap on structured light / H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M.V. Berry, M.R. Dennis, D.L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marte, N.M. Litchinitser, N.P. Bigelow, C. Rosales-Guzmán, A. Belmonte, J.P. Torres, T.W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A.B. Stilgoe, J. Romero, A.G. White, R. Fickler, A.E. Willner, G. Xie, B. McMorrin, A.M. Weiner // Journal of Optics. – 2017. – Vol. 19, Issue 1. – 013001. – DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001.
8. **Shen, Y.** Structured ray-wave vector vortex beams in multiple degrees of freedom from a laser / Y. Shen, X. Yang, D. Naidoo, X. Fu, A. Forbes // Optica. – 2020. – Vol. 7, Issue 7. – P. 820-831. – DOI: 10.1364/OPTICA.414397.
9. **Dennis, M.R.** Gaussian mode families from systems of rays / M.R. Dennis, M.A. Alonso // Journal of Physics: Photonics. – 2019. – Vol. 1, Issue 2. – 025003. – DOI: 10.1088/2515-7647/ab011d.
10. **Wan, Z.** Digitally tailoring arbitrary structured light of generalized ray-wave duality / Z. Wan, Z. Wang, X. Yang, Y. Chen, X. Fu // Optical Express. – 2020. – Vol. 28, Issue 21. – P. 31043-31056. – DOI: 10.1364/OE.400587.
11. **Volyar, A.** Fine structure of perturbed Laguerre–Gaussian beams: Hermite–Gaussian mode spectra and topological charge / A. Volyar, E. Abramochkin, Yu. Egorov, M. Bretsko, Ya. Akimova // Applied Optics. – 2020. – Vol. 59, Issue 25. – P. 7680-7687. – DOI: 10.1364/AO.396557.
12. **Izdebskaya, Y.** Symmetric array of off-axis singular beams: spiral beams and their critical points / Y. Izdebskaya, V. Shvedov, A. Volyar // Journal of the Optical Society of America A. – 2008. – Vol. 25, Issue 1. – P. 171-181. – DOI: 10.1364/JOSAA.25.000171.
13. **Shen, Y.** SU (2) Poincaré sphere: A generalized representation for multidimensional structured light / Y. Shen, Z. Wang, X. Fu, D. Naidoo, A. Forbes // Physical Review A. – 2020. – Vol. 102, Issue 3. – 031501. – DOI: 10.1103/PhysRevA.102.031501.
14. **Alonso, M.** A ray-optical Poincaré sphere for structured Gaussian beams / M. Alonso, M. Dennis // Optica. – 2016. – Vol. 4, Issue 4. – P. 476-486. – DOI: 10.1364/OPTICA.4.000476.
15. **Gutierrez-Cuevas, R.** Modal Majorana sphere and hidden symmetries of structured-Gaussian beams / R. Gutierrez-Cuevas, S.A. Wadood, A.N. Vamivakas, M.A. Alonso // Physical Review Letters. – 2020. – Vol. 125. – 123903. – P. 12-18. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.123903.
16. **Gutierrez-Cuevas, R.** Platonic Gaussian beams: wave and ray treatment / R. Gutierrez-Cuevas, M.A. Alonso // Optical Letters. – 2020. – Vol. 45, Issue 24. – P. 6759-6762. – DOI: 10.1364/OL.405988.
17. **Chen, R.-P.** Structured caustic vector vortex optical field: manipulating optical angular momentum flux and polarization rotation / R.-P. Chen, Z. Chen, K.-H. Chew, P.-G. Li, Z. Yu, J. Ding, S. He // Scientific Reports. – 2015. – Vol. 5, Issue 1. – 10628. – DOI: 10.1038/srep10628.
18. **Zannotti, A.** Shaping caustics into propagation invariant light / A. Zannotti, C. Denz, M.A. Alonso, M.R. Dennis // Nature Communications. – 2020. – Vol. 11. – 3597. – DOI: 10.1038/s41467-020-17439-3.
19. **Soifer, V.A.** Spiral caustics of vortex beams / V.A. Soifer, S.I. Kharitonov, S.N. Khonina, Yu.S. Strelkov,

- A.P. Porfirev // *Photonics*. – 2021. – Vol. 8, Issue 1. – 24. – DOI: 10.3390/photonics8010024.
20. **Сойфер, В.А.** Каустики вихревых оптических пучков / В.А. Сойфер, С.И. Харитонов, С.Н. Хонина, С.Г. Вологовский // Доклады Академии Наук. – 2019. – Т. 487, № 2. – С. 135-139. – DOI: 10.31857/S0869-56524872135-139.
 21. **Thom, R.** Structural stability and morphogenesis / R. Thom. – Reading, MA: W.A. Benjamin, Inc., 1975. – 392 p.
 22. **Poston, T.** Catastrophe theory and its applications / T. Poston, I. Stewart. – London: Pitman, 1978. – 491 p.
 23. **Nye, J.F.** Natural focusing and fine structure of light: caustics and wave dislocations / J.F. Nye. – Bristol: Institute of Physics, 1999. – 328 p. – ISBN: 0-7503-0610-6.
 24. *Dynamical Systems V: Bifurcation theory and catastrophe theory* / ed. by V.I. Arnold. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994. – 274 p. – ISBN: 978-3-540-65379-0.
 25. **Abramochkin, E.** Spiral-type beams: optical and quantum aspects / E. Abramochkin, V. Volostnikov // *Optical Communications*. – 1996. – Vol. 125, Issues 4-6. – P. 302-323. – DOI: 10.1016/0030-4018(95)00640-0.
 26. **Абрамочкин, Е.Г.** Спиральные пучки света / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // *Успехи физических наук*. – 2004. – Т. 174. – С. 1273-1300. – DOI: 10.3367/UFN.0174.200412a.1273.
 27. **Berry, M.V.** The elliptic umbilic diffraction catastrophe / M.V. Berry, J.F. Nye, F.J. Wright // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Series A, Mathematical and Physical Sciences*. – 1979. – Vol. 291. – P. 453-484. – DOI: 10.1098/rsta.1979.0039.
 28. **Nye, J.F.** Dislocation lines in the hyperbolic umbilic diffraction catastrophe / J.F. Nye // *Proceedings of the Royal Society A*. – 2006. – Vol. 462, Issue 2072. – P. 2299-2313. – DOI: 10.1098/rspa.2006.1683.
 29. **O'Holleran, K.** Topology of light's darkness / K. O'Holleran, M.R. Dennis, M.J. Padgett // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102, Issue 14. – 143902. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.143902.
 30. **Volyar, A.** Geometry of spiral beams: 3D curved structured vortex beams and optical currents / A. Volyar, E. Abramochkin, E. Razueva, M. Bretsko, Ya. Akimova // *Journal of Optics*. – 2021. – Vol. 23, Issue 4. – 044003. – DOI: 10.1088/2040-8986/abcd5c.
 31. **Абрамочкин, Е.Г.** Современная оптика гауссовых пучков / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников. – М.: Физматлит, 2010. – 184 с. – ISBN: 978-5-9221-1216-1.
 32. **Razueva, E.** Multiple-twisted spiral beams / E. Razueva, E. Abramochkin // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2019. – Vol. 36, Issue 6. – P. 1089-1097. – DOI: 10.1364/JOSAA.36.001089.
 33. **Volyar, A.V.** Rotation of the wavefront of an optical vortex in free space / A.V. Volyar, V.G. Shvedov, T.A. Fadeeva // *Technical Physics Letters*. – 1999. – Vol. 25, Issue 3. – P. 203-206. – DOI: 10.1134/1.1262423.
 34. **Padgett, M.J.** The Poynting vector in Laguerre-Gaussian laser modes / M.J. Padgett, L. Allen // *Optical Communications*. – 1995. – Vol. 121, Issues 1-3. – P. 6-40. – DOI: 10.1016/0030-4018(95)00455-H.
 35. **Kotlyar, V.V.** Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.V. Volyar // *Optical Express*. – 2020. – Vol. 28, Issue 6. – P. 8266-8281. – DOI: 10.1364/OE.386401.
 36. **Volyar, A.** Orbital angular momentum and informational entropy in perturbed vortex beams / A. Volyar, M. Bretsko, Ya. Akimova, Yu. Egorov // *Optical Letters*. – 2019. – Vol. 44, Issue 29. – P. 5687-5680. – DOI: 10.1364/OL.44.005687.
 37. **Berry, M.V.** Optical currents / M.V. Berry // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – Vol. 11, Issue 9. – 004001. – DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
 38. **Berry, M.V.** Stream function for optical energy flow / M.V. Berry, M.R. Dennis // *Journal of Optics*. – 2011. – Vol. 13, Issue 6. – 064004. – DOI: 10.1088/2040-8978/13/6/064004.
 39. **Volyar, A.** Measurement of the vortex and orbital angular momentum spectra with a single cylindrical lens / A. Volyar, M. Bretsko, Y. Akimova, Y. Egorov // *Applied Optics*. – 2019. – Vol. 58, Issue 21. – P. 5748-5755. – DOI: 10.1364/AO.58.005748.

Сведения об авторах

Воляр Александр Владимирович – доктор физико-математических наук (1992). С 1993 г. – профессор, с 1999 г. – заведующий кафедрой общей физики. Сфера научных интересов: оптика, лазерная физика. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Акимова Яна Евгеньевна – аспирантка третьего курса кафедры общей физики Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 1 июля 2021 г. Окончательный вариант – 26 июля 2021 г.

Transformations of structurally stable states of spiral beams subjected to sector perturbations

A.V. Volyar¹, Ya.E. Akimova¹

¹Physics and Technology Institute (Academic Unit) of V.I. Vernadsky Crimean Federal University, 295007, Russia, Simferopol, Republic of Crimea, Academician Vernadsky 4

Abstract

We investigated conditions for the violation of the structural stability of a spiral beam subject to sector perturbations. Based on the method of computer simulation and measurement of mode spectra, we have shown that a spiral vortex beam has a characteristic caustic surface, the intersection of which sharply changes the shape of the Poynting vector streamlines and the total topological charge of the beam. Sector beam perturbation does not almost change the streamline structure up to scale and rotation. We found that perturbation of the beam causes a change in the direction of circulation of streamlines in the region of perturbation, which is caused by the appearance of vortices with negative topological charges. Their contribution to the total energy flow is fractions of a percent. However, such perturbations do not cause changing the OAM in the beam, despite an increase in the number of vortex modes. Nevertheless, the perturbed beam remains only conditionally structurally stable due to the presence of a small fraction of optical currents with opposite circulations.

Keywords: structural stability, spiral beam, vortex spectrum, optical currents.

Citation: Volyar AV, Akimova YE. Transformations of structurally stable states of spiral beams subjected to sector perturbations. *Computer Optics* 2021; 45(6): 789-799. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1009.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Fund for Basic Research and the Ministry Council of Republic of Crimea (Project No. 20-47-910002) in part of «Basic and symmetrical spiral beams», (Project No. 20-37-90066) in part of «Fine structure of optical currents», (Project No. 20-37-90068, No. 19-29-01233) in part of «Experiment».

References

- [1] Forbes A. Structured light tailored for purpose. *Opt Photonics News* 2020; 31(6): 24-31. DOI: 10.1364/OPN.31.6.000024.
 - [2] Shen Y, Wang X, Xie Z, Min C, Fu X, Liu Q, Gong M, Yuan X. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities. *Light Sci Appl (Print)* 2019; 8: 90. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
 - [3] Forbes A, de Oliveira M, Dennis MR. Structured light. *Nat Photonics* 2021; 15: 253-262. DOI: 10.1038/s41566-021-00780-4.
 - [4] Willner AE. OAM light for communications. *Opt Photonics News* 2021; 32(6): 34-41. DOI: 10.1364/OPN.32.6.000034.
 - [5] Erhard M, Fickler R, Krenn M, Zeilinger A. Twisted photons: New quantum perspectives in high dimensions. *Light Sci Appl (Print)* 2018; 7: 17146. DOI: 10.1038/lsa.2017.146.
 - [6] Marrucci L, Karimi E, Slussarenko S, Piccirillo B, Santamato E, Nagali E, Sciarrino F. Spin-to-orbital conversion of the angular momentum of light and its classical and quantum applications. *J Opt* 2011; 13(6): 064001. DOI: 10.1088/2040-8978/13/6/064001.
 - [7] Rubinsztein-Dunlop H, Forbes A, Berry MV, Dennis MR, Andrews DL, Mansuripur M, Denz C, Alpmann C, Banzer P, Bauer T, Karimi E, Marrucci L, Padgett M, Ritsch-Marte M, Litchinitser NM, Bigelow NP, Rosales-Guzmán C, Belmonte A, Torres JP, Neely TW, Baker M, Gordon R, Stilgoe AB, Romero J, White AG, Fickler R, Willner AE, Xie G, McMorran B, Weiner AM. Roadmap on structured light. *J Opt* 2017; 19(1): 013001. DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001.
 - [8] Shen Y, Yang X, Naidoo D, Fu X, Forbes A. Structured ray-wave vector vortex beams in multiple degrees of freedom from a laser. *Optica* 2020; 7(7): 820-831. DOI: 10.1364/OPTICA.414397.
 - [9] Dennis MR, Alonso MA. Gaussian mode families from systems of rays. *J Phys: Photonics* 2019; 1(2): 025003. DOI: 10.1088/2515-7647/ab011d.
 - [10] Wan Z, Wang Z, Yang X, Chen Y, Fu X. Digitally tailoring arbitrary structured light of generalized ray-wave duality. *Opt Express* 2020; 28(21): 31043-31056. DOI: 10.1364/OE.400587.
 - [11] Volyar A, Abramochkin E, Egorov Yu, Bretsko M, Akimova Ya. Fine structure of perturbed Laguerre-Gaussian beams: Hermite-Gaussian mode spectra and topological charge. *Appl Opt* 2020; 59(25): 7680-7687. DOI: 10.1364/AO.396557.
 - [12] Izdebskaya Y, Shvedov V, Volyar A. Symmetric array of off-axis singular beams: spiral beams and their critical points. *J Opt Soc Am A* 2008; 25(1): 171-181. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000171.
 - [13] Shen Y, Wang Z, Fu X, Naidoo D, Forbes A. SU (2) Poincaré sphere: A generalized representation for multi-dimensional structured light. *Phys Rev A* 2020; 102(3): 031501. DOI: 10.1103/PhysRevA.102.031501.
 - [14] Alonso M, Dennis M. A ray-optical Poincaré sphere for structured Gaussian beams. *Optica* 2016; 4(4): 476-486. DOI: 10.1364/OPTICA.4.000476.
 - [15] Gutierrez-Cuevas R, Wadood SA, Vamivakas AN, Alonso MA. Modal Majorana sphere and hidden symmetries of structured-Gaussian beams. *Phys Rev Lett* 2020; 125: 123903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.123903.
-

-
- [16] Gutierrez-Cuevas R, Alonso MA. Platonic Gaussian beams: wave and ray treatment. *Opt Lett* 2020; 45(24): 6759-6762. DOI: 10.1364/OL.405988.
- [17] Chen R-P, Chen Z, Chew K-H, Li P-G, Yu Z, Ding J, He S. Structured caustic vector vortex optical field: manipulating optical angular momentum flux and polarization rotation. *Sci Rep* 2015; 5(1): 10628. DOI: 10.1038/srep10628.
- [18] Zannotti A, Denz C, Alonso MA, Dennis MR. Shaping caustics into propagation invariant light. *Nat Commun* 2020; 11: 3597. DOI: 10.1038/s41467-020-17439-3.
- [19] Soifer VA, Kharitonov SI, Khonina SN, Strelkov YuS, Porfirev AP. Spiral caustics of vortex beams. *Photonics* 2021; 8(1): 24. DOI: 10.3390/photonics8010024.
- [20] Soifer VA, Kharitonov SI, Khonina SN, Volotovskiy SG. Caustics of vortex optical beams. *Doklady Physics* 2019; 64: 276-279. DOI: 10.1134/S102833581907005X.
- [21] Thom R. Structural stability and morphogenesis. Reading, MA: WA Benjamin Inc; 1975.
- [22] Poston T, Stewart I. Catastrophe theory and its applications. London: Pitman; 1978.
- [23] Nye JF. Natural focusing and fine structure of light: caustics and wave dislocations. Bristol: Institute of Physics; 1999. ISBN: 0-7503-0610-6.
- [24] Arnold VI, ed. Dynamical Systems V: Bifurcation theory and catastrophe theory. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 1994. ISBN: 978-3-540-65379-0.
- [25] Abramochkin E, Volostnikov V. Spiral-type beams: optical and quantum aspects. *Opt Commun* 1996; 125(4-6): 302-323. DOI: 10.1016/0030-4018(95)00640-0.
- [26] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Spiral light beams. *Phys Usp* 2004; 47: 1177-1203. DOI: 10.1070/PU2004v047n12ABEH001802.
- [27] Berry MV, Nye JF, Wright FJ. The elliptic umbilic diffraction catastrophe. *Philos Trans A Math Phys Eng Sci* 1979; 291: 453-484. DOI: 10.1098/rsta.1979.0039.
- [28] Nye JF. Dislocation lines in the hyperbolic umbilic diffraction catastrophe. *Proc R Soc A* 2006; 462(2072): 2299-2313. DOI: 10.1098/rspa.2006.1683.
- [29] O'Holleran K, Dennis MR, Padgett MJ. Topology of light's darkness. *Phys Rev Lett* 2009; 102(14): 143902. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.143902.
- [30] Volyar A, Abramochkin E, Razueva E, Bretsko M, Akimova Ya. Geometry of spiral beams: 3D curved structured vortex beams and optical currents. *J Opt* 2021; 23(4): 044003. DOI: 10.1088/2040-8986/abed5c.
- [31] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Modern optics of Gaussian beams [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2010. ISBN: 978-5-9221-1216-1.
- [32] Razueva E, Abramochkin E. Multiple-twisted spiral beams. *J Opt Soc Am A* 2019; 36(6): 1089-1097. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001089.
- [33] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. Rotation of the wavefront of an optical vortex in free space. *Tech Phys Lett* 1999; 25(3): 203-206. DOI: 10.1134/1.1262423.
- [34] Padgett MJ, Allen L. The Poynting vector in Laguerre-Gaussian laser modes. *Opt Commun* 1995; 121(1-3): 6-40. DOI: 10.1016/0030-4018(95)00455-H.
- [35] Kotlyar VV, Kovalev AA, Volyar AV. Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition. *Opt Express* 2020; 28(6): 8266-8281. DOI: 10.1364/OE.386401.
- [36] Volyar A, Bretsko M, Akimova Ya, Egorov Yu. Orbital angular momentum and informational entropy in perturbed vortex beams. *Opt Lett* 2019; 44(29): 5687-5680. DOI: 10.1364/OL.44.005687.
- [37] Berry MV. Optical currents. *J Opt A—Pure Appl Opt* 2009; 11(9): 004001. DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094001.
- [38] Berry MV, Dennis MR. Stream function for optical energy flow. *J Opt* 2011; 13(6): 064004. DOI: 10.1088/2040-8978/13/6/064004.
- [39] Volyar A, Bretsko M, Akimova Y, Egorov Y. Measurement of the vortex and orbital angular momentum spectra with a single cylindrical lens. *Appl Opt* 2019; 58(21): 5748-5755. DOI: 10.1364/AO.58.005748.
-

Authors' information

Alexander Vladimirovich Volyar (b. 1949) graduated from Simferopol State University (1972). After graduation he is its employee. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1992). Since 1993 he is a professor. Since 1999 he is a head of the General Physics department. His research spans various fields of optics and laser physics. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Yana Evgenievna Akimova (b. 1994). Since 2012, a student of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. At the moment, the third-year postgraduate student of the General Physics department, Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Scope of scientific interests – singular optics, diffraction optics. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

Received July 1, 2021. The final version – July 26, 2021.
