

Синусоидальный Гауссов оптический вихрь как суперпозиция двух гипергеометрических пучков

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрены гипергеометрические пучки с параболическим волновым фронтом в начальной плоскости, распространяющиеся в однородной среде. Хотя гипергеометрические пучки имеют особенность в центре начальной плоскости и бесконечную энергию, суперпозиция двух таких пучков уже не имеет особенности и имеет конечную энергию. Детально рассмотрен частный случай такой суперпозиции – синусоидальный Гауссов пучок с единичным топологическим зарядом. Этот пучок относится к типу элегантных лазерных пучков, так как и в начальной плоскости, и в зоне дифракции Френеля описывается одной и той же функцией с комплексным аргументом. Диаметр первого светового кольца у синусоидального Гауссова пучка почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка.

Ключевые слова: оптический вихрь, гипергеометрический пучок, энергия пучка, синусоидальный пучок, диаметр светового кольца.

Цитирование: Котляр, В.В. Синусоидальный Гауссов оптический вихрь как суперпозиция двух гипергеометрических пучков / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 1. – С. 16-21. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1008.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA. Sinusoidal Gaussian optical vortex as a superposition of two hypergeometric beams. Computer Optics 2022; 46(1): 16-21. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1008.

Введение

Гипергеометрические лазерные пучки, известные в оптике с 2007 года [1, 2], до сих пор привлекают внимание исследователей. Они описываются функцией, которая является точным решением дифференциального уравнения параболического типа (уравнения типа Шредингера), следующего из уравнения Гельмгольца в параксиальном приближении Фока–Леонтовича. Эти пучки представляют собой широкий класс вихревых пучков, которые имеют несколько внутренних параметров и которые содержат как частные случаи модернизированных элегантных пучков Лагерра–Гаусса, Бесселя и другие [3, 4]. Эти пучки можно сформировать с помощью модулятора света или с помощью дифракционных оптических элементов [5, 6]. Были исследованы непараксиальный вариант гипергеометрических пучков [7], их острая фокусировка [8]. Было рассмотрено прохождение таких пучков через среду с гиперболическим показателем преломления [9], через оптическую систему, выполняющую дробное преобразование Фурье [10], через одноосный кристалл [11], среду с параболическим показателем преломления [12, 13], через ABCD-оптическую систему [14] и через оптическую систему с высокой числовой апертурой [15]. Гипергеометрические пучки оказались устойчивыми при распространении в атмосфере с некологоровской турбулентностью [16] и при прохождении через океанскую турбулентность [17, 18]. Было исследовано прохождение таких пучков через нелокальную нелинейную

среду [19, 20]. В работах [21, 22] исследованы гипергеометрические пучки с резкой автофокусировкой. В [23] исследована дифракция гипергеометрического пучка на решетке с вилочкой, а в [24] рассмотрены силы, которые действуют на рэлеевскую частицу, захваченную в фокус гипергеометрического пучка. В [25] рассмотрен асимметричный гипергеометрический пучок.

В данной работе рассмотрена осевая суперпозиция двух Гауссовых гипергеометрических пучков с разной начальной кривизной волнового фронта, распространяющихся в однородной среде. Показано, что если у каждого пучка в центре начальной плоскости есть особенность и энергия не ограничена, то у суперпозиции особенности нет и энергия ограничена. Подробно исследована такая суперпозиция с единичным топологическим зарядом, которая названа синусоидальным Гауссовым пучком. Радиус основного кольца такого пучка определяется радиусом кривизны волнового фронта и почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка.

1. Гипергеометрический пучок с начальным параболическим волновым фронтом

Известны гипергеометрические пучки [1], комплексная амплитуда которых в начальной плоскости имеет вид:

$$E(r, \varphi, z = 0) = \frac{w}{r} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + in\varphi\right), \quad (1)$$

где (r, φ, z) – цилиндрическая система координат, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, n – целый топологический заряд пучка (1). У пучка (1) есть особенность в нуле (при $r=0$), и, несмотря на наличие Гауссова пучка, энергия пучка (1) бесконечная. Но при распространении в однородном пространстве у пучка (1) уже нет особенности. Рассмотрим вместо пучка (1) аналогичный пучок с квадратичной фазой в начальной плоскости. То есть рассмотрим размещение спиральной фазовой пластинки $\exp(in\varphi)$ не в перетяжке Гауссова пучка, а в том месте, где пучок сходится (или расходится). Тогда начальное поле вместо (1) будет иметь вид:

$$E_{\pm}(r, \varphi, z=0) = \left(\frac{-iw}{2r}\right) \exp\left(\pm \frac{ikr^2}{2f} - \frac{r^2}{w^2} + in\varphi\right), \quad (2)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число света с длиной волны λ , f – фокусное расстояние сферической (параболической) линзы. Распространение поля (2) в однородной среде описывается преобразованием Френеля

$$E(\rho, \theta, z) = \left(\frac{-ik}{2\pi z}\right) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E(r, \varphi, z=0) \times \exp\left[\frac{ik}{2z}(r^2 + \rho^2) - \frac{ik}{z}r\rho \cos(\varphi - \theta)\right] r dr d\varphi, \quad (3)$$

где (ρ, θ) – полярные координаты в плоскости наблюдения. Подставляя поле (2) в (3) и используя справочный интеграл [3]

$$\int_0^{\infty} \exp(-pr^2) J_n(cr) dr = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(-\frac{c^2}{8p}\right) I_{\frac{n}{2}}\left(\frac{c^2}{8p}\right), \quad (4)$$

где $J_n(x)$ и $I_{n/2}(x)$ – функция Бесселя целого порядка и модифицированная функция Бесселя полуцелого порядка, получим:

$$E_{\pm}(\rho, \theta, z) = (-i)^{n+2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{z_0}{z}\right) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z} + in\theta\right) \times \exp\left(-x_{\pm}\right) I_{n/2}(x_{\pm}), \quad (5)$$

где $z_0 = kw^2/2$,

$$q_{\pm}(z) = 1 - iz_0(z^{-1} \pm f^{-1}), \quad (6)$$

$$x_{\pm} = \frac{1}{2q_{\pm}(z)} \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \left(\frac{\rho}{w}\right)^2.$$

Из (5) видно, что у поля нет особенностей при любом $z > 0$.

2. Линейная комбинация гипергеометрических пучков

Далее мы покажем, что линейная комбинация двух начальных комплексных амплитуд (2) уже не

будет иметь особенность в начале координат и начальное поле будет обладать конечной энергией. Действительно, разность двух полей (2) со знаками плюс и минус равна:

$$E = E_+ - E_- = \left(\frac{w}{r}\right) \sin(br^2) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + in\varphi\right), \quad (7)$$

где $b = k/(2f)$. Из (7) видно, что при $r=0$ амплитуда равна нулю. То есть у поля (7) нет особенности в начале координат, которая была у поля (2). Найдем энергию (мощность) пучка (7) по формуле:

$$W = 2\pi \int_0^{\infty} |E|^2 r dr = \pi w^2 \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(bx) e^{-px}}{x} dx = \frac{\pi w^2}{4} \ln\left(1 + \frac{4b^2}{p^2}\right) = \frac{\pi w^2}{4} \ln\left(1 + \frac{z_0^2}{f^2}\right), \text{ где } p = 2/w^2. \quad (8)$$

Комплексную амплитуду поля (7) на любом расстоянии z можно найти, используя (5). Получим:

$$E(\rho, \theta, z) = (-i)^{n+2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{z_0}{z}\right) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z} + in\theta\right) \times [q_+^{-1/2}(z) e^{-x_+} I_{n/2}(x_+) - q_-^{-1/2}(z) e^{-x_-} I_{n/2}(x_-)]. \quad (9)$$

Решение уравнения Гельмгольца (9) (в паракильном приближении) хотя и замкнутое, но анализировать его затруднительно, так как модифицированные функции Бесселя имеют произвольный порядок и разные по величине комплексные аргументы. Но при $n=1$ функции Бесселя в (9) выражаются через элементарную функцию синус. И поэтому при $n=1$ анализ поля (7) в зоне дифракции Френеля можно провести более детально.

3. Элегантный синусоидальный Гауссов вихрь с единичным топологическим зарядом

Для удобства перепишем еще раз начальное поле (7) при $n=1$ и заменим общий множитель w на $b^{-1/2}$ (это размерная константа и не влияет на конечные результаты):

$$E_1(r, \varphi, z=0) = \left(\frac{1}{r\sqrt{b}}\right) \sin(br^2) \times \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i\varphi\right). \quad (10)$$

В зоне дифракции Френеля комплексная амплитуда находится подстановкой (10) в (3) и равна:

$$E_1(\rho, \theta, z) = -\left(\frac{1}{\rho\sqrt{b}}\right) \sin(b(z)\rho^2) \times \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2(z)} + \frac{ik\rho^2}{2R(z)} + i\theta\right), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}
 w^2(z) &= w^2 \left[\frac{4z_0^2 z^2 + (\gamma z^2 - z_0^2)^2}{z_0^2 (z_0^2 + \gamma z^2)} \right], \\
 R(z) &= \frac{4z_0^2 z^2 + (\gamma z^2 - z_0^2)^2}{\gamma z (z_0^2 + \gamma z^2)}, \\
 b(z) &= bz_0^2 \left[\frac{(\gamma z^2 - z_0^2) + 2iz_0 z}{4z_0^2 z^2 + (\gamma z^2 - z_0^2)^2} \right], \\
 \gamma &= 1 + b^2 w^4 = 1 + \frac{z_0^2}{f^2}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Из сравнения (10) и (11) видно, что поле сохраняет свою структуру в зоне дифракции Френеля. Но так как аргумент синуса в (11) комплексный, пучок (11) нельзя назвать модой. Это элегантная мода, то есть мода, у которой сохраняется вид аналитического выражения (11), с помощью которого описывается данная мода. Но распределение интенсивности при распространении изменяется (происходит перераспределение энергии между кольцами картины дифракции, хотя сама картина остается осесимметричной). Известны элегантные пучки Лагерра–Гаусса, амплитуда которых описывается многочленами Лагерра, но с комплексным аргументом [4]. Поэтому интенсивность таких пучков меняется при распространении, хотя и не существенно. Заметим, что зависимость радиуса пучка $w(z)$ и радиуса кривизны $R(z)$ в (12) отличаются от радиуса перетяжки и радиуса кривизны для Гауссова пучка, так как зависимость от z этих величин в (12) только частичная, другая часть зависимости от z присутствует в аргументе функции \sin и «спрятана» в функции $b(z)$. Интересной особенностью пучка (10) и (11) является то, что радиус первого (основного) кольца интенсивности почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка w . В начальной плоскости радиус первого кольца можно оценить как половину радиуса, на котором функция синуса в (10) имеет ноль ($br^2 = \pi$):

$$r_{\max} \approx \sqrt{\lambda f} / 2. \tag{13}$$

Более точное выражение для радиуса первого кольца интенсивности можно найти из условия равенства нулю производной интенсивности поля (10) по аргументу:

$$\frac{\partial}{\partial x} I(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{x} \right) \sin^2(x) \exp\left(-\frac{2x}{x_0}\right) \right] = 0, \tag{14}$$

где $x = br^2$, $x_0 = bw^2$.

Упрощая (14), получим трансцендентное уравнение для нахождения радиуса первого кольца интенсивности в начальной плоскости:

$$\tan x = 2xx_0 / 2x + x_0. \tag{15}$$

Для сравнения напомним, что радиус кольца моды Лагерра–Гаусса (0, 1)

$$E_{LG1}(r, \varphi, z = 0) = \left(\frac{r}{w} \right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i\varphi\right) \tag{16}$$

зависит от радиуса перетяжки и равен выражению:

$$r_{\max}^{LG} = w / \sqrt{2}. \tag{17}$$

Другой особенностью пучка (11) является то, что он состоит из двух почти Гауссовых пучков с разной расходимостью. Действительно, амплитуду (11) можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 E_1(\rho, \theta, z) &= \left(\frac{i}{2\rho\sqrt{b}} \right) \times \\
 &\times \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2(z)} + \frac{ik\rho^2}{2R(z)} + i\theta\right) \times \\
 &\times \left[\exp\left(ib_1(z)\rho^2 - b_2(z)\rho^2\right) - \right. \\
 &\left. - \exp\left(-ib_1(z)\rho^2 + b_2(z)\rho^2\right) \right],
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

где $b_1(z) = \text{Re } b(z)$, $b_2(z) = \text{Im } b(z)$. Из (18) получим уравнение для радиуса Гауссова пучка в зависимости от расстояния z для обоих слагаемых:

$$\bar{w}_{\pm}^2(z) = w^2 \left[\frac{4z_0^2 z^2 + (\gamma z^2 - z_0^2)^2}{z_0^2 (z_0^2 + \gamma z^2 \pm 2bw^2 z_0 z)} \right]. \tag{19}$$

Знак плюс в (19) относится к первому слагаемому в (18), а минус – ко второму. Можно показать, что наличие минуса в знаменателе формулы (19) не приводит к нулевому и отрицательному значениям знаменателя. Хотя радиусы Гауссовых пучков в (19) разные, в дальней зоне при $z \gg z_0$ оба радиуса увеличиваются одинаково и линейно от z :

$$\bar{w}_{\pm}(z \gg z_0) = w_G \sqrt{\gamma} = w_G \sqrt{1 + z_0^2 / f^2}, \tag{20}$$

где w_G – радиус Гауссова пучка в дальней зоне:

$$w_G(z \gg z_0) = \lambda z / (\pi w).$$

Из (20) видно, что расходимость пучка (11) в корень квадратный из «гамма» раз больше, чем расходимость обычного Гауссова пучка. Этого следовало ожидать, так как аргумент синуса в (10) является фазой сферической линзы с фокусным расстоянием f . И эта линза изменяет (всегда увеличивает, так как расположена в перетяжке) расходимость начального Гауссова пучка.

Однако если сравнивать не с Гауссовым пучком, а с модой Лагерра–Гаусса (0, 1), то расходимость пучка (16) будет равна:

$$w_{LG1}(z \gg z_0) = \sqrt{2} w_G(z \gg z_0) = \sqrt{2} \frac{\lambda z}{\pi w}. \tag{21}$$

Это следует из общей формулы для расходимости моды Лагерра–Гаусса (p, l) [26]:

$$w_{LG}(z) = w\sqrt{2p+l+1}\left(1+\frac{z^2}{z_0^2}\right)^{1/2}. \quad (22)$$

Таким образом, если $z_0 < f$, то, как следует из сравнения (20) и (21), расходимость оптического вихря (11) меньше, чем расходимость пучка Лагерра-Гаусса (16).

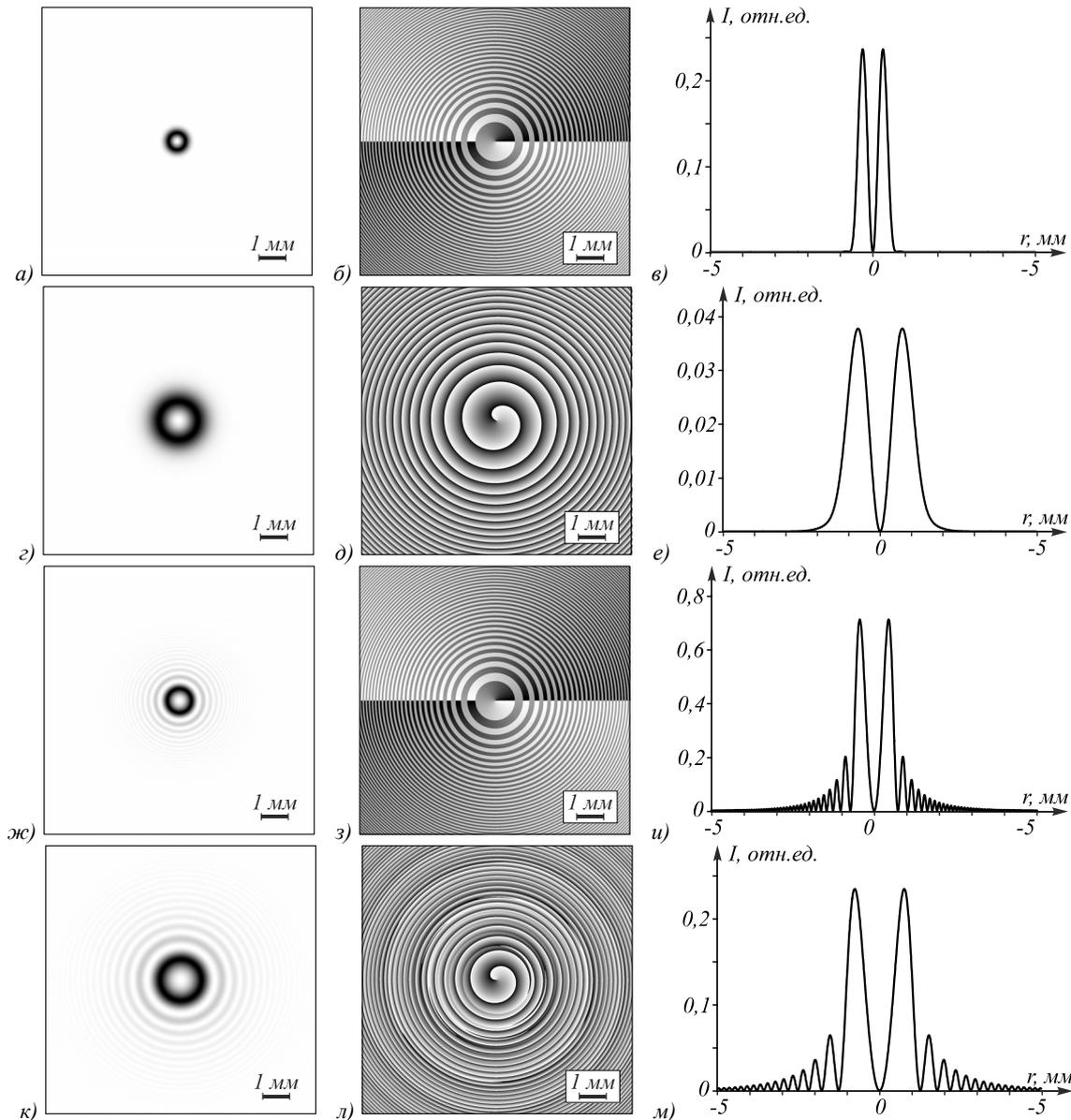


Рис. 1. Распределения интенсивности (левый столбец, негатив), фазы (средний столбец) и сечения интенсивности (правый столбец) пучка (10) с радиусом перетяжки $w_0 = 500$ мкм (а–е) и $w_0 = 5000$ мкм (ж–м) в начальной плоскости $z = 0$ (а–в, ж–и) и на расстоянии $z = 2$ м (г–е, к–м). Остальные параметры расчёта: длина волны $\lambda = 532$ нм, фокусное расстояние $f = 1$ м

4. Моделирование

На рис. 1 показаны распределения интенсивности и фазы пучка (10) с радиусом перетяжки $w_0 = 500$ мкм и $w_0 = 5000$ мкм в начальной плоскости $z = 0$ и на расстоянии $z = 2$ м. Остальные параметры расчёта следующие: длина волны $\lambda = 532$ нм, фокусное расстояние $f = 1$ м.

Из рис. 1 видно, что дифракционная картина состоит из набора световых колец. Согласно распределениям фазы (рис. 1б, д, з, л), в центре картины находится оптический вихрь с единичным топологическим заря-

дом. Из распределений фаз также видно, что число световых колец бесконечно и расстояние между ними уменьшается от центра к периферии, что согласуется с формулой (10) (аргумент синуса квадратично зависит от радиальной полярной координаты r).

Из рис. 1 также видно, что, действительно, радиус кольца почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка: при $w_0 = 500$ мкм он составил 310 мкм в начальной плоскости и 711 мкм на расстоянии $z = 2$ м, а при $w_0 = 5000$ мкм он в этих плоскостях составил соответственно 442 мкм и 764 мкм. То есть изменение радиуса перетяжки в 10 раз привело к возраста-

нию радиуса кольца в начальной плоскости в 1,43 раза, а на расстоянии $z = 2$ м – всего на 7%. Ещё из рис. 1 видно, что, изменяя радиус перетяжки w_0 , можно управлять величиной боковых лепестков. Так, если на рис. 1*u* и 1*m* интенсивность второго кольца достигает соответственно 28% и 27% от интенсивности первого кольца, то на рис. 1*v* и 1*e* боковые кольца хотя и имеются, их интенсивность мала и на дифракционных картинах (рис. 1*a, в, z, e*) их не видно (их наличие подтверждается только распределениями фазы на рис. 1*б, д*).

Заключение

Рассмотрены гипергеометрические пучки с параболическим волновым фронтом в начальной плоскости, распространяющиеся в однородной среде. Хотя гипергеометрические пучки имеют особенность в центре начальной плоскости и бесконечную энергию, суперпозиция двух таких пучков уже не имеет особенности и имеет конечную энергию. Детально рассмотрен частный случай такой суперпозиции – синусоидальный Гауссов пучок с единичным топологическим зарядом. Этот пучок относится к типу элегантных лазерных пучков, так как и в начальной плоскости, и в зоне дифракции Френеля описывается одной и той же функцией с комплексным аргументом. Диаметр первого светового кольца у синусоидального Гауссова пучка почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка. Изменяя радиус перетяжки у такого пучка, можно управлять величиной боковых лепестков.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595, раздел «Элегантный синусоидальный Гауссов вихрь с единичным топологическим зарядом»), и грант 22-22-00265, разделы «Гипергеометрический пучок с начальным параболическим волновым фронтом», «Линейная комбинация гипергеометрических пучков»), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (параграф «Моделирование»).

References

[1] Kotlyar VV, Skidanov RV, Khonina SN, Soifer VA. Hypergeometric modes. *Opt Lett* 2007; 32(7): 742-744. DOI: 10.1364/OL.32.000742.
 [2] Karimi E, Zito G, Piccirillo B, Marrucci L, Santamato E. Hypergeometric-Gaussian modes. *Opt Lett* 2007; 32: 3053-3055.
 [3] Kotlyar VV, Kovalev AA. Family of hypergeometric laser beams. *J Opt Soc Am A* 2008; 25(1): 262-270. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000262.
 [4] Karimi E, Piccirillo B, Marrucci L, Santamato E. Improved focusing with hypergeometric-Gaussian type-II optical modes. *Opt Express* 2008; 16: 21069-21075.

[5] Kotlyar VV, Kovalev AA, Skidanov RV, Khonina SN, Turunen J. Generating hypergeometric laser beams with a diffractive optical elements. *Appl Opt* 2008; 47(32): 6124-6133. DOI: 10.1364/AO.47.006124.
 [6] Khonina SN, Balalaev SA, Skidanov RV, Kotlyar VV, Paivanranta B, Turunen J. Encoded binary diffractive element to form hypergeometric laser beams. *J Opt A–Pure Appl Opt* 2009; 11(6): 065702. DOI: 10.1088/1464-4258/11/6/065702.
 [7] Kotlyar VV, Kovalev AA. Nonparaxial hypergeometric beams. *J Opt A–Pure Appl Opt* 2009; 11: 045711. DOI: 10.1088/1464-4258/11/4/045711.
 [8] Kotlyar VV, Kovalev AA, Soifer VA. Lensless focusing of hypergeometric laser beams. *J Opt* 2011; 13: 075703. DOI: 10.1088/1464-4258/13/4/075703.
 [9] de Lima Bernardo B, Moraes F. Data transmission by hypergeometric modes through a hyperbolic-index medium. *Opt. Express* 2011; 19: 11264-11270.
 [10] Tang B, Jiang C, Zhu H. Fractional Fourier transform for confluent hypergeometric beams. *Phys Lett A* 2012; 376: 2627-2631.
 [11] Li J, Chen Y. Propagation of confluent hypergeometric beam through uniaxial crystals orthogonal to the optical axis. *Opt Laser Technol* 2012; 44: 1603-1610.
 [12] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Propagation of hypergeometric laser beams in a medium with a parabolic refractive index. *J Opt* 2013; 15: 125706.
 [13] Bian L, Tang B. Propagation properties of hypergeometric-Gaussian type-II beams through the quadratic-index medium. *Appl Opt* 2018; 57(17): 4735-4742.
 [14] Bin T, Chun J, Haibin Z, Xin Z, Shuai W. The propagation of hypergeometric beams through an annular apertured paraxial ABCD optical system. *Laser Phys* 2014; 24: 125002.
 [15] Peng J, Shan Z, Yuan Y, Cui Z, Huang W, Qu J. Focusing properties of Hypergeometric Gaussian beam through a high numerical-aperture objective. *Prog Electromagn Res* 2015; 51: 21-26.
 [16] Zhu Y, Zhang L, Hu Z, Zhang Y. Effects of non-Kolmogorov turbulence on the spiral spectrum of Hypergeometric-Gaussian laser beams. *Opt Express* 2015; 23: 9137-9146.
 [17] Wang X, Wang L, Zheng B, Yang Z, Zhao S. Effects of oceanic turbulence on the propagation of Hypergeometric-Gaussian beam carrying orbital angular momentum. *Proc 2020 IEEE Int Conf on Communications Workshops* 2020: 1-5.
 [18] Wang X, Wang L, Zhao S. Research on hypergeometric-Gaussian vortex beam propagating under oceanic turbulence by theoretical derivation and numerical simulation. *J Mar Sci Eng* 2021; 9(4): 442.
 [19] Bian L, Tang B. Evolution properties of hypergeometric-Gaussian type-II beams in strongly nonlocal nonlinear media. *J Opt Soc Am B* 2018; 35: 1362-1367.
 [20] Bin T, Lirong B, Xin Z, Kai C. Propagation of hypergeometric Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media. *Laser Phys* 2018; 28: 015001.
 [21] Kovalev AA, Kotlyar VV, Porfirev AP. Auto-focusing accelerating hyper-geometric laser beams. *J Opt* 2016; 18: 025610. DOI: 10.1088/2040-8978/18/2/025610.
 [22] Zhu Y, Zhang Y, Yang G. Evolution of orbital angular momentum mode of the autofocusing Hypergeometric-Gaussian beams through moderate-to-strong anisotropic non-Kolmogorov turbulence. *Opt Commun* 2017; 405: 66-72.

- [23] Ebrahim AAA, Saad F, Ez-zariy L, et al. Theoretical conversion of the hypergeometric-Gaussian beams family into a high-order spiraling Bessel beams by a curved fork-shaped hologram. *Opt Quant Electron* 2017; 49: 169.
- [24] Jin G, Bian L, Huang L, Tany B. Radiation forces of hypergeometric-Gaussian type-II beams acting on a Rayleigh dielectric sphere. *Opt Laser Technol* 2020; 126: 106124.
- [25] Kotlyar VV, Kovalev AA, Abramochkin EG. Kummer laser beams with a transverse complex shift. *J Opt* 2020; 22(1): 015606. DOI: 10.1088/2040-8986/ab5ef1.
- [26] Phillips RL, Andrews LC. Spot size and divergence for Laguerre-Gaussian beams of any order. *Appl Opt* 1983; 22(5): 643-644.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 5 июля 2021 г. Окончательный вариант – 17 июля 2021 г.

Sinusoidal Gaussian optical vortex as a superposition of two hypergeometric beams

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}

¹ IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

We analyze the propagation of hypergeometric beams with a parabolic initial wavefront in a homogeneous medium. While hypergeometric beams have a central amplitude singularity in the initial plane and are of infinite energy, superposition of two such beams has no singularity and is of finite energy. A particular case of such a superposition we study in detail is a sinusoidal Gaussian beam with a unit topological charge. This beam belongs to the class of elegant laser beams since it is described by the same complex-argument function both in the initial plane and in the Fresnel diffraction zone. The diameter of the first light ring of the sinusoidal Gaussian beam is almost independent of the Gaussian beam waist radius.

Keywords: optical vortex, hypergeometric beam, beam energy, sinusoidal beam, light ring diameter.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA. Sinusoidal Gaussian optical vortex as a superposition of two hypergeometric beams. *Computer Optics* 2022; 46(1): 16-21. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1008.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 18-19-00595, Section "Elegant sinusoidal Gaussian vortex with a unit topological charge", and project No. 22-22-00265, Sections "Hypergeometric beam with an initial parabolic wavefront" and "Linear combination of the hypergeometric beams"), and by the RF Ministry of Science and Higher Education within the State assignment of FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Section "Simulation").

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is the head of a laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and a professor of Computer Science department at Samara National Research University. He graduated from Kuibyshev State University (1979), received his Candidate's and Doctor's Degrees in Physics & Mathematics from Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation of the RAS (1992). He is a co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current research interests include diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

Received July 5, 2021. The final version – July 17, 2021.
