

# Изменение траектории наборов пучков Эйри с помощью несущих пространственных частот

А.О. Фролов<sup>1</sup>, А.В. Устинов<sup>2</sup>, С.Н. Хонина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

<sup>2</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

## Аннотация

В данной работе исследуется изменение траектории распространения набора автофокусирующихся лазерных пучков с использованием дробного преобразования Фурье. Рассмотрены кластеры смещённых ограниченных пучков Эйри–Гаусса, дополненных фазовой функцией, отклоняющей пучок аналогично призме. Смещение и фазовое отклонение (в соответствии с несущими пространственными частотами) позволяют менять траекторию распространения набора автофокусирующихся пучков. На основе численного моделирования выполнено исследование влияния рассматриваемых параметров на свойства автофокусировки кластера пучков Эйри–Гаусса.

**Ключевые слова:** свойства автофокусировки, наборы пучков Эйри–Гаусса, дробное преобразование Фурье.

**Цитирование:** Фролов, А.О. Изменение траектории наборов пучков Эйри с помощью несущих пространственных частот / А.О. Фролов, А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 5. – С. 724–732. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1139.

**Citation:** Frolov AO, Ustinov AV, Khonina SN. Changing the trajectory of Airy beam sets with spatial carriers. Computer Optics 2022; 46(5): 724–732. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1139.

## Введение

Особые свойства пучков Эйри [1], такие как сопротивление влиянию дифракции и распространение в свободном пространстве по параболической траектории [2–4], обусловили повышенный интерес к их применению во многих областях [5], включая оптическое манипулирование [6–8], микроскопию [9, 10], углубление фокуса оптических систем [11–13], лазерную обработку [14, 15] и оптическую маршрутизацию [16].

Так как функции Эйри, подобно функциям Бесселя, являются бесконечно протяжёнными, для их физической реализации требуется усечение. Чаще всего ограничение достигается умножением функции Эйри на экспоненциальную [2] или Гауссову [17] функцию. В обоих случаях формируемые пучки фактически перестают быть бездифракционными, хотя приблизительно сохраняют свой вид до некоторого расстояния. В работе [18] был рассмотрен иной способ усечения бесконечной функции Эйри – с помощью прямоугольной апертуры, усекающей функцию в положительной части аргумента при спадании её практически до нуля, а в отрицательной части до  $n$ -го нуля. Такие пучки демонстрируют сохранение своей структуры на значительно больших расстояниях.

Свойство ускорения пучков Эйри используется для формирования пучков с резкой автофокусировкой [19, 20] за счёт их зеркальной или круговой симметрии [21–23]. Востребованность пучков со свойствами автофокусировки в различных приложениях [24–26] стимулирует учёных к поискам новых модификаций и обобщений таких пучков [27–31].

Одним из подходов к расширению типов и разнообразию структуры автофокусирующихся пучков является формирование наборов или кластеров разных пучков [32–37].

В частности, в работах [36, 37] было исследовано распространение наборов пучков Эйри, которые обладают свойствами ускорения как отдельных элементов набора, так и всей структуры в целом. Отметим, что каждый из пучков в наборе может иметь дополнительные пространственные несущие частоты, меняющие характер траектории отдельных элементов кластера и, следовательно, свойства автофокусировки всего кластера в целом.

В настоящей работе теоретически и численно исследуются свойства автофокусировки наборов пучков Эйри–Гаусса с различными несущими пространственными частотами. При этом также варьируются параметры как самих пучков, так и всего набора. Рассматривается поведение набора, составленного из пучков, каждый из которых повернут на произвольный угол, а также поведение самих наборов, повернутых на определённый угол вокруг своей оси.

Моделирование выполнено с использованием дробного преобразования Фурье [38, 39], описывающего парааксиальное распространение лазерного излучения через линзовые системы.

## 1. Описание метода моделирования

Многие свойства распространения лазерных пучков в оптической системе можно получить, зная функцию амплитуды входного поля и ABCD-матрицу, опи-

связывающую данную оптическую систему [40]. Если  $AD - BC = 1$ , то существует линейное каноническое

$$F(u, v) = -\frac{ik}{2\pi B} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp\left\{\frac{ik}{2B} [A(x^2 + y^2) - 2(xu + yv) + D(u^2 + v^2)]\right\} dx dy. \quad (1)$$

В формуле (1)  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\text{мм}^{-1}$ ,  $\lambda$  – длина волны,  $\text{мм}$ .

При определённых значениях элементов ABCD-матрицы можно получить частные случаи интеграла Коллинза – преобразование Фурье, которое применяется для разложения светового поля на плоские волны по частотам; преобразование Френеля, используемое для описания распространения света в свободном пространстве; а также дробное преобразование Фурье, которое широко используется в квантовой механике для решения физических задач с применением уравнения Шрёдингера. Дробное преобразование Фурье (ДрПФ) также позволяет рассмотреть распространение света в градиентном оптическом волокне [42], а также в оптических системах из нескольких сферических и/или цилиндрических линз [43]. В данной работе интеграл Коллинза используется для моделирования системы, включающей в себя обобщённые линзы [44].

Для ДрПФ коэффициенты  $A, B, C, D$  имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi z}{2f} & f \sin \frac{\pi z}{2f} \\ \sin \frac{\pi z}{2f} & \cos \frac{\pi z}{2f} \\ -\frac{\pi z}{f} & \frac{\pi z}{2f} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $f$  – фокусное расстояние,  $\text{мм}$ ,  $z$  – расстояние до плоскости изображения,  $\text{мм}$ .

Сами пучки Эйри  $\text{Ai}(x, y)$  задаются следующим образом:

$$\text{Ai}(x, y) = \mathfrak{I} \left\{ \exp \left[ i \left( \alpha u_0^3 + \beta v_0^3 + \alpha_0 u_0 + \beta_0 v_0 \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

В формуле (3), приведённой выше, используется преобразование Фурье  $\mathfrak{I}\{\cdot\}$ , применённое к комплексной экспоненте, содержащей кубические и линейные компоненты, которое в результате задаёт моду Эйри. Коэффициенты  $\alpha, \beta$  – параметры масштаба ( $\text{мм}^3$ ), которые влияют на размер главного «лепестка» моды Эйри,  $\alpha_0, \beta_0$  – смещения относительно центра входной плоскости ( $\text{мм}$ ). Придавая коэффициентам различные значения, можно изменять траекторию распространения пучков. Для ограничения пучка используется функция Гаусса, в которой  $\sigma$  играет роль радиуса усечения. Таким образом, получаем формулу (4) пучка Эйри–Гаусса:

$$f(x, y) = \text{Ai}(x, y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right). \quad (4)$$

преобразование, связывающее входное и выходное поле, известное в оптике как интеграл Коллинза [41]:

Для поворота пучка или набора пучков используются следующие формулы:

$$f_{rot}(x, y) = \begin{cases} f(x_r, y_r), & x_r \in [-a, a], y_r \in [-b, b], \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5)$$

$$x_r = x \cos \varphi - y \sin \varphi, \quad (6)$$

$$y_r = x \sin \varphi + y \cos \varphi. \quad (7)$$

В формулах (5–7)  $f_{rot}$  – повернутая мода,  $(x_r, y_r)$  – вычисленные координаты для новой точки  $(x, y)$ , соответствующие точке неповёрнутой моды. В случае, если новые координаты выходят за пределы массива, значение в данной точке приравнивается к нулю;  $\varphi$  – угол, на который необходимо повернуть моду против часовой стрелки;  $[-a, a]$  и  $[-b, b]$  – интервалы (в  $\text{мм}$ ) по осям  $x$  и  $y$  соответственно, на которых строится входное поле пучка или набора пучков.

Наборы пучков формируются по приведённой ниже формуле:

$$f_{cluster}(x, y) = \sum_{n=1}^N f(x - \rho \cos \varphi_n, y - \rho \sin \varphi_n) \times \exp[-i\xi(x \cos \varphi_n + y \sin \varphi_n)]. \quad (8)$$

В формуле (8) вводится несколько дополнительных параметров, необходимых для формирования набора пучка.  $N$  – количество пучков в кластере,  $\rho$  – радиус кластера,  $\text{мм}$ ,  $\varphi_n = 2\pi n/N$  – угол между пучком в наборе и осью  $x$ ,  $\xi$  – параметр несущей пространственной частоты,  $\text{мм}^{-1}$ . Множители при  $x$  и  $y$  в показателе экспоненты выбраны так, чтобы «проекции несущей» были пропорциональны проекциям радиус-вектора центра  $n$ -го пучка. Это обеспечивает сохранение симметрии кластера.

Хотя численное моделирование в параграфе 2 выполнено для выражения (8), теоретический анализ рассмотрим для одномерного одиночного пучка Эйри вида:

$$E_0(x) = \text{Ai}\left(\frac{x - x_0}{s}\right) \exp(iax). \quad (9)$$

Такой подход позволяет качественно описать распространение каждого отдельного пучка из кластера. Так как каждый пучок разделим по координатам, то можно применить одномерный подход в плоскости, проходящей через оптическую ось и начальную точку пучка. При этом отсутствие Гауссова множителя приведет лишь к небольшим количественным отклонениям.

Таким образом, далее функция Эйри определяется как [1]:

$$Ai(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\frac{t^3}{3} + ipt\right) dt. \quad (10)$$

Можно убедиться, что параметры в (9) выражаются через параметры, введённые выше, следующим образом:

$$x_0 = -\alpha_0; \quad s = \sqrt[3]{3\alpha}; \quad a = -\xi. \quad (11)$$

На основе (9), (10) можно получить выражение для амплитуды пучка на произвольном расстоянии

$$E(u, z) = \sqrt{i\pi\delta^2} \cdot Ai\left(\frac{\delta^2}{2s} \cdot \frac{ku}{z} - \frac{x_0}{s} - \frac{\delta^4}{16s^4}\right) \times \exp\left[i\left(\frac{\delta^4}{8s^3} \cdot \frac{ku}{z} - \frac{\delta^2}{4s^3} \cdot x_0 - \frac{\delta^2}{4} \cdot \frac{k^2u^2}{z^2} - \frac{\delta^6}{96s^6}\right)\right], \quad (12)$$

где

$$\frac{1}{\delta^2} = \frac{k}{2z} - \frac{k}{2f}.$$

Выражение (12) получено при  $a=0$  (в отсутствие несущей), иначе надо заменить  $u$  на  $u - (az/k)$ .

Максимальное значение функции  $Ai(p)$  достигается при значении  $p_0 \approx -1,02$ . Приравнявая аргумент функции Эйри в (12) этому числу, получаем уравнение траектории, по которой движется максимум амплитуды. В развёрнутом виде уравнение траектории следующее:

$$u = \left(p_0 + \frac{x_0}{s}\right) s \cdot \frac{f-z}{f} + \frac{z^2}{4k^2s^3} \cdot \frac{f}{f-z} + \frac{az}{k}. \quad (13)$$

Выражение (13) можно переписать в виде:

$$u = A(f-z) + B \cdot \frac{z^2}{f-z} + \frac{a}{k}z, \quad (14)$$

где

$$A = \left(p_0 + \frac{x_0}{s}\right) \frac{s}{f}, \quad B = \frac{f}{4k^2s^3}.$$

Из выражения (14) можно определить расстояние, на котором траектория пучка пересечет оптическую ось (т.е. произойдет фокусировка вне фокальной плоскости линзы). Это расстояние определяется из равенства  $u=0$ :

$$z_{1,2}^{axis} = f \cdot \frac{(A-C) \pm \sqrt{D}}{2(B-C)}, \quad (15)$$

где  $C = (a/k) - A$ ,  $D = (C-A)^2 - 4A(B-C)$ .

Предполагается, что хотя бы одно из значений  $z_{1,2}^{axis}$  имеет физический смысл, т.е. является вещественным и положительным. Иначе траектория не пересекает оптическую ось. Следует отметить, что фокусировка здесь понимается не вполне в стандартном смысле: увеличения амплитуды *отдельного* пучка в этой точке не происходит. Но при определённом рас-

положении начальных центров смещенных пучков кластера *все они* пересекут оптическую ось в *одной* точке, благодаря чему произойдет увеличение амплитуды. Поэтому мы называем такой эффект фокусировкой кластера в целом.

## 2. Результаты моделирования

Хотя полученные аналитические выражения позволяют вычислять распределения в различных плоскостях без численного интегрирования, однако с учетом необходимости сложения нескольких пучков их удобнее использовать для анализа свойств кластеров, а не для моделирования. Для расчета распределения формируемых полей как в поперечных, так и в продольных сечениях были использованы быстрые алгоритмы расчета [42, 43, 45]. Применим дробное преобразование Фурье к наборам пучков Эйри-Гаусса, сформированных по формулам (3), (4), (8) с помощью формулы (1), используя значения (2). Во всех случаях использовались следующие параметры моделирования:  $a=b=4$  мм,  $\sigma=1$  мм,  $\rho=2$  мм,  $N=3$ ,  $\lambda=633$  нм,  $f=1000$  мм.

Рассмотрим распространение набора пучков Эйри-Гаусса в свободном пространстве в случае  $\xi=0$ . Ниже показаны результаты моделирования кластеров пучков Эйри для параметров (здесь и далее размерность не указывается):  $\alpha=\beta=1$ ,  $\alpha_0=\beta_0=0$  (рис. 1),  $\alpha=\beta=5$ ,  $\alpha_0=\beta_0=0$  (рис. 2),  $\alpha=\beta=5$ ,  $\alpha_0=\beta_0=1$  (рис. 3) и  $\alpha=\beta=5$ ,  $\alpha_0=\beta_0=-5$  (рис. 4).

Сравнивая рис. 1 и 2, можно заметить, что увеличение параметров  $\alpha, \beta$  приводит к увеличению размера главного «лепестка» пучка Эйри-Гаусса, но при этом остальные «лепестки» уменьшаются в размере.  $\alpha_0, \beta_0$  позволяют задавать смещение пучка в плоскости. При этом получается, что отрицательные значения двигают пучок так, что в область максимума Гауссовой функции главный «лепесток» попадает лишь частично и пучок в основном состоит из дополнительных «лепестков».

Отметим, что наличие линзы изменяет траекторию максимума: она не очень похожа на параболическую, по которой пучок Эйри изгибается в свободном пространстве. Это показывает и выражение (13), имеющее вид дробно-рациональной функции.

Примем в дальнейших исследованиях  $\alpha=\beta=5$ ,  $\alpha_0=\beta_0=-5$ . Рассмотрим теперь случаи  $\xi=6$  (рис. 5) и  $\xi=-6$  (рис. 6).

Увеличение параметра несущей пространственной частоты  $\xi$  приводит к более ранней (на расстоянии  $z=800$  мм вместо  $z=1000$  мм в случае  $\xi=0$ ) и более резкой фокусировке (интенсивность осталась сосредоточенной в области главного «лепестка»). Использование отрицательного значения  $\xi$  также позволяет произвести такую же резкую фокусировку, но уже на расстоянии  $z=1200$  мм. Теоретический расчёт по формуле (15) даёт соответственно 804,6 мм (при  $\xi=6$ ) и 1321 мм (при  $\xi=-6$ ).

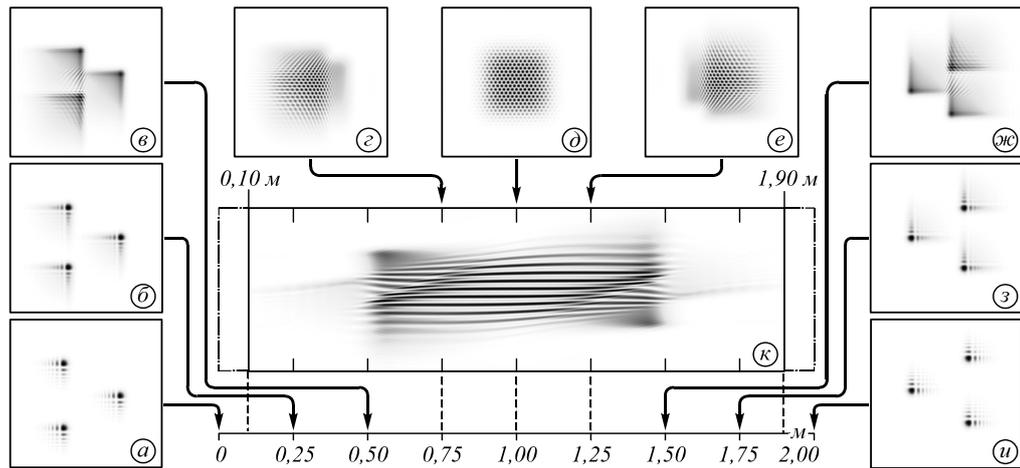


Рис. 1. Распределение интенсивности набора пучков Эйри-Гаусса с параметрами  $\xi = 0$ ,  $\alpha = \beta = 1$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$  на различных расстояниях: а)  $z = 0$  м, б)  $z = 0,25$  м, в)  $z = 0,5$  м, г)  $z = 0,75$  м, д)  $z = 1$  м, е)  $z = 1,25$  м, ж)  $z = 1,5$  м, з)  $z = 1,75$  м, и)  $z = 2$  м, к) продольное распределение интенсивности на интервале  $z = 0,1 \dots 1,9$  м

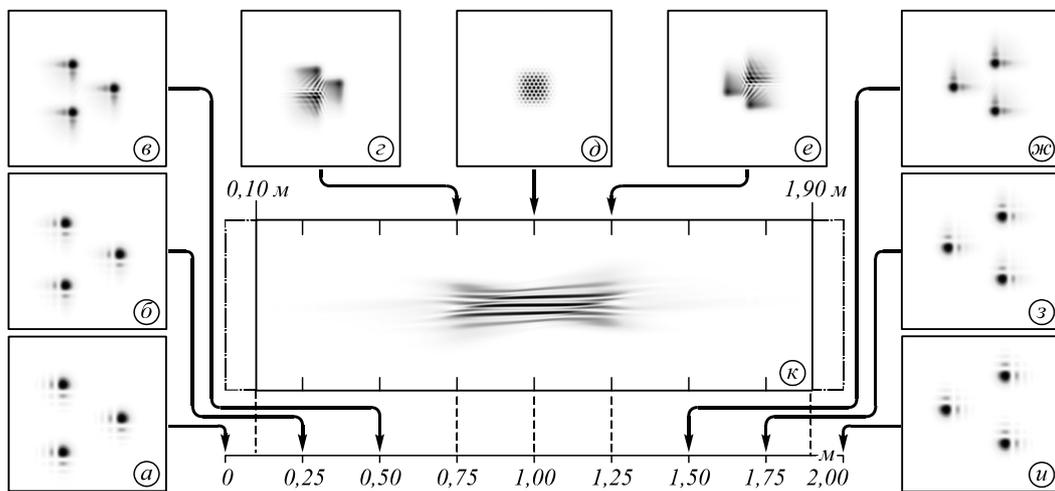


Рис. 2. Распределение интенсивности набора пучков Эйри-Гаусса с параметрами  $\xi = 0$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$  на различных расстояниях: (а)–(и) расстояния, как на рис. 1, (к) продольное распределение интенсивности на интервале, как на рис. 1

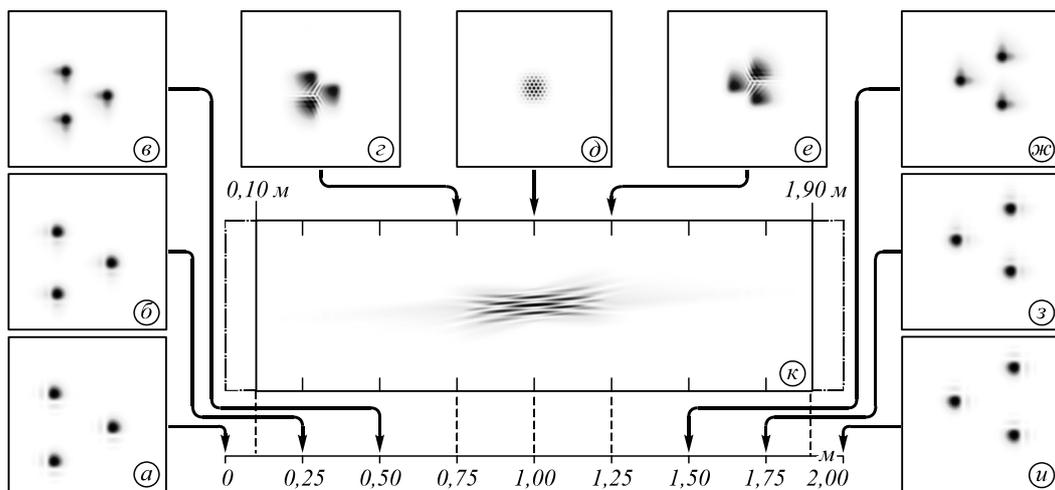


Рис. 3. Распределение интенсивности набора пучков Эйри-Гаусса с параметрами  $\xi = 0$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = 5$  на различных расстояниях: (а)–(и) расстояния, как на рис. 1, (к) продольное распределение интенсивности на интервале, как на рис. 1

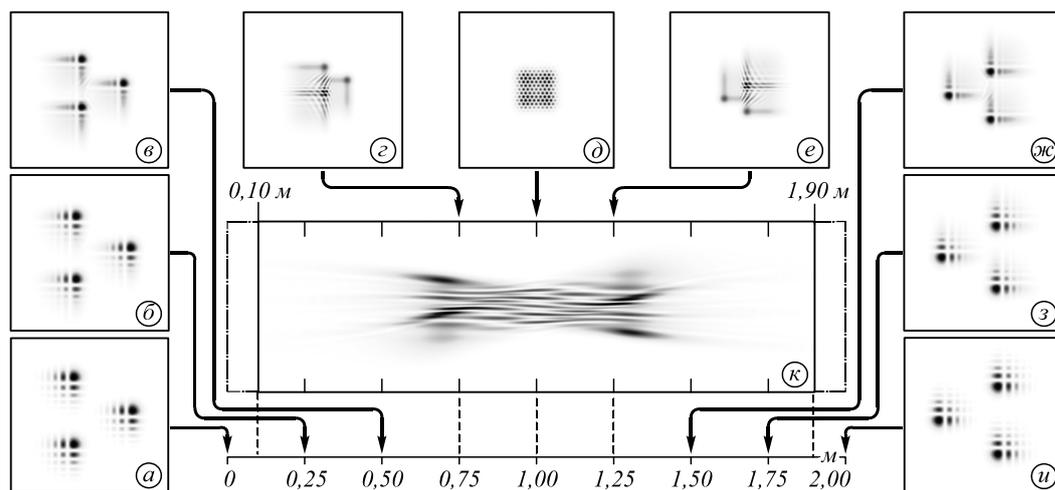


Рис. 4. Распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = 0$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на различных расстояниях: (а)–(и) расстояния, как на рис. 1, (к) продольное распределение интенсивности на интервале, как на рис. 1

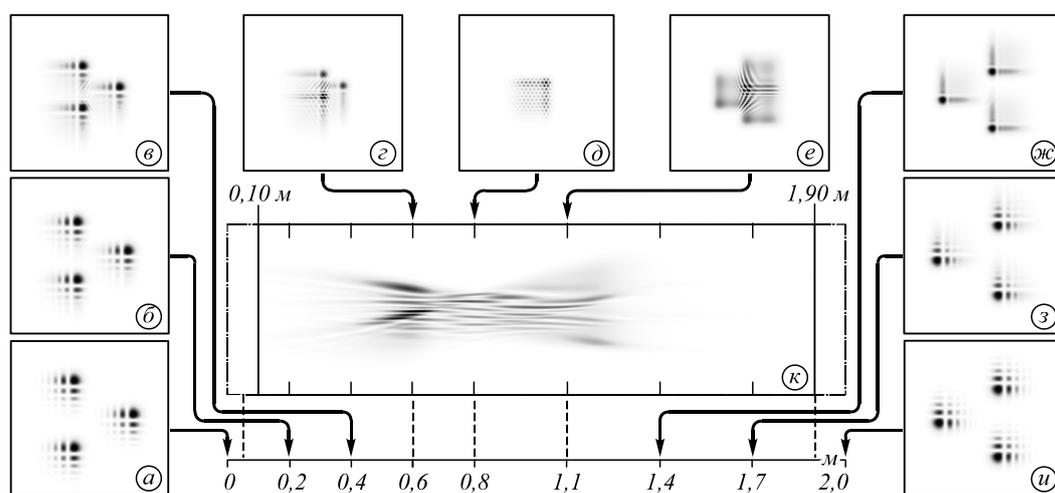


Рис. 5. Распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = 6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на различных расстояниях: а)  $z = 0$  м, б)  $z = 0,2$  м, в)  $z = 0,4$  м, з)  $z = 0,6$  м, д)  $z = 0,8$  м, е)  $z = 1,1$  м, жс)  $z = 1,4$  м, з)  $z = 1,7$  м, и)  $z = 2$  м, к) продольное распределение интенсивности на интервале  $z = 0,1 \dots 1,9$  м

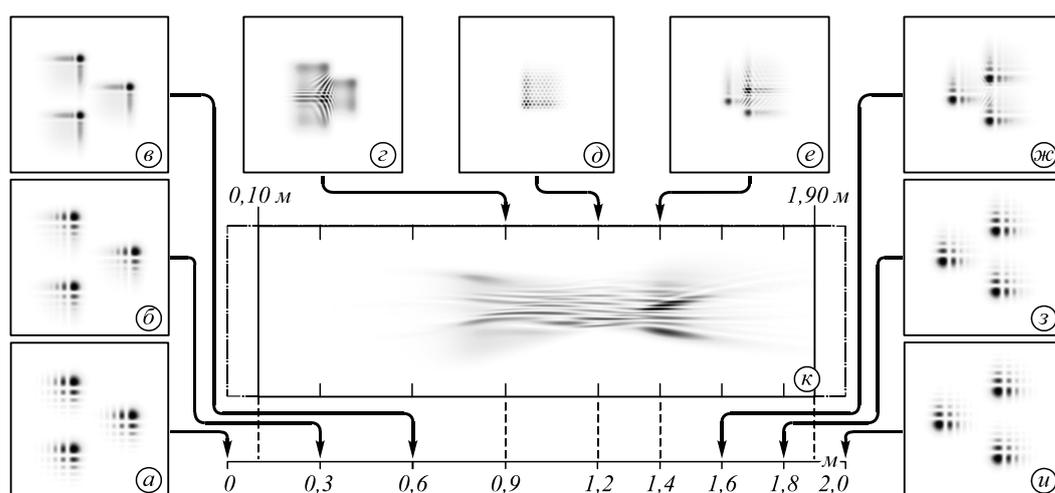


Рис. 6. Распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = -6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на различных расстояниях: а)  $z = 0$  м, б)  $z = 0,3$  м, в)  $z = 0,6$  м, з)  $z = 0,9$  м, д)  $z = 1,2$  м, е)  $z = 1,4$  м, жс)  $z = 1,6$  м, з)  $z = 1,8$  м, и)  $z = 2$  м, к) продольное распределение интенсивности на интервале  $z = 0,1 \dots 1,9$  м

Теперь будем поворачивать кластер пучков Эйри–Гаусса на 45 (рис. 7), 90, 135 и 180 градусов (рис. 8) против часовой стрелки (пр.ч.с.).

На рис. 7 и 8 видно, что поворот кластера мод не вносит каких-либо изменений в её траекторию (на

рис. 8а–в показано несколько сечений одного и того же кластера под различным наклоном).

Наконец, будем теперь сначала поворачивать каждый пучок Эйри на 45 (рис. 9), 90, 135, 180 градусов (рис. 10), а затем формировать из них набор мод.

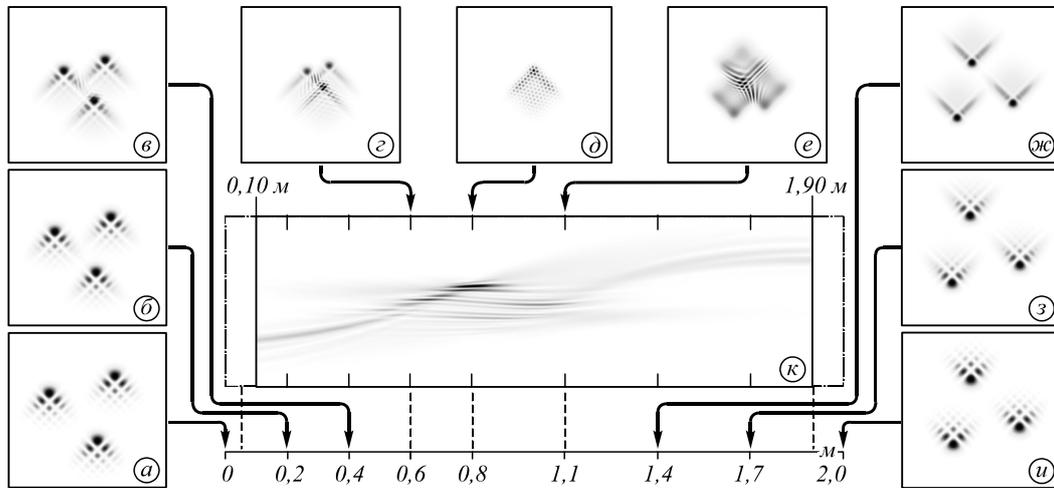


Рис. 7. Распределение интенсивности поворнутого на 45° пр.ч.с. набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = 6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на различных расстояниях: (а)–(и) расстояния, как на рис. 5, (к) продольное распределение интенсивности на интервале, как на рис. 5

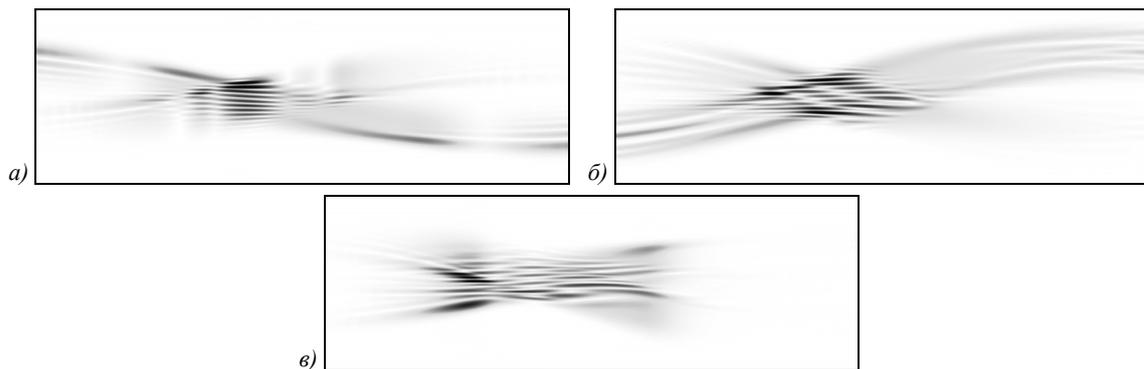


Рис. 8. Продольное распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = 6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на интервале, как на рис. 5: набор поворнут на а) 90°, б) 135°, в) 180° пр. ч.с.

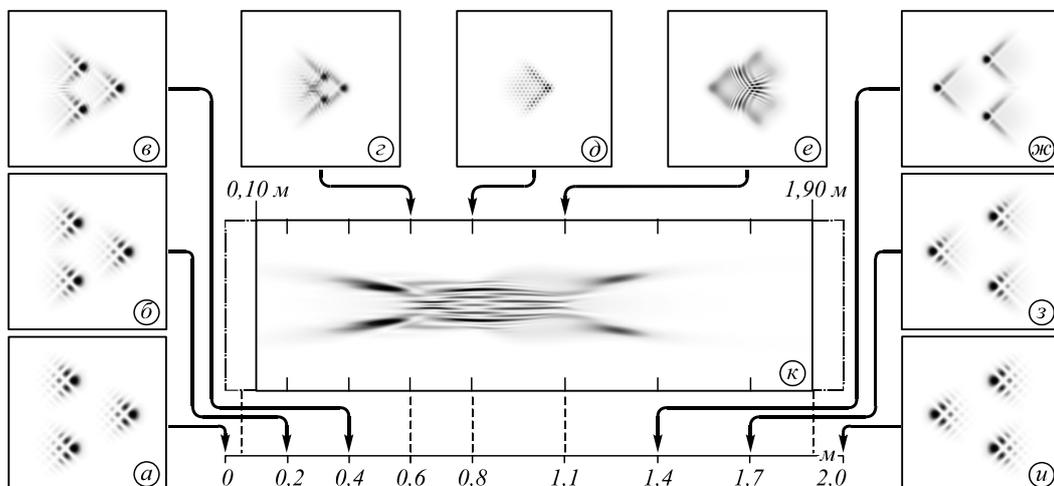


Рис. 9. Распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса, поворнутых на 45° по ч.с. с параметрами  $\xi = 6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на различных расстояниях: (а)–(и) расстояния, как на рис. 5, (к) продольное распределение интенсивности на интервале, как на рис. 5

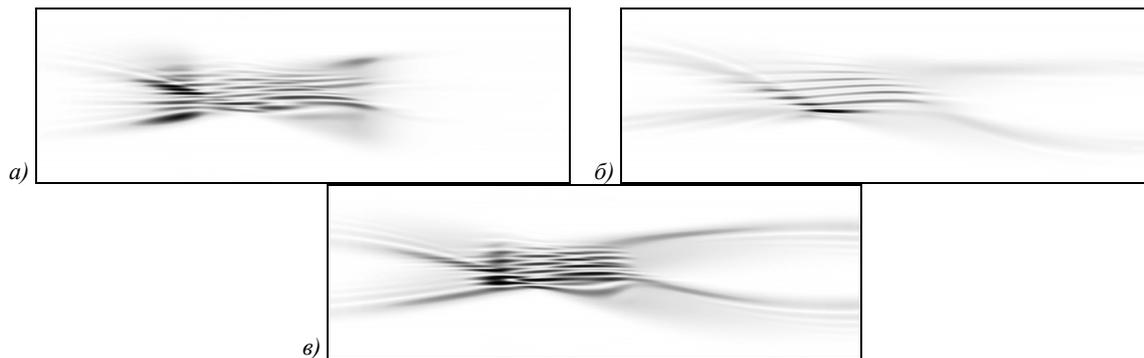


Рис. 10. Продольное распределение интенсивности набора пучков Эйри–Гаусса с параметрами  $\xi = 6$ ,  $\alpha = \beta = 5$ ,  $\alpha_0 = \beta_0 = -5$  на интервале, как на рис. 5: пучки повернуты на а)  $90^\circ$ , б)  $135^\circ$ , в)  $180^\circ$  по ч.с.

На рис. 9 и 10 видно, что траектория повернутых пучков стала более синхронной, но распределение интенсивности в области фокуса и само расстояние фокусировки не изменились.

### Заключение

В данной работе исследована возможность изменения траектории распространения набора пучков, смещённых в исходной плоскости, за счёт добавления фазы, имеющей линейную зависимость (аналогично действию призмы). Такой подход применён к модам, обладающим свойством автофокусировки, а именно, к пучкам Эйри–Гаусса, с целью расширения возможности управления свойствами их распространения при автофокусировке.

С использованием дробного преобразования Фурье выполнено численное моделирование распространения таких пучков. Показано, как величина смещения и отклоняющей фазы изменяет траекторию автофокусирующихся пучков Эйри–Гаусса. Результаты показали, что изменение параметра несущей пространственной частоты  $\xi$  (аналог параметра призмы) позволяет управлять расстоянием до области фокусировки. При этом форма траектории пучка за счёт наличия линзы в соответствии с теоретическими предсказаниями перестаёт быть параболической. Поворот каждой моды, как и поворот кластера в целом, приводят к ожидаемому в силу бездифракционности пучков Эйри повороту поперечного распределения поля на тот же угол.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 20-07-00505-А) в части численного моделирования, а также при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26) в теоретической части.

### References

[1] Berry MV, Balazs NL. Nonspreiding wave packets. *Am J Phys* 1979; 47(3): 264-267. DOI: 10.1119/1.11855.

[2] Siviloglou GA, Christodoulides DN. Accelerating finite energy Airy beams. *Opt Lett* 2007; 32(8): 979-981. DOI: 10.1364/OL.32.000979.

[3] Saari P. Laterally accelerating Airy pulses. *Opt Express* 2008; 16(4): 10303-10308. DOI: 10.1364/OE.16.010303.

[4] Bandres MA. Accelerating beams. *Opt Lett* 2009; 34(24): 3791-3793. DOI: 10.1364/OL.34.003791.

[5] Vallée O, Soares M. Airy functions and applications in physics. London: Imperial College Press; 2004. ISBN: 1-86094-478-7.

[6] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets. *Nat Photonics* 2008; 2(11): 675-678. DOI: 10.1038/nphoton.2008.201.

[7] Khonina SN, Skidanov RV, Moiseev OYu. Airy laser beams generation by binary-coded diffractive optical elements for microparticles manipulation. *Computer Optics* 2009; 33(2): 138-146.

[8] Zheng Z, Zhang B-F, Chen H, Ding J, Wang H-T. Optical trapping with focused Airy beams. *Appl Opt* 2011; 50(1): 43-49. DOI: 10.1364/AO.50.000043.

[9] Vettenburg T, Dalgarno HIC, Nylk J, Coll-Llado C, Ferrier DEK, Čížmár T, Gunn-Moore FJ, Dholakia K. Light-sheet microscopy using an Airy beam. *Nat Methods* 2014; 11(5): 541-544. DOI: 10.1038/nmeth.2922.

[10] Piksarv P, Marti D, Le T, Unterhuber A, Forbes LH, Andrews MR, Stingl A, Drexler W, Andersen PE, Dholakia K. Integrated single- and two-photon light sheet microscopy using accelerating beams. *Sci Rep* 2017; 7(1): 1435. DOI: 10.1038/s41598-017-01543-4.

[11] Dowski ER, Cathey WT. Extended depth of field through wave-front coding. *Appl Opt* 1995; 34(11): 1859-1866. DOI: 10.1364/AO.34.001859.

[12] Pan C, Chen J, Zhang R, Zhuang S. Extension ratio of depth of field by wavefront coding method. *Opt Express* 2008; 16(17): 13364-13371. DOI: 10.1364/oe.16.013364.

[13] Khonina SN, Volotovskiy SG, Dzyuba AP, Serafimovich PG, Popov SB, Butt MA. Power phase apodization study on compensation defocusing and chromatic aberration in the imaging system. *Electronics* 2021; 10(11): 1327. DOI: 10.3390/electronics10111327.

[14] Mathis A, Courvoisier F, Froehly L, Furfaro L, Jacquot M, Lacourt PA, Dudley JM. Micromachining along a curve: Femtosecond laser micromachining of curved profiles in diamond and silicon using accelerating beams. *Appl Phys Lett* 2012; 101(7): 071110. DOI: 10.1063/1.4745925.

[15] Courvoisier S, Götte N, Zielinski B, Winkler T, Sarpe C, Senftleben A, Bonacina L, Wolf JP, Baumert T. Temporal Airy pulses control cell poration. *APL Photon* 2016; 1(4): 046102. DOI: 10.1063/1.4948367.

- [16] Rose P, Diebel F, Boguslawski M, Denz C. Airy beam induced optical routing. *Appl Phys Lett* 2013; 102(10): 101101. DOI: 10.1063/1.4793668.
- [17] Banders MA, Gutierrez-Vega JC. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems. *Opt Express* 2007; 15(25): 16719-16728. DOI: 10.1364/OE.15.016719.
- [18] Khonina SN, Volotovskiy SG. Bounded 1D Airy beams: Laser fan. *Computer Optics* 2008; 32(2): 168-174.
- [19] Efremidis NK, Christodoulides DN. Abruptly autofocusing waves. *Opt Lett* 2010; 35(23): 4045-4047. DOI: 10.1364/OL.35.004045.
- [20] Davis JA, Cottrell DM, Sand D. Abruptly autofocusing vortex beams. *Opt Express* 2012; 20(12): 13302-13310. DOI: 10.1364/OE.20.013302.
- [21] Vaveliuk P, Lencina A, Rodrigo JA, Matos OM. Symmetric Airy beams. *Opt Lett* 2014; 39(8): 2370-2373. DOI: 10.1364/OL.39.002370.
- [22] Jiang Y, Zhao S, Yu W, Zhu X. Abruptly autofocusing property of circular Airy vortex beams with different initial launch angles. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(6): 890-894. DOI: 10.1364/JOSAA.35.000890.
- [23] Khonina SN. Mirror and circular symmetry of autofocusing beams. *Symmetry* 2021; 13(10): 1794. DOI: 10.3390/sym13101794.
- [24] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, Mills MS, Efremidis NK, Christodoulides DN, Chen Z. Trapping and guiding micro-particles with morphing autofocusing Airy beams. *Opt Lett* 2011; 36(15): 2883-2885. DOI: 10.1364/OL.36.002883.
- [25] Manousidaki M, Papazoglou DG, Farsari M, Tzortzakakis S. Abruptly autofocusing beams enable advanced multiscale photo-polymerization. *Optica* 2016; 3(5): 525-530. DOI: 10.1364/OPTICA.3.000525.
- [26] Panagiotopoulos P, Papazoglou DG, Couairon A, Tzortzakakis S. Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets. *Nat Commun* 2013; 4: 2622. DOI: 10.1038/ncomms3622.
- [27] Li P, Liu S, Peng T, Xie G, Gan X, Zhao J. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent phase vortices. *Opt Express* 2014; 22(7): 7598-7606. DOI: 10.1364/OE.22.007598.
- [28] Khonina SN, Ustinov AV. Fractional Airy beams. *J Opt Soc Am A* 2017; 34(11): 1991-1999. DOI: 10.1364/JOSAA.34.001991.
- [29] Khonina SN, Porfirev AP, Ustinov AV. Sudden autofocusing of superlinear chirp beams. *J Opt* 2018; 20(2): 025605. DOI: 10.1088/2040-8986/aaa075.
- [30] Brimis A, Makris KG, Papazoglou DG. Tornado waves. *Opt Lett* 2020; 45(2): 280-283. DOI: 10.1364/OL.45.000280.
- [31] Khonina SN, Porfirev AP, Ustinov AV, Butt MA. Generation of complex transverse energy flow distributions with autofocusing optical vortex beams. *Micromachines* 2021; 12(3): 297. DOI: 10.3390/mi12030297.
- [32] Lü B, Ma H. Beam propagation properties of radial laser arrays. *J Opt Soc Am A* 2000; 17(11): 2005-2009. DOI: 10.1364/JOSAA.17.002005.
- [33] Song L, Yang Z, Li X, Zhang S. Controllable Gaussian-shaped soliton clusters in strongly nonlocal media. *Opt Express* 2018; 26(15): 19182-19198. DOI: 10.1364/OE.26.019182.
- [34] Suarez RA, Neves AA, Gesualdi MR. Generation and characterization of an array of Airy-vortex beams. *Opt Commun* 2019; 458: 124846.
- [35] Song L, Yang Z, Zhang S, Li X. Dynamics of rotating Laguerre-Gaussian soliton arrays. *Opt Express* 2019; 27(19): 26331-26345. DOI: 10.1364/OE.27.026331.
- [36] Suarez RA, Neves AA, Gesualdi MR. Optimizing optical trap stiffness for Rayleigh particles with an Airy array beam. *J Opt Soc Am B* 2020; 37(2): 264-270. DOI: 10.1364/JOSAB.379247.
- [37] Frolov AO, Khonina SN. Modeling the propagation of sets of autofocusing laser beams. *Proc SPIE* 2021; 11793: 117930I. DOI: 10.1117/12.2592792.
- [38] Namias V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics. *IMA J Appl Math* 1980; 25(3): 241-265. DOI: 10.1093/imamat/25.3.241.
- [39] Mendlovic D, Ozaktas HM. Fractional Fourier transformations and their optical implementation. I. *J Opt Soc Am A* 1993; 10(9): 1875-1881. DOI: 10.1364/JOSAA.10.001875.
- [40] Haskel M, Stern A. Evaluation of the influence of arbitrary masks on the output field of optical systems using ABCD matrices. *J Opt Soc Am A* 2017; 34(4): 609-613. DOI: 10.1364/JOSAA.34.000609.
- [41] Collins SA. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics. *J Opt Soc Am* 1970; 60(9): 1168-1177. DOI: 10.1364/JOSA.60.001168.
- [42] Khonina SN, Striletz AS, Kovalev AA, Kotlyar VV. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber. *Proc SPIE* 2010; 7523: 75230B. DOI: 10.1117/12.854883.
- [43] Monin EO, Ustinov AV, Khonina SN. Propagation modeling of vortex generalized Airy beams in parabolic fiber. *Proc Progress in Electromagnetics Research Symposium* 2018; F134321: 583-589. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8261809.
- [44] Ustinov AV, Khonina SN. Generalized lens: Calculation of distribution on the optical axis. *Computer Optics* 2013; 37(3): 307-315.
- [45] Kirilenko MS, Zubtsov RO, Khonina SN. Calculation of eigenfunctions of a bounded fractional Fourier transform. *Computer Optics*, 2015; 39(3): 332-338. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-332-338.

### Сведения об авторах

**Фролов Антон Олегович**, студент Самарского университета. Область научных интересов: моделирование работы оптических элементов, программирование. E-mail: [f-miralius@yandex.ru](mailto:f-miralius@yandex.ru).

**Устинов Андрей Владимирович**, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ мо-

делирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: [andr@ipsiras.ru](mailto:andr@ipsiras.ru).

**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: [khonina@ipsiras.ru](mailto:khonina@ipsiras.ru).

---

*ГРНТИ: 29.31.15*

*Поступила в редакцию 01 апреля 2022 г. Окончательный вариант – 07 мая 2022 г.*

---

---

# Changing the trajectory of Airy beam sets with spatial carriers

A.O. Frolov<sup>1</sup>, A.V. Ustinov<sup>2</sup>, S.N. Khonina<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34,

<sup>2</sup> IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151

## Abstract

In this paper, we study a change in the propagation trajectory of a set of autofocusing laser beams using a fractional Fourier transform. Clusters of displaced bounded Airy-Gaussian beams supplemented by a phase function that deflects the beam similarly to a prism are considered. The shift and phase deviation (according to the carrier spatial frequencies) make it possible to change the propagation trajectory of a set of autofocusing beams. The influence of the parameters under consideration on the properties of autofocusing of a cluster of Airy-Gaussian beams is investigated by means of numerical simulation.

**Keywords:** autofocusing properties, sets of Airy-Gaussian beams, fractional Fourier transform.

**Citation:** Frolov AO, Ustinov AV, Khonina SN. Changing the trajectory of Airy beam sets with spatial carriers. *Computer Optics* 2022; 46(5): 724-732. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1139.

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 20-37-90129 (numerical modeling) and the Ministry of Science and Higher Education within the State assignment of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (theoretical analysis).

---

## Authors' information

**Anton Olegovich Frolov**, student of Samara University. Research interests: modeling of the work of optical elements, programming. E-mail: [f-miralius@yandex.ru](mailto:f-miralius@yandex.ru).

**Andrey Vladimirovich Ustinov**, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty “Applied Mathematics” in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: [andr@ipsiras.ru](mailto:andr@ipsiras.ru).

**Svetlana Nikolaevna Khonina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: [khonina@ipsiras.ru](mailto:khonina@ipsiras.ru).

---

Received April 01, 2022. The final version – May 07, 2022.

---