

## Новый метод описания изменения траектории оси лазерного пучка в дифференциальной кювете Андерсона для определения показателя преломления жидких сред

В.В. Давыдов<sup>1</sup>, Д.С. Проводин<sup>1</sup>, А.А. Гольдберг<sup>1</sup>, И.Д. Кочетков<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого,  
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29

### Аннотация

Обоснована необходимость разработки малогабаритного рефрактометра с дифференциальной кюветой Андерсона для экспресс-контроля состояния жидких сред с высокой точностью в реальном времени. Обозначены проблемы, которые возникают при определении оптимальных параметров конструкции оптической части рефрактометра для уменьшения погрешности измерения показателя преломления в диапазоне от 1,2300 до 2,2300. Впервые выведено уравнение для исследования изменения траектории оси лазерного излучения как в кювете Андерсона, так и за её пределами от различных её параметров, значений показателей преломления эталонной  $n_s$  и исследуемой  $n_m$  жидкой среды. Отмечено, что для решения задачи определения оптимальных параметров дифференциальной кюветы Андерсона необходимо получить аналитическое выражение для показателя преломления  $n_m$  исследуемой среды от изменения всех параметров оптической части рефрактометра. Разработана конструкция малогабаритного рефрактометра дифференциального типа для проведения измерений, и представлены результаты исследования различных жидких сред. Экспериментально подтверждена погрешность измерения показателя преломления 0,0002 в разработанной конструкции рефрактометра. Определены направления исследований для уменьшения погрешности измерения показателя преломления, чтобы использовать разработанную конструкцию дифференциального рефрактометра для научных исследований и в качестве поверочной схемы в метрологии.

**Ключевые слова:** лазерное излучение, рефракция, дифференциальная кювета Андерсона, траектория оси, пучок, состояние среды, показатель преломления, фотодиодная линейка, погрешность измерения.

**Цитирование:** Давыдов, В.В. Новый метод описания изменения траектории оси лазерного пучка в дифференциальной кювете Андерсона для определения показателя преломления жидких сред / В.В. Давыдов, Д.С. Проводин, А.А. Гольдберг, И.Д. Кочетков // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 2. – С. 217-224. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1324.

**Citation:** Davydov VV, Provodin DS, Gol'dberg AA, Kochetkov ID. A new method for describing the change of the laser beam axis trajectory in the Anderson differential cuvette to measure the refractive index of liquids. Computer Optics 2024; 48(2): 217-224. DOI: 10.18287/2412-CO-1324.

### Введение

В современном мире постоянно увеличивается количество негативных факторов, которые влияют на состояние окружающей среды, что приводит к отклонениям от стандартного состояния во многих конденсированных средах [1–3]. С другой стороны, повышение цен на энергоносители и многие виды услуг приводит к снижению качества выпускаемой продукции [4, 5]. Поэтому большое внимание в данной ситуации уделяется методам и приборам для контроля состояния конденсированных сред. Одной из важных составляющих в системе контроля конденсированных сред является экспресс-контроль в реальном времени [1, 3, 6–8]. Его роль в мире постоянно возрастает. Для контроля состояния различных конденсированных сред, особенно биологических и медицинских суспензий, кислот и прочих, требуется высокая точность изме-

рений [1, 3, 8, 9]. Необходимо также отметить, что прибор для экспресс-контроля должен обладать широкими функциональными возможностями по применению (обеспечить контроль параметров большого числа сред) и не вносить необратимых изменений в состояние среды [1, 3, 8–10]. В настоящее время multifunctional экспресс-контроль можно реализовать только с использованием явления ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и рефракции [1–3, 5, 8, 9, 11–15]. В отличие от ЯМР-измерений рефракция нашла намного больше практических приложений в решении различных задач на основе определения значения показателя преломления [14–20] по причине компактности измерительных приборов и оперативности получения результата.

Одним из перспективных приборов для реализации данных измерений является рефрактометр с дифференциальной кюветой Андерсона [10, 14,

20–22]. Это единственный тип рефрактометра, который позволяет проводить измерения опасных и летучих жидких сред в объеме с высокой степенью герметичности (поворотная крышка с прокладкой для дифференциальной кюветы). Необходимость в таких измерениях с увеличением числа опасных сред, а также с увеличением продолжительных по времени исследований летучих сред в мире постоянно возрастает.

В монографии [21] подробно рассмотрены различные типы дифференциальных рефрактометров и принципы измерения показателей преломления  $n_m$  в этих приборах и различные математические соотношения для определения  $n_m$  с использованием приближений. Эти приближения позволяют получить в дифференциальных рефрактометрах погрешность измерения  $n_m$  не лучше 0,01. Измерения  $n_m$  с такой точностью не удовлетворяют современным требованиям для исследований и контроля состояния сред. Это привело к тому, что производство дифференциальных рефрактометров было прекращено.

Основной проблемой при разработке конструкции рефрактометра с дифференциальной кюветой Андерсона в отличие от других рефрактометров является отсутствие уравнения без любых приближений для определения зависимости изменения показателя преломления  $n_m$  исследуемой среды от параметров кюветы, от показателя преломления  $n_s$  эталонной жидкости, а также особенностей регистрации положения оси лазерного излучения на фотодиодной линейке. Это не позволяет определить оптимальные соотношения между параметрами кюветы, значением  $n_s$  и расстоянием  $l$  от стенки кюветы до фотодиодной линейки для обеспечения погрешности измерения  $n_m$  порядка  $10^{-4}$  с учетом допусков на изготовление граней и перегородки дифференциальной кюветы Андерсона из кварцевого стекла или других материалов.

Поэтому целью нашей работы является вывод уравнения для описания изменения траектории оси лазерного пучка от источника лазерного излучения до сенсоров фотодиодной линейки. Данное уравнение должно позволить получить аналитическое решение для  $n_m$  относительно параметров процесса его измерения, которые можно изменять в конструкции рефрактометра. Это позволит определить критические значения для оптической системы рефрактометра, соответствующие максимуму отношения сигнал/шум регистрируемого лазерного излучения и обеспечить минимальную погрешность измерения  $n_m$ . А также используя это соотношение для расчета погрешности косвенных измерений, определить влияние допусков по размерам при изготовлении граней и перегородки кюветы на значение погрешности определения  $n_m$ . Это обстоятельство является ключевым при аттестации промышленного прибора (дифференциального рефрактометра) по погрешности измерения  $n_m$ .

### Уравнение траектории оси лазерного пучка в дифференциальной кювете Андерсона и за её пределами до фотодиодной линейки

Для вывода уравнения траектории рассмотрим схему оптической части дифференциального рефрактометра, в которой происходит изменение оси траектории лазерного излучения. На рис. 1 представлена схема дифференциальной кюветы Андерсона и направление распространения оси траектории лазерного излучения в ней и до фотодиодной линейки 4.

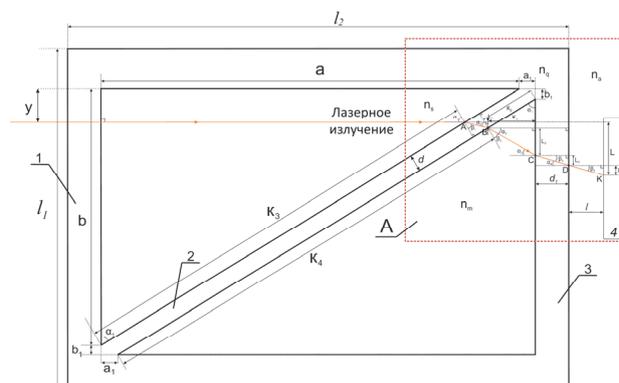


Рис. 1. Дифференциальная кювета Андерсона с направлением распространения оси лазерного излучения: 1 – боковая грань кюветы Андерсона, на которую поступает лазерное излучение; 2 – перегородка; 3 – боковая грань кюветы Андерсона, через которую выходит лазерное излучение; 4 – фотодиодная линейка

Для примера на рис. 2 представлена одна из конструкций дифференциальной кюветы Андерсона (вид сверху) с геометрическими размерами (толщина перегородки  $d = 3$  мм, толщина стенки кюветы  $d_1 = 3$  мм, внешние размеры кюветы  $l_1 = 70$  мм,  $l_2 = 50$  мм, внутренние размеры кюветы  $a + a_1 = 64$  мм,  $b + b_1 = 44$  мм).

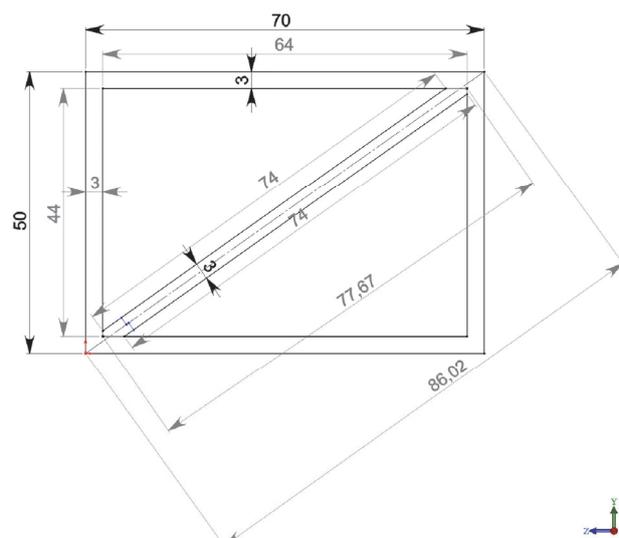


Рис. 2. Дифференциальная кювета Андерсона (вид сверху) с размерами (рис. 1) в мм

На рис. 3 представлена 3D-модель варианта дифференциальной кюветы Андерсона (рис. 2).

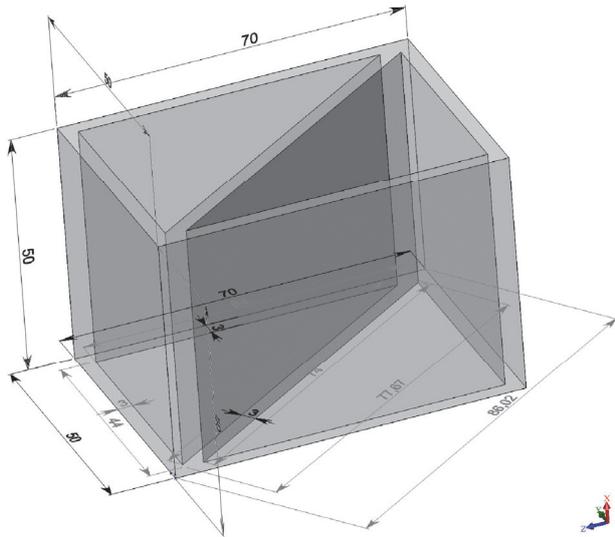


Рис. 3. 3D-модель варианта дифференциальной кюветы Андерсона с размерами в мм

На рис. 4 представлена кювета с термопарой для контроля температуры  $T$ .

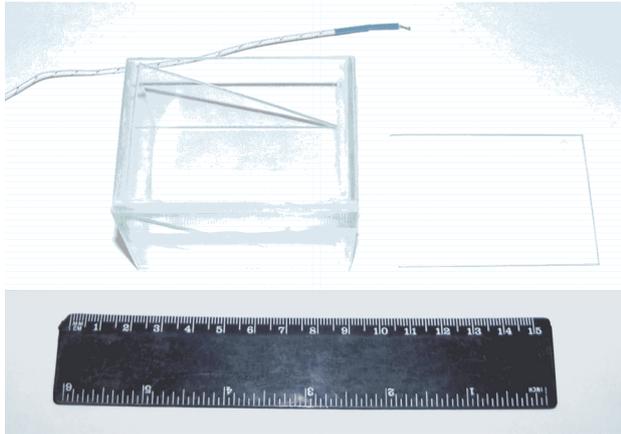


Рис. 4. Фото дифференциальной кюветы Андерсона с термопарой

Для контроля температуры  $T$  в двух частях кюветы Андерсона используют две термопары. Классическая конструкция термопары представлена на рис. 4 (сверху кюветы). Погрешность определения температуры  $T$  составляет 0,1 К.

Изменения в траектории распространения лазерного излучения происходит в выделенном фрагменте А на рис. 1. Поэтому рассмотрим подробно процессы, происходящие в этой части траектории оси лазерного излучения. На рис. 5 представлен фрагмент А (рис. 1).

Перед выводом уравнения для описания изменения положения оси лазерного излучения при прохождении его через дифференциальную кювету с жидкими средами и расстояния  $l$  до фотодиодной линейки 4 (рис. 5) определим следующее. Геометрически – лучевой подход для описания изменения оси лазерного излучения рассматривается нами, когда жидкие среды прозрачны, однородны, искажения в плоском волновом фронте лазерного излучения минимальны.

В случае присутствия в исследуемой среде различных частиц, которые вызовут рассеяние лазерного излучения, например, Ми, искажения в форме пучка будут значительные и однозначно определить положение оси лазерного излучения на фотодиодной линейке будет крайне сложно.

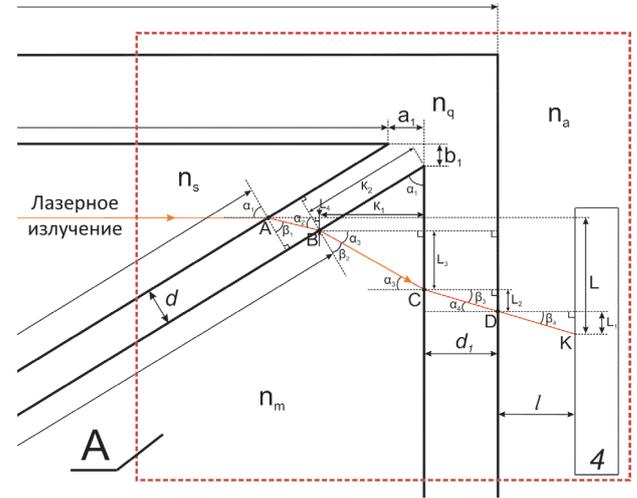


Рис. 5. Фрагмент А с частью дифференциальной кюветы Андерсона, фотодиодной линейкой 4 и промежутком с расстоянием  $l$  между стенкой кюветы и фотодиодной линейкой

Структура формирования траектории оси лазерного излучения от 1 до 4 основана на его преломлении на границах нескольких сред с различными показателями преломления в точках А, В, С и D (рис. 1 и 5). Рассматриваются смещения по вертикали точек В, С, D и К (параллельно грани 1) относительно точки А (рис. 5). Для каждого смещения (расстояния  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$ ) выводится математическое соотношение с учетом параметров кюветы (геометрических размеров, материала и т.д.), значений показателей преломления эталонной  $n_s$  и исследуемой  $n_m$  среды, места ввода лазерного излучения в кювету (грань 1 – точка О – расстояние  $y$  (рис. 1)) и расстояния  $l$  до фотодиодной линейки 4.

При проведении исследований жидких сред с использованием рефрактометра с дифференциальной кюветой Андерсона могут возникнуть три ситуации ( $n_m > n_q, n_m = n_q$  и  $n_m < n_q$ ), где  $n_q$  – показатель преломления кварца (материал, из которого изготовлена кювета). Эти ситуации в таком контексте ранее никто не рассматривал по причине того, что в уравнениях для описания оси траектории лазерного излучения не учитывалась толщина перегородки  $d$  кюветы и материал, из которого она изготовлена [14, 21]. Соотношения между показателями преломления материала, из которого изготовлена кювета, перегородка кюветы и жидких сред необходимо учитывать, чтобы в процессе измерения на границе двух сред не возникло явление полного внутреннего отражения. В этом случае лазерное излучение может не поступить на

сенсоры фотодиодной линейки и проводить измерения показателя преломления  $n_m$  будет невозможно. Поэтому при выборе эталонной жидкости и конструкции кюветы Андерсона необходимо учитывать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_1) \cdot n_s/n_q < 1,0, & \quad (1) \\ \sin(\alpha_1) \cdot n_s/n_m < 1,0. & \quad (2) \end{aligned}$$

Эти соотношения ранее при проведении исследований с использованием дифференциального рефрактометра не рассматривали. При изменении дискретности шкалы измерения показателя преломления  $n_m$  эти соотношения внесут коррективы в выбор эталонной жидкости и размеров кюветы Андерсона.

Кроме кварца, для изготовления кювет можно использовать сапфир и различные стекла КУ, КФ и т.д. Выбор кюветы будет определяться решаемыми задачами при исследованиях. В этом случае при вычислениях в полученном соотношении для определения  $n_m$ , вместо показателя преломления кварца, используется показатель преломления материала, из которого изготовлена кювета.

Траектория изменения оси лазерного излучения представлена на рис. 1 и 5. Для определения смещения оси траектории  $L$  относительно первоначального положения ввода лазерного излучения в кювету Андерсона нами было выведено соотношение. Соотношение для  $L$  было сформировано из рассмотрения смещения оси лазерного излучения на 4 участках:  $L=L_1+L_2+L_3+L_4$  (рис. 5). При выводе соотношения для  $L$  учитывалось наличие перегородки в кювете с параметрами  $d$  и  $n_q$ , что ранее никто не делал.

Для фрагмента А (рис. 5) запишем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} A: \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_q}{n_s}; B: \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = \frac{n_m}{n_q}; \\ C: \frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} = \frac{n_q}{n_m}; D: \frac{\sin \alpha_4}{\sin \beta_4} = \frac{n_a}{n_q}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{L_3}{K_1} = tg \alpha_3 = \frac{tg \alpha_1 - \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}}{1 + tg \alpha_1 \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}} = \frac{\sin \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} + n_s \sin^2 \alpha_1},$$

$$tg \beta_3 = \frac{L_2}{d_1} = \frac{\sin \alpha_1 \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right)}{\sqrt{n_q^2 - \sin^2 \alpha_1 \left( n_m^2 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 - 2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} \right)}},$$

$$L_1 = l \cdot tg \beta_4$$

$$\frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} = \frac{n_q}{n_m}; \frac{\sin \alpha_4}{\sin \beta_4} = \frac{n_a}{n_q}; \alpha_4 = \beta_3 \Rightarrow \frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_4} = \frac{n_a}{n_m} \Rightarrow \sin \beta_4 = \frac{n_m}{n_a} \sin \alpha_3,$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{\sin \alpha_1}{n_m} \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right) \Rightarrow \sin \beta_4 = \frac{\sin \alpha_1}{n_a} \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right),$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \alpha_3 + \beta_2, L_1 = l \cdot tg \beta_4, \\ L_2 = d_1 tg \beta_3, L_3 = K_1 tg \alpha_3, \end{aligned} \quad (4)$$

$$K_1 = (y - b_1 + L_4) tg \alpha_1, tg \alpha_1 = \frac{a}{b}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} L_4 = |AB| \cdot \sin(\alpha_1 - \beta_1) = \\ = \frac{d}{\cos \beta_1} \sin(\alpha_1 - \beta_1) = d(\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 tg \beta_1), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_q}{n_s} \Rightarrow \sin \beta_1 = \frac{n_s}{n_q} \sin \alpha_1, \\ tg \beta_1 = \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_q^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношения (3) – (7) в дальнейшем позволяют выразить значения  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$  через параметры кюветы Андерсона, расстояние  $l$ , а также значения показателей преломления эталонной  $n_s$  и исследуемой  $n_m$  жидкой среды. В статье для воспроизведения результата вывода кратко представлены основные промежуточные соотношения.

$$L_4 = d \sin \alpha_1 \left( 1 - \frac{n_s \cos \alpha_1}{\sqrt{n_q^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}} \right),$$

$$tg \alpha_3 = tg(\alpha_1 - \beta_2) = \frac{tg \alpha_1 - tg \beta_2}{1 + tg \alpha_1 tg \beta_2},$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_q}{n_s}; \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = \frac{n_m}{n_q};$$

$$\alpha_2 = \beta_1 \Rightarrow \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{n_m}{n_s} \Rightarrow \sin \beta_2 = \frac{n_s}{n_m} \sin \alpha_1,$$

$$tg \beta_2 = \frac{\frac{n_s \sin \alpha_1}{n_m}}{\sqrt{1 - \frac{n_s^2}{n_m^2} \sin^2 \alpha_1}} = \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}},$$

$$\frac{L_1}{l} = \operatorname{tg} \beta_4 = \frac{\frac{\sin \alpha_1}{n_a} \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right)}{\sqrt{1 - \left( \frac{\sin \alpha_1}{n_a} \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right) \right)^2}} =$$

$$= \frac{\sin \alpha_1 \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right)}{\sqrt{n_a^2 - \sin^2 \alpha_1 \left( n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1 - 2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} \right)}}.$$

Далее с использованием всех рассмотренных ранее преобразований для определения смещения оси лазерного излучения на фотодиодной линейке  $L$  были получены соотношения для  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$ . И получено общее соотношение для  $L$ .

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = \sin \alpha_1 \left( d \left( 1 - \frac{n_s \cos \alpha_1}{\sqrt{n_q^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}} \right) + \left( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \right) \times \right.$$

$$\times \left( \frac{l}{\sqrt{n_a^2 - \sin^2 \alpha_1 \left( n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1 - 2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} \right)}} + \right.$$

$$+ \frac{d_1}{\sqrt{n_q^2 - \sin^2 \alpha_1 \left( n_m^2 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 - 2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} \right)}} +$$

$$\left. \left. \frac{K_1}{\cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} + n_s \sin^2 \alpha_1} \right) \right). \tag{8}$$

Проведенные нами эксперименты показали, что для всех трех случаев ( $n_m > n_q, n_m = n_q$  и  $n_m < n_q$ ) уравнение оси траектории  $L$  относительно первоначального положения ввода лазерного излучения в кювету Андерсона выводится одинаково. Только при выборе кюветы Андерсона и  $n_s$  необходимо учитывать соотношения (1) и (2), чтобы обеспечить достоверность измерений  $n_m$ .

**Лабораторный макет дифференциального рефрактометра и результаты экспериментальных исследований**

Для подтверждения адекватности полученного соотношения (8) был разработан лабораторный макет дифференциального рефрактометра. На рис. 6 представлена его структурная схема.

На рис. 7 представлен внешний вид лабораторного макета дифференциального рефрактометра на оптической плите.

Вся информация о различных изменениях в конструкции рефрактометра (параметры кюветы Андерсона и расстояния  $l$ ), а также об измеренном значении  $L$  поступает в компьютер, где осуществляется обработка и определение значения  $n_m$  с использованием (8).

В качестве примера в табл. 1 представлены результаты исследования 50% водного раствора этанола (случай  $n_m < n_q$ ). Это летучая среда, которая при исследованиях требует обеспечения герметичных условий, которые можно реализовать в дифференциальной кювете Андерсона с крышкой. Кроме того,

было проведено сравнение результатов измерения  $n_m$  с данными, полученными с использованием промышленного рефрактометра Аббе NAR – 2Т (компания ATAGO, Japan) с погрешностью измерения 0,0002.

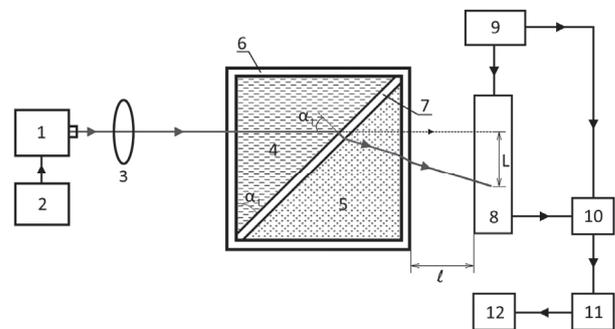


Рис. 6. Структурная схема дифференциального рефрактометра: 1 – полупроводниковый лазер; 2 – блок питания лазера; 3 – линза; 4 – эталонная жидкость; 5 – измеряемая жидкость; 6 – стенка кюветы Андерсона; 7 – перегородка между отсеками в кювете Андерсона; 8 – фотодиодная линейка; 9 – аналого-цифровой преобразователь; 10 – многофункциональный блок питания; 11 – устройство обработки; 12 – ноутбук

Для подтверждения адекватности вывода (8) и возможности его использования для других жидких сред были проведены с использованием разработанного лабораторного макета рефрактометра исследования изменения показателя преломления бензилового спирта и фенилгидразина. Данные жидкие среды выбраны для исследований неслучайно. При темпера-

туре  $T=293,1$  К значение показателя преломления бензилового спирта  $n_m=1,5397\pm 0,0002$ , что очень близко к значению  $n_q=1,5419\pm 0,0001$  (кварца), из которого изготовлены кюветы Андерсона. Этот вариант исследования можно отнести к случаю  $n_m=n_q$  (температурная зависимость  $n_q$  в пределах изменения  $T$  от 273 до 300 К слабая). При определенной  $T$  достигается соотношение  $n_m=n_q$  в пределах погрешности измерения, что отражено в табл. 2. В табл. 3 представлен случай  $n_m > n_q$  (исследуется изменение показателя преломления фенилгидразина от  $T$ ). Необходимо отметить, что исследуемые среды также обладают повышенной летучестью и при длительном их исследовании необходим герметичный объем (кювета Андерсона с крышкой – идеальный вариант для данных исследований).



Рис. 7. Фото дифференциального рефрактометра

Табл. 1. Изменение показателя преломления  $n_m$  50% водного раствора этанола от температуры  $T$

$T, K$	Лабораторный макет дифференциального рефрактометра	Промышленный рефрактометр Аббе NAR – 2Т
275,2±0,1	1,3611±0,0002	1,3610±0,0002
278,1±0,1	1,3609±0,0002	1,3608±0,0002
283,1±0,1	1,3607±0,0002	1,3605±0,0002
287,3±0,1	1,3605±0,0002	1,3602±0,0002
290,2±0,1	1,3603±0,0002	1,3599±0,0002
293,1±0,1	1,3592±0,0002	1,3590±0,0002
295,2±0,1	1,3586±0,0002	1,3583±0,0002
300,2±0,1	1,3571±0,0002	1,3568±0,0002
303,1±0,1	1,3559±0,0002	1,3557±0,0002
307,2±0,1	1,3541±0,0002	1,3539±0,0002
310,1±0,1	1,3527±0,0002	1,3525±0,0002
313,2±0,1	1,3509±0,0002	1,3506±0,0002
316,2±0,1	1,3486±0,0002	1,3483±0,0002

Анализ данных в табл. 1, 2 и 3 показывает, что результаты измерений  $n_m$ , полученные на двух приборах, совпадают в пределах погрешности измерения, что подтверждает достоверность полученного нами соотношения (8) по результатам измерения  $L$ .

Погрешность определения  $n_m$  с использованием (8) по результатам измерения  $L$  была оценена с использованием методики Матъе, которая применяется в кванто-

вых стандартах частоты. Было установлено, что погрешность измерения составляет значение порядка 0,0001. Методика Матъе – это косвенная оценка, в которой разброс может составлять порядка 70% от полученного результата. Поэтому результаты измерения  $n_m$  представляются в статье с погрешностью  $\pm 0,0002$ .

Табл. 2. Изменение показателя преломления  $n_m$  бензилового спирта от температуры  $T$

$T, K$	Лабораторный макет дифференциального рефрактометра	Промышленный рефрактометр Аббе NAR – 2Т
274,1±0,1	1,5422±0,0002	1,5421±0,0002
278,0±0,1	1,5418±0,0002	1,5416±0,0002
283,2±0,1	1,5414±0,0002	1,5413±0,0002
287,1±0,1	1,5409±0,0002	1,5408±0,0002
290,1±0,1	1,5403±0,0002	1,5402±0,0002
293,0±0,1	1,5397±0,0002	1,5396±0,0002
295,1±0,1	1,5391±0,0002	1,5390±0,0002
300,1±0,1	1,5378±0,0002	1,5377±0,0002
303,2±0,1	1,5366±0,0002	1,5365±0,0002
307,0±0,1	1,5340±0,0002	1,5339±0,0002
310,2±0,1	1,5326±0,0002	1,5325±0,0002
313,0±0,1	1,5309±0,0002	1,5308±0,0002
316,2±0,1	1,5289±0,0002	1,5288±0,0002

Табл. 3. Изменение показателя преломления  $n_m$  фенилгидразина от температуры  $T$

$T, K$	Лабораторный макет дифференциального рефрактометра	Промышленный рефрактометр Аббе NAR – 2Т
275,1±0,1	1,6060±0,0002	1,6059±0,0002
278,2±0,1	1,6062±0,0002	1,6061±0,0002
283,0±0,1	1,6065±0,0002	1,6064±0,0002
287,1±0,1	1,6069±0,0002	1,6068±0,0002
290,0±0,1	1,6073±0,0002	1,6072±0,0002
293,0±0,1	1,6077±0,0002	1,6076±0,0002
295,1±0,1	1,6071±0,0002	1,6070±0,0002
300,1±0,1	1,6057±0,0002	1,6056±0,0002
303,2±0,1	1,6044±0,0002	1,6043±0,0002
307,0±0,1	1,6028±0,0002	1,6027±0,0002
310,2±0,1	1,6015±0,0002	1,6014±0,0002
313,1±0,1	1,5999±0,0002	1,5998±0,0002
316,1±0,1	1,5985±0,0002	1,5984±0,0002

Для дополнительного подтверждения полученного соотношения (8) и функциональных возможностей разработанного лабораторного макета дифференциального рефрактометра была исследована водопроводная вода с различной степенью очистки. На рис. 8 в качестве примера представлены результаты этих исследований.

Анализ данных на рис. 8 показал, что результаты измерения значения  $n_m$ , а также характер изменения зависимости  $n_m$  от  $T$  совпадает с результатами исследований, полученными другими учеными в работах [10, 14, 20, 22 – 28].

Результаты исследований показали, что для проведения измерений  $n_m$  с погрешностью 0,0002 полученного нами соотношения (8) достаточно. Для обеспечения измерений значения  $n_m$  с погрешностью ме-

нее 0,0001 необходимо аналитическое соотношение для  $n_m$ . Использование этого соотношения позволит управлять изменением дискретности шкалы измерения  $n_m$  до шага 0,00001 и менее, изменяя параметры кюветы Андерсона, расстояние  $l$  и значение  $n_s$  с учетом соотношений (1) и (2).

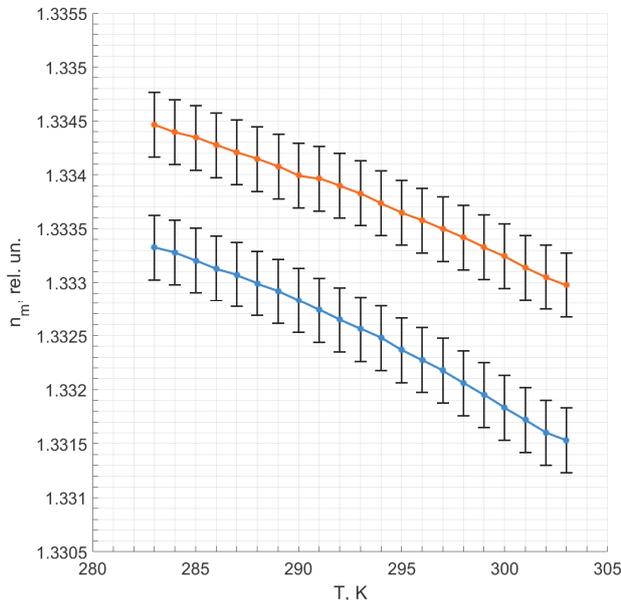


Рис. 8. Зависимость изменения величины показателя преломления  $n_m$  от температуры  $T$  для различных водных сред. График 1 соответствует фильтрованной водопроводной воде. График 2 соответствует водопроводной воде, содержащей оксиды железа

### Заключение

Результаты проведенных исследований подтверждают адекватность предложенного нами метода для описания распространения оси лазерного излучения в кювете Андерсона и за её пределами до фотодиодной линейки. Выведенное соотношение (8) позволяет обеспечить с использованием разработанной нами конструкции малогабаритного дифференциального рефрактометра измерения показателя преломления  $n_m$  жидких сред в диапазоне изменения от 1,2300 до 2,3300 с погрешностью 0,0002 при их экспресс-контроле в месте взятия пробы. Данной погрешности измерения достаточно для экспресс-контроля.

Полученное в результате рассмотрения распространения оси лазерного излучения до фотодиодной линейки соотношение (8) является новым результатом в данной области оптики, который дополняет раздел дифференциальных оптических систем новыми знаниями, так как в полной мере учитывает все процессы, которые оказывают влияние на изменение направления оси лазерного излучения в кювете Андерсона. Дальнейшее преобразование (8) в отличие от ранее применяемых соотношений в дифференциальных рефрактометрах с кюветой Андерсона [10, 14, 20, 21] может позволить получить аналитическое соотношение для  $n_m$  для исследований влияния различных параметров кюветы Андерсона, а также значений  $n_s$  и

$l$  на точность измерения  $n_m$  при выполнении измерений в различных условиях. Использование нейронных сетей не может в полном объеме обеспечить адекватность данных исследований и определить пределы точности определения  $n_m$  с использованием (8) в соответствии с допусками на изготовление грани кюветы и погрешностями определения  $l$  и  $n_s$ .

Необходимо отметить, что дифференциальный рефрактометр с кюветой Андерсона является единственным прибором, который позволяет обеспечить длительное время полную герметичность пробы исследуемой среды (кювета Андерсона с поворотной крышкой и прокладками). Это необходимо при продолжительных исследованиях опасных сред (например, гептан, бензол и т.д.), спиртовых и биологических растворов, эфирных соединений, бензинов и т.д. Особенно при исследовании их температурных зависимостей в большом диапазоне изменения  $T$ . Данные исследования отмеченных сред с обеспечением высокой точности измерения  $n_m$  в других конструкциях промышленных рефрактометров сейчас реализовать крайне сложно.

### References

- [1] Davydov VV, Moroz AV, Myazin NS, Makeev SS, Dukin VI. Peculiarities of registration of the nuclear magnetic resonance spectrum of a condensed medium during express control of its state. *Opt Spectrosc* 2020; 128(10): 1678-1685.
- [2] Vakhin AV, Khelkhal MA, Mukhamatdinov II, Nasybullin, AR, Morozov OG. Changes in heavy oil saturates and aromatics in the presence of microwave radiation and iron-based nanoparticles. *Catalysts* 2022; 12(5): 514.
- [3] Davydov VV, Dudkin VI, Grebenikova NM. On the possibility of express recording of nuclear magnetic resonance spectra of liquid media in weak fields. *Tech Phys* 2018; 63(12): 1845-1850.
- [4] Sadovnikova MA, Murzakhanov FF, Mamin GV, Gafurov MR. HYSORE spectroscopy to resolve electron-nuclear structure of vanadyl porphyrins in asphaltenes from the Athabasca oil sands in situ conditions. *Energies* 2022; 15(17): 6204.
- [5] Kashaev RS, Kien NC, Tung TV, Kozelkov OV. Fast proton magnetic resonance relaxometry methods for determining viscosity and concentration of asphaltenes in crude oils. *J Appl Spectrosc* 2019; 86(5): 890-895.
- [6] Naumova V, Kurkova A, Zaitceva A, Davydov R. Method for the analysis of tissue oxygen saturation disorders using an optical analyzer of visible and IR spectra. *IEEE Proc Int Conf on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech-2022)* 2022: 151-153.
- [7] Yakusheva MA, Davydov RV, Isakova DD. Features of signal absorption fronts of laser radiation in rapid diagnosis of human health. *IEEE Proc 8th Int Conf on Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2022)* 2022: 145-149.
- [8] Kashaev RS, Suntsov IA, Tung CV, Usachev AE, Kozelkov OV. Apparatus for rapid measurement of oil density and molecular mass using proton magnetic resonance. *J Appl Spectrosc* 2019; 86(2): 289-293.
- [9] Davydov VV, Myazin NS, Davydov RV. Nuclear-magnetic flowmeter-relaxometer for monitoring the flow rate and state of the coolant in the first loop of the

- nuclear reactor of a moving object. Meas Tech 2022; 65(4): 279-289.
- [10] Karabegov MA. Ways of improving the accuracy of analytical instruments. Meas Tech 2009; 52(1): 97-104.
- [11] Kashaev RS, Kozelkov OV. On-line express-analyzer and method of water monitoring on the base of proton magnetic resonance. IOP Conf Ser: Earth Environ 2019; 288(1): 012035.
- [12] Marusina MYa, Karaseva EA. Application of fractal analysis for estimation of structural changes of tissues on MRI images. Russ Electron J Radiol 2018; 8(3): 107-112.
- [13] Neronov YI. An NMR relaxometer for measuring age-related muscle loss. Biomed Eng 2021; 54(5): 333-336.
- [14] Karabegov MA. On certain information capabilities of analytical instruments. Meas Tech 2012; 54(10): 1203-1212.
- [15] Davydov V, Gureeva I, Davydov R, Dudkin V. Flowing refractometer for feed water state control in the second loop of nuclear reactor. Energies 2022; 15(2): 457-469.
- [16] Irfan M, Khan Y, Rehman AU, Khonina SN, Kazanskiy NL. Plasmonic refractive index and temperature sensor based on graphene and LiNbO<sub>3</sub>. Sensors 2020; 22(20): 7790. DOI: 10.3390/s22207790.
- [17] Kazanskiy NL, Butt MA, Degtyarev SA, Khonina SN. Achievements in the development of plasmonic waveguide sensors for measuring the refractive index. Computer Optics 2020; 44(3): 295-318. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-743.
- [18] Doskolovich LL, Bykov DA, Andreeva KV, Kazanskiy NL. Design of an axisymmetrical refractive optical element generating required illuminance distribution and wavefront. J Opt Soc Am A 2018; 35(11): 1949-1953. DOI: 10.1364/JOSAA.35.001949.
- [19] Gubaev MS, Degtyarev SA, Strelkov YS, Volotovskiy SG, Ivliev NA, Khonina SN. Vectorial beam generation with a conical refractive surface. Computer Optics 2021; 45(6): 828-838. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1036.
- [20] Karabegov MA. Metrological and technical characteristics of total internal reflection refractometers. Meas Tech 2004; 47(11): 1106-1112.
- [21] Ioffe AF. Refractometers and research methods for chemistry and biology. New York: Consultants Bureau; 1975, 426 p.
- [22] Davydov VV, Moroz AV. Effect of the absorbance of a flowing liquid on the error of the refractive index measured with a differential refractometer. Opt Spectrosc 2020; 128(9): 1415-1420.
- [23] Chen J, Guo W, Xia M, Li W, Yang K. In situ measurement of seawater salinity with an optical refractometer based on total internal reflection method. Opt Express 2018; 26(20): 25510-25523.
- [24] Morales-Luna G, Herrera-Domínguez M, Pisano E, Balderas-Elizalde A, Hernandez-Aranda RI, Ornelas-Soto N. Plasmonic biosensor based on an effective medium theory as a simple tool to predict and analyze refractive index changes. Opt Laser Technol 2020; 131: 106332.
- [25] Rodriguez EV, Guzman Chavez AD. Application of the generalized linear model to enable refractive index measurement with thermal sensitive interferometric sensors. Opt Commun 2022; 524: 128765.
- [26] Calhoun WR, Maeta H, Combs A, Bali LM, Bali S. Measurement of the refractive index of highly turbid media. Opt Lett 2010; 35(8): 1224-1226.
- [27] Contreras-Tello H, Garcia-Valenzuela A. Refractive index measurement of turbid media by transmission of backscattered light near the critical angle. Appl Opt 2014; 53(21): 4768-4778.
- [28] Luo W, Chen S, Chen L, Li H, Miao P, Gao H, Hu Z, Li M. Dual-angle technique for simultaneous measurement of refractive index and temperature based on a surface plasmon resonance sensor. Opt Express 2017; 25 (11): 12733-12742. DOI: 10.1364/OE.25.012733.

### Сведения об авторах

**Давыдов Вадим Владимирович**, 1966 года рождения, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого. Область научных интересов: оптика, рефрактометрия, спектроскопия, радиофотоника, лазерные и оптоволоконные системы. E-mail: [davydov\\_vadim66@mail.ru](mailto:davydov_vadim66@mail.ru)

**Проводин Даниил Сергеевич**, 1999 года рождения, студент Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого. Область научных интересов: радиотехника, оптика, рефрактометрия, 3D-моделирование и 3D-печать. E-mail: [provodindanya@gmail.com](mailto:provodindanya@gmail.com)

**Гольдберг Артемий Александрович**, 2002 года рождения, учится в Санкт-Петербургском политехническом университете им. Петра Великого по направлению «Прикладная математика и информатика», специализация «Математическое моделирование». Область научных интересов: математическое моделирование, теоретическая математика, математическая физика, приложения математики в области физики. E-mail: [artemiy.goldberg@mail.ru](mailto:artemiy.goldberg@mail.ru)

**Кочетков Игорь Дмитриевич**, 2002 года рождения, учится в Санкт-Петербургском политехническом университете им. Петра Великого. Область научных интересов: математическое моделирование, численные методы, методы оптимизации, 3D-моделирование, оптика, компьютерный дизайн. E-mail: [K.Igor.D@yandex.ru](mailto:K.Igor.D@yandex.ru)

ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 26 апреля 2023 г. Окончательный вариант – 22 июля 2023 г.

---

# A new method for describing the change of the laser beam axis trajectory in the Anderson differential cuvette to measure the refractive index of liquids

V.V. Davydov<sup>1</sup>, D.S. Provodin<sup>1</sup>, A.A. Gol'dberg<sup>1</sup>, I.D. Kochetkov<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnical University,  
195251, Saint-Petersburg, Russia, Polytehnicheskay st. 29

## Abstract

We substantiate the necessity of developing a small-sized refractometer with Anderson's differential cuvette for the highly accurate rapid check of the state of liquid media in real time. Problems that arise in determining optimal design parameters of the optical part of the refractometer to reduce the measurement error of the refractive index ranging from 1.2300 to 2.2300 are indicated. It is noted that for the problem of determining optimal parameters of Anderson's differential cuvette to be addressed, an analytical expression for the medium refractive index  $n_m$  needs to be deduced as a function of all parameters of the optical part of the refractometer. For the first time, an equation is derived to study a change in the trajectory of the laser radiation axis inside and outside of the Anderson cuvette, depending on its various parameters, values of the refractive indices of the reference and examined liquids,  $n_s$  and  $n_m$ . The design of a small-sized differential-type refractometer for measurements is developed and results of studying various liquid media are presented. The measurement error of the refractive index of 0.0001 in the developed design of the refractometer is confirmed. Directions of research for the further error reduction are outlined, that would allow the developed refractometer design to be used in scientific research and as a verification scheme in metrology.

**Keywords:** laser radiation, refraction, Anderson differential cuvette, axis trajectory, beam, medium state, refractive index, photodiode array, measurement error.

**Citation:** Davydov VV, Provodin DS, Gol'dberg AA, Kochetkov ID. A new method for describing the change of the laser beam axis trajectory in the Anderson differential cuvette to measure the refractive index of liquids. *Computer Optics* 2024; 48(2): 217-224. DOI: 10.18287/2412-CO-1324.

---

## Authors' information

**Vadim Vladimirovich Davydov** (b. 1966) Professor of St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great. Research interests: optics, refractometry, spectroscopy, radiophotonics, laser and fiber optic systems. E-mail: [davydov\\_vadim66@mail.ru](mailto:davydov_vadim66@mail.ru)

**Daniil Sergeevich Provodin** (b. 1999) Student of St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great. Research interests: radio engineering, optics, refractometry, 3D modeling and 3D printing. E-mail: [provodindanya@gmail.com](mailto:provodindanya@gmail.com)

**Artemiy Aleksandrovich Gol'dberg** (b. 2002) student of the St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great in the direction of "Applied Mathematics and Computer Science", specialization "Mathematical Modeling". Research interests: mathematical modeling, theoretical mathematics, mathematical physics, applications of mathematics in the field of physics. E-mail: [artemiy.goldberg@mail.ru](mailto:artemiy.goldberg@mail.ru)

**Igor Dmitrievich Kochetkov** (b. 2002) student of the St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great in the direction of "Applied Mathematics and Computer Science". Research interests: mathematical modeling, numerical methods, optimization methods, 3D modeling, optics, computer design. E-mail: [K.Igor.D@yandex.ru](mailto:K.Igor.D@yandex.ru)

---

Received April 26, 2023. The final version – July 22, 2023.

---