

Шестиволновой преобразователь излучения на резонансной нелинейности в параболическом волноводе

В.В. Ивахник¹, Д.Р. Капизов¹, В.И. Никонов¹

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

С использованием метода функции размытия точки проанализировано качество обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии в двумерном волноводе с резонансной нелинейностью, показатель преломления которого меняется по параболическому закону. При условии, что одна из волн накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода меняется по гауссову закону, показано, что при малой интенсивности одномодовой волны накачки уменьшение ширины гауссовой волны накачки либо приводит к улучшению, либо слабо влияет на качество обращения волнового фронта. При большой интенсивности одномодовой волны накачки уменьшение ширины гауссовой волны накачки ухудшает качество обращения волнового фронта. Определен диапазон изменения ширины гауссовой волны накачки, в пределах которого наблюдается наибольшее изменение амплитуды волны с обращенным волновым фронтом. Показано наличие порогового значения ширины гауссовой волны накачки, при которой изменение интенсивности одномодовой волны накачки не влияет на качество обращения волнового фронта.

Ключевые слова: шестиволновой преобразователь излучения, обращение волнового фронта, резонансная нелинейность.

Цитирование: Ивахник, В.В. Шестиволновой преобразователь излучения на резонансной нелинейности в параболическом волноводе / В.В. Ивахник, Д.Р. Капизов, В.И. Никонов // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 1. – С. 13-20. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1540.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave radiation converter based on resonant nonlinearity in a parabolic waveguide. Computer Optics 2025; 49(1): 13-20. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1540.

Введение

Для получения волны с обращенным волновым фронтом (ОВФ), наряду с четырехволновыми процессами, используются шестиволновые процессы [1–4]. Путем подбора частот, интенсивностей взаимодействующих волн вклад в волну с ОВФ шестиволновых процессов может превосходить вклад четырехволновых процессов.

Эффективность трех-, четырех-, шестиволновых преобразователей излучения может быть повышена при рассмотрении таких взаимодействий в волноводах за счет увеличения длины взаимодействия при неизменной интенсивности взаимодействующих волн [5–9].

Наряду с эффективностью преобразования, важнейшей характеристикой многоволновых преобразователей излучения является качество ОВФ, определяющее возможность использования таких преобразователей в системах адаптивной оптики, для обработки в реальном времени изображений, временных сигналов [10–11].

Если вопросы качества ОВФ при четырехволновом взаимодействии в различных типах волноводах, с различной нелинейностью рассматривались в ряде экспериментальных и теоретических работ [12–15], то подобные работы по изучению качества ОВФ при

шестиволновом взаимодействии в многомодовых волноводах, по мнению авторов, проводились в недостаточной мере.

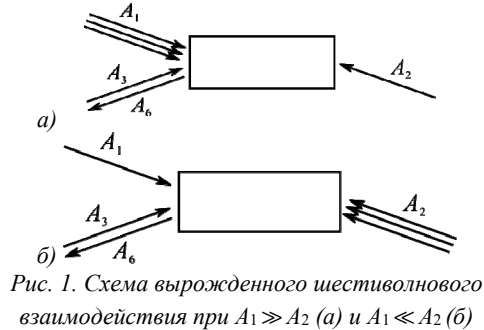
Одной из нелинейных сред, используемых для получения волны с ОВФ при шестиволновом взаимодействии, являются нелинейные среды, моделируемые системой энергетических уровней (среды с резонансной нелинейностью) [16–19].

В настоящей работе исследуется влияние на качество ОВФ при вырожденном шестиволновом взаимодействии на резонансной нелинейности в двумерном волноводе с параболическим профилем показателя преломления (параболический волновод) характеристик волновода, пространственной структуры, интенсивности волн накачки.

1. Модель шестиволнового преобразователя излучения

Рассмотрим шестиволновое взаимодействие в схеме со встречными волнами накачки в двумерном многомодовом волноводе, расположенном вдоль оси Z между плоскостями $z=0$ и $z=\ell$. На переднюю грань волновода падают первая волна накачки и сигнальная волна с комплексными амплитудами A_1 и A_3 , на частоте ω_1 . На заднюю грань волновода падает вторая волна накачки с комплексной амплитудой A_2 , на ча-

стоте ω_2 . В результате шестиволновых взаимодействий $\omega_1 + \omega_1 - \omega_1 + \omega_2 - \omega_1 = \omega_2$, $\omega_1 + \omega_2 - \omega_2 + \omega_2 - \omega_1 = \omega_2$ в волноводе генерируется объектная волна на частоте ω_2 , распространяющаяся навстречу сигнальной волне и имеющая комплексную амплитуду A_6 , сопряженную амплитуде сигнальной волны (рис. 1).



Считаем, что волновод состоит из вещества с коэффициентом поглощения α_0 , показателем преломления $n(x)$ и ансамбля частиц с коэффициентом поглощения $\alpha_1 \ll \alpha_0$.

Уравнение Гельмгольца, описывающее вырожденное ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$) многоволновое взаимодействие, есть [20]

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(x) - 2ik\alpha_0](A + \kappa.c.) = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$A = \sum_{j=1}^3 A_j + A_6,$$

$k = \omega/c$ – волновое число, $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$, x – поперечная координата.

В качестве частиц рассмотрим частицы, моделируемые либо трехуровневой схемой энергетических уровней с возбужденными синглетными уровнями, либо четырехуровневой схемой энергетических уровней [21–22].

Коэффициент поглощения ансамбля частиц

$$\alpha_1 = \alpha_{10} \frac{1 + aI}{1 + bI + cI^2}. \quad (2)$$

Здесь $I = AA^*$ – интенсивность излучения, a, b, c – коэффициенты, определяемые сечением поглощения (излучения) и вероятностью безызлучательных переходов между энергетическими уровнями.

В приближении заданного поля по волнам накачки ($|A_{1,2}| \gg |A_{3,6}|$) коэффициент поглощения можно представить следующим образом

$$\alpha_1 = \alpha_{10} \frac{1 + aI_0}{1 + bI_0 + cI_0^2} + \alpha_{10} \frac{(a-b)(A_1 + A_2)A_3^*}{(1 + bI_0 + cI_0^2)^2} - \alpha_{10} \frac{2cI_0(A_1 + A_2)A_3^*}{(1 + bI_0 + cI_0^2)^2}, \quad (3)$$

где $I_0 = A_1 A_1^* + A_2 A_2^*$. Второе слагаемое в выражении (3) отвечает за генерацию волны с ОВФ при четырехволновом взаимодействии, а третье слагаемое – при шестиволновом взаимодействии. Подробный анализ качества ОВФ при четырехволновом взаимодействии на резонансной нелинейности в многомодовых волноводах был проведен в работах [15, 25].

При малом коэффициенте преобразования ($|A_6| \ll |A_3|$) уравнение (1), описывающее генерацию волны с ОВФ при вырожденном шестиволновом взаимодействии, с учетом (3) распадается на четыре уравнения [23]

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(x) - 2ik\alpha_0] A_j = 0, \quad j = 1-3, \quad (4)$$

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(x) - 2ik\alpha_0] A_6 = ik\alpha_{10} \frac{8cI_0 A_1 A_2 A_3^*}{(1 + bI_0 + cI_0^2)}. \quad (5)$$

Разложим амплитуды взаимодействующих волн по модам волновода, не содержащего ансамбль частиц,

$$\begin{aligned} A_1 &= \sum_{n=0}^M a_{1n}(z) \cdot \tilde{f}_n(x) \cdot \exp(-i\beta_n z), \\ A_2 &= \sum_{m=0}^M a_{2m}(z) \cdot \tilde{f}_m(x) \cdot \exp(i\beta_m z), \\ A_3 &= \sum_{s=0}^M a_{3s}(z) \cdot \tilde{f}_s(x) \cdot \exp(-i\beta_s z), \\ A_6 &= \sum_{r=0}^M a_{6r}(z) \cdot \tilde{f}_r(x) \cdot \exp(i\beta_r z). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $f_p(x, z) = \tilde{f}_p(x) \exp(-i\beta_p z)$ – p -ая мода волновода, β_p – постоянная распространения p -й моды, $p = n, m, s, r$, M – число мод волновода, учитываемых при анализе качества ОВФ, $a_{jp}(z)$ – коэффициенты в разложении амплитуд волн по модам волновода, $j = 1 \div 3, 6$.

В приближении медленно меняющихся амплитуд из уравнения (4) с учетом (6) получим уравнения, описывающие изменение коэффициентов в разложении амплитуд волн накачки, сигнальной волны по модам волновода в зависимости от координаты z , вида

$$\frac{da_{1n}}{dz} = 0, \quad \frac{da_{2m}}{dz} = 0, \quad \frac{da_{3s}}{dz} = 0.$$

Коэффициенты в разложении амплитуд волн накачки, сигнальной волны по модам волновода не меняются в зависимости от координаты z :

$$\begin{aligned} a_{1n}(z) &= a_{1n}(z=0) = a_{1n}^0, \\ a_{3s}(z) &= a_{3s}(z=0) = a_{3s}^0, \\ a_{2m}(z) &= a_{2m}(z=\ell) = a_{2m}^0. \end{aligned}$$

При условии, что первая волна накачки одномодовая с номером моды n

$$A_1(x, z) = a_{1n}^0 \tilde{f}_n(x) \exp(-i\beta_n z)$$

и ее интенсивность намного больше интенсивности второй волны накачки из (5), с учетом (6) найдем изменение коэффициентов в разложении амплитуды объектной волны по модам волновода в зависимости от координаты z

$$\beta_r \frac{da_{6r}}{dz} = k(a_{1n}^0)^3 \sum_{s=0}^M \sum_{m=0}^M a_{1m}^0 (a_{3s}^0)^* \gamma_{nnmsr}(z) \times \exp[-i\Delta_{nnmsr}z]. \quad (7)$$

Здесь

$$\gamma_{nnmsr}(z) = 4\alpha_{10}c \int \tilde{f}_n^3(x) \tilde{f}_m(x) \tilde{f}_s^*(x) \tilde{f}_r^*(x) \times \\ \times \left[1 + b\tilde{f}_n^2(x) \exp[-i(\beta_n - \beta_n^*)z] + c\tilde{f}_n^4(x) \right] \times \\ \times \exp[-2i(\beta_n - \beta_n^*)z]^{-2} dx$$

– интеграл перекрытия, характеризующий эффективность взаимодействия шести мод волновода,

$$\Delta_{nnmsr} = (2\beta_n - \beta_n^* - \beta_m - \beta_s^* + \beta_r)$$

– волновая расстройка.

При выполнении граничного условия

$$a_{6r}(z = \ell) = 0 \quad (8)$$

коэффициенты в разложении амплитуды объектной волны на передней грани волновода есть

$$a_{6r}(z = 0) = k \frac{(a_{1n}^0)^3}{\beta_r} \sum_{s=0}^M \sum_{m=0}^M a_{2m}^0 (a_{3s}^0)^* \times \\ \times \int_0^\ell \gamma_{nnmsr}(z) \exp[-i\Delta_{nnmsr}z] dz. \quad (9)$$

С учетом (9), используя в качестве сигнальной волны волну от точечного источника $A_3(x, z=0) = \delta(x - x_0)$, выражение для функции размытия точки (ФРТ) шестиволнового преобразователя излучения запишется следующим образом

$$G_1(x, x_0) = k(a_{1n}^0)^3 \sum_{r=0}^M \frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r} \sum_{s=0}^M \sum_{m=0}^M a_{2m}^0 \tilde{f}_s(x_0) \times \\ \times \int_0^\ell \gamma_{nnmsr}(z) \exp[-i\Delta_{nnmsr}z] dz. \quad (10)$$

При условии, что вторая волна накачки одномодовая с номером моды m

$$A_2(x, z) = a_{2m}^0 \tilde{f}_m(x) \exp(i\beta_m z)$$

и ее интенсивность намного больше интенсивности первой волны накачки, проводя рассуждения, аналогичные приведенным выше, получим выражение для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения вида

$$G_2(x, x_0) = k(a_{2m}^0)^3 \sum_{r=0}^M \frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r} \sum_{s=0}^M \sum_{n=0}^M a_{1n}^0 \times \\ \times \tilde{f}_s(x_0) \int_0^\ell \gamma_{nnmsr}(z) \exp[-i\Delta_{nnmsr}z] dz. \quad (11)$$

Здесь

$$\gamma_{nnmsr}(z) = 4\alpha_{10}c \int \tilde{f}_m^3(x) \tilde{f}_n(x) \tilde{f}_s(x) \tilde{f}_r(x) \times \\ \times \left[1 + b(a_{2m}^0 \tilde{f}_m(x))^2 \exp[i(\beta_m - \beta_m^*)z] + c(a_{2m}^0 \tilde{f}_m(x))^4 \right] \times \\ \times \exp[2i(\beta_m - \beta_m^*)z]^{-2} dx$$

– интеграл перекрытия,

$$\Delta_{nnmsr} = \beta_n - 2\beta_m + \beta_m^* - \beta_s^* + \beta_r.$$

Выражения (10), (11) позволяют проанализировать качество ОВФ шестиволнового преобразователя излучения в многомодовом волноводе с резонансной нелинейностью в зависимости от пространственной структуры волны накачки, интенсивности одной из одномодовых волн накачки, характеристик нелинейной среды, параметров волновода.

2. Обсуждение результатов

Шестиволновое взаимодействие рассмотрим в длинном волноводе. Считаем, что если интенсивность первой волны намного больше интенсивности второй волны накачки, то при $\text{Re}(\Delta_{nnmsr}) \neq 0$ выполняются условия $\text{Re}(\Delta_{nnmsr}\ell) \gg 1$, если интенсивность второй волны намного больше интенсивности первой волны накачки, то при $\text{Re}(\Delta_{nnmsr}) \neq 0$ выполняется условие $\text{Re}(\Delta_{nnmsr}\ell) \gg 1$.

В качестве волновода рассмотрим двумерный параболический волновод (волновод с параболическим профилем показателя преломления

$$n^2(x) = n_1^2 \left[1 - 2\varepsilon_2 \left(x/x_q \right)^2 \right],$$

ε_2 и x_q – параметры, характеризующие волновод).

Модами параболического волновода являются функции Гаусса–Эрмита [24].

$$\tilde{f}_p(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{2^p p! \omega_0}} H_p \left(\frac{x\sqrt{2}}{\omega_0} \right) \exp \left(-\frac{x^2}{\omega_0^2} \right). \quad (12)$$

Здесь $H_p(x\sqrt{2}/\omega_0)$ – многочлен Эрмита p -го порядка, $\omega_0^2 = 2x_q / kn_1(2\varepsilon_2)^{1/2}$. Постоянная распространения p -й приосевой моды волновода есть

$$\beta_p = kn_1 - \frac{(2p+1)}{kn_1\omega_0^2} - i\alpha_0. \quad (13)$$

С учетом (13) при шестиволновом взаимодействии в параболическом волноводе волновые расстройки имеют вид

$$\Delta_{nnmsr} = \beta_n + \beta_n - \beta_n^* - \beta_m - \beta_s^* + \beta_r = -i4\alpha_0 - \left(\frac{\sqrt{2\varepsilon_2}}{x_q} \right) \{n + n - n - m - s + r\}. \quad (14)$$

$$\Delta_{nnmsr} = \beta_n + \beta_m - \beta_m^* - \beta_m - \beta_s^* + \beta_r = -i4\alpha_0 - \left(\frac{\sqrt{2\varepsilon_2}}{x_q} \right) \{n + m - m - m - s + r\}.$$

В случае длинного волновода, как и при четырех-волновом взаимодействии, между номерами мод взаимодействующих волн выполняется условие

$$n - m - s + r = 0. \quad (15)$$

Будем считать, что волна накачки, интенсивность которой намного больше интенсивности другой волны накачки, возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода описывается гауссовой функцией $A_1(x, z=0) \sim \exp(-x^2/\delta^2)$ (или $A_2(x, z=\ell) \sim \exp(-x^2/\delta^2)$, δ – ширина волны накачки).

Численный анализ выражений (10), (11) с учетом (12)–(15) показывает, что модуль ФРТ с ростом поперечной координаты монотонно уменьшается.

На рис. 2 приведены характерные нормированные графики зависимости модуля амплитуды объектной волны

$$(\tilde{G}_{1,2}^{(00)} = \left| \frac{G_{1,2}^{(00)}(x, x_0=0)}{G^{\max}} \right|, G^{\max} = G_{1,2}^{(00)}(x=0, x_0=0))$$

– максимальное значение амплитуды), расположенной на оси волновода ($x_0=0$) от нормированной поперечной координаты при условии одномодовых волн накачки с номерами мод $n=m=0$ и фиксированном значении нормированной интенсивности или первой волны накачки $\tilde{I}_1 = b(a_{10}^0)^2 \omega_0^{-1} \sqrt{2/\pi}$ (при условии $A_1 A_1^* \gg A_2 A_2^*$), или второй волны накачки $\tilde{I}_2 = b(a_{20}^0)^2 \omega_0^{-1} \sqrt{2/\pi}$ (при условии $A_2 A_2^* + A_1 A_1^*$). При расчете ФРТ считали $\alpha_0 \ell = \tilde{\alpha}_0 = 0,01$, $c/b^2 = \mu = 0,1$, использовали 30 мод волновода.

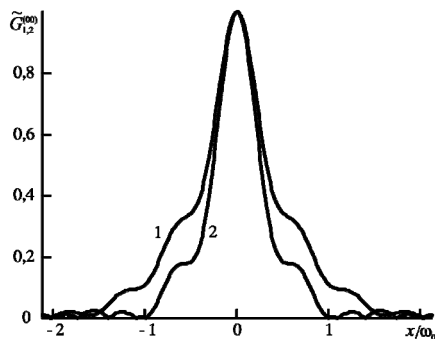


Рис. 2. Зависимость модуля ФРТ от поперечной координаты при одномодовых волнах накачки: $\tilde{I}_1=0,1(1)$, $10(2)$

В качестве количественной величины, характеризующей качество ОВФ, будем использовать полуши-

рину модуля ФРТ (Δx), значение которой находится из решения уравнения вида [14–15]

$$|\tilde{G}_{1,2}(x=\Delta x, x_0=0)| = \frac{1}{2} |\tilde{G}_{1,2}(x=0, x_0=0)|. \quad (16)$$

Полуширина модуля ФРТ определяет разрешающую способность шестиволнового преобразователя излучения. Изменение интенсивности, пространственной структуры волн накачки приводит к изменению полуширины модуля ФРТ.

При одномодовых волнах накачки, возбуждающих нулевую моду волновода, из (10), (11) выражение для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения примет вид

$$G_{1,2}^{(00)}(x, x_0) = \frac{(a_{1n,2m}^0)^3 a_{2m,1n}^0}{n_1} \times \sum_{r=0}^M \tilde{f}_r(x) \tilde{f}_r(x_0) \tilde{\gamma}_{0000rr}. \quad (17)$$

Здесь

$$\tilde{\gamma}_{0000rr} = \int_0^\ell \gamma_{0000rr}(z) \exp[-4\alpha_0 z] dz$$

– приведенный интеграл перекрытия.

Из выражения (17) следует, что качество ОВФ в длинном волноводе при одномодовых волнах накачки определяется зависимостью приведенного интеграла перекрытия от номера моды объектной (сигнальной) волны. Идеальное ОВФ будет наблюдаться при условии, что

$$\tilde{\gamma}_{0000rr} = \text{const}. \quad (18)$$

Значение приведенного интеграла перекрытия с ростом номера моды объектной волны монотонно уменьшается, причем скорость изменения $\tilde{\gamma}_{0000rr}$ в зависимости от r с увеличением интенсивности волны накачки также уменьшается (рис. 3). Это объясняет уменьшение полуширины центрального максимума модуля ФРТ при одномодовых волнах накачки с номерами мод $n=m=0$ с ростом интенсивности волны накачки. При $\tilde{\alpha}_0=0,01$, $\mu=0,1$ полуширина модуля ФРТ при $\tilde{I}_1=0,1$ равна $\Delta x=0,32\omega_0$, при $\tilde{I}_1=10$ равна $\Delta x=0,26\omega_0$.

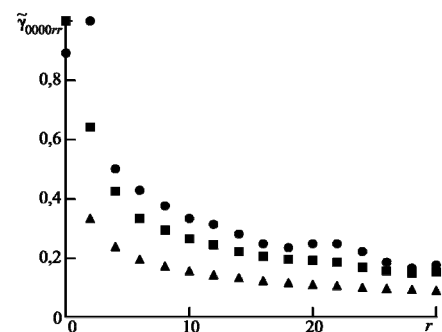


Рис. 3. Нормированные на максимальные значения зависимости приведенных интегралов перекрытия от номера моды объектной волны при $\tilde{\alpha}_0=0,1$, $\mu=0,1$, $\tilde{I}_1=0,1$ (треугольники), 10 (квадраты), 20 (кружки)

На рис. 4 приведены характерные зависимости нормированной полуширины модуля ФРТ от нормированной ширины гауссовой волны накачки ($\xi = \omega_0/\delta$). При $A_1 A_1^* \gg A_2 A_2^*$, как и для четырехволнового преобразователя излучения [25], уменьшение ширины второй гауссовой волны накачки приводит при малых интенсивностях первой одномодовой волны накачки ($\tilde{I}_1 < 0,1$) к улучшению качества ОВФ (полуширина модуля ФРТ уменьшается), а при больших интенсивностях первой волны накачки ($\tilde{I}_1 > 1$) – к ухудшению качества ОВФ (полуширина модуля ФРТ увеличивается). При $A_1 A_1^* \ll A_2 A_2^*$ в случае малых значений интенсивности второй волны накачки ($\tilde{I}_2 < 0,1$) полуширина модуля ФРТ с уменьшением ширины первой волны накачки слабо меняется и увеличивается при больших интенсивностях второй волны накачки ($\tilde{I}_2 > 1$). Причем при больших значениях интенсивности волн накачки влияние на полуширину модуля ФРТ расходимости второй гауссовой волны накачки оказывается значительно меньше, чем влияние на полуширину модуля ФРТ расходимости первой гауссовой волны накачки. Так, при $\tilde{\alpha}_0 = 0,1$, $\mu = 0,1$, $\tilde{I}_{1,2} = 10$ изменение ширины гауссовой волны накачки от $\delta = 2\omega_0$ до $\delta = 0,2\omega_0$ меняет полуширину модуля ФРТ: при условии одномодовой первой волны накачки и гауссовой второй волны накачки от $0,235\omega_0$ до $0,355\omega_0$; при условии одномодовой второй волны накачки и гауссовой первой волны накачки от $0,234\omega_0$ до $0,653\omega_0$. Максимальное изменение характеристик волны с обращенным волновым фронтом наблюдается при изменении ширины гауссовых волн накачки в диапазоне от $0,3\omega_0$ до $3\omega_0$.

Существует пороговая ширина гауссовой волны накачки (δ_{cr}). В случае фиксированной ширины гауссовой волны накачки увеличение интенсивности одномодовой волны накачки приводит при $\delta > \delta_{cr}$ к улучшению качества ОВФ, а при $\delta < \delta_{cr}$ – к ухудшению качества ОВФ (рис. 5). При $\tilde{\alpha}_0 = 0,01$ и $\mu = 0,1$ пороговое значение ширины второй гауссовой волны накачки при условии, что первая волна накачки одномодовая с номером моды $n = 0$, есть $\delta_{cr} \approx 0,6\omega_0$.

Увеличение квадратичной составляющей в знаменателе коэффициента поглощения ансамбля частиц приводит к более значительному изменению полуширины модуля ФРТ с увеличением интенсивности волн накачки. Так, в случае одномодовой первой волны накачки и гауссовой второй волны накачки при $\delta = 3,33\omega_0$ увеличение нормированной интенсивности первой одномодовой волны накачки до 10 уменьшает полуширину ФРТ при $\mu = 0,1$ до $\Delta x = 0,228\omega_0$, при $\mu = 1$ до $\Delta x = 0,17\omega_0$. При $\delta = 0,33\omega_0$ увеличение нормированной интенсивности первой одномодовой волны накачки до 10 увеличивает полуширину ФРТ при $\mu = 0,1$ до $\Delta x = 0,341\omega_0$, при $\mu = 1$ до $\Delta x = 0,46\omega_0$. Причем если при $\delta = 0,33\omega_0$ и $\mu = 0,1$ увеличение полуширины ФРТ с ростом нормированной интенсивности волны накачки в диапазоне от 0,1 до 10 проис-

ходит по закону, близкому к линейному, то при $\delta = 0,33\omega_0$ и $\mu = 1$ с ростом интенсивности волны накачки наблюдается замедление увеличения полуширины модуля ФРТ (рис. 5а).

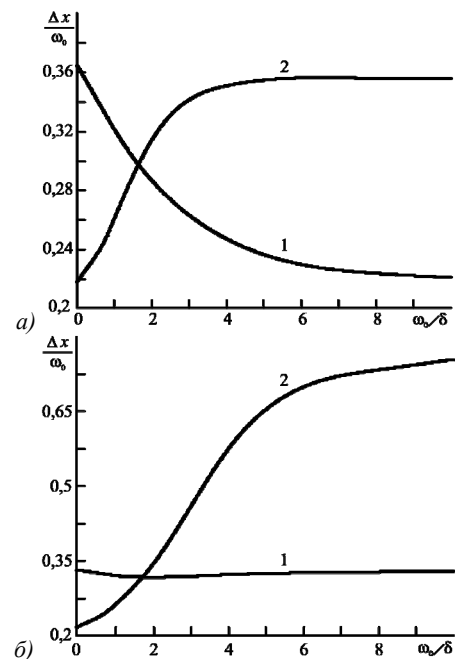


Рис. 4. Зависимость полуширины модуля ФРТ в параболическом волноводе от ширины волны накачки при $\tilde{\alpha}_0 = 0,01$, $\mu = 0,1$, $I_{1,2} = 0,1$, (1), 10 (2); а) первая волна накачки одномодовая ($n = 0$), амплитуда второй волны накачки меняется по гауссову закону, б) вторая волна накачки одномодовая ($n = 0$), амплитуда первой волны накачки меняется по гауссову закону

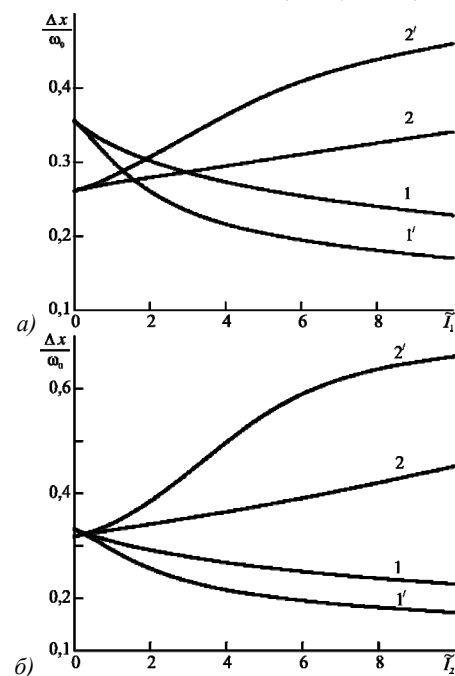


Рис. 5. Зависимость полуширины модуля ФРТ от интенсивности одномодовой волны накачки при $\tilde{\alpha}_0 = 0,01$, $\mu = 0,1$, (1, 2), $\mu = 1$, (1', 2'), $\xi = 0,3$ (1, 1'), $\xi = 3$ (2, 2'); (а) одномодовая первая волны накачки ($n = 0$), вторая волна накачки гауссова; (б) одномодовая вторая волна накачки ($n = 0$), первая волна накачки гауссова

В случае одномодовой второй волны накачки и гауссовой первой волны накачки наблюдаются сходные зависимости полуширины ФРТ от нормированной интенсивности одномодовой второй волны накачки при фиксированных значениях ширины первой гауссовой волны накачки (рис. 5б).

Заметим, что при малой интенсивности волны накачки зависимости полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения от ширины волны накачки при наличии в волноводе как резонансной, так и керровской нелинейностей совпадают.

Для объяснения зависимостей полуширины ФРТ при больших интенсивностях одной одномодовой волны накачки с учетом гауссовой структуры другой волны накачки представим ФРТ в виде когерентной суммы ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки.

1. При условии, что интенсивность первой одномодовой волны накачки намного больше интенсивности второй волны накачки, используя (10), ФРТ шестиволнового преобразователя излучения можно записать следующим образом

$$G_1(x, x_0 = 0) = G_1^{(00)}(x, x_0 = 0) + \sum_{m=2}^M G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0). \quad (19)$$

Здесь

$$G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0) = \frac{(a_{10}^0)^3 a_{2m}^0}{n_1} \times \sum_{r=m}^M \tilde{f}_r(x) \tilde{f}_{r-m}(x_0 = 0) \tilde{\gamma}_{000mr(r-m)}.$$

В функциях $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ отсутствуют моды волновода с номерами от 0 до $m-2$. На рис. 6 в качестве примера приведены графики нормированных зависимостей центрального и части первого бокового максимумов ФРТ, соответствующей номерам мод волн накачки $n=0$ ($\tilde{G}_1^{(02)}(x, x_0 = 0) = G_1^{(02)}(x, x_0 = 0) / G_{1,\max}^{(02)}$, $G_{1,\max}^{(02)}$ – максимальное значение функции на интервале изменения поперечной координаты от $-2\omega_0$ до $2\omega_0$ от поперечной координаты при различных значениях нормированной интенсивности первой одномодовой волны накачки. С ростом интенсивности одномодовой волны накачки полуширина центрального максимума модуля функции $G_1^{(02)}(x, x_0 = 0)$ вначале (до нормированной интенсивности волны накачки $\tilde{I}_1 \approx 3$) увеличивается, затем в центре максимума появляется провал, величина которого растет. Центральный максимум раздваивается, расстояние между положением новых, возникших максимумов, по мере увеличения интенсивности волны накачки вначале растет, а затем перестает меняться. Дальнейшее увеличение интенсивности первой волны накачки приводит при $\tilde{I}_1 > 12$ к появлению в центре модуля функции $G_1^{(02)}(x, x_0 = 0)$ еще одного максимума. Сходные зависимости центрального максимума от интенсивности волны накачки

наблюдается и для других ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки с номерами мод $n=0$, $m=4, 6, 8, \dots$

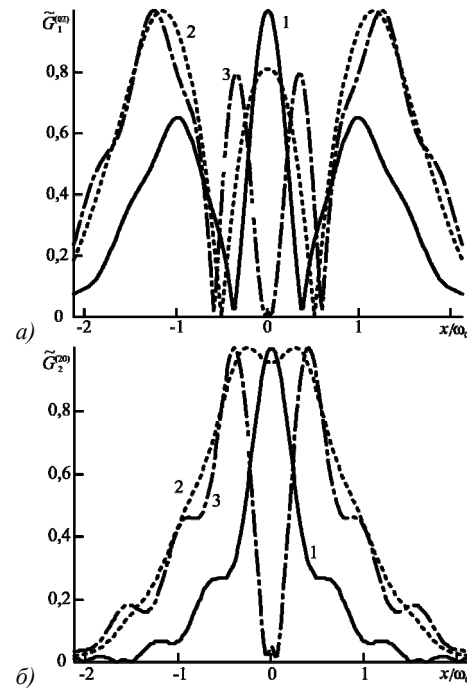


Рис. 6. Вид модуля функций размытия точки, соответствующих одномодовым волнам накачки с номерами мод $n=0$, $m=2$ (а); $n=2$, $m=0$ (б) при $\tilde{\alpha}_0 = 0,01$, $\mu = 0,1$, $\tilde{I}_{1,2} = 0,1$ (1), 3 (2), 10 (3)

Когерентное сложение при $\delta < \omega_0$ центрального максимума функции $G_1^{(00)}(x, x_0 = 0)$ с центральными максимумами функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ и приводит к увеличению полуширины ФРТ шестиволнового преобразователя излучения. Наличие провала в центре функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ уменьшает при их сложении с центральным максимумом функции $G_1^{(00)}(x, x_0 = 0)$ значения ФРТ в центре, а наличие новых возникших максимумов функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ увеличивает значение на краях центрального максимума ФРТ. С уменьшением радиуса пучка накачки вклад функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ в функцию $G_1(x, x_0 = 0)$ возрастает, что и объясняет увеличение полуширины модуля ФРТ с уменьшением ширины пучка накачки.

Существование порогового значения ширины гауссовой волны накачки связано с различным характером зависимости полуширин центральных максимумов ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки, при $n=m=0$ и при $n=0$, $m \neq 0$ с изменением интенсивности волны накачки. При пороговом значении ширины гауссовой волны с увеличением интенсивности одномодовой волны накачки изменение полуширины ФРТ из-за уменьшения полуширины центрального максимума функции $G_1^{(00)}(x, x_0 = 0)$ компенсируется за счет изменения вида центральных максимумов функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$.

2. При условии, что интенсивность второй одномодовой волны накачки намного больше интенсивно-

сти первой волны накачки, ФРТ шестиволнового преобразователя излучения можно записать следующим образом

$$G_2(x, x_0 = a) = G_2^{(00)}(x, x_0 = 0) + \sum_{n=2}^M G_2^{(n0)}(x, x_0 = 0). \quad (20)$$

Здесь

$$G_2^{(n0)}(x, x_0 = 0) = \frac{a_{1n}^0 (a_{20}^0)^3}{n_1} \times \sum_{r=0}^M \tilde{f}_r(x) \tilde{f}_{(r+n)}(x_0 = 0) \tilde{\gamma}_{000nr(r+n)}.$$

В отличие от функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$, в которых значения величин побочных максимумов сравнимы или даже превосходят значение центрального максимума, модули функций $G_2^{(n0)}(x, x_0 = 0)$ с ростом поперечной координаты осциллирующе уменьшаются. Динамика изменения вида модулей ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки с номерами мод $n \neq 0$, $m = 0$, с увеличением интенсивности второй волны накачки совпадает с динамикой изменения центрального максимума функций $G_1^{(0m)}(x, x_0 = 0)$ с увеличением интенсивности первой волны накачки. Графики зависимостей от поперечной координаты нормированной ФРТ, соответствующей номерам мод волн накачки $n = 2$, $m = 0$.

$$\tilde{G}_2^{(20)}(x, x_0 = 0) = \frac{G_2^{(20)}(x, x_0 = 0)}{G_{2,\max}^{(20)}}, \quad G_{2,\max}^{(20)}$$

– максимальное значение функции на интервале изменения поперечной координаты от $-2\omega_0$ до $2\omega_0$. При различных значениях нормированной интенсивности второй одномодовой волны накачки приведен на рис. 6б. Таким образом, механизмы уширения ФРТ с ростом интенсивности одномодовой волны накачки как в случае одномодовой первой волны накачки и гауссовой второй волны накачки, так и в случае одномодовой второй волны накачки и гауссовой первой волны накачки совпадают.

Из характера зависимости вида функций $\tilde{G}_2^{(n0)}(x, x_0 = 0)$ от значений $\tilde{I}_2$ становится понятной слабая зависимость полуширины модуля ФРТ от ширины гауссовой волны накачки при малой интенсивности второй волны накачки.

При $\tilde{I}_2 < 0,1$ численный анализ выражения (20) показывает, что в диапазоне изменения ширины первой гауссовой волны накачки $0,1\omega_0 < \delta < 10\omega_0$ выполняется условие

$$\left| G_2^{(n0)}(x, x_0, z = 0) \right| \ll \left| G_2^{(00)}(x, x_0, z = 0) \right|, \quad (21)$$

$$n = 2, 4, \dots$$

поэтому учет в выражении для ФРТ функций $\tilde{G}_2^{(n0)}(x, x_0 = 0)$, $n = 2, 4, 6, \dots$ слабо влияет на зависимость полуширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения от ширины первой гауссовой волны накачки.

Заключение

Проанализировано качество обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии в двумерном параболическом волноводе с резонансной нелинейностью при условии, что одна из волн накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода описывается гауссовой функцией.

С использованием в качестве количественной характеристики качества ОВФ полуширины модуля ФРТ показано, что при одномодовых волнах накачки, возбуждающих нулевую моду волновода, как и при четырехволновом взаимодействии, с увеличением интенсивности волны накачки наблюдается улучшение качества ОВФ.

При $A_1 A_1^* \gg A_2 A_2^*$ и малой интенсивности первой одномодовой волны накачки $\tilde{I}_1 < 0,1$ уменьшение ширины второй гауссовой волны накачки улучшает качество ОВФ. При больших интенсивностях одномодовой волны накачки $\tilde{I}_{1,2} < 1$ как в случае $A_1 A_1^* \gg A_2 A_2^*$, так и в случае $A_1 A_1^* \ll A_2 A_2^*$ уменьшение ширины гауссовой волны накачки ухудшает качество ОВФ. Наибольшее изменение амплитуды волны с обращенным волновым фронтом наблюдается при изменении ширины гауссовых волн накачки в диапазоне примерно от $3\omega_0$ до $0,3\omega_0$.

Существует пороговое значение ширины гауссовой волны накачки, при котором увеличение интенсивности одномодовой волны накачки не оказывает существенного влияния на качество обращения волнового фронта.

References

- [1] Blouin A, Denariez-Roberge MM. Theory and experiment of degenerate six-wave mixing in both isotropic and anisotropic saturable absorbers. IEEE J Quantum Electron 1993; 29(1): 227-235. DOI: 10.1109/3.199263.
- [2] Astinov V, Kubarych KJ, Milne CJ, Miller RJD. Diffractive optics implementation of six-wave mixing. Opt Lett 2000; 25(11): 853-855. DOI: 10.1364/OL.25.000853.
- [3] Ormachea O. Comparative analysis of multi-wave mixing and measurements of the higher-order nonlinearities in resonant media. Opt Commun 2006; 268(2): 317-322. DOI: 10.1016/j.optcom.2006.07.028.
- [4] Saleh MA, Banerjee PP, Carns J, Cook G, Evans DR. Stimulated photorefractive backscatter leading to six-wave mixing and phase conjugation in iron-doped lithium niobate. Appl Opt 2007; 46(24): 6151-6160. DOI: 10.1364/ao.46.006151.
- [5] Turitsyn SK, Bednyakova AE, Fedoruk MP, Paperny SB, Clements WRL. Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre. Nat Photonics 2015; 9(9): 608-614. DOI: 10.1038/nphoton.2015.150.

- [6] Weng Y, He X, Wang J, Pan Z. All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers. *Opt Commun* 2015; 348: 7-12. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.03.018.
- [7] Nazemosadat E, Pourbeyram H, Mafi A. Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers. *J Opt Soc Am B* 2016; 33(2): 144-150. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000144.
- [8] Anjum OF, Guasoni M, Horak P, Jung Y, Petropoulos P, Richardson DJ, Parmigiani F. Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers. *J Lightw Technol* 2018; 36(17): 3678-3683. DOI: 10.1109/JLT.2018.2834148.
- [9] Zhou H, Liao M, Huang S-W, Zhou L, Qiu K, Wong CW. Six-wave mixing induced by free-carrier plasma in silicon nanowire waveguides. *Laser Photonics Rev* 2016; 10(6): 1054-1061. DOI: 10.1002/lpor.201600124.
- [10] Zeldovich BIA, Pilipetskii NF, Shkunov VV. Wavefront reversal [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1985.
- [11] Voronin ES, Petnikova VM, Shuvalov VV. Use of degenerate parametric processes for wavefront correction (review). *Sov J Quantum Electron* 1981; 11(5): 551-561. DOI: 10.1070/QE1981v01n05ABEH006899.
- [12] Yariv A, AuYeung J, Fekete D, Pepper DM. Image phase compensation and real-time holography by four-wave mixing in optical fibers. *Appl Phys Lett* 1978; 32(10): 635-637. DOI: 10.1063/1.89876.
- [13] Ivahnik VV, Nikonov VI, Harskaja TG. Four-wave conversion of radiation by thermal nonlinearity in a fiber with a parabolic profile [In Russian]. *Izvestiya Vuzov. Priborostroenie* 2006; 49(8): 54-60.
- [14] Ivahnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Four-wave interaction in a multimode waveguide with Kerr nonlinearity in a scheme with concurrent pump waves [In Russian]. *Physics of Wave Processes and Radio Systems* 2019; 22(2): 13-18. DOI: 10.18469/1810-3189.2019.22.2.13-18.
- [15] Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity. *Computer Optics* 2022; 46(1): 48-55. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.
- [16] Agishev IN, Tolstik AL. Highly effective six-wave mixing in linearly absorbing organic liquids. *Tech Phys Lett* 2009; 35(4): 362-364. DOI: 10.1134/S1063785009040221.
- [17] Delone NB, Krainov VP. Fundamentals of nonlinear optics of atomic gases [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1986.
- [18] Gorbach DV, Nazarov SA, Tolstik AL. Degenerate polarization multiwave mixing between light beams in a solution of rhodamine 6G dye. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics* 2013; 77(12): 1412-1415. DOI: 10.3103/S1062873813120046.
- [19] Zhang Z, Xue X, Li C, Cheng S, Han L, Chen H, Zheng H, Zhang Y. Coexisting four-wave mixing and six-wave mixing in three-level atomic system. *Opt Commun* 2012; 285(17): 3627-2670. DOI: 10.1016/j.optcom.2012.04.025.
- [20] Vinogradova MB, Rudenko OV, Sukhorukov AP. Wave theory [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1979.
- [21] Tikhonov EA, Shpak MT. Nonlinear optical phenomena in organic compounds [In Russian]. Kiev: "Naukova Dumka" Publisher; 1979.
- [22] Miyanaaga S, Ohtateme H, Kawano K, Fujiwara H. Excited-state absorption and pump propagation effects on optical phase conjugation in a saturable absorber. *J Opt Soc Am B* 1993; 10(6): 1069-1076. DOI: 10.1364/JOSAB.10.001069.
- [23] Ivakhnik VV. Wavefront reversal at four-wave interactions [In Russian]. Samara: Samara State University Publisher; 2010.
- [24] Marcuse D, ed. Integrated optics. New York: IEEE Press; 1973.
- [25] Ivakhnik VV, Vorobeva EV, Kapizov DR. Characteristics of a four-wave radiation converter in a multimode waveguide with resonant nonlinearity. 2023 IX Int Conf on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). DOI: 10.1109/ITNT57377.2023.10139099.

Сведения об авторах

Ивахник Валерий Владимирович, 1951 года рождения. Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: ivakhnik@ssau.ru

Капизов Дархан Рахметулович, 1996 года рождения, аспирант 4-го года обучения кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: darkhankapizov@gmail.com

Никонов Владимир Иванович, 1959 года рождения. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: nikon5919@mail.ru

ГРНТИ: 29.33.27

Поступила в редакцию 12 апреля 2024 г. Окончательный вариант – 15 мая 2024 г.

Six-wave radiation converter based on resonant nonlinearity in a parabolic waveguide

V.V. Ivakhnik¹, D.R. Kapizov¹, V.I. Nikonov¹

¹ Samara National Research University, 443086, Russia, Samara, Moskovskoe Shosse, 34

Abstract

The quality of wavefront reversal during six-wave mixing in a two-dimensional waveguide with resonant nonlinearity and the refractive index varying by a parabolic law is analyzed using a point spread function method. Assuming that one of the pump waves excites the zero mode of the waveguide and the distribution of the amplitude of the other pump wave on the edge of the waveguide changes by the Gaussian law, it is shown that at a low intensity of the single-mode pump wave, reducing the width of the Gaussian pump wave either leads to an improvement of or has little effect on the quality of wavefront reversal. At a high intensity of the single-mode pump wave, reducing the width of the Gaussian pump wave deteriorates the quality of wavefront reversal. We determine the range of changes in the width of the Gaussian pump wave in which the greatest change in the amplitude of the wave with a reversed wavefront is observed. It is shown that there is a threshold value for the width of the Gaussian pump wave at which a change in the intensity of the single-mode pump wave does not affect the quality of wavefront reversal.

Key words: six-wave radiation converter, wavefront reversal, resonant nonlinearity.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave radiation converter based on resonant nonlinearity in a parabolic waveguide. *Computer Optics* 2025; 49(1): 13-20. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1540.

Authors' information

Valery Vladimirovich Ivakhnik was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: ivakhnik@ssau.ru

Darkhan Rakhmetulovich Kapizov was born in 1996, 4st year postgraduate student of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: darkhankapizov@gmail.com

Vladimir Ivanovich Nikonov was born in 1959, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: nikon5919@mail.ru

Received April 12, 2024. The final version – May 15, 2024.
