# Управление формированием и детектирование осевых и внеосевых дифракционных порядков при двухуровневом квантовании фазы вихревой линзы

О.А. Дюкарева <sup>1</sup>, А.В. Устинов <sup>2</sup>, С.Н. Хонина <sup>1,2</sup>
<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;
<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

#### Аннотация

В работе исследуется действие фазовой вихревой смещённой линзы, квантованной по заданному уровню и позволяющей генерировать заданные локальные максимумы как на оптической оси, так и вне её. Показана возможность детектирования отдельных дифракционных порядков и их совокупности. Рассмотрена комбинация квантованных оптических элементов, позволяющая генерировать локальные максимумы как в продольной, так и в поперечной плоскости.

*Ключевые слова*: вихревая линза, квантование фазы, локальные фокусы, детектирование вихревых пучков.

<u>Citation</u>: Dyukareva OA, Ustinov AV, Khonina SN. Control of the formation and detection of on-axis and off-axis diffraction orders with two-level phase quantization of a vortex lens. Computer Optics 2025; 49(1): 36-43. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1527.

#### Введение

Одним из важных факторов уплотнения каналов передачи оптической информации является мультиплексирование сигнала с использованием наибольшего количества степеней свободы — по структуре, поляризации, длине волны, положению [1-3]. К настоящему времени достигнут значительный прогресс в генерации неоднородно-поляризованных пучков, однако для управления поляризационным состоянием электромагнитного поля отдельно в каждой точке требуются сложные оптические системы и/или дорогостоящие устройства, включая метаповерхности [4-10].

Вариации в амплитудно-фазовой структуре пучков, особенно ортогональных и модовых распределений, осуществляются достаточно просто с использованием средств дифракционной оптики и динамических модуляторов, что обеспечивает широкий спектр возможностей при кодировании и (де)мультиплексировании оптических сигналов [11–20].

Хорошо известно мультиплексирование пучков на основе дифракционных решеток и добавления отклоняющего волнового фронта [17-20]. Другим способом является формирование множества локальных фокусов вдоль оптической оси с использованием бинарной дифракционной линзы [21-24], а также внефокальных дифракционных порядков при использовании изогнутых решеток на основе конических пучков [25-28]. В отличие от классических линз, квантованные дифракционные линзы обладают простотой

изготовления и позволяют формировать заданные локальные фокусы как на оптической оси, так и под некоторым заданным углом. Отметим, что формирование вихревых пучков вне оптической оси позволяет уменьшить искажение таких пучков в случае несоответствия длины волны освещающего излучения высоте фазового рельефа оптического элемента [29]. Кроме того, бинарные элементы могут быть изготовлены в амплитудном варианте, что также нивелирует хроматические аберрации, присущие фазовым дифракционным элементам.

В данной работе рассмотрена генерация внеосевых дифракционных порядков при квантовании фазы смещённой вихревой линзы. Смещение области регистрации сигнала за счёт добавления отклоняющего волнового фронта позволяет не только избежать шумов, локализованных на оптической оси, что улучшает регистрацию полезного сигнала, но и добавляет больше степеней свободы для задач, связанных с кодированием информации.

### 1. Квантование дифракционных оптических элементов

Широкие возможности дифракционной оптики ограничены характеристиками разрешения устройств формирования дифракционного микрорельефа оптических элементов. Значительная часть технологий, особенно литографических [30–33], ориентирована на получение квантованного микро- и нанорельефа. Дискретизация и квантование по уровням функции

фазового пропускания приводит, как правило, к отклонению характеристик изготовленного дифракционного оптического элемента (ДОЭ) от расчётных [34-36]. Чтобы минимизировать эти отклонения, разработаны различные методы оптимизации квантования и бинарного кодирования комплексной функции пропускания [37-38]. Наиболее быстрыми по времени расчёта являются неитерационные методы [39]. Одним из наиболее простых методов бинарного кодирования непрерывной фазовой функции является использование комплексно-сопряжённого дополнения [40]. Отметим, что даже при наличии лишь двух уровней квантования возможно управление эффективностью различных дифракционных порядков за счёт соотношения ширины пропускающих и не пропускающих полос, т.е. за счёт фил-фактора или вариации уровней квантования [39-45].

Распространение пучка в параксиальной области описывается преобразованием Френеля:

$$F(u,v,z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \times$$

$$\times \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp\left(\frac{ik}{2z} ((x-u)^2 + (y-v)^2)\right) dx dy.$$
(1)

В отдельных случаях, когда пучок обладает свойством осевой симметрии (в том числе при использовании классических линз), выражение (1) может быть заменено интегральным преобразованием Френеля—Ханкеля, которое записывается в полярных координатах следующим образом и существенно сокращает время вычислений:

$$F(\rho,z) = \frac{ik}{z} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \int_0^\infty g(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r \, dr,$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя нулевого порядка.

Классическая линза позволяет фокусировать энергию на оптической оси, и для смещения положения фокуса в вертикальной плоскости можно использовать оптический клин. Входная функция может быть представлена в виде:

$$g(x,y) = \exp\left(\frac{-ik(x^2 + y^2)}{2f}\right) \exp(ik\alpha y),$$
 (2)

где  $k=2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны излучения. Далее при моделировании полагается f=1000 мм, R=3 мм,  $\lambda=0.532$  мкм.

При положительном параметре  $\alpha$  фокус пучка смещается в положительном направлении оси y. Важно отметить, что при смещении пучков оптическим клином мы можем задавать фиксированное новое положение (u,v,z) фокуса в пространстве. Положение по переменной v (или угол между оптической осью и

осью распространения пучка) зависит не только от  $\alpha$ , но и от f таким образом, что  $v = \alpha f$ . Поскольку линза имеет протяжённое фокальное пятно, под положением фокуса мы подразумеваем положение его центра. Угол наклона фокального пятна равен углу оси распространения относительно оптической оси.

Бинаризация методом комплексного сопряжения является частным случаем квантования по заданному уровню и позволяет представить входную фазу пучка с помощью двух дискретных значений. Исходная фаза делится ровно пополам, верхние ее значения становятся равными  $\pi$ , нижние – 0. Сразу стоит отметить, что при дополнении входной функции комплексно-сопряжённым элементом образуется отличная от единичной амплитуда, что в случае классической линзы не оказывает влияния на продольное распространение пучка за тем исключением, что общая энергия теряется на амплитудном элементе, и в точке фокуса максимальная интенсивность становится существенно ниже. Отбрасывание амплитуды позволяет получать дополнительные дифракционные порядки, соответствующие квантованию по среднему уровню  $(\gamma = 0.5)$ .

#### 2. Квантование по заданному уровню

Квантование по заданному уровню  $\gamma$  позволяет расширить возможности генерации дифракционных порядков. При использовании линзы и увеличении параметра  $\gamma$  на фазовом профиле можно будет наблюдать сужение «белых» колец, при уменьшении – их расширение. Варьирование параметра  $\gamma$  позволяет получать дифракционные максимумы всех порядков, не только кратных двум, как в случае с бинаризацией методом комплексного сопряжения.

Амплитуда нечётных порядков пропорциональна значению  $\cos^2(n\pi(1-2\gamma)/2)$ , в то время как для чётных порядков —  $\sin^2(n\pi(1-2\gamma)/2)$ , амплитуда нулевого порядка равна  $1-2\gamma$ . Таким образом, возможно связать наличие определённого дифракционного порядка со знаменателем дроби уровня квантования  $\gamma$ . Например, при уровне квантования  $\gamma = 0.25 = 1/4$  четвёртый дифракционный порядок пропорционален коэффициенту  $\sin^2(\pi)$  и поэтому отсутствует.

В случае, когда метод квантования применяется только к классической линзе, мы можем получить дополнительные дифракционные порядки на оптической оси до плоскости фокуса. Положение каждого локального максимума может быть вычислено как  $z_n = f/n$ , где n — номер порядка, f — положение исходного фокуса. Продольное распространение показано на рис. 1.

Дополнение классической линзы отклоняющим клином, согласно формуле (2), приводит к тому, что пучок распространяется не вдоль оптической оси, а под углом к ней. Квантование смещённой линзы по уровню у позволяет получить несколько дифракционных порядков (влияние бинаризации) параллельно оптической оси (выше или ниже в соответствии со смещением).

Сразу отметим, что при наличии оптического клина дифракционные порядки образуются параллельно, поскольку выражение (2) изначально содержит отклоняющую компоненту. Для получения дифракционных порядков, направленных под углом, смещение должно происходить уже после бинаризации.

В отличие от квантованной линзы, квантованная смещённая линза позволяет получить дифракционные порядки в любой точке вне оптической оси. Кроме того, как можно заметить из рис. 1 $\varepsilon$ , несмотря на то, что центры локальных фокусов находятся на одной прямой, каждый фокус наклонён к оптической оси под углом  $\psi_n$ , где n — порядок фокуса.

При использовании дифракционного элемента (2) необходимым условием наклона локальных фокусов является наличие зрачка с размером меньшим, чем размер ДОЭ: при  $\alpha \neq 0$  на одном краю часть элемента уходит за пределы зрачка, но на другом краю появляется новая его часть (см. рис. 1в). Хотя мы рассматриваем дифракционный элемент, явление наклона можно легко объяснить на основе геометрооптического подхода. Если мы определим угол  $\psi_n$  равным наклону биссектрисы угла, образованного лучами, приходящими в точку фокуса от крайних точек линзы, то можно вывести следующую формулу:

$$tg 2\psi_n = \frac{2\alpha(f/f_n)}{1 + \left(\frac{R + \alpha f}{f_n}\right)\left(\frac{R - \alpha f}{f_n}\right)},$$
(3)

где f – положение исходного (основного) фокуса,  $f_n$  – положение фокуса в порядке n ( $f_1$ =f).

В условиях параксиальности угол наклона каждого фокального пятна увеличивается пропорционально номеру порядка n и примерно равен  $n\alpha$ . В рассмотренных ниже примерах наклон очень мал — например, для рис.  $1\varepsilon$  в первом порядке  $\psi$ =0,029°; и виден только благодаря резкому различию масштабов по осям z и v.

Наклон может быть заметно больше, если, сохранив величину  $\alpha f$ , уменьшить f: при f = 10 мм, R = 3 мм,

 $\alpha$  = 0,2 в первом порядке  $\psi$  = 10,43°. Отметим, что даже в таком непараксиальном случае равенство  $\psi_n \approx n\alpha$  ещё не слишком грубое.

Положение всех возможных локальных максимумов показано на рис. 12 вертикальными пунктирными линиями.

Дополнение комплексной функции пропускания линзы вихревым элементом  $\exp(im\phi)$  приводит к появлению изолированных точек с нулевой интенсивностью на оси, в которых фаза не определена (вихревая фазовая сингулярность). Размер этой области зависит от значения модуля m. При использовании смещённой вихревой линзы ось распространения направлена под углом, и область нулевой интенсивности сохраняется вдоль направления распространения. Такие бинарные оптические элементы позволяют детектировать отдельные вихри в соответствующих позициях локальных фокусов, в том числе при освещении элемента суперпозицией

$$\sum_{p=1}^{P} c_p \exp(in_p \varphi) .$$

На рис. 2 показана возможность детектирования информации в различных дифракционных порядках при освещении бинарной вихревой линзы пучком с суперпозицией оптических вихрей:

$$g(r) = B_{\gamma} \left\{ \exp \left[ -i \left( \frac{k}{2f} r^2 - m \varphi - k \alpha y \right) \right] \right\} \times$$

$$\times \sum_{p=1}^{p} c_p \exp(i n_p \varphi),$$
(4)

где  $B_{\gamma}$  – оператор квантования по уровню  $\gamma$ .

Так как квантованная вихревая линза содержит только положительные порядки, входная функция дополняется вихрями  $\exp(in_p\varphi)$ , где  $n_p<0$ . Для оптического клина возможно детектирование порядков сверху или снизу от оптической оси в зависимости от знака  $\alpha$ .

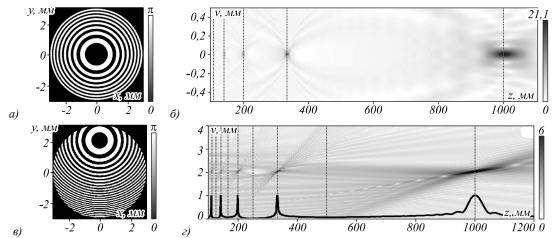


Рис. 1. Фаза (а, в) и продольное распространение (б, г) для бинарной классической линзы (а, б) и бинарной смещённой линзы (в, г) с уровнем бинаризации  $\gamma$ = 0,5,  $\alpha$ = 0,0005

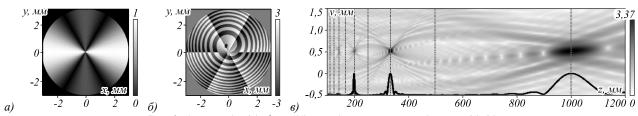


Рис. 2. Амплитуда (а), фаза (б) и продольная амплитуда поля (4) (в) при детектировании совокупности порядков  $n_p = [-1, -3, -5], m = 1$ 

#### 3. Двойное квантование по заданному уровню

В предыдущем параграфе было рассмотрено квантование по заданному уровню как классической линзы, так и смещённой линзы, реализованной с использованием оптического клина  $\exp(ik\alpha y)$ . В общем случае квантование только отклоняющей компоненты приводит к поперечному увеличению числа дифракционных порядков.

Для одновременного увеличения дифракционных порядков как в продольной, так и в поперечной плоскостях процедура квантования может быть реализована следующим образом:

$$g(r) = B_{\gamma 1} \left\{ \exp \left[ -ik \frac{r^2}{2f} \right] \right\} \cdot B_{\gamma 2} \left\{ \exp \left[ ikay \right] \right\}. \tag{5}$$

На рис.  $3\delta$  пунктирными линиями показаны все возможные положения для дифракционных порядков бинаризованных линзы и клина (5). Легко можно заметить, что по горизонтали продолжают отсутствовать порядки, кратные знаменателю  $\gamma_1$  линзы, а по вертикали – кратные знаменателю  $\gamma_2$  клина. Как и в случае с бинаризацией клина, нулевой порядок (т.е. интенсивность на оптической оси) отсутствует только при параметре бинаризации  $\gamma_2 = 0,5$ .

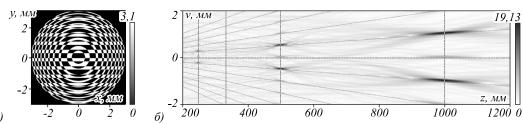


Рис. 3. Фаза (a) и продольное распространение амплитуды пучка (5) (б) с уровнями бинаризации  $\chi=0,4$  и  $\chi=0,33$ ,  $\alpha=0,001$ 

Очевидно, элемент (5) в случае внесения вихревых составляющих, после бинаризации позволит детектировать более широкий спектр вихревых пучков. Из формулы (5) видно, что вихревой составляющей может обладать как линза, так и клин:

$$g(r) = B_{\gamma 1} \left\{ \exp\left[-ik\frac{r^2}{2f} + im\varphi\right] \right\} B_{\gamma 2} \left\{ \exp\left[ikay + il\varphi\right] \right\}. (6)$$

На рис. 4 показана возможность детектирования вихревых пучков, когда мы вносим вихревую составляющую только в клин или только в линзу при  $\gamma_1 = 0,33$  и  $\gamma_2 = 0,4$ . В первом случае, когда m = 0 и l = 1 (рис. 4, верхняя строка), как и предполагалось, в горизонтальном направлении отсутствуют порядки, образованные линзой (кратные 3:  $\gamma_1 = 0,33 = 1/3$ ). В поперечном сечении энергия, приходящаяся на дифракционные порядки клина, перераспределяется между ними, и только порядок  $n_p = -1$  детектируется в положительном направлении оси v. Интересно отметить, что первый порядок детектируется не только в плоскости фокуса, но и в других плоскостях  $z_n = f/n$ , характерных для линзы.

Во втором случае, когда m=1 и l=0 (рис. 4, нижняя строка), детектируются только дифракционные порядки, характерные для линзы. Как и ожидалось, в

плоскости фокуса присутствуют все порядки клина (кроме кратных 5:  $\gamma_2 = 0.4 = 1/5$ ).

Второй способ получения как продольных, так и поперечных дифракционных порядков – применение алгоритма квантования по уровню к уже квантованному оптическому элементу. В этом случае возможен как вариант, где сначала производится квантование пинзы:

$$g_1(r) = B_{\gamma 1} \left\{ B_{\gamma 2} \left\{ \exp\left[-ik\frac{r^2}{2f}\right] \right\} \exp\left[ikay\right] \right\},$$
 (7)

так и вариант, где сначала алгоритм применяется к клину:

$$g_{2}(r) = B_{\gamma 1} \left\{ B_{\gamma 2} \left\{ \exp\left[ikay\right] \right\} \exp\left[-ik\frac{r^{2}}{2f}\right] \right\}.$$
 (8)

При любой процедуре квантования, в том числе при (5), двойное квантование по среднему уровню ( $\gamma$ = 0,5) дает идентичный результат. Максимумы интенсивности вдоль оси z появляются только в плоскостях, соответствующих бинарной линзе ( $z_n$ =f/n). В каждой плоскости  $z_n$  находятся симметрично расположенные максимумы (влияние бинаризации клина), энергия которых убывает при удалении от оптиче-

ской оси. Основная энергия приходится на первые симметричные порядки. Нужно отметить, что при приближении к входной плоскости максимальное значение интенсивности порядков не уменьшается,

так как энергия распределяется на меньшую площадь. Данный факт отмечался в работе [22]. Поскольку  $\gamma$ =0,5, энергия на оптической оси будет сохраняться нулевой.

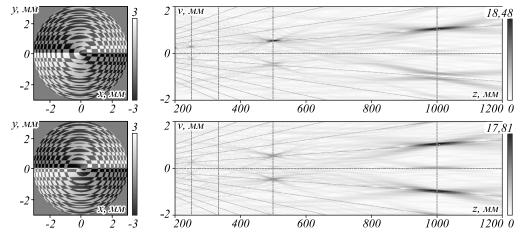


Рис. 4. Детектирование вихревых порядков  $n_p = -1$  при произведении бинарной линзы и бинарного вихревого клина (6) с параметрами  $\gamma_l = 0,33$  и  $\gamma_2 = 0,4$ ,  $\alpha = 0,001$  в случае m = 0, l = 1 (верхняя строка) и m = 1, l = 0 (нижняя строка)

Для случая (7) при квантовании линзы по уровню  $\gamma_2 = 0.5 = 1/2$  сохраняется отсутствие порядков, кратных 2, и при изменении уровня бинаризации клина на  $\gamma_1 = 0.33 = 1/3$  происходит дополнительное линзе отбрасывание поперечных порядков, кратных 3, в каждой плоскости  $z_n = f/n$  (см. рис. 5, верхняя строка). Тем не менее, при  $\gamma_1 = 0.4$  и  $\gamma_2 = 0.33$  отсутствуют поперечные порядки (рис. 5, нижняя строка), которые не могут быть описаны с помощью знаменателей клина.

Для случая (8), если уровни бинаризации разные и сначала бинаризуется клин, то поперечные дифракционные порядки в каждой плоскости  $z_n = f/n$  образуются различные, что хорошо видно на примере первого и второго порядков линзы на рис. 6. Как и в предыдущем случае, поперечная зависимость номеров дифракционных порядков от знаменателя уровня квантования не сохраняется, однако в продольном направлении дифракционные порядки продолжают зависеть от знаменателя уровня кванования  $\gamma$  линзы.

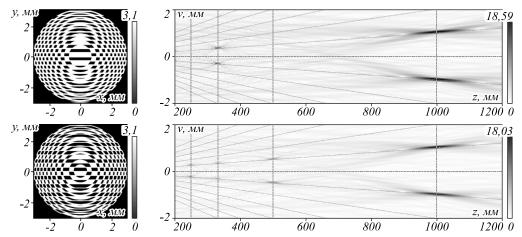


Рис. 5. Фаза (слева) и продольное распространение пучка (7) с уровнями квантования  $\gamma$ =0,5 и  $\gamma$ =0,33 (верхняя строка),  $\gamma$ =0,4 и  $\gamma$ =0,33 (нижняя строка)

#### Заключение

В работе рассмотрено формирование оптических пучков на основе квантованных фазовых элементов. Показано, что квантование по заданному уровню, в отличие от квантования методом комплексного сопряжения, позволяет получать ди-

фракционные максимумы не только нечётных, а всех возможных порядков.

Для квантованной вихревой линзы возможно детектирование как отдельных порядков, так и их совокупности посредством дополнения оптическими вихрями противоположного знака. Комбинация из квантованной линзы и квантованного клина позволяет по-

лучать одновременно поперечное и продольное увеличение количества дифракционных порядков.

Смещённая квантованная вихревая линза позволяет регистрировать полезный сигнал не только на оптической оси, но и в любой внеосевой точке, положе-

ние которой может быть задано с учетом параметра отклоняющего волнового фронта  $\alpha$ . Она также может быть использована для детектирования как отдельных вихревых пучков, так и их суперпозиций вне оптической оси.

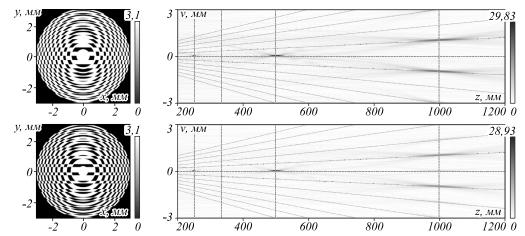


Рис. 6. Фаза (слева) и продольное распространение пучка (8) с уровнями квантования  $\gamma_2 = 0.5$  и  $\gamma_1 = 0.33$  (верхняя строка),  $\gamma_2 = 0.4$  и  $\gamma_1 = 0.33$  (нижняя строка)

При двойном квантовании по среднему уровню основная поперечная энергия приходится на первые симметричные порядки, а при приближении к входной плоскости максимальное значение интенсивности порядков не уменьшается, так как энергия распределяется на меньшую площадь. Произведение бинарной линзы и бинарного вихревого клина дает возможность получать те же дифракционные порядки, что и бинарный вихревой клин. Отличие состоит в том, что эти порядки детектируются сразу во всех плоскостях, которые позволяет формировать линза.

При последовательном двойном квантовании линзы и клина поперечная зависимость номеров дифракционных порядков от знаменателя уровня квантования клина не сохраняется, однако в продольном направлении дифракционные порядки продолжают зависеть от знаменателя уровня квантования линзы.

Проведенные исследования расширяют спектр возможных применений бинарных дифракционных оптических элементов [46 – 48].

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 22-79-10007 в части численного моделирования, а также в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» в теоретической части.

#### References

- Du J, Wang J. High-dimensional structured light coding/decoding for freespace optical communications free of obstructions. Opt Lett 2015; 40(21): 4827-4857. DOI: 10.1364/OL.40.004827.
- [2] He C, Shen Y, Forbes A. Towards higher-dimensional structured light. Light Sci Appl 2022; 11: 205. DOI: 10.1038/s41377-022-00897-3.

- [3] Goossens JW, Yousefi MI, Jaouën Y, Hafermann H. Polarization-division multiplexing based on the nonlinear Fourier transform. Opt Express 2017; 25; 26437–26452. DOI: 10.1364/OE.25.026437
- [4] Man Z, Min C, Zhang Y, Shen Z, Yuan X-C. Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films. Laser Phys 2013; 23(10): 105001. DOI: 10.1088/1054-660X/23/10/105001.
- [5] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Vector Lissajous laser beams. Opt Lett 2020; 45(15): 4112-4115. DOI: 10.1364/OL.398209.
- [6] Khonina SN, Ustinov AV, Fomchenkov SA, Porfirev AP. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates. Sci Rep 2018; 8: 14320. DOI: 10.1038/s41598-018-32469-0.
- [7] Dorrah AH, Rubin NA, Tamagnone M, Zaidi A, Capasso F. Structuring total angular momentum of light along the propagation direction with polarization-controlled metaoptics. Nat Commun 2021; 12: 6249. DOI: 10.1038/s41467-021-26253-4.
- [8] Li A, Singh S, Sievenpiper D. Metasurfaces and their applications. Nanophotonics 2018; 7(6): 989-1011. DOI: 10.1515/nanoph-2017-0120.
- [9] Yoon G, Tanaka T, Zentgraf T, Rho J. Recent progress on metasurfaces: applications and fabrication. J Phys D: Appl Phys 2021; 54(38): 383002. DOI: 10.1088/1361-6463/ac0faa.
- [10] Khonina SN, Butt MA, Kazanskiy NL. A review on reconfigurable metalenses revolutionizing flat optics. Adv Opt Mater 2023; 12(14): 2302794. DOI: 10.1002/adom.202302794.
- [11] Kani J, Iwatsuki K, Imai T. Optical multiplexing technologies for access-area applications. IEEE J Sel Top Quantum Electron 2006; 12(4): 661-668. DOI: 10.1109/JSTQE.2006.876170.
- [12] Kotlyar VV, Kovalev AA, Skidanov RV, Khonina SN, Turunen J. Generating hypergeometric laser beams with a diffractive optical element. Appl Opt 2008; 47(32): 6124-6133. DOI: 10.1364/AO.47.006124.
- [13] Wang Z, Zhang N, Yuan X-C. High-volume optical vortex multiplexing and de-multiplexing for free-space optical

- communication. Opt Express 2011; 19(2): 482-492. DOI: 10.1364/OE.19.000482.
- [14] Sun CL, Yu Y, Chen GY, Zhang XL. Integrated switchable mode exchange for reconfigurable modemultiplexing optical networks. Opt Lett 2016; 41(14): 3257-3260. DOI: 10.1364/OL.41.003257.
- [15] Fazea Y, Mezhuyev V. Selective mode excitation techniques for mode-division multiplexing: a critical review. Opt Fiber Technol 2018; 45: 280-288. DOI: 10.1016/j.yofte.2018.08.004.
- [16] Su YK, He Y, Chen HS, Li XY, Li GF. Perspective on mode-division multiplexing. Appl Phys Lett 2021; 118(20): 200502. DOI: 10.1063/5.0046071.
- [17] Wang X, Yan D, Chen Y, Qi T, Gao W. Parallel multiplexing optical spatial differentiation based on a superposed complex amplitude filter, Optics and Lasers in Engineering, 2025; 184(1): 108669. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2024.108669.
- [18] Borghi R, Cincotti G, Santarsiero M. Diffractive variable beam splitter: optimal design. J Opt Soc Am A 2000; 17(1): 63-67. DOI: 10.1364/JOSAA.17.000063.
- [19] Lei T, Zhang M, Li Y, Jia P, Liu GN, Xu X, Li Z, Min C, Lin J, Yu C, Niu H. Massive individual orbital angular momentum channels for multiplexing enabled by Dammann gratings. Light Sci Appl 2015; 4: e257. DOI: 10.1038/lsa.2015.30.
- [20] Khorin PA, Mamaeva MP, Kapitonov YV, Khonina SN. Polarization-Mode Transformation of the Light Field during Diffraction on Amplitude Binary Gratings, Photonics 2024; 11: 848. DOI: 10.3390/photonics11090848.
- [21] Rastani K, Marrakchi A, Habiby SF, Hubbard WM, Gilchrist H, and Nahory RE. Binary phase Fresnel lenses for generation of two-dimensional beam arrays, Appl Opt 1991; 30: 1347–1354. DOI: 10.1364/AO.30.001347
- [22] Faklis D, Morris GM. Spectral properties of multi-order diffractive lenses. Appl Opt 1995; 34(14): 2462-2468. DOI: 10.1364/AO.34.002462.
- [23] Khonina SN, Ustinov AV, Skidanov RV, Porfirev AP. Local foci of a parabolic binary diffraction lens. Appl Opt 2015; 54(18): 5680-5685. DOI: 10.1364/AO.54.005680.
- [24] Motogaito A, Iguchi Y, Kato S, Hiramatsu K. Fabrication and characterization of a binary diffractive lens for controlling focal distribution. Appl Opt 2020; 59(3): 742-747. DOI: 10.1364/AO.381139.
- [25] Janicijevic L, Topuzoski S. Fresnel and Fraunhofer diffraction of a Gaussian laser beam by fork-shaped gratings. J Opt Soc Am A 2008; 25(11): 2659-2669. DOI: 10.1364/JOSAA.25.002659.
- [26] Topuzoski S. Generation of optical vortices with curved fork-shaped holograms. Opt Quant Electron 2016; 48(2): 138. DOI: 10.1007/s11082-016-0405-5.
- [27] Saad F, El Halba EM, Belafhal A. Generation of generalized spiraling Bessel beams of arbitrary order by curved fork-shaped holograms. Opt Quant Electron 2016; 48: 454. DOI: 10.1007/s11082-016-0723-7.
- [28] Khonina SN, Ustinov AV, Kirilenko MS, Kuchmizhak AA, Porfirev AP. Application of binary curved fork grating for the generation and detection of optical vortices outside the focal plane. J Opt Soc Am B 2020; 37(6): 1714-1721. DOI: 10.1364/JOSAB.388431.
- [29] Degtyarev SA, Porfirev AP, Khonina SN, Karpeev SV. Demonstration of vortical beams spectral stability formed in non-zero diffraction orders. J Phys Conf Ser 2016; 735: 012023. DOI: 10.1088/1742-6596/735/1/012023.
- [30] Berezny AE, Karpeev SV, Uspleniev GV. Computergenerated holographic optical elements produced by

- photolithography. Opt Lasers Eng 1991; 15(5): 331-340. DOI: 10.1016/0143-8166(91)90020-T.
- [31] Sohn J-S, et al. Design and fabrication of diffractive optical elements by use of gray-scale photolithography. Appl Opt 2005; 44(4): 506-511. DOI: 10.1364/AO.44.000506.
- [32] Aguiam DE, et al. Fabrication and optical characterization of large aperture diffractive lenses using greyscale lithography. Micro Nano Eng 2022; 14(5): 100111. DOI: 10.1016/j.mne.2022.100111.
- [33] Anh NNH, Rhee H-G, Ghim Y-S. Novel fabrication and designs for hybrid optical elements with wider angle field of view by using integrated direct laser lithographic system. Opt Lasers Eng 2023; 170: 107774. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2023.107774.
- [34] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Diatom optical element: a quantized version of the generalized spiral lens. Opt Lett 2022; 47(16): 3988-3991. DOI: 10.1364/OL.469113.
- [35] Zhou X, Song Q, Yang X, Cai W. Generating phase-only diffractive optical elements using adaptive constraints in the Fourier domain. Opt Commun 2023; 535: 129360. DOI: 10.1016/j.optcom.2023.129360.
- [36] Khorin PA, Khonina SN. Influence of 3D helical microstructure shape deviations on the properties of a vortex beam generated in the near diffraction zone. J Opt Technol 2023; 90(5): 236-241. DOI: 10.1364/JOT.90.000236.
- [37] Hsu W-F, Lin C-H. Optimal quantization method for uneven-phase diffractive optical elements by use of a modified iterative Fourier-transform algorithm. Appl Opt 2005; 44(27): 5802-5808. DOI: 10.1364/AO.44.005802.
- [38] Liu X, Lv G, Ding S, Wang Z, Wang S, Feng Q. Regional iterative optimization algorithm to reduce error caused by DOE binarization. Appl Opt 2019; 58(26): 7227-7232. DOI: 10.1364/AO.58.007227.
- [39] Khonina SN, Ustinov AV. Binary multi-order diffraction optical elements with variable fill factor for the formation and detection of optical vortices of arbitrary order. Appl Opt 2019; 58(30): 8227-8236. DOI: 10.1364/AO.58.008227.
- [40] Khonina SN, Ustinov AV. Spatially-spectral analysis of binary diffractive optical elements coded using the complex-conjugated addition. Izvestia of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences 2014; 6: 10-17.
- [41] Ferstl M, Hermerschmidt A, Dias D, Steingrüber R. Theoretical and experimental properties of a binary linear beamsplitting element with a large fan angle. J Mod Opt 2004; 51(14): 2125–2139. DOI: 10.1080/09500340408232518
- [42] Hermerschmidt A, Krüger S, and Wernicke G. Binary diffractive beam splitters with arbitrary diffraction angles. Opt Lett 2007; 32: 448-450. DOI: 10.1364/OL.32.000448
- [43] Barlev O, Golub MA. Multifunctional binary diffractive optical elements for structured light projectors. Opt Express 2018; 26(16): 21092-21107. DOI: 10.1364/OE.26.021092.
- [44] Meshalkin AYu, Podlipnov VV, Ustinov AV, Achimova EA. Analysis of diffraction efficiency of phase gratings in dependence of duty cycle and depth. J Phys Conf Ser 2019; 1368: 022047. DOI: 10.1088/1742-6596/1368/2/022047.
- [45] Xu C, Pang H, Cao A, Deng Q. Alternative design of binary phase diffractive optical element with non-π phase difference. Appl Sci 2021; 11(3): 1116. DOI: 10.3390/app11031116.
- [46] Gretzki P, Gillner A. Programmable diffractive optic for multi-beam processing: applications and limitations. Proc. SPIE 2017; 10347: 103470V. DOI: 10.1117/12.2274448
- [47] Huang K, et al. Planar diffractive lenses: Fundamentals, functionalities, and applications. Adv Mater 2018; 30(26): 1704556. DOI: 10.1002/adma.201704556.

[48] Wang F, Zhang Z, Wang R, Zeng X, Yang X, Lv S, Zhang F, Xue D, Yan J, and Zhang X. Distortion measurement of optical system using phase diffractive beam splitter. Opt Express 2019; 27: 29803-29816 DOI: 10.1364/OE.27.029803.

#### Сведения об авторах

Дюкарева Ольга Андреевна, аспирант кафедры технической кибернетики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва, магистр по специальности «Прикладная математика и информатика». Е-mail: <a href="mailto:dukarevaola@gmail.com">dukarevaola@gmail.com</a>

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в Институте систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. Е-mail: <u>andr@ipsiras.ru</u>

**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

E-mail: khonina@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 31 марта 2024 г. Окончательный вариант – 4 мая 2024 г.

## Control of the formation and detection of on-axis and off-axis diffraction orders with two-level phase quantization of a vortex lens

O.A. Dyukareva <sup>1</sup>, A.V. Ustinov <sup>2</sup>, S.N. Khonina <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34;

<sup>2</sup> Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",

443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151

#### Abstract

The paper investigates the performance of a tilted vortex phase lens, quantized at a given level and allowing the generation of specified local maxima both on the optical axis and off it. A possibility of detecting individual diffraction orders and their combination is demonstrated. A combination of quantized optical elements is considered, which makes it possible to generate local maxima in both the longitudinal and transverse planes.

Keywords: vortex lens, phase quantization, local foci, vortex beams detection.

<u>Citation</u>: Dyukareva OA, Ustinov AV, Khonina SN. Control of the formation and detection of on-axis and off-axis diffraction orders with two-level phase quantization of a vortex lens. Computer Optics 2025; 49(1): 36-43. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1527.

<u>Acknowledgements</u>: This work was funded within the Development Program of Samara National Research University and under a government project of the National Research Center "Kurchatov Institute".

#### Authors' information

**Olga Andreevna Dyukareva**, postgraduate student of Technical Cybernetics department at Samara University, has a master's degree in Applied Mathematics and Computer Science. E-mail: <u>dukarevaola@gmail.com</u>

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: <a href="mailto:andr@ipsiras.ru">andr@ipsiras.ru</a>

**Svetlana Nikolaevna Khonina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: <a href="mailto:khonina@ipsiras.ru">khonina@ipsiras.ru</a>

Received March 31, 2024. The final version – May 4, 2024.