Градиентный метод расчета каскадных ДОЭ для фокусировки излучения различных длин волн

Г.А. Мотз [1,2], Д.В. Сошников [1,2], Л.Л. Досколович [1,2], Е.В. Бызов [1,2], Е.А. Безус [1,2], Д.А. Быков [1,2]
[1] Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;
[2] Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрен расчет каскадных дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для формирования нескольких заданных распределений интенсивности для нескольких падающих пучков с различными длинами волн. Задача расчета каскадного ДОЭ сформулирована как задача минимизации функционала, зависящего от функций высот дифракционного микрорельефа каскадного ДОЭ и представляющего ошибку формирования заданных распределений интенсивности на расчетных длинах волн. Для производных функционала получены явные выражения, и на этой основе сформулирован градиентный метод расчета каскадного ДОЭ. С использованием градиентного метода рассчитаны каскадные ДОЭ для фокусировки излучения трех различных длин волн в три различные области. Представленные результаты численного моделирования демонстрируют хорошие рабочие характеристики предложенного метода.

Ключевые слова: дифракционный оптический элемент, обратная задача, скалярная теория дифракции, градиентный метод.

Цитирование: **Мотз, Г.А.** Градиентный метод расчета каскадных ДОЭ для фокусировки излучения различных длин волн / Г.А. Мотз, Д.В. Сошников, Л.Л. Досколович, Е.В. Бызов, Е.А. Безус, Д.А. Быков // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 1. – С. 76-83. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1551.

Citation: Motz GA, Soshnikov DV, Doskolovich LL, Byzov EV, Bezus EA, Bykov DA. Gradient method for designing cascaded DOEs focusing radiation of different wavelengths. Computer Optics 2025; 49(1): 76-83. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1551.

Введение

Фазовые дифракционные оптические элементы (ДОЭ) применяются при решении большого числа различных задач по преобразованию и фокусировке лазерного излучения [1–4]. Конструктивно фазовые ДОЭ выполняются в виде дифракционного микрорельефа на пропускающей или отражающей подложке, который осуществляет фазовую модуляцию падающего излучения. Расчет ДОЭ является обратной задачей, состоящей в определении такой функции высоты дифракционного микрорельефа (или пропорциональной высоте функции фазовой модуляции), которая в рамках скалярной теории дифракции обеспечивает формирование светового поля с заданными характеристиками (как правило, с требуемым распределением интенсивности в некоторой плоскости). Для расчета ДОЭ были предложены различные итерационные алгоритмы, в частности, алгоритм Гершберга–Сакстона и ряд его модификаций [5–10].

Важно отметить, что в сложных задачах, включающих, например, формирование нескольких различных распределений интенсивности для нескольких различных падающих пучков (в т.ч. с различными длинами волн), одиночные ДОЭ имеют относительно невысокие рабочие характеристики. Для решения таких задач применяются т.н. каскадные ДОЭ, которые состоят из нескольких последовательно расположенных ДОЭ и обладают значительно более широкими функциональными возможностями [2, 11–14]. В частности, помимо решения задач формирования различных распределений интенсивности для различных падающих пучков каскадные ДОЭ нашли широкое применение при решении различных задач машинного обучения [14–20], а также в задачах реализации различных математических преобразований, описываемых линейными операторами [21–23]. В этих задачах, в силу наличия ряда аналогий между каскадом ДОЭ и нейронными сетями, каскадные ДОЭ стали называть дифракционными нейронными сетями (ДНС) [15]. Основным методом расчета ДНС является стохастический градиентный метод, а также основанные на нем «улучшенные» методы 1-го порядка [24].

Большой научный и практический интерес представляет задача расчета каскадных ДОЭ, предназначенных для работы с излучением различных длин волн [2, 22, 23, 25–28]. Далее будем называть такие каскадные ДОЭ (или ДНС) спектральными каскадными ДОЭ (или спектральными ДНС). В частности, в недавних работах [22, 23] были рассмотрены спектральные ДНС для оптической реализации различных линейных преобразований на различных длинах волн (каждое преобразование осуществляется на своей длине волны), а также для формирования мультиспектральных изображений. Расчет спектральных ДНС в [22, 23] был основан на стохастическом градиентном методе, который показал хорошие рабочие характеристики. В то же время градиентные методы для задачи расчета спектральных ДОЭ, формирующих несколько различных распределений интенсивности для падающих пучков с несколькими различными длинами волн, остаются недостаточно проработанными. Для краткости назовем эту задачу задачей фокусировки различных длин волн (ФРДВ). Расчет одиночных и каскадных спектральных ДОЭ для решения задачи ФРДВ был рассмотрен в работах [2, 11, 12, 24–27]. В указанных работах для расчета спектральных ДОЭ были использованы итерационные алгоритмы, являющиеся обобщением алгоритмов, предложенных для расчета «обычных» ДОЭ, работающих с излучением одной длины волны. Данные алгоритмы являются эвристическими и не имеют строгого теоретического обоснования. По мнению авторов настоящей статьи, наиболее значимые результаты в задаче ФРДВ были получены в работе [2]. В данной статье был предложен итерационный метод для расчета спектральных каскадных ДОЭ и рассчитаны каскадные ДОЭ для формирования различных изображений букв на различных длинах волн. В то же время предложенный в [2] итерационный метод расчета также является эвристическим. В частности, данный метод не обладает свойством неувеличения ошибки, которым обладают алгоритм Гершберга–Сакстона и алгоритм уменьшения ошибки. Таким образом, разработка и исследование градиентного метода для расчета спектральных ДОЭ для задачи ФРДВ представляет большой интерес.

Именно такой градиентный метод расчета каскадного спектрального ДОЭ рассмотрен в настоящей работе. В рамках метода задача расчета ДОЭ сформулирована как задача минимизации функционала, зависящего от функций высот дифракционного микрорельефа каскадного ДОЭ и представляющего ошибку формирования заданных распределений интенсивности на расчетных длинах волн. Для производных функционала ошибки по функциям высот дифракционного микрорельефа получены явные и компактные выражения. С использованием предложенного градиентного метода рассчитаны каскадные спектральные ДОЭ для фокусировки излучения для трех различных длин волн в различные области в виде изображений букв. Представленные результаты численного моделирования демонстрируют хорошие рабочие характеристики предложенного метода.

1. Постановка задачи расчета спектрального каскадного ДОЭ

Рассмотрим задачу расчета спектрального каскадного ДОЭ, формирующего заданные распределения интенсивности для Q различных падающих пучков с различными длинами волн λ_q, $q = 1, ..., Q$. Будем считать, что каскадный ДОЭ состоит из n фазовых ДОЭ, расположенных в плоскостях $z = f_1, \ldots, z = f_n$ $(0 < f_1 < \ldots < f_n)$ и задаваемых функциями высоты дифракционного микрорельефа $h_1(\mathbf{u}_1), \ldots, h_n(\mathbf{u}_n)$, где $\mathbf{u}_j = (u_j, v_j)$ – декартовы координаты в плоскости $z = f_j$ (рис. 1).

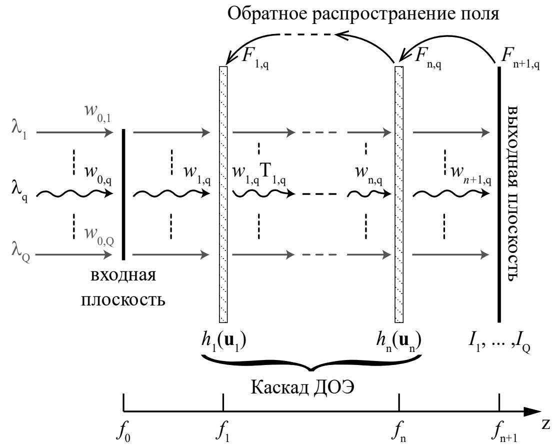

Рис. 1. Геометрия задачи расчета спектрального каскадного ДОЭ

Пусть для каждой длины волны $\lambda_q \in \{\lambda_1, \ldots, \lambda_Q\}$ во входной плоскости $z = f_0 = 0$ задано входное распределение поля (падающий пучок) с комплексной амплитудой $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$. Здесь и далее нижние индексы у комплексной амплитуды поля обозначают индекс плоскости, в которой она записана, и индекс длины волны. Будем считать, что распространение светового поля в свободном пространстве (между плоскостями расположения ДОЭ) представляется интегралом Френеля–Кирхгофа в рамках скалярной теории дифракции, а прохождение светового поля через ДОЭ описывается через умножение комплексной амплитуды падающего поля на функцию комплексного пропускания (ФКП) ДОЭ. ФКП m-го ДОЭ зависит от длины волны и при длине волны λ_q имеет вид

$$T_{m,q}(\mathbf{u}_m) = \exp\{i\varphi_{m,q}(\mathbf{u}_m)\} = = \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda_q}\left(n(\lambda_q)-1\right)h_m(\mathbf{u}_m)\right\}, \tag{1}$$

где $\varphi_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ – фазовая функция m-го ДОЭ (формируемый ДОЭ фазовый набег) при длине волны λ_q, $n(\lambda_q)$ – показатель преломления материала ДОЭ. При сделанных допущениях распространение входных пучков $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$, $q = 1, \ldots, Q$ из входной плоскости $z = 0$ через каскадный ДОЭ в выходную плоскость $z = f_{n+1}$ описывается следующей рекуррентной формулой:

$$w_{m,q}(\mathbf{u}_m) = C_{m,q}\iint w_{m-1,q}(\mathbf{u}_{m-1})T_{m-1,q}(\mathbf{u}_{m-1})\exp\left\{i\frac{\pi}{\lambda_q d_m}(\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_{m-1})^2\right\}d^2\mathbf{u}_{m-1},\ m = 1, ..., n+1, \tag{2}$$

где $w_{m,q}(\mathbf{u}_m)$, $m=1,\ldots,n$ – комплексные амплитуды полей, падающих на m-й ДОЭ с ФКП $T_{m,q}(\mathbf{u}_m)$, $C_{m,q}=(i\lambda_q d_m)^{-1}\exp\{i2\pi d_m/\lambda_q\}$, $d_m=f_m-f_{m-1}$ – расстояния между плоскостями. Отметим, что при расчете полей $w_{1,q}(\mathbf{u}_1)$, падающих на 1-й ДОЭ ($m=1$ в формуле (2)), следует положить $T_{0,q}(\mathbf{u}_0)\equiv 1$.

Рассмотрим теперь обратную задачу расчета каскадного ДОЭ. Эту задачу мы будем понимать как задачу расчета функций высот дифракционного микрорельефа $h_1(\mathbf{u}_1),\ldots,h_n(\mathbf{u}_n)$ каскадного ДОЭ, обеспечивающих при заданных входных пучках $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$, $q=1,\ldots,Q$ формирование в выходной плоскости световых полей с заданными распределениями интенсивности $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$, $q=1,\ldots,Q$. Будем считать, что ошибка формирования требуемого распределения интенсивности $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$ для входного пучка $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$ с длиной волны λ_q представляется следующим функционалом в виде интеграла от квадрата ошибки:

$$\varepsilon_q\left(h_1,...,h_n\right)=\iint\left(I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1})-I_q(\mathbf{u}_{n+1})\right)^2 d^2\mathbf{u}_{n+1}, \quad (3)$$

где $I_{n+1},q(\mathbf{u}_{n+1})=|w_{n+1},q(\mathbf{u}_{n+1})|^2$ – распределение интенсивности, формируемое в выходной плоскости при функциях $h_1(\mathbf{u}_1),\ldots,h_n(\mathbf{u}_n)$. Тогда обратную задачу расчета каскадного ДОЭ, формирующего заданные распределения интенсивности $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$, $q=1,\ldots,Q$ для всех падающих пучков $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$, $q=1,\ldots,Q$ с различными длинами волн, можно рассматривать как задачу минимизации суммы указанных функционалов:

$$\varepsilon\left(h_1,...,h_n\right)=\sum_{q=1}^{Q}\varepsilon_q\left(h_1,...,h_n\right)\to\min_{h_1,...,h_n}. \quad (4)$$

2. Градиентный метод расчета спектрального каскадного ДОЭ

Для функционала (4) несложно рассчитать производные Фреше $\delta\varepsilon(h_1,\ldots,h_n)/\delta h_m$, что позволяет применить для решения задачи (4) градиентный метод. Действительно, поскольку функционал (4) равен сумме функционалов, то его производные имеют вид

$$\frac{\delta\varepsilon\left(h_1,...,h_n\right)}{\delta h_m}=\sum_{q=1}^{Q}\frac{\delta\varepsilon_q\left(h_1,...,h_n\right)}{\delta h_m},\ m=1,...,n. \quad (5)$$

Вычисление производной функционала $\delta\varepsilon_q(h_1,\ldots,h_n)/\delta h_m$ в (5) производится так же, как в задаче расчета каскадного ДОЭ, формирующего заданное распределение интенсивности в случае одного падающего пучка $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$ с длиной волны λ_q. Подробное описание метода вычисления производной функционала для такой задачи приведено в недавней работе [14] авторов настоящей статьи. Согласно [14], данную производную несложно получить с использованием свойства унитарности оператора распространения света через каскадный ДОЭ в виде

$$\begin{aligned}&\frac{\delta\varepsilon_q\left(h_1,...,h_n\right)}{\delta h_m}=\\&=-2\gamma_q\ \mathrm{Im}[w_{m,q}\left(\mathbf{u}_m\right)T_{m,q}(\mathbf{u}_m)F^*_{m,q}\left(\mathbf{u}_m\right)],\end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma_q=(2\pi/\lambda_q)(n(\lambda_q)-1)$, $w_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ – комплексная амплитуда поля, падающего на m-й ДОЭ при «прямом» распространении поля $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)$ из плоскости $z=0$ в плоскость $z=f_m$ (расчет $w_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ осуществляется по формуле (2)), $T_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ – ФКП m-го ДОЭ при длине волны λ_q, заданная формулой (1), а $F_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ – комплексная амплитуда поля, получаемая при обратном распространении т.н. «поля ошибки»

$$F_{n+1,q}\left(\mathbf{u}_{n+1}\right)=\left[I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1})-I_q(\mathbf{u}_{n+1})\right]w_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1}) \quad (7)$$

из выходной плоскости $z=f_{n+1}$ в плоскость $z=f_m$ (обратное распространение поля схематично показано на рис. 1). Отметим, что обратное распространение поля в свободном пространстве также описывается интегралом Френеля–Кирхгофа, в котором расстояние распространения берется со знаком минус, а «обратное прохождение» пучка через ДОЭ описывается умножением комплексной амплитуды пучка на комплексно-сопряженную ФКП ДОЭ. Таким образом, поле $F_{m,q}(\mathbf{u}_m)$ рассчитывается рекуррентно по следующей формуле:

$$F_{l-1,q}\left(\mathbf{u}_{l-1}\right)=C^*_{l,q}\iint F_{l,q}\left(\mathbf{u}_l\right)T^*_{l,q}(\mathbf{u}_l)\exp\left\{-i\frac{\pi}{\lambda_q d_l}\left(\mathbf{u}_{l-1}-\mathbf{u}_l\right)^2\right\}d^2\mathbf{u}_l,\ l=n,...,m+1, \quad (8)$$

где при расчете поля $F_{n,q,j}(\mathbf{u}_n)$ ($l=n+1$) (l=n+1) следует положить $T_{n+1}(\mathbf{u}_{n+1})\equiv 1$. Приведенные выражения (5 – 7) для вычисления производных функционала ошибки являются основой для решения обратной задачи (4) градиентным методом или каким-либо улучшенным методом оптимизации 1-го порядка, например ADAM [24]. Отметим, что выражения (5)–(7) получены в случае, когда функционалы ошибок $\varepsilon_q(h_1,\ldots,h_n)$ имеют вид (3), соответствующий интегралу от квадрата ошибки при длине волны λ_q. В случае другого вида подынтегральной функции изменится только вид поля ошибки (7), а остальные выражения останутся справедливыми [14].

Отметим, что функции высот дифракционного микрорельефа $h_1(\mathbf{u}_1),\ldots,h_n(\mathbf{u}_n)$ обычно предполагаются заданными в некотором интервале $[0,h_{max})$, где h_{max} – максимальная высота дифракционного микрорельефа (значение h_{max} обычно выбирается из требований технологии, используемой для изготовления ДОЭ). Наличие ограничений $0\le h_m(\mathbf{u}_1)\le h_{max}$, $i=1,\ldots,n,$ делает задачу расчета каскадного ДОЭ задачей условной оптимизации. Для учета указанных ограничений в итерационный процесс расчета функций высот дифракционного микрорельефа следует ввести оператор проекции на множество функций ограниченной высоты

$$\Pr(h)=\begin{cases}0,\ h<0,\\ h,\ h\in[0,h_{\max}),\\ h_{\max},\ h\geq h_{\max}.\end{cases} \tag{9}$$

В частности, введение оператора (9) в градиентный метод расчета каскадного ДОЭ соответствует методу проекции градиента, в котором расчет следующих приближений функций высот $h_m^k(\mathbf{u}_m), m=1,...,n$, на шаге k на основе функций высот $h_m^{k-1}(\mathbf{u}_m), m=1,...,n$, полученных на предыдущем шаге (k-1), осуществляется по формуле

$$h_m^k(\mathbf{u}_m)=\Pr\left(h_m^{k-1}(\mathbf{u}_m)-t\frac{\delta\varepsilon}{\delta h_m}(\mathbf{u}_m)\right),\ m=1,...,n, \tag{10}$$

где t – шаг градиентного метода.

3. Примеры расчета спектральных каскадных ДОЭ

Пусть во входной плоскости каскадного ДОЭ для трех длин волн $\lambda_1=633$ нм, $\lambda_2=532$ нм, $\lambda_3=457$ нм из красной, зеленой и синей частей спектра заданы три входных поля $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)=A_q\exp(-\mathbf{u}_0^2/\sigma^2)$, $q=1,2,3$, соответствующих гауссовым пучкам с параметром $\sigma=1{,}2$ мм. Рассмотрим расчет каскадного ДОЭ для формирования при указанных длинах волн распределений интенсивности $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$, $q=1,2,3$, соответствующих изображениям букв «Д», «О» и «Э» и фрагментам окружающей их рамки (рис. 2). Отметим, что при освещении такого ДОЭ падающим пучком

$$W=\sum_q w_{0,q}(\mathbf{u}_0),$$

состоящим из входных пучков с заданными длинами волн, каскадный ДОЭ будет формировать цветное изображение в виде надписи «ДОЭ» в цветной рамке (рис. 2*г*).

Далее будем считать, что амплитуды A_q падающих гауссовых пучков $w_{0,q}(\mathbf{u}_0)=A_q\exp(-\mathbf{u}_0^2/\sigma^2)$ выбраны из условия нормировки

$$\iint\left|w_{0,q}(\mathbf{u}_0)\right|^2 d^2\mathbf{u}_0=\iint I_q(\mathbf{u}_{n+1})d^2\mathbf{u}_{n+1} \tag{11}$$

обеспечивающего равенство энергий входного пучка с длиной волны λ_q и соответствующего ему требуемого распределения интенсивности $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$.

Расчет функций высоты микрорельефа каскадных ДОЭ, формирующих на расчетных длинах волн распределения интенсивности в виде букв «Д», «О», «Э» в рамке, осуществлялся описанным выше градиентным методом (5)–(10). Отметим, что в данной работе для расчета полей, входящих в выражение (6) для производных функционалов ошибки, использовался метод углового спектра [29, 30].

Были рассчитаны одиночный ДОЭ и каскады из двух и трех ДОЭ. При расчетах предполагалось, что все расстояния между плоскостями $d_m=f_m-f_{m-1}$ являются одинаковыми и равны 80 мм. Функции высоты микрорельефа в плоскостях расположения ДОЭ были заданы на сетках 512×512 с шагом 10 мкм. В этом случае размер стороны апертуры каждого ДОЭ составлял 5,12 мм. Поля во входной и выходной плоскостях задавались на сетке 1024×1024 с шагом 10 мкм. Максимальная высота дифракционного микрорельефа предполагалась равной $h_{max}=6$ мкм. Отметим, что ДОЭ с такой высотой могут быть изготовлены по стандартной технологии прямой лазерной записи [10, 31]. В качестве показателей преломления материала ДОЭ использовались значения $n(\lambda_1)=1{,}457$, $n(\lambda_2)=1{,}461$, $n(\lambda_3)=1{,}465$, соответствующие плавленому кварцу.

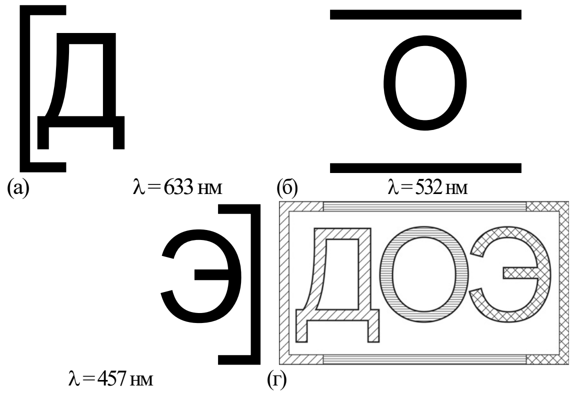

Рис. 2. Требуемые распределения интенсивности для трех расчетных длин волн (а)-(в) и результирующее цветное распределение (г), где различные цвета показаны различной штриховкой

Рассчитанные функции высоты микрорельефа одиночного и каскадных ДОЭ показаны на рис. 3. Интересно отметить, что вид областей фокусировки для различных длин волн (см. рис. 2) «проявляется» в структуре микрорельефа в центральных областях рассчитанных ДОЭ. При расчете каждого из примеров было сделано 5000 итераций при экспоненциально убывающем шаге (такое число итераций оказалось достаточным для сходимости метода). В качестве начальных функций высоты микрорельефа использовались реализации случайного процесса белого шума с равномерным распределением значений в диапазоне $[0, h_{max})$. Время расчета на видеокарте NVIDIA RTX 3060 12 Gb составило от 4 – 5 минут для одного ДОЭ до примерно 15 минут для каскада из трех ДОЭ.

На рис. 4 представлены распределения интенсивности, формируемые рассчитанными одиночным и каскадными ДОЭ на трех заданных длинах волн. Из рис. 4 видно, что качество формируемых распределений быстро улучшается с увеличением числа ДОЭ. В частности, для одиночного ДОЭ качество сформированных распределений является весьма низким и содержит явно выраженные шумовые компоненты. При этом распределения на рис. 4*в*, сформированные каскадом из трех ДОЭ, уже визуально неотличимы от требуемых распределений на рис. 2.

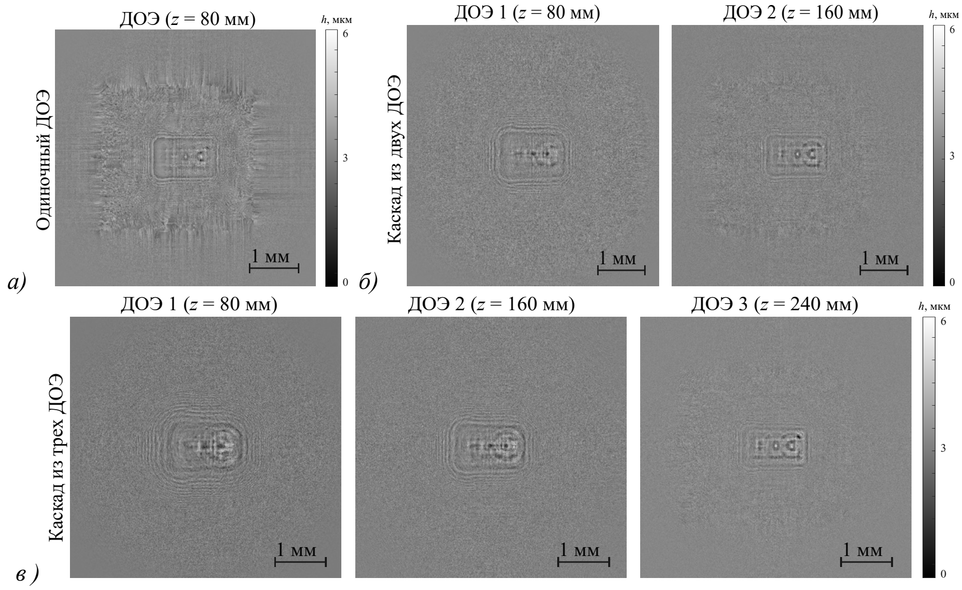

Рис. 3. Рассчитанные функции высот микрорельефа одиночного ДОЭ (а), каскада из двух ДОЭ (б) и каскада из трех ДОЭ (с)

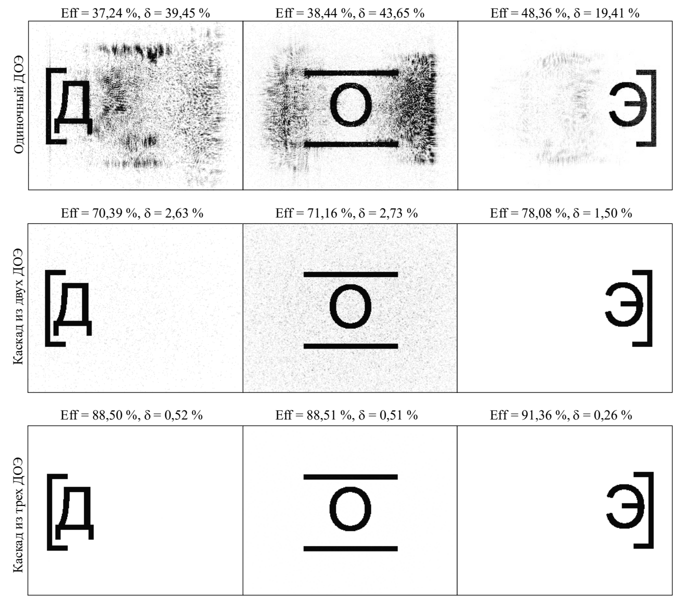

Рис. 4. Рассчитанные распределения интенсивности, формируемые при трех длинах волн одиночным ДОЭ (строка 1), каскадом из двух ДОЭ (строка 2) и каскадом из трех ДОЭ (строка 3). Над распределениями указаны значения энергетических эффективностей и среднеквадратичных отклонений на расчетных длинах волн

Для более точной характеристики качества формируемых распределений на расчетных длинах волн λ_q введем значения энергетических эффективностей Eff_q и среднеквадратичных отклонений δ_q. Значение энергетической эффективности

$$Eff_q = \frac{1}{E_{0,q}} \iint_{G_q} I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1}) d^2\mathbf{u}_{n+1} \tag{12}$$

соответствует доле энергии

$$E_{0,q} = \iint \left| w_{0,q}\left(\mathbf{u}_0\right) \right|^2 d^2\mathbf{u}_0$$

падающего пучка с длиной волны λ_q, которая попадает в область требуемого распределения $G_q = \{\mathbf{u}_{n+1} | I_q(\mathbf{u}_{n+1}) \neq 0\}$ для данной длины волны. Значение

$$\delta_q = \frac{1}{M_q} \sqrt{\iint_{G_q} [I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1}) - Eff_q \cdot I_q(\mathbf{u}_{n+1})]^2 d^2\mathbf{u}_{n+1}} \tag{13}$$

задаёт среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности $I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1})$, сформированного на длине волны λ_q, от требуемого распределения $I_q(\mathbf{u}_{n+1})$. При этом указанное отклонение нормировано на среднее значение

$$M_q = \left\| G_q \right\|^{-1} \iint_{G_q} I_{n+1,q}(\mathbf{u}_{n+1}) d^2\mathbf{u}_{n+1},$$

где $\|G_q\|$ – площадь области G_q. Значения энергетических эффективностей и среднеквадратичных отклонений в процентах для рассчитанных примеров приведены на рис. 4 над каждым из сформированных распределений. Из приведенных значений можно видеть, что для каскада из трех ДОЭ значения среднеквадратичных отклонений δ_q составляют менее 1 %, а значения энергетических эффективностей превышают 88 %. Для понимания достижимых рабочих характеристик был также рассчитан каскад из четырех ДОЭ (для краткости не приведен в статье). Для каскада из 4 ДОЭ значения среднеквадратических отклонений падают до сотых долей процента, а энергетические эффективности превышают 96 %.

В заключение настоящего параграфа отметим, что каскадные ДОЭ, по сравнению с одиночными, хотя и обладают значительно лучшими рабочими характеристиками, но в то же время являются и существенно более сложными в технологической реализации. При этом одной из главных проблем является требование к высокой точности позиционирования ДОЭ, образующих каскадный ДОЭ или ДНС [17, 18, 32, 33]. Например, в работе [32] показано, что для излучения видимого диапазона ошибки позиционирования, при которых сохраняются хорошие рабочие характеристики каскадного ДОЭ, не должны превышать размера «пикселя» дифракционного микрорельефа, т.е. составлять величину порядка нескольких микрон. При этом в настоящее время доступны высокоточные моторизованные платформы с шагом перемещений по осям координат в 1 мкм. Именно такие платформы были успешно использованы в работе [32] при экспериментальной реализации ДНС в виде каскада из пяти ДОЭ. Следует также отметить, что одним из перспективных способов «борьбы» с проблемой точности позиционирования элементов каскадного ДОЭ является использование специальных методов дизайна, учитывающих ошибки позиционирования ДОЭ [33]. Разработка таких методов для задачи расчета каскадных спектральных ДОЭ будет являться предметом дальнейших исследований.

Заключение

Рассмотрен градиентный метод расчета каскадных ДОЭ в задаче формирования нескольких заданных распределений интенсивности для нескольких падающих пучков с различными длинами волн. Задача расчета каскадного ДОЭ сформулирована как задача минимизации функционала, зависящего от функций высот дифракционного микрорельефа каскадного ДОЭ и представляющего ошибку формирования заданных распределений интенсивности на расчетных длинах волн. Для производных функционала получены явные и компактные выражения. С использованием предложенного градиентного метода рассчитаны каскадные ДОЭ для формирования трех заданных распределений интенсивности (образующих изображение надписи «ДОЭ» в рамке) для трех различных длин волн из красной, зеленой и синей частей спектра. Приведенные результаты численного моделирования показывают, что рассчитанный каскад из трех ДОЭ формирует заданные распределения интенсивности с низкими среднеквадратическими ошибками (не более 0,52 %) и высокими энергетическими эффективностями (более 88 %).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-19-00080, разработка градиентного метода и расчет спектральных ДОЭ) и государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (создание программных средств для моделирования работы каскадных спектральных ДОЭ).

References

[1] Zhang J, Pégard N, Zhong J, Adesnik H, Waller L. 3D computer-generated holography by non-convex optimization. Optica 2017; 4(10): 1306-1313. DOI: 10.1364/OPTICA.4.001306.

[2] Wang H, Piestun R. Dynamic 2D implementation of 3D diffractive optics. Optica 2018; 5(10): 1220-1228. DOI: 10.1364/OPTICA.5.001220.

[3] Schmidt S, Thiele S, Toulouse A, Bösel C, Tiess T, Herkommer A, Gross H, Giessen H. Tailored micro-optical freeform holograms for integrated complex beam shaping. Optica 2020; 7(10): 1279-1286. DOI: 10.1364/OPTICA.395177.

[4] Zhang Q, He Z, Xie Z, Tan Q, Sheng Y, Jin G, Cao L, Yuan X. Diffractive optical elements 75 years on: from micro-optics to metasurfaces. Photonics Insights 2023; 2(4): R09.

[5] Gerchberg R, Saxton W. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. Optik 1972; 35: 237.

[6] Fienup JR. Phase retrieval algorithms: a comparison. Appl Opt 1982; 21(15): 2758-2769. DOI: 10.1364/AO.21.002758.

[7] Soifer VA, Kotlyar VV, Doskolovich LL. Iterative methods for diffractive optical elements computation. London: Taylor & Francis Ltd; 1997. ISBN: 0-7484-0634-4.

[8] Latychevskaia T. Iterative phase retrieval in coherent diffractive imaging: practical issues. Appl Opt 2018; 57(25): 7187-7197. DOI: 10.1364/AO.57.007187.

[9] Ripoll O, Kettunen V, Herzig HP. Review of iterative Fourier-transform algorithms for beam shaping applications. Opt Eng 2004; 43(11): 2549-2556. DOI: 10.1117/1.1804543.

[10] Doskolovich LL, Mingazov AA, Byzov EV, Skidanov RV, Ganchevskaya SV, Bykov DA, Bezus EA, Podlipnov VV, Porfirev AP, Kazanskiy NL. Hybrid design of diffractive optical elements for optical beam shaping. Opt Express 2021; 29(20): 31875-31890. DOI: 10.1364/OE.439641.

[11] Gülses AA, Jenkins BK. Cascaded diffractive optical elements for improved multiplane image reconstruction. Appl Opt 2013; 52(15): 3608-3616. DOI: 10.1364/AO.52.003608.

[12] Deng X, Chen RT. Design of cascaded diffractive phase elements for three-dimensional multiwavelength optical interconnects. Opt Lett 2000; 25(14): 1046-1048. DOI: 10.1364/OL.25.001046.

[13] Shi J, Wei D, Hu C, Chen M, Liu K, Luo J, Zhang X. Robust light beam diffractive shaping based on a kind of compact all-optical neural network. Opt Express 2021; 29(5): 7084-7099. DOI: 10.1364/OE.419123.

[14] Soshnikov DV, Doskolovich LL, Motz GA, Byzov EV, Bezus EA, Bykov DA, Mingazov AA. Design of cascaded diffractive optical elements for optical beam shaping and image classification using a gradient method. Photonics 2023; 10(7): 766. DOI: 10.3390/photonics10070766.
[15] Lin X, Rivenson Y, Yardimci NT, Veli M, Luo Y, Jarrahi M, Ozcan A. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks. Science 2018; 361(6406): 1004-1008. DOI: 10.1126/science.aat8084.
[16] Yan T, Wu J, Zhou T, Xie H, Xu F, Fan J, Fang L, Lin X, Dai Q. Fourier-space diffractive deep neural network. Phys Rev Lett 2019; 123(2): 023901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.023901.
[17] Zhou T, Fang L, Yan T, Wu J, Li Y, Fan J, Wu H, Lin X, Dai Q. *In situ* optical backpropagation training of diffractive optical neural networks. Photon Res 2020; 8(6): 940-953. DOI: 10.1364/PRJ.389553.
[18] Zhou T, Lin X, Wu J, et al. Large-scale neuromorphic optoelectronic computing with a reconfigurable diffractive processing unit. Nat Photonics 2021; 15(5): 367-373. DOI: 10.1038/s41566-021-00796-w.
[19] Zheng S, Xu S, Fan D. Orthogonality of diffractive deep neural network. Opt Lett 2022; 47(7): 1798-1801. DOI: 10.1364/OL.449899.
[20] Zheng M, Shi L, Zi J. Optimize performance of a diffractive neural network by controlling the Fresnel number. Photon Res 2022; 10(11): 2667-2676. DOI: 10.1364/PRJ.474535.
[21] Kulce O, Mengu D, Rivenson Y, Ozcan A. All-optical synthesis of an arbitrary linear transformation using diffractive surfaces. Light Sci Appl 2021; 10: 196. DOI: 10.1038/s41377-021-00623-5.
[22] Li J, Gan T, Bai B, Luo Y, Jarrahi M, Ozcan A. Massively parallel universal linear transformations using a wavelength-multiplexed diffractive optical network. Adv Photonics 2023; 5(1): 016003. DOI: 10.1117/1.AP.5.1.016003.
[23] Mengu D, Tabassum A, Jarrahi M, et al. Snapshot multispectral imaging using a diffractive optical network. Light Sci Appl 2023; 12: 86. DOI: 10.1038/s41377-023-01135-0.
[24] Kingma DP, Ba J. Adam: A method for stochastic optimization. arXiv Preprint. 2015. Source: <https://arxiv.org/abs/1412.6980>. DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.
[25] Ogura Y, Shirai N, Tanida J, Ichioka Y. Wavelength-multiplexing diffractive phase elements: design, fabrication, and performance evaluation. J Opt Soc Am A 2001; 18(5): 1082-1092. DOI: 10.1364/JOSAA.18.001082.
[26] Levy U, Marom E, Mendlovic D. Simultaneous multicolor image formation with a single diffractive optical element. Opt Lett 2001; 26(15): 1149-1151. DOI: 10.1364/OL.26.001149.
[27] Bengtsson J. Kinoforms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths. Appl Opt 1998; 37(11): 2011-2020. DOI: 10.1364/AO.37.002011.
[28] Dong BZ, Zhang GQ, Yang GZ, Gu BY, Zheng SH, Li DH, Chen YS, Cui XM, Chen ML, Liu HD. Design and fabrication of a diffractive phase element for wavelength demultiplexing and spatial focusing simultaneously. Appl Opt 1996; 35(35): 6859-6864. DOI: 10.1364/AO.35.006859.
[29] Schmidt JD. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB. SPIE; 2010. ISBN: 978-0819483263.
[30] Cubillos M, Jimenez E. Numerical simulation of optical propagation using sinc approximation. J Opt Soc Am A 2022; 39: 1403-1413.
[31] Doskolovich LL, Skidanov RV, Bezus EA, Ganchevskaya SV, Bykov DA, Kazanskiy NL. Design of diffractive lenses operating at several wavelengths. Opt Express 2020; 28: 11705-11720.
[32] Chen H, Feng J, Jiang M, Wang Y, Lin J, Tan J, Jin P. Diffractive deep neural networks at visible wavelengths. Engineering 2021; 7(10): 1483-1491.
[33] Mengu D, Zhao Y, Yardimci N, Rivenson Y, Jarrahi M, Ozcan A. Misalignment resilient diffractive optical networks. Nanophotonics 2020; 9(13): 4207-4219.

Сведения об авторах

Мотз Георгий Александрович, в 2022 году окончил бакалавриат Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладная математика и информатика». E-mail: *motzga@mail.ru*

Сошников Даниил Вадимович, в 2022 году с отличием окончил бакалавриат Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладная математика и информатика». E-mail: *soshnikov.d.v@mail.ru*

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне — Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, главный научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»» и ведущий научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета, профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области нанофотоники, дифракционной оптики, неизображающей оптики.
E-mail: *leonid@ipsiras.ru*

Бызов Егор Владимирович, 1988 года рождения. В 2014 году с отличием окончил обучение в магистратуре Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева) по направлению

«Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук (2022 год), старший научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета и научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»». Область научных интересов: методы расчетов формирующей неизображающей оптики для светодиодов. E-mail: *egor.byzov@gmail.com*

Безус Евгений Анатольевич в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2012 г.), старший научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета и лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»», доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: *evgeni.bezus@gmail.com*

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»» и ведущий научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета, профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: оптика резонансных дифракционных структур, электромагнитная теория дифракции, неизображающая оптика.
E-mail: *bykovd@gmail.com*.

ГРНТИ: 29.31.15
Поступила в редакцию 17 мая 2024 г. Окончательный вариант – 03 июня 2024 г.

Gradient method for designing cascaded DOEs focusing radiation of different wavelengths

G.A. Motz [1,2], D.V. Soshikov [1,2], L.L. Doskolovich [1,2], E.V. Byzov [1,2], E.A. Bezus [1,2], D.A. Bykov [1,2]
[1] Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,
[2] Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

The design of cascaded diffractive optical elements (DOEs) generating several specified intensity distributions for several incident beams with different wavelengths is considered. The problem of designing a cascaded DOE is formulated as that of minimizing a functional that depends on the height functions of the diffractive microrelief of the cascaded DOEs and represents the error in the generation of specified intensity distributions at the operating wavelengths. Explicit expressions are obtained for the derivatives of the functional, and on this basis, a gradient method for designing cascaded DOEs is formulated. Using the gradient method, cascaded DOEs are calculated, which focus optical radiation of three different wavelengths into three different regions. The presented numerical simulation results demonstrate good performance of the proposed method.

Keywords: diffractive optical element, inverse problem, scalar diffraction theory, gradient method.

Citation: Motz GA, Soshnikov DV, Doskolovich LL, Byzov EV, Bezus EA, Bykov DA. Gradient method for designing cascaded DOEs focusing radiation of different wavelengths. Computer Optics 2025; 49(1): 76-83. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1551.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Russian Science Foundation under project No. 24-19-00080 (development of the gradient method and the calculation of spectral DOEs) and under the state assignment of NRC "Kurchatov Institute" (software development for simulating the operation of cascaded DOEs).

Authors' information

Georgy Alexandrovich Motz, graduated (2022) from Samara National Research University with a major in Applied Mathematics and Computer Science. E-mail: *motzga@mail.ru*

Daniil Vadimovich Soshnikov, graduated with honors (2022) from Samara National Research University with a major in Applied Mathematics and Computer Science. E-mail: *soshnikov.d.v@mail.ru*

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Principal researcher at Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and leading researcher at Samara University, and a professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His leading research interests include nanophotonics, diffractive optics, and nonimaging optics. E-mail: *leonid@ipsiras.ru*

Egor Vladimirovich Byzov (b. 1988) graduated with honors (2014) from Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov (now – Samara National Research University named after Academician S.P. Korolev), majoring in Applied Mathematics and Physics. Candidate in Physics and Mathematics (2022). Currently he is a senior researcher at the Samara University and a researcher at the Diffractive Optics Laboratory of Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara University. Research interests: design methods of nonimaging optics for LEDs. E-mail: *egor.byzov@gmail.com*

Evgeni Anatolievich Bezus graduated with honors (2009) from the Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2012). Currently he is a senior researcher at the Samara University and at the Diffractive Optics Laboratory of Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include nanophotonics, plasmonics and electromagnetic diffraction theory.
E-mail: *evgeni.bezus@gmail.com*

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute” and leading researcher at the Samara University, and a professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include optics of resonant diffractive structures, electromagnetic diffraction theory, and nonimaging optics. E-mail: *bykovd@gmail.com*

Received May 17, 2024. The final version – June 03, 2024.